数字信号处理 (Digital Signal Process) 笔记

Jin Huang

更新：July 13, 2021

1 线性时不变 (LTI) 系统

1.1 线型时不变系统的定义及响应

线性时不变系统的特性：可加权、可叠加、可时移

$$y(n) = ay_1(n) + by_2(n - n_0) \tag{1}$$

线性时不变系统的定义：

- 同时满足线型和时不变性的系统。

系统的输出响应分类：

1. 零状态相应 $y_{zs}(n)$：仅由输入序列在观察时刻之后产生的相应。(线性时不变的)
2. 零输入相应 $y_{zi}(n)$：仅由初始状态引起的相应。（非线性的）
3. 全响应 $y(n) = y_{zs}(n) + y_{zi}(n)$。（非线性的）

$$y(n) = x(n) + b \tag{2}$$

公式2中，$x(n)$ 表示输入，b 表示初始状态。

1.2 单位脉冲响应

定义： 当系统输入为 $\delta(n)$ 时，系统的零状态相应称为单位脉冲响应，记为 $h(n)$。

对于 $y(n) = T[x(n)]$　　有 $h(n) = T[\delta(n)]$

换言之，对于一个线性时不变系统，输入一个单位脉冲序列 $\delta(n)$，输出一个单位脉冲相应 $h(n)$3a；如果输入序列移位，则输出响应也对应移位3b；如果输入加权，则输出相应也对应加权3c。

$$\delta(n) = h(n) \tag{3a}$$

$$\delta(n-1) = h(n-1) \tag{3b}$$

$$a\delta(n-2) = ah(n-1) \tag{3c}$$

1.3 线性时不变系统的输入输出运算

在**线型时不变系统**中，有一乘法器，乘法器的两个输出分别为 $x(n)$ 和 $p(n)=\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\delta(n-m)$。依次考虑各项

$$x(n)p(n)=y(n)$$

$$p(n)=\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\delta(n-m)$$

表 1: 系统输入输出参照

m	$p(n)$	输出
m=0	$\delta(n)$	$x(0)h(n)$
m=1	$\delta(n-1)$	$x(1)h(n-1)$
m=2	$\delta(n-2)$	$x(2)h(n-2)$
...	...	...
	$\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\delta(n-m)$	$\sum_{m=-\infty}^{+\infty}x(m)h(n-m)$

$$y(n)=x(n)*h(n)=\sum_{m=-\infty}^{+\infty}x(m)h(n-m) \tag{4}$$

由公式4可看出，序列输入系统的运算是卷积和。

1) 线性时不变系统的输入输出运算关系

$$y(n)=x(n)*h(n)$$

用卷积和运算描述系统输入输出关系的注意事项:

(1) 系统必须是线性时不变系统

(2) 所求输出为系统的零状态相应

2) 单位脉冲响应可以描述线型时不变系统的零状态响应特征