ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

LABORATOIRE

ING150 GROUPE 04

PAR :

Benjamin Day DAYB90330301

Etienne Desrochers DESE28369801

24 Juillet 2024

Introduction

Dans le cadre du cours ING150, notre équipe a dû réaliser le laboratoire : « Statique dans le plan et dans l'espace ». Ce laboratoire nous permet d'appliquer la matière théorique vue en cours à travers une expérimentation pratique visant à confirmer les connaissances développées dans le cadre du cours. Ce dernier nous permet de travailler avec la première loi de Newton, l'objet au repos, dans un plan et dans l'espace. Ce rapport présentera les objectifs du laboratoire, les théories utilisées à la compréhension du laboratoire, nos mesures expérimentales, nos calculs de laboratoire et nos interprétations des résultats.

Objectif

L'objectif principal de cette démonstration pratique est de valider la première loi de Newton en utilisant deux montages, un dans le plan et un dans l'espace. La confirmation de cette loi à travers cette manipulation est cruciale puisqu'elle permet de démontrer concrètement les concepts théoriques appris en cours et fréquemment utilisés. La comparaison des grandeurs physiques mesurées et calculées permet d'apprécier l'importance de l'équilibre statique apprise tout au long de la première moitié de la session. De plus, cette approche nous a permis de mettre en pratique toute la matière apprise et la logique développée en classe.

Théorie

Phénomène physique ou chimique

Le phénomène physique principal démontré lors du laboratoire est la première loi de Newton, le principe d'inertie. Cette loi décrit que tout corps reste en repos ou en mouvement rectiligne uniforme à moins qu'une force extérieure soit appliquée sur celui-ci. Cette loi est représentée à travers les deux montages où plusieurs forces sont appliquées sur un point sans aucun mouvement ou translation. C'est à l'aide de la première loi de Newton que ce phénomène peut s'expliquer.

Hypothèse simplificatrice

Afin de simplifier le laboratoire, notre équipe a ignoré certaines spécificités physiques appliquées sur les montages. Premièrement, les forces appliquées sur notre montage sont considérées comme étant exercées sur un point précis. Deuxièmement, nous supposons que les fils utilisés dans les montages ne changent pas de taille sous les forces exercées par les poids et ont une masse négligeable. Troisièmement, notre équipe a choisi d'ignorer les forces de frottement des poulies et des anneaux puisque nous les jugeons insignifiantes. Et finalement, nous supposons que les montages sont en équilibre statique.

Interprétation des équations

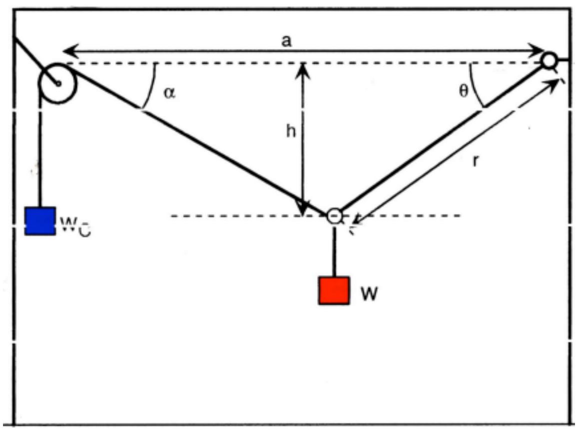
Les équations utilisées dans le laboratoire découlant de la première loi de Newton sont : $\Sigma_{fext} = \vec{0}$ et $\Sigma M = 0$. La somme de F représente l'entièreté des forces appliquées sur le montage. La somme des M représente l'entièreté des moments des forces exercés. Dans ce laboratoire, notre équipe utilise ces équations pour prouver l'équilibre statique des 2 montages.

Mesure expérimentale

Les mesures expérimentales faites lors du laboratoire ont été réalisées en utilisant des équipements précis et des pièces de montage différentes pour le 2D et le 3D. Pour effectuer les mesures, nous avons utilisé un ruban à mesurer avec une incertitude de 0,5 mm ainsi qu'un mètre avec la même incertitude. De plus, pour le montage du plan et de l'espace, nous avons utilisé des poulies, des anneaux, des fils ainsi que des poids. Toutefois, pour le montage expérimental dans l'espace, nous avons utilisé une barre en bois comme montré dans le diagramme du laboratoire.

Schéma du montage

Montage dans le plan



Montage dans l'espace

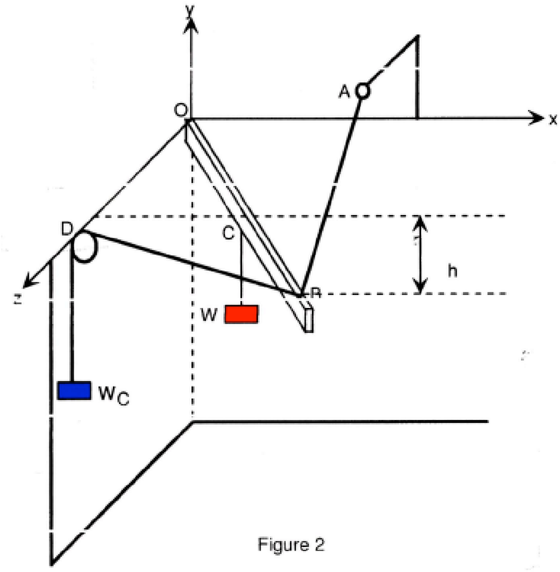


Figure 2

Description de la manipulation

Montage dans le plan:

Afin de construire le montage dans le plan, notre équipe a dû, premièrement, couper deux fils. Le premier a une longueur de 60 centimètres, représenté par la lettre r dans le diagramme du montage, et le deuxième a été coupé de façon à être assez long afin de pouvoir lui attacher un poids et le faire passer à travers la poulie. Nous avons ensuite attaché ces deux fils à l'anneau central à l'aide de nœuds et posé les poids aux endroits nécessaires. Au cours de l'expérimentation, nous avons modifié les charges du contrepoids et mesuré la hauteur (h) du montage.

Montage dans l'espace:

Pour construire le montage dans l'espace, nous avons débuté en coupant un fil d'une longueur de 60 centimètres pour rejoindre les points B et A du diagramme de montage. Nous avons ensuite coupé un deuxième fil afin qu'il soit assez long pour atteindre le point B et la poulie. Puis, nous avons lié ces fils à la barre de bois et aux points d'appui A, B ainsi qu'à la poulie D. Les poids ont été placés aux endroits décrits dans le diagramme de montage, et la charge du contrepoids a été augmentée après chaque lecture de la hauteur (h).

Montage dans le plan

Masse du contrepoids : mc (en g)	Hauteur h (en cm)
500	30
700	16.5
900	12.5

Montage dans l'espace

Masse du contrepoids : mc (en g)	Hauteur h (en cm)
500	23
700	17
900	13

Calcul de laboratoire

Dans le Plan

1- Données

Masse du contrepoids : **mc**	variable
Masse du poids :**m**	0.5kg
$T_{AC} = W_C = mc * 9.81$	mc*9.81
Distance entre le point B et C : **a**	1.05m
Distance entre le point A et B: **AB**	0.6m

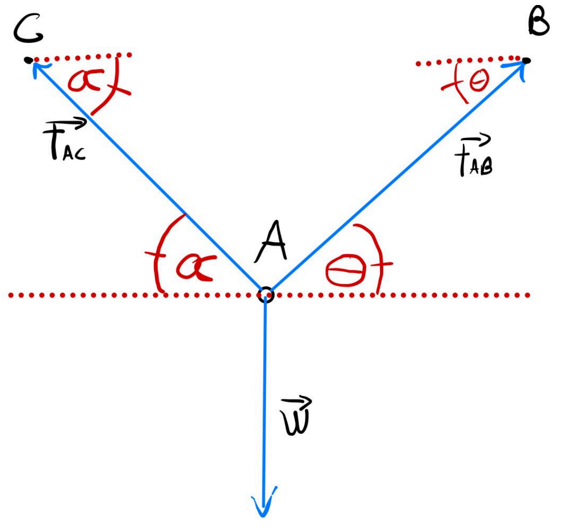
2- Question

Quelle sera la hauteur du point A?

3- Développement

1- Système : Anneau A

2- Diagramme de corps libre:



Équation d'équilibre des forces

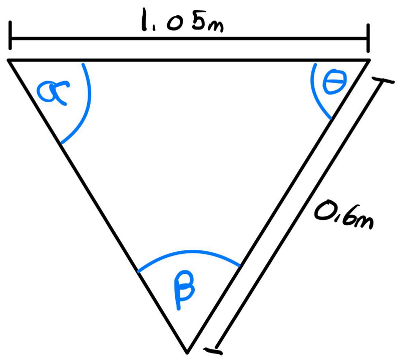
$$\Sigma_{fext} = \vec{0}$$

$$\vec{0} = \vec{T_{AB}} + \vec{T_{AC}} + \vec{W}$$
$$0 = T_{AB}x + T_{AC}x + Wx$$
$$0 = T_{AB}y + T_{AC}y + Wy$$
$$0 = T_{AB} \times cos(\theta) + T_{AC} \times cos(180 - \alpha)$$
$$0 = T_{AB} \times sin(\theta) + T_{AC} \times sin(180 - \alpha) - W$$

Nous avons trois inconnues : T_{AB} ,θ et α

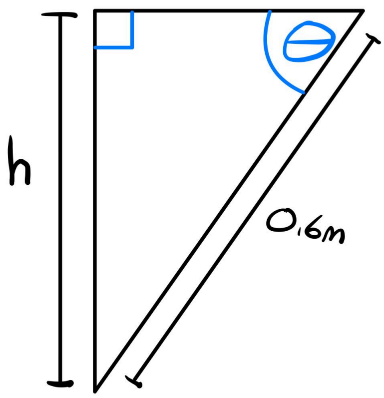
Relations géométriques

Lois des sinus



$$\frac{sin(\alpha)}{0.6} = \frac{sin(180 - \alpha - \theta)}{1.05}$$

Sinus



$$sin(\theta) = \frac{h}{0.6}$$
$$h = sin(\theta) \times 0.6$$

Résolution

Sur la TI nous pouvons faire une résolution

$$solve \begin{cases} 0 = T_{AB} \times cos(\theta) + T_{AC} \times cos(180 - \alpha) \\ 0 = T_{AB} \times sin(\theta) + T_{AC} \times sin(180 - \alpha) - W \\ \frac{sin(\alpha}{0.6} = \frac{sin(180 - \alpha - \theta}{1.05} \\ h = sin(\theta) \times 0.6 \end{cases}$$ [1]

[1] Pour des calculs plus détaillé voir en annexe Calcul dans le plan sur la ti

<u>Tableau des résultats</u>

Masse du contrepoids (kg)	h (cm)	θ (degré)	α (degré)	T_{AB} (N)
0.5	30.18	30.2	29.59	4.93
0.7	20.19	19.66	22.60	6.73
0.9	15.15	14.62	17.88	8.68

Calcul de la mesure d'incertitude

$$er = \frac{vm - vr}{vr}$$

$$er = \frac{30 - 30.18}{30.18}$$

$$er = -0.006$$

$$i = vm \times er$$

$$i = 30 \times -0.006$$

$$i = 0.18$$

<u>Tableau des résultats</u>

Masse du contrepoids (kg)	Valeur calculée	Valeur réelle	Erreur Relative	Incertitude
0.5	30.18	30	-0.006	0.18
0.7	20.19	16.5	0.224	4.51
0.9	15.15	12.5	0.212	3.212

Dans l’espace

1- Données

$$\vec{OA} = \begin{pmatrix} 0.80m \\ 0.05m \\ 0.24m \end{pmatrix} \qquad \vec{OB} = \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} \qquad \vec{OD} = \begin{pmatrix} 0m \\ 0m \\ 1m \end{pmatrix}$$

$$\left|\left|\vec{BA}\right|\right| = 0.6m \qquad \left|\left|\vec{OC}\right|\right| = 0.5m \qquad \left|\left|\vec{OB}\right|\right| = 0.8m$$

Masse du contrepoids = variable

masse du poids et de la règle: **m=**0.5kg + 0.125kg = 0.625kg

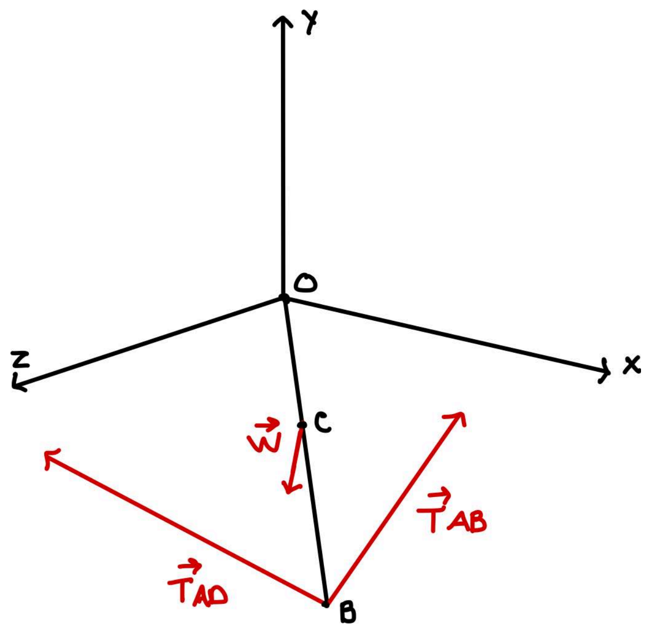
2- Question

Quelle sera la valeur de B_y? (B_y représente la hauteur du point B)

3- Développement:

1- <u>Système</u>: Règle

2- <u>Diagramme de corps libre:</u>



Relation entre les positions et les longueurs

$$\vec{AB} = norm(\vec{OA}\vec{OB})$$
$$\vec{OB} = norm(\vec{OB})$$
$$\vec{DB} = norm(\vec{OD} - \vec{OB})$$

Moments

$$\vec{M}_{O/\vec{R}} = \vec{0}$$
$$\vec{0} = \vec{M}_{O/\vec{T}_{AB}} + \vec{M}_{O/\vec{T}_{BD}} + \vec{M}_{O/\vec{W}}$$
$$\begin{cases} \vec{M}_{O/\vec{T}_{AB}} = \vec{OB} \times \vec{T}_{AB} \\ \vec{M}_{O/\vec{T}_{BD}} = \vec{OB} \times \vec{T}_{BD} \\ \vec{M}_{O/\vec{W}} = \vec{OC} \times \vec{W} \end{cases}$$

Résolution

Sur la TI nous pouvons faire une résolution

$$solve \begin{cases} \vec{AB} = norm(\vec{OA}\vec{OB}) \\ \vec{OB} = norm(\vec{OB}) \\ \vec{DB} = norm(\vec{OD} - \vec{OB}) \\ (M_{O/\vec{T}_{BD}})_y + (M_{O/\vec{T}_{AB}})_y + (M_{O/\vec{W}})_y \\ (M_{O/\vec{T}_{BD}})_z + (M_{O/\vec{T}_{AB}})_z + (M_{O/\vec{W}})_z \end{cases}$$ [2]

[2] Pour des calculs plus détaillé voir en annexe [Calcul dans l’espace sur la ti]

Tableau des résultats

Masse du contre poid(kg)	Hauteur B_y(cm)
0.5	24
0.7	17
0.9	12

Calcul de la mesure d'incertitude

$$er = \frac{vm - vr}{vr}$$
$$er = \frac{24 - 23}{23}$$
$$er = 0.043$$
$$i = vm \times er$$
$$i = 24 \times 0.043$$
$$i = 0.1, 043$$

Tableau des résultats

Masse du contrepoids (kg)	Valeur calculée	Valeur réelle	Erreur Relative	Incertitude
0.5	24	23	0.043	1.043
0.7	17	17	0	0
0.9	12	13	-0.076	0.92

Discussion des résultats

Dans le plan

Exemple de calcul

Pour trouver la hauteur (h) dans le montage de plan nous avons dû utiliser des relations mathématiques ainsi que plusieurs lois géométriques des triangles:

- Équation de l'équilibre des forces
- Loi des sinus

L'équation de l'équilibre des forces fait référence à la première loi de Newton qui stipule que si un objet est au repos la somme des forces est égales à 0 : $\Sigma_{fext} = \vec{0}$
Dans le laboratoire sur le montage dans le plan nous avons eu ceci comme équation d'équilibre des forces :

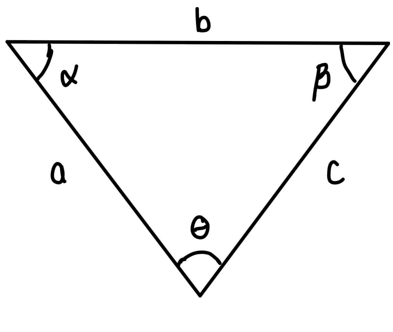
$$\vec{0} = \vec{T_{AB}} + \vec{T_{AC}} + \vec{W}$$

Cette équation est ensuite développée pour en créer deux autres, une équation pour les forces agissant sur l'axe des x et l'autre porte sur les forces agissant sur l'axe des y.

x: $$0 = T_{AB} \times cos(\theta) + T_{AC} \times cos(180 - \alpha)$$

y: $$0 = T_{AB} \times sin(\theta) + T_{AC} \times sin(180 - \alpha) - W$$

Afin de compléter ces équations, notre équipe a utilisé les lois des sinus pour trouver des équations pour trouver les angles manquants. La loi des sinus indique que dans n'importe quel triangle, les rapports entre la longueur d'un côté et le sinus de l'angle opposé sont égaux.



Par exemple, dans ce triangle, la loi des sinus indique que :

$$\frac{a}{sin(ß)} = \frac{b}{sin(\Theta)} = \frac{c}{sin(\alpha)}$$

Nous avons utilisé cet relation géométrique afin de trouver ces relations dans notre montage :

$$\frac{sin(\alpha)}{0.6} = \frac{sin(180 - \alpha - \theta)}{1.05}$$

$$sin(\theta) = \frac{h}{0.6}$$

Analyse des résultats

Tableau des résultats du montage dans le plan

Masse du contrepoids (kg)	Valeur calculée	Valeur réelle	Erreur Relative	Incertitude
0.5	30.18	30	-0.006	0.18
0.7	20.19	16.5	0.224	4.51
0.9	15.15	12.5	0.212	3.212

Le tableau nous permet de voir que lorsque la charge du contrepoids a été augmentée nos erreurs relatives sont assez importantes. Toutefois, les erreurs relatives de 21.2% et 22.4% peuvent être partiellement expliquées par l'outil utilisé pour faire la mesure. En effet, pour ce montage, notre équipe a utilisé un mètre avec une précision moindre au lieu d'utiliser un ruban à mesurer. De plus, il est possible que la longueur des fils coupés pour faire le montage n'était pas de la bonne mesure ce qui pourrait engendrer des écarts entre nos valeurs mesurées et les valeurs réelles.

Dans l'espace

Exemple de calcul

Afin de trouver la valeur calculée de la hauteur dans l'espace nous avons eu besoin d'utiliser les relations mathématiques suivantes:

- Norme
- Moment des forces

La norme est une relation mathématique qui nous permet de trouver une longueur selon des coordonnées. Par exemple si nous avons un câble attaché entre les points A et B, si le point A se trouve au point (0,0) et que le point B se trouve au point (3,4) nous pouvons déterminer la distance entre ces points avec la formule suivante:

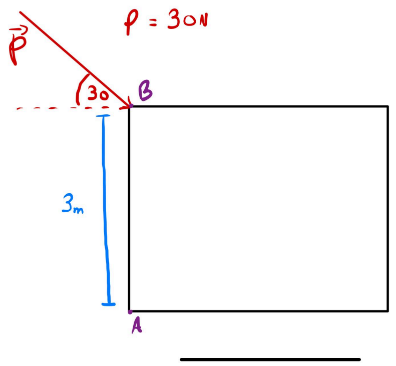
$$norme = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Dans notre cas cela nous donnerait :

$$norme = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$
$$= \sqrt{(3-0)^2 + (4-0)^2}$$
$$= \sqrt{(3)^2 + (4)^2}$$
$$= \sqrt{9 + 16}$$
$$= \sqrt{25}$$
$$norme = 5$$

Dans le cas de notre laboratoire nous connaisson des longueurs comme celle entre le point $\vec{OB} = 80cm$, $\vec{BA} = 60cm$ et $\vec{OC} = 50cm$ avec ceux-ci nous pouvons trouver des valeurs pour les coordonner. Bien que le principe à été démontré avec un plan sur 2 dimensions, dans l'espace la formule de la norme serait : $norme = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Pour compléter nos calculs nous avons besoin d'utiliser le moment des forces. Le moment des forces est un phénomène physique mesurable. Le moment est un résulat d'une force sur un point par exemples regardons le diagrammes suivant:



Dans ce diagramme nous pouvons voir qu'une force $\vec{P}$ de 30N est appliquée sur le point B du carré, le moment nous servira à trouver la force de rotation émis sur le point A du carrée. Pour déterminer la force de rotation sur le point A de la force $\vec{P}$ voici ce qu'il faut faire:

Moment B par rapport à A est la distance entre B et A vectorielle P

$$M_{B/A} = \vec{BA} \times \vec{P}$$
$$= \begin{pmatrix} AB_X \\ AB_Y \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} P \times cos(\theta_d) \\ P \times sin(\theta_d) \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ P \times AB_X \times sin(\theta_d) - P * AB_Y \times cos(\theta_d) \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 30 \times 0 \times sin(\ 270 + 30) - 30 * -3 \times cos(\ 270 + 30) \end{pmatrix}$$
$$\big(00 = -30 * -3 \times cos(300)\big)$$
$$= -30 * -3 \times cos(300)$$

$$= -1.9887\vec{k}Nm$$

Dans notre cas, on peut voir qu'au point A nous aurons une rotation horaire de 1.98887 newton selon l'axe des z.

Dans le cas du laboratoire nous allons utiliser la norme et le moment comme suit:

$$\vec{AB} = norm(\vec{OA} - \vec{OB})$$

$$\vec{OB} = norm(\vec{OB})$$

$$\vec{DB} = norm(\vec{OD} - \vec{OB})$$

$$(M_{O/\vec{T}_{BD}})_y + (M_{O/\vec{T}_{AB}})_y + (M_{O/\vec{W}})_y$$

$$(M_{O/\vec{T}_{BD}})_z + (M_{O/\vec{T}_{AB}})_z + (M_{O/\vec{W}})_z$$

Ces relations mathématiques nous permettront de trouver la valeur de By qui représente la hauteur du point B par rapport au montage[3].

Analyse des résultats

Tableau des résultats du montage dans l'espace

Masse du contrepoids (kg)	Valeur calculée	Valeur réelle	Erreur Relative	Incertitude
0.5	24	23	0.043	1.043
0.7	17	17	0	0
0.9	12	13	-0.076	0.92

Nous pouvons constater que dans le cas de l'espace nous avons des erreurs relativement basses qui vont de 0% à 7.6% ce qui est bas comparé au montage dans le plan. L'exactitude de ces mesures nous permet de valider nos valeurs calculée. Les sources d'erreur possible sont : un manque de justesse lors de la prise de mesures et un manque de niveau par rapport au plan. Ces erreurs auraient pu faire dévier nos mesures.

Conclusion

Les résultats obtenus lors de ce laboratoire nous ont permis de mettre en pratique les théories apprises pendant la session. Au cours de ce laboratoire, nous avons validé la première loi de Newton à travers un montage dans le plan ainsi que dans l'espace, nous permettant ainsi de voir de manière tangible l'équilibre des forces statiques dans un système complexe. Nous n'avons aucune proposition à faire pour améliorer la qualité du laboratoire avec le matériel existant.

[3] Pour voir les calculs aller voir Dans l'espace ou en annexe voir Calcul dans l'espace sur la ti

Remarque et hypothèse

Annexe

Calcul dans le plan sur la ti

$\mathbf{w}:=9.81\cdot 0.5 \blacktriangleright 4.905$

$\mathbf{fac}:=9.81\cdot \mathbf{m}\cdot\begin{bmatrix}-\cos(\alpha) & \sin(\alpha)\end{bmatrix}$
$\blacktriangleright \begin{bmatrix}-8.829\cdot\cos(\alpha) & 8.829\cdot\sin(\alpha)\end{bmatrix}$

$\mathbf{m}:=0.9 \blacktriangleright 0.9$

$\mathbf{r}:=0.6 \blacktriangleright 0.6$

$\mathbf{a}:=1.05 \blacktriangleright 1.05$

$\mathbf{fab}:=fa\cdot\begin{bmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\end{bmatrix} \blacktriangleright \begin{bmatrix}fa\cdot\cos(\theta) & fa\cdot\sin(\theta)\end{bmatrix}$

$$\text{solve}\left(\begin{cases}\mathbf{fab}[1,1]=-\mathbf{fac}[1,1]\\ \mathbf{w}=\mathbf{fab}[1,2]+\mathbf{fac}[1,2]\\ h=\sin(\theta)\cdot\mathbf{r}\\ \dfrac{0.6}{\sin(\alpha)}=\dfrac{1.05}{\sin(180-\alpha-\theta)}\end{cases},h,\theta,\alpha,fa\right)$$

$\blacktriangleright$ $h=0.151526$ and $fa=8.68363$ and $\alpha=17.8888$ and $\theta=14.628$⚠

Calcul dans l’espace sur la ti

$\mathbf{a}:=[0.8 \quad 0.05 \quad 0.2] \blacktriangleright [0.8 \quad 0.05 \quad 0.2]$

$\mathbf{d}:=[0 \quad 0 \quad 0.97] \blacktriangleright [0 \quad 0 \quad 0.97]$

$\mathbf{ba}:=0.6 \blacktriangleright 0.6$

$\mathbf{wr}:=0.125 \blacktriangleright 0.125$

$\mathbf{w}:=(0.5+\mathbf{wr})\cdot 9.81 \blacktriangleright 6.13125$

$\mathbf{oc}:=0.5 \blacktriangleright 0.5$

$\mathbf{ob}:=0.8 \blacktriangleright 0.8$

$\mathbf{b}:=[bx \quad by \quad bz] \blacktriangleright [bx \quad by \quad bz]$

$\mathbf{vtba}:=tba\cdot \mathrm{unitV}(\mathbf{a}-\mathbf{b})$

$\mathbf{vtbd}:=9.81\cdot \mathbf{m}\cdot \mathrm{unitV}(\mathbf{d}-\mathbf{b})$

$\mathbf{motba}:=\mathrm{crossP}(\mathbf{b},\mathbf{vtba})$

$\mathbf{motbd}:=\mathrm{crossP}(\mathbf{b},\mathbf{vtbd})$

$$\blacktriangleright \left[\frac{6.75615\cdot by}{\sqrt{bx^2+by^2+(bz-0.97)^2}} \quad \frac{^{-}6.75615\cdot bx}{\sqrt{bx^2+by^2+(bz-0.97)^2}} \quad 0.\right]$$ ⚠

$\mathbf{c}:=[0.5\cdot \cos(50) \quad cy \quad 0.5\cdot \sin(40)] \blacktriangleright [0.321394 \quad cy \quad 0.321394]$

$\mathbf{mow}:=\mathrm{crossP}(\mathbf{c},[0 \quad \mathbf{w} \quad 0]) \blacktriangleright [^{-}1.97055 \quad 0. \quad 1.97055]$

$\mathbf{m}:=0.71 \blacktriangleright 0.71$

$$\mathrm{solve}\left(\begin{cases}\mathbf{ba}=\mathrm{norm}(\mathbf{a}-\mathbf{b})\\ \mathrm{norm}(\mathbf{b})=\mathbf{ob}\\ bd=\mathrm{norm}(\mathbf{d}-\mathbf{b})\\ 0=\mathbf{motba}[1,2]+\mathbf{motbd}[1,2]+\mathbf{mow}[1,2]\\ 0=\mathbf{motba}[1,3]+\mathbf{motbd}[1,3]+\mathbf{mow}[1,3]\end{cases},bx=0.1,by=0.5,bz=0.1,tba=0.1,bd=0.1\right)$$

$\blacktriangleright$ $bd=0.590573$ and $bx=0.428379$ and $by=0.230478$ and $bz=0.635115$ and $tba=6.912$ ⚠