

# Minimisation convexe

## TP 3 : Optimisation avec contraintes

L'objectif de ce TP est de coder la méthode de Lagrange-Newton pour des contraintes en égalité et de les comparer à des résultats analytiques. Pour les deux problèmes étudiés, on fixera le critère d'arrêt à  $10^{-10}$  et l'on n'oubliera pas de regarder la convergence de l'algorithme.

- 1 Dans un premier temps, on s'intéresse au problème suivant vu en cours :

$$\begin{cases} \text{minimiser } J(x, y) = x^4 + y^4 \\ \text{avec } x^2 + y^2 = 1 \end{cases} \quad (1)$$

- 1.1 Coder l'algorithme de Lagrange-Newton pour retrouver le minimum local  $(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})^T$ . On partira du point  $(0.1, 0.1)^T$ . On s'intéressera en particulier à la hessienne du lagrangien pour montrer qu'il s'agit bien d'un minimum (voir la fonction *numpy.linalg.eig*).

- 2 Dans un second temps, on s'intéresse au problème suivant :

$$\begin{cases} \text{minimiser } J(x, y, z) = -xz - yz \\ \text{avec } z^2 + y^2 = 1 \text{ et } xz = 3 \end{cases} \quad (2)$$

- 2.1 Faire l'étude analytique de ce problème.
  - 2.2 Coder l'algorithme de Lagrange-Newton pour la résolution de ce problème. Les mêmes remarques que pour le problème précédent prévalent.