moyenne, alors $\frac{1}{\alpha} = 91 \iff \frac{1}{91} = 0.011 = \alpha$.

4. Si la variance est connue, avec : $\sigma = 5g$,

on considère la statistique de test :

$$T = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \underset{H_0}{\sim} \mathcal{N}(0,1).$$

On rejette H_0 lorsque $T > u$, avec u

le quantile d'ordre $1 - \alpha$ de la loi $\mathcal{N}(0.1)$.

On rejette si :

$$\overline{X} > \mu_0 + u \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\Rightarrow \overline{X} > 250 + u \times 1.44.$$

Lorsque la chaîne est déreglée, $\mu_1 = 253$ g.

On cherche β = risque de ne pas rejeter H_0 alors que H_0 est faux.

$$\beta = \mathbb{P}(\bar{X} < 250 + 1.44\,u \mid \mu = \mu_1).$$

Si la chaîne est déréglée, alors

$$\bar{X} \sim \mathcal{N}(253, 1.44).$$

Donc :

$$\beta = \mathbb{P}\left(\frac{\bar{X} - 253}{1.44} < \frac{-3}{1.44} + u \right)$$

$$= \mathbb{P}(Y < u - 2.08)$$

avec $Y \sim \mathcal{N}(0,1)$.

/!\ u dépend de α, β dépend donc de α.

Pour $\alpha = 5\%$, $\beta = \mathbb{P}(Y < -0.44) = 0.336$.

J : nombre de jours écoulés jusque détection du dérèglement.

β : ne pas remarquer le dérèglement.

$$\Rightarrow J \sim \mathcal{G}(1-\beta)$$

$$\Rightarrow \mathbb{E}(J) = \frac{1}{1-\beta}. \quad \text{si } \alpha = 5\%, \ \mathbb{E}(J) = 1.56.$$

On prend en moyenne 1 jour et demi à détecter un dérèglement si $\alpha = 5\%$.