



Organización y Arquitectura de Computadoras

Tarea 3: Lógica Digital

Facultad de Ciencias, UNAM

José Ethan Ortega González: 316088327
Etzael Iván Sosa Hedding: 316259305



1. Da la dualidad de $x \cdot y = x + y$ y verifica la igualdad respecto a esta.

Solución:

Aquí va la solución.

2. Demuestra si la siguiente igualdad es válida: $x(\bar{x} + y) = xy$.

Solución:

La demostración es la siguiente:

$$\begin{aligned}x(\bar{x} + y) &= (x\bar{x}) + xy \\&= 0 + xy \\&= xy\end{aligned}$$

Por Distributividad
Por Complemento
Por Identidad

3. Demuestra si la siguiente igualdad es válida: $(x + y)(\bar{x} + z)(y + z) = (x + y)(\bar{x} + z)$.

Solución:

$$\begin{aligned}(x + y)(\bar{x} + z)(y + z) &= [(x + y)\bar{x} + (x + y)z](y + z) \\&= [(x\bar{x} + y\bar{x}) + (xz + yz)](y + z) \\&= [0 + y\bar{x} + xz + yz](y + z) \\&= (y\bar{x} + xz + yz)(y + z) \\&= y\bar{x}(y + z) + xz(y + z) + yz(y + z) \\&= y\bar{x}y + y\bar{x}z + xzy + xzz + yzy + yzz \\&= yy\bar{x} + y\bar{x}z + xzy + xzz + yzy + yzz \\&= y\bar{x} + y\bar{x}z + xzy + xz + yz \\&= \bar{x}zy + xzy + y\bar{x} + xz + yz \\&= (\bar{x} + x)zy + y\bar{x} + xz + yz \\&= zy + y\bar{x} + xz + yz \\&= yz + y\bar{x} + xz + yz \\&= yz + y\bar{x} + xz \\&= yz + y\bar{x} + xz + 0 \\&= yz + y\bar{x} + xz + (x\bar{x}) \\&= (\bar{x}x) + \bar{x}y + zx + zy \\&= \bar{x}(x + y) + z(x + y) \\&= (x + y)(\bar{x} + z)\end{aligned}$$

Por Distributividad
Por Complemento
Por Identidad
Por Distributividad
Por Distributividad
Por Conmutatividad
Por Idempotencia
Por Conmutatividad
Por Distributividad
Por Complemento
Por Conmutatividad
Por Idempotencia
Por Identidad
Por Complemento
Por Conmutatividad
Por Distributividad
Por Distributividad

4. Demuestra si la siguiente igualdad es valida: $\overline{x \cdot y} = \overline{x} \cdot \overline{y}$.

Solución:

No es valida, mostremos un contraejemplo. Cuando $x = 0, y = 1$, por un lado tenemos lo siguiente:

$$\overline{x \cdot y} = \overline{0 \cdot 1} = \overline{0} = 1$$

Por el otro, tenemos lo siguiente:

$$\overline{x} \cdot \overline{y} = \overline{0} \cdot \overline{1} = 1 \cdot 0 = 0$$

5. Verifica la siguiente igualdad usando los postulados de Huntington.

$$F(x, y, z) = x + x(\overline{x} + y) + \overline{x}y = x + y$$

Solución:

La solución es la siguiente:

$$\begin{aligned} x + x(\overline{x} + y) + \overline{x}y &= x + y = x + x\overline{x} + xy + \overline{x}y = x + y && \text{P4a} \\ &= x + 0 + xy + \overline{x}y = x + y && \text{P5b} \\ &= x + xy + \overline{x}y = x + y && \text{P2a} \\ &= x + y(x + \overline{x}) = x + y && \text{P4a} \\ &= x + y \cdot 1 = x + y && \text{P5a} \\ &= x + y = x + y && \text{P2b} \end{aligned}$$

6. Obtén los maxitérminos y mintérminos de la siguiente función.

$$F(x, y, z) = \overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} \cdot x + \overline{z} \cdot x + z \cdot x + y \cdot \overline{y} + \overline{z}$$

Solución:

$$\begin{aligned} \overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} \cdot x + \overline{z} \cdot x + z \cdot x + y \cdot \overline{y} + \overline{z} &= x \cdot \overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} + \overline{z} \cdot x + z \cdot x + y \cdot \overline{y} + \overline{z} && \text{Por Conmutatividad} \\ &= 0 \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} + \overline{z} \cdot x + z \cdot x + 0 + \overline{z} && \text{Por Complemento} \\ &= \overline{z} \cdot x + z \cdot x + 0 + \overline{z} && \text{Por Aniquilación} \\ &= \overline{z} \cdot x + z \cdot x + \overline{z} && \text{Por Identidad} \\ &= x \cdot \overline{z} + x \cdot z + \overline{z} && \text{Por Conmutatividad} \\ &= x(\overline{z} + z) + \overline{z} && \text{Por Distributividad} \\ &= x \cdot 1 + \overline{z} && \text{Por Complemento} \\ &= x + \overline{z} && \text{Por Identidad} \end{aligned}$$

La tabla de la expresión al reducirla es la siguiente:

x	z	\bar{z}	$x + \bar{z}$
0	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	1	0	1
1	0	1	1
1	1	1	1

- **Minitérminos:** Recordemos que los minitérminos se fijan en las filas que se evalúan a 1 y se niegan los 0. Así, tenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned}
 \bar{x} \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{z} + x \cdot z &= \bar{z} \cdot \bar{x} + \bar{z} \cdot x + x \cdot z && \text{Por Conmutatividad} \\
 &= \bar{z}(\bar{x} + x) + xz && \text{Por Distributividad} \\
 &= \bar{z} \cdot 1 + xz && \text{Por Complemento} \\
 &= \bar{z} + xz
 \end{aligned}$$

- **Maxitérminos:** Recordemos que los maxitérminos se fijan en las filas que se evalúan a 0 y se niegan los 1. Así, tenemos lo siguiente:

$$x + \bar{z}$$

7. Simplifica la siguiente función usando su tabla de verdad asociada.

$$F(x, y, z) = \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}y\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + x\bar{y}z + xyz$$

Solución:

La tabla es la siguiente:

x	y	z	$\bar{x}y\bar{z}$	$\bar{x}yz$	$\bar{x}y\bar{z}$	$x\bar{y}\bar{z}$	$\bar{x}yz$	$x\bar{y}z$	xyz	F
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0
1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0

8. Expande la siguiente función y da su maxitérminos.

$$F(x, y, z) = (x + \bar{x}z) \cdot (\bar{y} + \bar{z}) \cdot z$$

Solución:

Primero desarrollemos la función:

$$\begin{aligned}
 F(x, y, z) &= (x + \bar{x}z)(\bar{y} + \bar{z})z \\
 &= (x + \bar{x}z)(\bar{y}z + \bar{z}z) && \text{(por Distributividad)} \\
 &= (x + \bar{x}z)(\bar{y}z + 0) && \text{(por Complemento)} \\
 &= (x + \bar{x}z)\bar{y}z && \text{(por identidad)} \\
 &= (x\bar{y}z + \bar{x}z\bar{y}z) && \text{(por Distributividad)} \\
 &= (x\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}zz) && \text{(por Conmutatividad)} \\
 &= (x\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}z) && \text{(por Idempotencia)} \\
 &= (\bar{y}xz + \bar{y}\bar{x}z) && \text{(por Conmutatividad)} \\
 &= \bar{y}(xz + \bar{x}z) && \text{(por Distributividad)} \\
 &= \bar{y}(x + \bar{x})z && \text{(por Distributividad)} \\
 &= \bar{y}(1)z && \text{(por Complemento)} \\
 &= \bar{y}z && \text{(por Identidad)}
 \end{aligned}$$

Ahora veamos los Maxitérminos. Como ya dijimos, nos debemos fijar en las filas de la tabla de verdad que se evalúan a 0 y negar los 1 que aparezcan en cada variable. Notemos que no necesitamos ver la tabla para ver que hay 3 filas que se evalúan a 0 (pues es una conjunción). En particular, las filas evaluadas a 0 son cuando \bar{y} se evalúa a 0 y cuando \bar{y} se evalúa a 1 y z se evalúa a 0. Entonces tenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned}
 \bar{y}\bar{z} + \bar{y}z + yz &= \bar{y}(\bar{z} + z) + yz && \text{(por Distributividad)} \\
 &= \bar{y}(1) + yz && \text{(por Complemento)} \\
 &= \bar{y} + yz && \text{(por Identidad)}
 \end{aligned}$$

9. Utilizando Mapas de Karnaugh simplifica la función.

$$F(x_0, x_1, x_2, x_3) = \overline{x_0x_1x_2x_3} + \overline{x_0x_1x_2x_3} + \overline{x_0x_1x_2x_3} + \overline{x_0x_1x_2x_3} + \overline{x_0x_1x_2x_3} + \overline{x_0x_1x_2x_3} + \overline{x_0x_1x_2x_3}$$

Solución:

Aquí va la solución.

10. Para realizar una Mapa de Karnaugh con más de 5 variables se menciona que existe más de una forma de representarlo. Investiga ambos métodos y utiliza el que más se te acomode para reducir la siguiente función.

$$\begin{aligned}
 F(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4) &= \overline{x_0x_1x_2x_3x_4} + \overline{x_0x_1x_2x_3x_4} + \overline{x_0x_1x_2x_3x_4} + \overline{x_0x_1x_2x_3x_4} \\
 &\quad + \overline{x_0x_1x_2x_3x_4} + \overline{x_0x_1x_2x_3x_4} + \overline{x_0x_1x_2x_3x_4}
 \end{aligned}$$

Solución:

$x_2x_3x_4$ x_0x_1		$x_2x_3x_4$							
		000	001	011	010	110	111	101	100
00		0	0	0	0	0	0	0	0
01		0	0	0	0	0	0	0	0
11		0	0	0	0	0	0	0	0
10		0	0	0	0	0	0	0	0

11. A lo largo del capítulo abordamos los postulados de Huntington y sus demostraciones, pero existe un principio llamado Principio de Dualidad, el cual nos permite formalizar que a toda relación o ley lógica le corresponderá su dual, formada mediante el intercambio de los operadores unión (suma lógica) con los de intersección (producto lógico), y de los 1 con los 0.

Con esta definición indica cual es la expresión dual de:

(a) $x \cdot 0 = 0$

(b) $x(x + y) = x$

Solución:

- Por el Principio de Dualidad, la expresión es: $x + 1 = 1$
- Por el Principio de Dualidad, la expresión es: $x + (xy) = x$