# Étude comparative des techniques de filtrage non-linéaire appliquées à la localisation 2D d'un véhicule en temps réel

Comparative study of non-linear filtering techniques applied to real time 2D vehicle positioning

#### Cyril Joly<sup>1</sup>, David Bétaille<sup>2</sup> et François Peyret<sup>2</sup>

<sup>1</sup>École Centrale de Nantes – IRCCyN, France <sup>2</sup>Laboratoire Central des Ponts et Chaussées – Nantes, France cyril.joly@sophia.inria.fr, david.betaille@lcpc.fr, francois.peyret@lcpc.fr

#### Manuscrit reçu le 12 octobre 2006

#### Résumé et mots clés

Étude comparative des techniques de filtrage non-linéaire appliquées à la localisation 2D d'un véhicule en temps réel. Le contexte général des travaux rapportés dans cet article concerne la localisation de véhicules dans les systèmes d'aide à la conduite (ADAS), où les fonctionnalités de navigation, d'aide à la conduite et de coopération avec l'infrastructure seront bien plus avancées qu'aujourd'hui. Pour ces applications, la localisation vise une précision métrique, y compris en milieu urbain, où l'on connaît toute la difficulté de se positionner par satellites. Pour ce faire, les véhicules sont dotés de capteurs dont les mesures doivent être fusionnées avec le GPS. L'approche présentée ici apporte une solution originale au problème de l'initialisation du positionnement, sans autre capteur qu'un odomètre et un gyromètre de cap (en plus du récepteur GPS). Un filtre de Kalman étendu, quatre filtres de Kalman parallèles, un filtre sans parfum, et un filtre particulaire sont implémentés, en temps réel, et les auteurs les comparent sous l'angle de leur robustesse, notamment lorsque le cap initial est inconnu.

Fusion de données, capteurs proprioceptifs, GPS, localisation, filtrage de Kalman, filtrage particulaire.

#### Abstract and key words

Comparative study of non-linear filtering techniques applied to real time 2D vehicle positioning. The general framework of the research investigations undertaken here concerns the positioning of vehicles for intelligent advanced driver assistance systems (ADAS). The functions foreseen in such applications, like navigation, driving assistance and cooperation with infrastructure will be much more advanced than what they are at present. For these applications, positioning requirement in term of accuracy is less that 1 meter, including in urban environment where one knows the limitations of satellites receivers. To do so, vehicles are equipped with additional sensors to be fused with GPS positions. The approach reported in this article deals with the problem of initialising the positioning filter, with nothing else than an odometer and a turn-rate gyroscope (in addition to the GPS receiver). An extended Kalman filter, four parallel Kalman filters, an unscented filter and a particle filter have been implemented, in real time, and their robustness is compared by the authors, particularly when the initial heading is unknown.

Data fusion, proprioceptive sensors, GPS, localisation, Kalman filter, particle filter.



### 1. Introduction

Dans le cadre de projets européens du programme e-SAFETY tels CVIS (Cooperative Vehicle Infrastructure Systems) ou encore dans le cadre de GIROADS (Galileo Introduction in the Road Sector), le LCPC s'intéresse à la localisation « précise » des véhicules routiers. Ce sujet intéresse de nombreux laboratoires et universités dans le monde, ainsi que les industriels automobiles.

La localisation s'effectue classiquement au moyen de capteurs de deux types:

- les **capteurs extéroceptifs** délivrent une information de position en s'aidant d'éléments extérieurs aux véhicules. Ceux-ci peuvent être des balises ou encore des satellites. Le capteur extéroceptif le plus utilisé en navigation routière est le **récepteur GNSS (Global Navigation Satellite System)**, qui peut recevoir les signaux des satellites américains (GPS), russes (GLONASS) et européens à terme (GALILEO).
- les capteurs proprioceptifs délivrent une information pouvant servir à calculer une position s'appuyant uniquement sur des mesures effectuées au sein du véhicule. Des exemples classiques de capteurs proprioceptifs sont les gyromètres, les accéléromètres ou encore les odomètres (codeurs montés sur les roues ou en sortie de boîte de vitesse par exemple). La navigation avec ce type de capteurs est couramment qualifiée de «navigation à l'estime ».

Après une brève description de la navigation par GPS, puis de la navigation à l'estime, on montrera tout l'intérêt de leur fusion. Pour ce faire, et après que toutes les données en présence aient été dûment caractérisées, différentes techniques de filtrage s'appliquent, qu'elles soient de type Kalman, à particules ou à erreur bornée (pour un rappel de ces différentes approches, le lecteur pourra se référer à [4]). Le présent article rappelle la fusion par filtrage de Kalman mais s'attache plutôt à montrer l'intérêt d'autres filtres (Kalman en parallèle, sans parfum, et particulaire), notamment à l'initialisation du processus de navigation.

On note enfin que le couplage dit «serré» ([1, 11, 12, 30]) entre GNSS et capteurs proprioceptifs n'est pas étudié ici, vu qu'on ne dispose pas des pseudo-distances a priori, mais d'un récepteur GPS grand public très standard. En conséquence, l'espace d'état sera constitué directement de la position à estimer (à la manière de [3, 20]).

# 2. Intérêt de la fusion pour la navigation

#### 2.1 La navigation à l'estime

De manière générale, la navigation est un problème en 3 dimensions. Ainsi, une centrale inertielle (contenant 3 accéléromètres

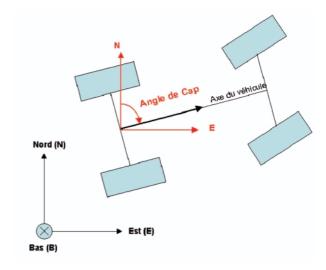


Figure 1. Modèle cinématique utilisé.

et 3 gyromètres) calcule la position et l'attitude par intégration des mesures au moyen des **équations de mécanisation** ([1, 12, 30]). L'avantage de cette méthode est de fournir un positionnement 3D disponible sans interruption. Néanmoins, sa précision à long terme est très limitée, les accéléromètres fournissant la dérivée seconde de la position. Leurs signaux étant en général assez bruités (notamment pour les capteurs bas-coût et moyencoût), leur double-intégration pose problème.

En simplifiant le problème aux 2 dimensions planes, il devient possible de naviguer à l'estime au moyen de plusieurs odomètres, ou d'un odomètre et d'un gyromètre de cap, et d'un modèle cinématique du véhicule ([26, 27]). On va chercher sa position dans un plan tangent à l'ellipsoïde terrestre (selon les axes Nord et Est) et son orientation (angle de cap). La figure 1 illustre le modèle cinématique utilisé.

En odométrie pure, la demi-somme de la vitesse de rotation des deux roues (multipliée par leur rayon) donne la norme de la vitesse. La demi-différence de rotation des roues (multipliée par le rayon et l'inverse de la longueur d'essieu arrière) donne la vitesse de rotation. Ces vitesses peuvent ensuite être intégrées pour obtenir une position (voir [25]).

Il est également possible d'utiliser un seul odomètre donnant la vitesse moyenne des roues. Dans ce cas, l'information d'orientation est perdue. Il est alors nécessaire d'utiliser un gyromètre (fournissant la vitesse angulaire) pour obtenir l'angle de cap. La navigation par odométrie a l'avantage d'être peu coûteuse (les capteurs ABS des véhicules modernes sont des odomètres), précise à court terme et facile à implémenter. De plus, elle est disponible tout le temps. Par contre, sa précision à long terme est limitée, à cause des dérives, patinages des roues, glissements, et autres: l'intégration des mesures d'angle et de distance accumule les erreurs avec le temps.



#### 2.2 La navigation par GPS

La navigation par satellites est basée sur la mesure par le récepteur de sa distance aux satellites.

$$\rho_i^j \equiv c\Delta t_i^j = R_i^j \tag{1}$$

Dans l'équation 1, l'indice i désigne le récepteur i et l'exposant j désigne le satellite j. La variable  $\rho_i^j$  est appelée pseudo-distance : il s'agit de la distance **mesurée** entre le récepteur i et le satellite j: en réalité, un décalage temporel  $\Delta t_i^j$  multiplié par la célérité de la lumière.  $R_i^j$  est la véritable distance entre le récepteur i et le satellite j; elle est directement liée aux 3 coordonnées spatiales du récepteur (inconnues) et aux coordonnées du satellite (connues). Ainsi, d'après l'équation 1, seuls trois satellites seraient nécessaires pour obtenir la position du récepteur.

Mais l'équation 1 n'est jamais vérifiée en pratique. En effet, les horloges des satellites ne sont pas parfaitement synchronisées avec le temps GPS. Il existe un décalage  $dt^j$ . Il en est de même pour le récepteur dont l'horloge est décalée de  $dt_i$ . Ces considérations aboutissent au modèle suivant:

$$\rho_i^j = R_i^j + c \left( dt_i - dt^j \right) \tag{2}$$

Dans l'équation 2, la pseudo-distance mesurée s'écrit comme la véritable distance additionnée à un terme dépendant des décalages d'horloges. Les horloges embarquées dans les satellites étant des horloges atomiques de très grande précision, les erreurs  $dt^j$  sont modélisées. En revanche, les horloges des récepteurs sont de «simples quartz». L'erreur  $dt_i$  est donc conséquente et doit être considérée comme une inconnue. En conséquence, nous avons 4 inconnues à évaluer pour un récepteur GPS (3 inconnues de position et un terme d'horloge). Il faut donc disposer de 4 équations au moins. Chaque satellite visible permet d'apporter une équation de type 2. Il faut donc 4 satellites au moins pour positionner un véhicule avec un récepteur GPS.

Le modèle présenté dans l'équation 2 est encore très incomplet. Il existe notamment des erreurs dues à la propagation des ondes dans l'atmosphère. Plus de détails pourront être trouvés dans les ouvrages de référence ([8, 9, 14]).

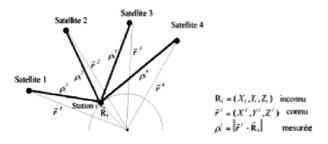


Figure 2. Le mode naturel en GPS (source [9]).

Néanmoins, ce modèle permet d'appréhender correctement le fonctionnement des récepteurs GPS. La figure 2 illustre ce fonctionnement.

De plus, il existe des «augmentations» du GPS classique, permettant d'améliorer la précision : EGNOS en Europe, WAAS en Amérique... Il s'agit de systèmes envoyant des corrections aux récepteurs (celles-ci sont calculées grâce à un réseau de stations au sol).

Au final, on retiendra que la navigation par GPS possède de nombreux avantages. Elle nécessite 4 satellites en vue, ce qui est toujours assuré (en zone dégagée) de part la constellation GPS. De plus, la précision ne se dégrade pas avec le temps (contrairement à l'intégration de mesures inertielles): elle est de l'ordre de quelques mètres en zone dégagée. Elle peut se dégrader légèrement suivant la géométrie de la constellation (satellites trop bas sur la ligne d'horizon). En revanche, les signaux GPS sont très perturbés en milieu urbain. La présence de bâtiments réduit le nombre de satellites visibles, ce qui rend la navigation délicate (voire impossible dans certains cas) en milieu urbain, et peut occasionner de plus des trajets multiples des signaux qui peuvent dégrader significativement la précision.

#### 2.3 Problématique de fusion de données

Les principes fondamentaux de la navigation inertielle et de la navigation par GPS étant posés, il s'avère que leurs avantages et inconvénients sont complémentaires. La navigation à l'estime est tout le temps disponible, ce qui n'est pas le cas de la navigation GPS. En revanche, la précision à long terme de la navigation à l'estime pose problème, ce qui n'est pas le cas du système GPS.

En conséquence, l'utilisation combinée des deux types de capteurs dans un même véhicule paraît intéressante, et ceci dans le but d'exploiter les avantages de tous les capteurs en réduisant les effets des inconvénients de ceux-ci. Le but de cette fusion est d'obtenir la position et l'orientation du véhicule de manière plus précise et sans interruption.

## 3. Modèle cinématique 2D

Cette section présente en détail le modèle 2D utilisé. Il s'agit des équations permettant la navigation à l'estime et qui seront utilisées pour tous les filtres comparés. La première partie de cette section présente les capteurs utilisés, ainsi que le repère de projection. Les équations utilisées sont décrites dans la deuxième partie de cette section.

#### 3.1 Capteurs et repères de navigation

Les capteurs utilisés pour la navigation purement inertielle 2D sont au nombre de 2: un gyromètre et un odomètre.



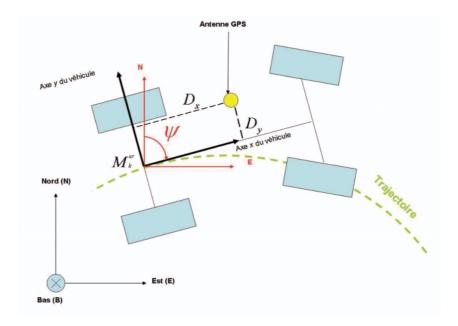


Figure 3. Schéma du véhicule.

- 1. Le gyromètre utilisé pendant les essais est un gyromètre KVH *E-Core 2100* cadencé à 10 Hz.
- 2. L'odomètre fonctionne sur le principe de la roue codeuse et envoie une impulsion à chaque fois que les roues arrière ont parcouru la distance de 19,54 cm.

Enfin, un capteur extéroceptif est utilisé afin de limiter les risques de dérive: il s'agit d'un récepteur GPS-EGNOS. Celui-ci nous donne une information de position dans un système de référence géographique (qui sera projetée dans le repère 2D utilisé).

La navigation 2D impose de choisir un repère de projection pour l'écriture des équations. Etant donné que les expérimentations menées se déroulent en France, le repère Lambert 93 est adapté à nos besoins. Ses axes sont orientés vers le Nord et vers l'Est.

#### 3.2 Modèle cinématique

Cette partie présente le modèle utilisé avec les équations permettant d'effectuer la navigation dans un repère 2D, en utilisant uniquement la distance parcourue par les roues arrière et un gyromètre de cap. Dans un premier temps, les équations cinématiques générales sont présentées sans tenir compte de l'utilisation de capteurs. Les équations utilisées avec un gyromètre et un odomètre seront ensuite déduites. Ceci permettra d'aboutir à l'équation d'évolution utilisée dans les filtres (commandée par l'odomètre et le gyromètre).

#### 3.2.1 Équations générales

Les équations cinématiques permettant d'obtenir la position d'un véhicule sont ici présentée. Un schéma du véhicule est présenté sur la figure 3.

Les notations employées sont:

- $M_k^{ar}$ : centre de l'essieu arrière à l'instant k.
- $N_k^{ar}$  (resp.  $E_k^{ar}$ ): coordonnées du point  $M_k^{ar}$  selon l'axe Lambert 93 dirigé vers le Nord (resp. Est).
- $M_k$ : position de l'antenne GPS à l'instant k.
- $N_k$  (resp.  $E_k$ ): coordonnées du point  $M_k$  selon l'axe Lambert 93 dirigé vers le Nord (resp. Est).
- $\psi_k$ : angle de cap (entre l'axe N du repère et l'axe du véhicule)

Pour des raisons pratiques, la position de l'antenne GPS sera estimée (la référence de l'expérimentation est la position de l'antenne). Le calcul de cette position passe d'abord par le calcul de la position du centre de l'essieu arrière.

 $M_{k+1}^{ar}$  et  $\psi_{k+1}$  se déduisent de  $M_k^{ar}$  et  $\psi_k$  avec :

- $ds_{k+1}$ : distance **réelle** parcourue par le véhicule entre les instants k et k+1 (longueur de l'arc de cercle parcouru).
- $d\psi_{k+1}$ : angle **réel** dont a tourné le véhicule entre les instants k et k+1. Cet angle est compté positivement du Nord vers l'Est.
- la trajectoire: celle-ci sera un **arc de cercle** ou une **ligne droite**. Le rayon de courbure est donc constant entre les instants k et k+1.

Par ailleurs, il est supposé que le centre de rotation instantané du véhicule est aligné avec l'axe des roues arrière: le vecteur vitesse au point  $M_k^{ar}$  est tangent à l'axe du véhicule. On supposera par ailleurs que l'axe longitudinal du véhicule est tangent à la trajectoire.

La figure 4 présente la trajectoire du véhicule entre les points  $M_k^{ar}$  et  $M_{k+1}^{ar}$ .

Les coordonnées du point  $M_{k+1}^{ar}$  s'écrivent:

$$\begin{cases} N_{k+1}^{ar} = N_k^{ar} + d\cos(\psi_k + \beta) \\ E_{k+1}^{ar} = E_k^{ar} + d\sin(\psi_k + \beta) \end{cases}$$
(3)

5

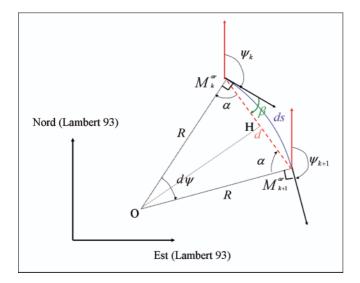


Figure 4. Trajectoire du véhicule et éléments géométriques.

où d est la distance entre les points  $M_k^{ar}$  et  $M_{k+1}^{ar}$  (norme euclidienne) et  $\beta$  défini sur la figure 4.

L'angle de cap s'obtient avec l'équation suivante :

$$\psi_{k+1} - \psi_k = d\psi_{k+1} \tag{4}$$

Des considérations géométriques permettent d'exprimer d et  $\beta$  en fonction des données ([15]):

$$\begin{cases} d = ds_{k+1} \cdot \operatorname{sinc} \left( d\psi_{k+1} / 2 \right) \\ \beta = \frac{d\psi_{k+1}}{2} \end{cases}$$
 (5)

où sinc désigne la fonction «sinus cardinal».

Au final, les équations d'évolution de la position des roues arrière et de l'orientation sont:

$$N_{k+1}^{ar} = N_k^{ar} + ds_{k+1} \cdot \operatorname{sinc}\left(\frac{d\psi_{k+1}}{2}\right) \cos\left(\psi_k + \frac{d\psi_{k+1}}{2}\right)$$

$$E_{k+1}^{ar} = E_k^{ar} + ds_{k+1} \cdot \operatorname{sinc}\left(\frac{d\psi_{k+1}}{2}\right) \sin\left(\psi_k + \frac{d\psi_{k+1}}{2}\right)$$

$$\psi_{k+1} = \psi_k + d\psi_{k+1}$$

Il est facilement vérifiable que l'équation 6 est bien correcte dans le cas d'un déplacement en ligne droite ( $d\psi_k=0$ ).

Le système d'équation 6 permet de calculer la position du centre de l'essieu arrière du véhicule et l'angle de cap. L'antenne GPS n'est pas positionnée sur ce point (cf. figure 3). Sa position vérifie les équations suivantes, qui expriment l'effet bien connu du bras de levier:

$$\begin{cases} N_k = N_k^{ar} + D_x \cos \psi_k - D_y \sin \psi_k \\ E_k = E_k^{ar} + D_x \sin \psi_k + D_y \cos \psi_k \end{cases}$$
(7)

Tous calculs faits, le système 6 devient :

$$\begin{cases} N_{k+1} = N_k + ds_{k+1} \cdot \operatorname{sinc}\left(\frac{d\psi_{k+1}}{2}\right) \cos\left(\psi_k + \frac{d\psi_{k+1}}{2}\right) \\ + D_x \left(\cos\left(\psi_k + d\psi_{k+1}\right) - \cos\psi_k\right) - D_y \left(\sin\left(\psi_k + d\psi_{k+1}\right) - \sin\psi_k\right) \\ E_{k+1} = E_k + ds_{k+1} \cdot \operatorname{sinc}\left(\frac{d\psi_{k+1}}{2}\right) \sin\left(\psi_k + \frac{d\psi_{k+1}}{2}\right) \\ + D_x \left(\sin\left(\psi_k + d\psi_{k+1}\right) - \sin\psi_k\right) + D_y \left(\cos\left(\psi_k + d\psi_{k+1}\right) - \cos\psi_k\right) \\ \psi_{k+1} = \psi_k + d\psi_{k+1} \end{cases}$$

$$(8)$$

Au final, le système 8, peut s'écrire:

$$X_{k+1} = f\left(X_k, U_{k+1}^{Vrai}\right) \tag{9}$$

avec:

$$X_{k} = \begin{bmatrix} N_{k} \\ E_{k} \\ \psi_{k} \end{bmatrix} \text{ et } U_{k+1}^{Vrai} = \begin{bmatrix} ds_{k+1} \\ d\psi_{k+1} \end{bmatrix}$$
 (10)

où f est une fonction non linéaire permettant de retrouver le système 8.

Le système 8 correspond au cas où le véhicule évolue à rayon de courbure constant entre les instants k et k+1. En réalité, cette hypothèse n'est pas vérifiée et les deux premières équations du système 8 ne correspondent pas exactement à la réalité. L'erreur commise par l'utilisation de la première équation est notée  $\delta N_{k+1}$ , et l'erreur commise avec la seconde équation est notée  $\delta E_{k+1}$  (la troisième équation est exacte).

L'évolution réelle de l'état s'écrit donc :

$$X_{k+1} = f\left(X_k, U_{k+1}^{Vrai}\right) + I_{3\times 2} \cdot \nu_{k+1}^{Mod}$$
(11)

avec

(6)

$$I_{3\times 2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ et } \nu_{k+1}^{Mod} = \begin{bmatrix} \delta N_{k+1} \\ \delta E \psi_{k+1} \end{bmatrix}$$
 (12)

#### 3.2.2 Application avec des capteurs

L'application de l'équation 12 fait appel aux véritables incréments d'angle et de position du véhicule entre les instants k et k+1, incréments inconnus en réalité. Néanmoins, il est possible d'en avoir une estimation grâce au gyromètre et à l'odomètre.

L'incrément d'angle fourni par le gyromètre (noté  $d\psi_{k+1}^{Gyro}$ ) est obtenu en supposant que le véhicule évolue à vitesse de rotation constante entre les instants k et k+1 (ce qui n'est pas une hypothèse fausse étant donné que le gyromètre donne des informations toutes les  $0.1 \, \mathrm{s} \, (10 \, \mathrm{Hz})$ , ce qui est supérieur à la dynamique angulaire normale du véhicule):



$$d\psi_{k+1}^{Gyro} = \omega_{k+1}^{Gyro} \Delta t_{k+1} \tag{13}$$

où  $\Delta t_{k+1}$  est le temps écoulé entre les instants k et k+1 (supposé parfaitement connu, mais qui peut varier légèrement en fonction de l'arrivée des mesures).

L'incrément de distance fourni par l'odomètre (noté  $ds_{k+1}^{Odo}$ ) est obtenu en comptant le nombre d'impulsions entre les instants ket k+1 puis en les multipliant par le pas de l'odomètre (19,54 cm).

Mais les valeurs obtenues avec le gyromètre et l'odomètre sont entachées d'erreurs. On a alors:

$$\begin{cases}
d\psi_{k+1}^{Gyro} = d\psi_{k+1} + \nu_{k+1}^{Gyro} \\
ds_{k+1}^{Odo} = ds_{k+1} + \nu_{k+1}^{Odo}
\end{cases}$$
(14)

où  $d\psi_{k+1}$  et  $ds_{k+1}$  sont les vrais incréments d'angle et de rotation (tels que définis dans l'équation 6).  $\nu_{k+1}^{Gyro}$  et  $\nu_{k+1}^{Odo}$  sont les erreurs de mesures du gyromètre et de l'odomètre.

L'équation 14 peut s'écrire:

$$U_{k+1} = U_{k+1}^{Vrai} + \nu_{k+1}^{U} \tag{15}$$

avec



$$U_{k+1} = \begin{bmatrix} ds_{k+1}^{Odo} \\ dw_{k+1}^{Oyro} \end{bmatrix} \text{ et } v_{k+1}^{U} = \begin{bmatrix} v_{k+1}^{Odo} \\ v_{k+1}^{Oyro} \end{bmatrix}$$

$$(16)$$

On peut finalement récrire l'équation 11 en faisant intervenir le vecteur de commande  $U_{k+1}$  (composé des mesures de l'odomètre et du gyromètre):

$$X_{k+1} = f\left(X_k, U_{k+1} - \nu_{k+1}^U\right) + I_{3\times 2} \cdot \nu_{k+1}^{Mod}$$
(17)

L'équation 17 est l'équation d'évolution qui sera utilisée dans tous les filtres.

### 4. Trois variantes du filtre de Kalman

Cette section présente les trois filtres de Kalman testés dans le cadre de cet article pour fusionner les données de navigation à l'estime et les points GPS. Les trois premiers paragraphes présentent les bases utilisées pour ces filtres (vecteur d'état utilisé, équations d'évolution et équation de mesure). Les trois paragraphes suivants, quant à eux, s'attachent à décrire les trois algorithmes basés sur le filtre de Kalman:

- le filtre de Kalman étendu (basé sur la linéarisation des équations)
- 4 filtres de Kalman étendus en parallèle (pour «tester» plusieurs domaines de linéarisation)

- le filtre de Kalman sans parfum (basé sur un échantillonnage déterministe).

#### 4.1 Vecteur d'état et vecteur d'entrée

Les vecteurs d'état et d'entrée pour les équations d'évolution, en référence à la modélisation cinématique, s'écrivent respectivement:

$$X_k = \begin{bmatrix} N_k \\ E_k \\ \psi_k \end{bmatrix} \tag{18}$$

$$U_k = \begin{bmatrix} ds_k^{Odo} \\ d\psi_k^{Gyro} \end{bmatrix}$$
 (19)

Les solutions GPS seront utilisées dans le vecteur de mesure. Ce vecteur, noté  $Y_k$  s'écrit:

$$Y_k = \begin{bmatrix} N_k^{GPS} \\ E_k^{GPS} \end{bmatrix} \tag{20}$$

Le vecteur  $Y_k$  contient une mesure directe des deux premières composantes du vecteur d'état.

Une partie des données est donc traitée comme commandes en prédiction, l'autre comme mesures en correction, à la manière par exemple de [2, 6].

#### 4.2 Équation d'évolution

L'évolution de l'état est donnée par l'équation du modèle cinématique 17.

Pour pouvoir appliquer un filtre de Kalman, le vecteur aléatoire  $\nu_{k+1}^U$  est considéré comme **centré, blanc et gaussien**<sup>1</sup> et de matrice de variances-covariances  $Q_{k+1}^U$ .

Le vecteur  $\nu_{k+1}^{Mod}$  représente l'erreur due au modèle. C'est aussi une variable aléatoire supposée gaussienne et centrée, caractérisée par sa matrice de variances-covariances  $Q_{k+1}^{Mod}$ .

L'équation 17 pourra être utilisée telle quelle avec le filtre de Kalman sans parfum (cf. section 4.6.2).

En revanche, cette équation ne peut pas être utilisée directement avec le filtre de Kalman étendu en raison des non linéarités vis à vis du vecteur de bruits. En effet, L'équation de prédiction d'un filtre de Kalman étendu doit faire apparaître un vecteur de bruit additif (ou additif et multiplié par une matrice<sup>2</sup>). Or, l'équation 17 fait intervenir le vecteur aléatoire  $\nu_{k+1}^U$  de façon non linéaire. Pour aboutir à une formulation compatible avec le

<sup>1.</sup> Hypothèse fausse pour l'odomètre.

<sup>2.</sup> La matrice en facteur peut dépendre de l'état.

filtre de Kalman étendu, nous allons linéariser l'équation 17 en supposant les **erreurs de mesure des capteurs faibles**. On a donc :

$$X_{k+1|k} = f\left(X_{k}, U_{k+1} - \nu_{k+1}^{U}\right) + \nu_{k+1}^{Mod}$$

$$\approx f\left(X_{k}, U_{k+1}\right) + \left[J_{k}^{U}\left(X_{k}, U_{k+1}\right) \quad I_{3\times 2}\right] \cdot \begin{bmatrix} -\nu_{k+1}^{U} \\ \nu_{k+1}^{Mod} \end{bmatrix}$$
(21)

en notant  $J_k^U(X_k, U_{k+1})$  la matrice Jacobienne de f(x, u) par rapport à u.

L'équation 21 respecte bien les conditions qu'une équation de prédiction doit vérifier pour le filtrage de Kalman étendu. En effet, tous les termes stochastiques interviennent désormais de manière linéaire (même si la matrice en facteur dépend de l'état). Par ailleurs, la fonction f est non linéaire par rapport à l'état et au vecteur d'entrée, ce qui ne pose pas de problème pour un EKF.

#### 4.3 Équation de mesure

On suppose qu'à l'instant k le GPS nous fournit la position réelle de l'antenne, entachée d'un bruit blanc gaussien centré (noté  $\nu_k^{GPS}$ ) de matrice de variances-covariances  $R_k$ .

L'équation de mesure est donc linéaire et s'écrit:

$$Y_k = HX_k + \nu_k^{GPS} \tag{22}$$

avec:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{23}$$

Les équations 22 et 23 seront utilisées pour les trois filtres de Kalman implémentés.

#### 4.4 Fonctionnement du filtre de Kalman étendu

Les capteurs fonctionnent de manière asynchrone. Aussi se propose-t-on d'échantillonner à chaque mesure du gyromètre et à chaque solution de navigation GPS.

Soit  $t_k$  le dernier instant où une solution a été calculée. L'instant  $t_{k+1}$  est le moment de l'arrivée de la prochaine mesure du gyromètre ou du GPS. Deux cas se présentent:

#### 1. Arrivée d'une mesure du gyromètre à la date $t_{k+1}$ .

On applique uniquement la phase de prédiction de l'algorithme de Kalman. La valeur de  $ds_{k+1}^{Odo}$  sera obtenue en comptant le nombre d'impulsions entre  $t_k$  et  $t_{k+1}$  (et en multipliant par le pas du codeur).

#### 2. Arrivée d'une solution GPS à la date $t_{k+1}$ .

On pourra alors effectuer une estimation avec gain de Kalman (phase de correction). Néanmoins, nous avons besoin d'effec-

tuer une phase de prédiction. La valeur de  $ds_{k+1}^{Odo}$  sera obtenue comme précédemment. Quant à la seconde entrée:  $d\psi_{k+1}^{Gyro}$  on l'obtient en prenant la dernière vitesse angulaire obtenue (en général  $t_k$ ) multipliée par le temps écoulé.

En temps réel, comme la solution GPS arrive avec un temps de latence, il convient de la repositionner à sa bonne date dans l'algorithme. Pour un récepteur GPS ayant typiquement 100 ms de temps de latence, cela revient à «reculer» d'une mesure du gyromètre à 10 Hz ([21]).

Avant d'appliquer la correction, on effectue un test de Mahalanobis consistant à comparer le point GPS avec sa prédiction ([13, 29]). Ceci permet de rejeter les points GPS aberrants (trajets multiples par exemple). Ce test s'écrit:

#### - Calculer

$$d = (Y_{k+1} - H \cdot X_{k+1|k})^T \cdot (H \cdot P_{k+1|k} \cdot H^T + R_{k+1})^{-1} \cdot (Y_{k+1} - H \cdot X_{k+1|k})$$

- **Si** d > 9.21 (correspond à 99%)
- Rejeter le point
- Sinon
- Accepter le point
- Fin si

Le résumé de l'algorithme de Kalman utilisé est donc le suivant:

#### 1. Initialisation du filtre

L'initialisation du filtre (cf. paragraphe 7.1) permet d'obtenir une estimation de l'état initial  $(\hat{X}_{0|0})$  ainsi que sa matrice de variances-covariances  $(P_{0|0})$ .

#### **2.** Itérations pour tout $k \in \mathbb{N} \dots$

#### (a) Étape de prédiction

- Calculer  $\hat{X}_{k+1|k}$  et  $P_{k+1|k}$  à l'aide de  $\hat{X}_{k|k}$ ,  $P_{k|k}$  et  $U_{k+1}$ 

#### (b) Étape de correction

- **Si** mesure GPS disponible **et** le test de Mahalanonis a conduit à accepter le point
- Calculer  $\hat{X}_{k+1|k+1}$  et  $P_{k+1|k+1}$  à l'aide des équations d'estimation
- Sinor
- $-\hat{X}_{k+1|k+1} \longleftarrow \hat{X}_{k+1|k}$
- $P_{k+1|k+1} \longleftarrow P_{k+1|k}$
- Fin si

Fin pour

#### 4.5 Filtres de Kalman locaux en parallèle

Il est connu que, quand la non linéarité à traiter par l'EKF n'est pas trop forte, le filtrage non linéaire se résout simplement par des filtres de Kalman locaux en parallèle, en nombre suffisant pour couvrir l'ensemble des régions linéarisables distinctes ([10, 22, 23]). Celles-ci sont au nombre de 4 pour des non linéarités trigonométriques dans le plan. Aussi se propose-t-on de lancer 4 filtres de Kalman en parallèle, initialisés en cap selon



4 directions orthogonales, ce qui partitionne les 360 deg du domaine d'incertitude initiale de cap.

Le fonctionnement des 4 filtres est identique à celui présenté en section 4.4, mais à chaque instant k on effectue en plus une estimation au moyen de la somme des 4 particules déterministes gaussiennes pondérées par leur poids respectif. Les estimations de l'état et de la matrice de variances-covariances s'écrivent comme suit:

$$\begin{cases} \hat{X}_{k} &= \sum_{i=1}^{4} w_{k}^{(i)} X_{k}^{(i)} \\ \hat{P}_{k} &= \sum_{i=1}^{4} w_{k}^{(i)} \left( P_{k|k}^{(i)} + \left( X_{k}^{(i)} - \hat{X}_{k} \right)^{T} \left( X_{k}^{(i)} - \hat{X}_{k} \right) \right) \end{cases}$$
(24)

où  $X_k^{(i)}$  désigne l'estimation de l'état par le  $(i)^{\rm ème}$  filtre de Kalman,  $P_{k|k}^{(i)}$  la matrice de variances-covariances correspondante et  $w_k^{(i)}$  son poids à l'instant k.

Le test de Mahalanobis du point GPS s'effectue avec cet estimateur et sa variance.

Le poids est quant à lui mis à jour par la formule suivante :

$$w_{k+1}^{*(i)} = w_k^{(i)} \frac{1}{\det(2\pi (H \cdot P_{k+1|k} \cdot H^T + R_{k+1}))^{1/2}} \times \exp\left(-\frac{1}{2} \left(Y_{k+1} - HX_{k+1}^{(i)}\right)^T \left(H \cdot P_{k+1|k} \cdot H^T + R_{k+1}\right)^{-1} \right)$$

$$\left(Y_{k+1} - HX_{k+1}^{(i)}\right)$$
(25)

#### 4.6 Fonctionnement du filtre de Kalman sans parfum

Nous présentons ici une seconde alternative afin de palier le manque de robustesse pressenti du filtre de Kalman étendu face aux non linéarités: *le filtre de Kalman sans parfum*.

Ce filtre a été développé par Julier en 1996 ([17, 18]) dans le but de traiter des problèmes non linéaires sans avoir à utiliser de jacobien. Ceci a conduit à la création de la transformée *unscented*.

#### 4.6.1 La transformée unscented

Le but de la transformée unscented est de trouver les deux premiers moments statistiques (espérance et matrice de variances-covariances) d'un vecteur aléatoire Y = f(X) lorsque les paramètres de X sont connus ( $\bar{X}$  et  $Q^X$ ).

Les techniques au premier ordre estiment l'espérance de Y par  $f(\bar{X})$  et sa matrice de variances-covariances à l'aide de la multiplication à gauche et à droite de  $Q^X$  par le jacobien de f. Cette méthode peut être biaisée.

Le principe de la transformée *unscented* est d'effectuer un échantillonnage **déterministe** en utilisant les colonnes de la «racine carrée»<sup>3</sup> de  $Q^X$  et d'appliquer la fonction f sur cet

échantillonnage. On peut ensuite en déduire une estimation de Y et de sa matrice de variances-covariances.

Soit  $n = \dim X$ . L'ensemble  $(\tilde{X})_{i,i \in [0,\dots,2n]}$  généré à partir de  $\bar{X}$  et  $Q^X$  est appelé  $sigma\ points$ . Il contient 2n+1 échantillons donnés par :

$$\begin{cases}
(\tilde{X})_0 = \bar{X} \\
(\tilde{X})_i = \bar{X} + (\sqrt{(n+\lambda)Q^X})_i & i \in [1,\dots,n] \\
(\tilde{X})_i = \bar{X} - (\sqrt{(n+\lambda)Q^X})_i & i \in [n+1,\dots,2n]
\end{cases}$$
(26)

où  $(\sqrt{(n+\lambda)Q^X})_i$  désigne la  $i^{\text{ème}}$  colonne de la «racine carrée» de  $(n+\lambda)Q^X$ .  $\lambda$  est un facteur d'échelle qui s'écrit:

$$\lambda = \alpha^2 (n + \kappa) - n \tag{27}$$

où  $\alpha$  et  $\kappa$  sont deux paramètres de la transformée *unscented*.  $\kappa$  est en général réglé à zéro et  $\alpha \in [0\ 1]$  permet de régler la dispersion des particules ([1, 31]). Nous n'effectuerons pas de discussion sur ces paramètres. Dans les expérimentations, on utilisera  $\alpha = 0.5$ .

Ensuite, on peut estimer l'espérance et la matrice de variancescovariances de Y = f(X) (respectivement  $\hat{Y}$  et  $Q^Y$ ):

$$\begin{cases} \hat{Y} &= \sum_{i=0}^{2n} W_i^m f((\tilde{X})_i) \\ Q^Y &= \sum_{i=0}^{2n} W_i^c \left( f((\tilde{X})_i) - \hat{Y} \right) \left( f((\tilde{X})_i) - \hat{Y} \right)^T \end{cases}$$
(28)

où les poids  $W_i^c$  et  $W_i^m$  sont donnés par:

$$\begin{cases} W_0^m &= \frac{\lambda}{n+\lambda} \\ W_0^c &= \frac{\lambda}{n+\lambda} + (1-\alpha^2 + \beta^2) \\ W_i^m &= W_i^c = \frac{1}{2(n+\lambda)} \quad \forall i \in [1,\dots,2n] \end{cases}$$
(29)

Une nouvelle constante a été introduite dans l'équation 29: il s'agit de  $\beta$ . Son rôle est d'incorporer une connaissance *a priori* concernant la distribution de X. Pour une densité *a priori* gaussienne, on prendra  $\beta = 2$  ([1, 18, 31]).

#### 4.6.2 Application au filtre de Kalman

Le filtre de Kalman sans parfum utilise les mêmes équations de modèle et de mesure que le filtre de Kalman étendu classique. En revanche, le vecteur d'état va être augmenté afin de générer des sigma points représentatifs non seulement de l'état non augmenté et sa variance mais aussi des bruits de modèle et de mesure. L'état devient:

$$X_k^a = \left[ X_k^T \quad \left( \nu_k^U \right)^T \quad \left( \nu_k^{mod} \right)^T \quad \left( \nu_k^{GPS} \right)^T \right]^I \tag{30}$$

<sup>3.</sup> Au sens de la décomposition de Cholesky des matrices définies positives. Elle est choisie triangulaire inférieure.

Ainsi, les équations de modèle et de mesure (17 et 22) peuvent être vues comme des fonctions de  $X^a$ . L'équation de modèle associée à la prédiction des nouvelles composantes de l'état est alors:

$$\begin{bmatrix} \left(\nu_k^U\right)^T & \left(\nu_k^{mod}\right)^T & \left(\nu_k^{GPS}\right)^T \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0_{2\times 1}^T & 0_{2\times 1}^T & 0_{2\times 1}^T \end{bmatrix} (31)$$

L'algorithme du filtre de Kalman sans parfum déduit est décrit ci-dessous <sup>4</sup>:

#### 1. Initialisation du filtre

L'état augmenté et sa matrice de variances-covariances sont initialisés à:

$$\left\{ \begin{array}{lll} \hat{X}_{0|0}^{a} & = & \left[ \begin{array}{cccc} X_{0|0}^{T} & 0_{2\times 1}^{T} & 0_{2\times 1}^{T} & 0_{2\times 1}^{T} \end{array} \right]^{T} \\ P_{0|0}^{a} & = & \operatorname{diag} \left( \begin{array}{cccc} P_{0|0} & Q_{0}^{U} & Q_{0}^{mod} & Q_{1}^{GPS} \end{array} \right) \end{array} \right.$$

#### **2.** Itérations pour tout $k \in \mathbb{N} \dots$

#### (a) Calcul des sigma points

- Calculer  $(\tilde{X}_{k|k}^a)_{i,i=0...18}$ , résultat de la transformée *unscented*, à l'aide des paramètres  $\hat{X}_{k|k}^a$  et  $P_{k|k}^a$ .

#### (b) Étape de prédiction

- Calculer  $(\tilde{X}_{k+1|k}^a)_{i,i=0...18}$  en appliquant la fonction f aux  $sigma\ points$  calculés en (a).
- Calculer la prédiction de l'état non augmenté et sa matrice de variances-covariances:

$$\begin{array}{lcl} \hat{X}_{k+1|k} & = & \sum_{i=0}^{18} W_i^m (\tilde{X}_{k+1|k}^a)_i \\ \\ P_{k+1|k} & = & \sum_{i=0}^{18} W_i^c \left[ (\tilde{X}_{k+1|k}^a)_i - \hat{X}_{k+1|k} \right] \cdot \\ \\ & \left[ (\tilde{X}_{k+1|k}^a)_i - \hat{X}_{k+1|k} \right]^T \end{array}$$

#### (c) Étape de correction

Si mesure GPS disponible et le test de Mahalanonis a conduit à accepter le point

- Calculer  $(\tilde{Y}_{k+1})_{i,i=0...18}$  en appliquant la fonction h aux sigma points calculés en (a).
- **Calculer** la prédiction de la mesure et sa variance à l'aide des *sigma points*  $(\tilde{Y}_{k+1})_{i,i=0...18}$ :

$$\begin{array}{lcl} \hat{Y}_{k+1} & = & \sum_{i=0}^{18} W_i^m (\tilde{Y}_{k+1})_i \\ \\ P_{k+1}^Y & = & \sum_{i=0}^{18} W_i^c \left[ (\tilde{Y}_{k+1})_i - \hat{Y}_{k+1} \right] \left[ (\tilde{Y}_{k+1})_i - \hat{Y}_{k+1} \right]^T \end{array}$$

- Calculer la matrice de covariances entre l'état prédit et la mesure prédite:

$$P_{k+1}^{XY} = \sum_{i=0}^{18} W_i^c \left[ (\tilde{X}_{k+1|k})_i - \hat{X}_{k+1|k} \right] \left[ (\tilde{Y}_{k+1})_i - \hat{Y}_{k+1} \right]^T$$

- Calculer le gain de Kalman suivant:

$$K_{k+1} = P_{k+1}^{XY} \cdot (P_{k+1}^{Y})^{-1}$$

- Calculer l'estimation de l'état *a posteriori* et sa matrice de variances-covariances:

$$\hat{X}_{k+1|k+1} = \hat{X}_{k+1|k} + K_{k+1} \cdot (Y_{k+1} - \hat{Y}_{k+1})$$

$$P_{k+1|k+1} = P_{k+1|k} - K_{k+1} \cdot P_{k+1}^{Y} \cdot K_{k+1}^{T}$$

- L'état *a posteriori* augmenté est obtenu en complétant l'état  $\hat{X}_{k+1|k+1}$  avec des zéros. La matrice de variances-covariances augmentée est obtenue en augmentant  $P_{k+1|k+1}$  avec les matrices de variances-covariances des bruits.
- Sinon
  - $-\hat{X}_{k+1|k+1} \longleftarrow \hat{X}_{k+1|k}$
  - $-P_{k+1|k+1} \longleftarrow P_{k+1|k}$
- Fin si

Fin pour

### 5. Filtre particulaire

Cette section présente le filtre particulaire implémenté. Dans un premier temps, des rappels généraux sur les filtres à particules sont proposés. Les aspects du filtre implémenté sont ensuite présentés.

#### 5.1 Rappels sur les filtres particulaires

Le filtrage particulaire est, comme le filtre de Kalman et ses variantes, basé sur la théorie de l'estimation bayesienne dont le but est d'estimer la densité de probabilité d'une variable aléatoire par rapport au temps connaissant une série de mesures jusqu'à cet instant.

#### 5.1.1 Hypothèses

Le but du filtrage particulaire n'est pas directement l'estimation d'une variable aléatoire à l'instant k, mais l'approximation de la densité de probabilité de tous les états  $(X_0 \ à \ X_k)$  connaissant toutes les mesures  $(Y_1 \ à \ Y_k)$ . Cette densité est notée  $p(X_{0:k}|Y_{1:k})$ . Les hypothèses utilisées sont:

- 1. Les états forment entre eux une chaîne de Markov, caractérisée par la densité de probabilité  $p\left(X_{k+1}|X_k\right)$ .
- 2. Conditionnellement aux états  $X_0 ... X_k$ , les observations  $Y_1 ... Y_k$  sont mutuellement indépendantes.



<sup>4.</sup> Seul l'algorithme général est décrit. La stratégie d'échantillonnage est quant à elle identique à celle utilisée pour le filtre de Kalman étendu (section 4.4).

3. Conditionnellement aux états  $X_0 ... X_k$ , l'observation  $Y_l$   $(l \in \{1...k\})$  ne dépend que de  $X_l$ .

#### 5.1.2 Principe

Il est en général impossible de connaître analytiquement la densité  $p(X_{0:k}|Y_{1:k})$ , excepté dans le cas linéaire gaussien (le résultat s'obtient avec le filtre de Kalman).

L'idée est d'approcher cette densité avec un jeu de *N* particules. La véritable loi étant inconnue, les particules sont échantillonnées récursivement à l'aide d'une densité «facile à échantillonner». Il s'agit de l'échantillonnage d'importance.

Enfin, pour tenir compte du fait que les particules ne sont pas générées avec la bonne densité de probabilité, une pondération est appliquée. Les poids sont calculés récursivement, et font appel à  $Y_k$  ainsi qu'à la loi d'observation  $p(Y_k|X_k)$ .

Plus de détails concernant les filtres particulaires pourront être trouvés dans [5, 7, 16].

#### 5.1.3 Estimation

Les filtres particulaires sont destinés à l'approximation de densité de probabilité et n'effectuent pas directement d'estimation de l'état. L'estimation de l'état et de la matrice de variances-covariances sera effectuée par la formule de la moyenne pondérée:

$$\begin{cases} \hat{X}_{k} = \sum_{i=1}^{N} w_{k}^{(i)} X_{k}^{(i)} \\ \hat{P}_{k} = \sum_{i=1}^{N} w_{k}^{(i)} \left( X_{k}^{(i)} - \hat{X}_{k} \right)^{T} \left( X_{k}^{(i)} - \hat{X}_{k} \right) \end{cases}$$
(32)

où  $X_k^{(i)}$  désigne la particule (i) et  $w_k^{(i)}$  son poids à l'instant k.

#### 5.2 Le filtre bootstrap

#### 5.2.1 Échantillonnage des particules

Le filtre implémenté est un filtre «bootstrap ». Sa particularité est que la loi utilisée pour l'échantillonnage d'importance est **la loi d'évolution** (loi de la chaîne de Markov). L'échantillonnage des particules utilise l'équation 17, rappelée ici:

$$X_{k+1} = f\left(X_k, U_{k+1} + \nu_{k+1}^U\right) + I_{3 \times 2} \cdot \nu_{k+1}^{Mod}$$
(33)

Pour étendre la particule (i) à l'instant k+1, il suffit de générer une réalisation des bruits  $\nu_{k+1}^U$  et  $\nu_{k+1}^{Mod}$  (tirages indépendants pour chaque particule) puis d'appliquer l'équation 33. Cet algorithme impose de connaître les loi de probabilité des erreurs. Le vecteur  $\nu_{k+1}^U$  est constitué des erreurs de mesure de l'odomètre  $(\nu_{k+1}^{Odo})$  et du gyromètre  $(\nu_{k+1}^{Gyro})$ . Les deux capteurs proprioceptifs étant indépendants, on en déduit que les deux variables aléatoires  $\nu_{k+1}^{Odo}$  et  $\nu_{k+1}^{Gyro}$  sont indépendantes. Les distributions utilisées sont :

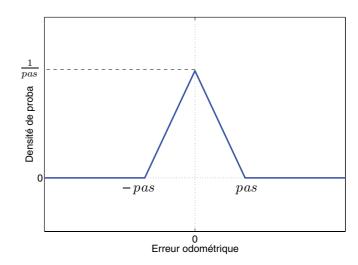


Figure 5. Densité de probabilité de l'erreur de l'odomètre.

1.  $\nu_{k+1}^{Odo}$  est une erreur de lecture sur un **codeur**. On montre facilement ([15]) qu'elle est la différence de deux erreurs uniformes entre 0 et 19,54 cm (valeur du pas). La loi de  $\nu_{k+1}^{Odo}$  est donc un triangle entre – 19,54 cm et 19,54 cm, symétrique par rapport à 0 (figure 5). De plus, elle est blanche.

2.  $\nu_{k+1}^{Gyro}$  est l'erreur angulaire résultant de l'intégration du gyromètre entre les instants k et k+1. Nous vérifierons dans la section 6 que l'erreur du gyromètre (en terme de vitesse angulaire) est pratiquement blanche, gaussienne et centrée (une fois le biais retiré). La séquence des erreurs d'incréments d'angles  $\nu_{k+1}^{Gyro}$  a donc les mêmes propriétés, et est caractérisée par sa variance:  $S_{Gyro}\Delta t_{k+1}$  (où  $S_{Gyro}$  est le coefficient de marche aléatoire dû au gyromètre).

Enfin, le vecteur  $\nu_{k+1}^{Mod}$  représente l'erreur de modèle. Il est admis que ce vecteur est gaussien, centré et de matrice de variances-covariances  $Q_{k+1}^{Mod}$  («réglage» présenté dans le paragraphe 6).

#### 5.2.2 Mise à jour des poids

Dans le filtre bootstrap, le vecteur de mesure (GPS) n'intervient pas dans l'échantillonnage des particules. Son rôle est de mettre à jour les poids, afin de donner un poids plus fort à la particule la plus probable. Il est admis que la loi d'observation est une gaussienne:

$$p(Y_k|X_k) = \mathcal{N}(HX_k, R_k) \tag{34}$$

où les matrices H et  $R_k$  ont été définies dans la section précédente

Avant l'utilisation d'une mesure GPS, le test de Mahalanobis est appliqué en comparant la mesure GPS et l'estimation déduite de l'extension des particules. Si le point GPS est accepté, le poids de chaque particule (*i*) est mis à jour par la formule récursive des poids dans le cas du filtre bootstrap:



$$w_{k+1}^{*(i)} = w_k^{(i)} p\left(Y_{k+1} | X_{k+1}^{(i)}\right) \tag{35}$$

soit:

$$w_{k+1}^{*(i)} = w_k^{(i)} \frac{1}{\det(2\pi R_{k+1})^{1/2}} \times \exp\left(-\frac{1}{2} \left(Y_{k+1} - HX_{k+1}^{(i)}\right)^T R_{k+1}^{-1} \left(Y_{k+1} - HX_{k+1}^{(i)}\right)\right)$$
(36)

L'exposant «\*» dans les équations 35 et 36 indique qu'il s'agit de poids non normalisés. Les poids finaux sont obtenus après normalisation des  $w_{k+1}^{*(i)}$ .

Une fois les poids mis à jour, nous pouvons effectuer une estimation de l'état et de sa matrice de variances-covariances à l'aide de la moyenne pondérée.

#### 5.2.3 Fonctionnement du filtre

L'échantillonnage temporel du filtre est identique à celui du filtre de Kalman étendu. Lorsqu'une mesure du gyromètre est disponible on étend les particules sans modifier les poids. Lorsqu'une mesure GPS est disponible, on étend également les particules puis on met à jour les poids (si la solution GPS est acceptée).

Le résumé de l'algorithme de filtrage particulaire «bootstrap» est donc le suivant:

#### 1. Initialisation du filtre

Échantillonnage initial des *N* particules (méthode décrite dans le paragraphe 7.1).

#### **2.** Itérations pour tout $k \in \mathbb{N} \dots$

#### (a) Étape de prédiction

- Étendre les particules comme décrit précédemment
- En déduire une estimation de l'état et de sa matrice de variances-covariances associée

#### (b) Étape de correction

- **Si** mesure GPS disponible **et** le test de Mahalanonis a conduit à accepter le point
  - Mettre à jour les poids
  - En déduire une nouvelle estimation de l'état et de sa matrice de variances-covariances associée
- Fin si

Fin pour

## 6. Réglage des filtres

La présente section décrit les réglages utilisés pour les filtres. Trois réglages sont distingués: celui concernant le vecteur d'entrée, celui concernant le récepteur GPS, et enfin celui lié au modèle de trajectoire.

#### 6.1 Vecteur d'entrée

Le réglage concernant le vecteur d'entrée diffère selon que l'on utilise un filtre particulaire ou un des filtres de Kalman. Les deux cas sont donc distingués.

#### 6.1.1 Filtre particulaire

Dans le cas du filtre particulaire, les particules sont étendues en utilisant les vraies densités de probabilité. L'erreur de l'odomètre est obtenue en soustrayant deux variables aléatoires uniformes. On obtient alors une loi triangulaire (figure 5).

L'erreur de la seconde composante du vecteur d'entrée provient de l'intégration d'un bruit blanc. Il a été vu que la variance du bruit intégré s'écrit  $S_{Gyro} \Delta t_{k+1}$ .

Pour déterminer  $S_{Gyro}$ , une acquisition statique du gyromètre de onze heures a été réalisée dans une enceinte régulée en température (25 °C). Une étude par méthode de la variance d'Allan<sup>5</sup> a été menée avec les données obtenues (figure 6). Une droite de pente -1 est présente. Celle-ci est caractéristique d'un bruit blanc dans le signal du gyromètre. Son ordonnée à l'origine, divisée par la fréquence d'échantillonnage du capteur donne directement la valeur de  $S_{Gyro}$ :

$$S_{Gyro} = (1.6 \cdot 10^{-5} \text{ deg}^2 \text{ s}^{-2}) / (10 \text{ Hz})$$
  
=  $1.6 \cdot 10^{-6} \text{deg}^2 \text{ s}^{-1}$  (37)



De plus, l'essai effectué nous a permis de vérifier que la densité de probabilité de l'erreur du gyromètre est gaussienne (figure 7), ce qui justifie la procédure d'échantillonnage vue dans la section précédente.

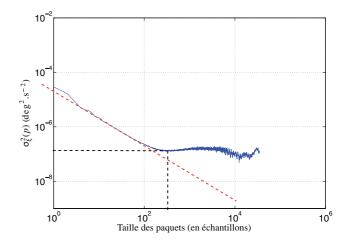


Figure 6. Diagramme d'Allan obtenu avec le gyromètre.

En conséquence, tout est désormais défini pour effectuer l'échantillonnage de l'erreur du vecteur d'entrée, comme décrit dans la partie précédente.

<sup>5.</sup> Méthode utilisée par les fabriquants de gyromètres pour déterminer certaines caractéristiques de leurs capteurs ([19], [28]). Des détails concernant l'intérprétation des diagrammes d'Allan pourront être trouvés dans [24].

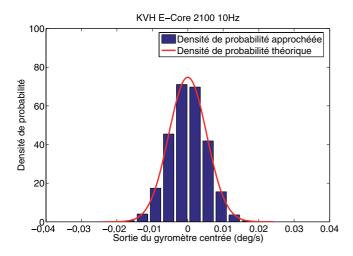


Figure 7. Erreur du gyromètre.

#### 6.1.2 Filtres de Kalman

Dans le cas des filtres de Kalman, les densités sont supposées gaussiennes et centrées. Seule la matrice de variances-covariances du vecteur d'entrée est à définir. En ce qui concerne l'odomètre, la variance est obtenue à partir du calcul intégral en utilisant la densité de probabilité triangulaire et vaut:

$$\sigma_{Odo}^2 = \frac{pas^2}{6} \tag{38}$$

Pour le gyromètre, la variance obtenue à l'aide de l'expérimentation est utilisée.

L'erreur de mesure de l'odomètre est évidemment indépendante de celle du gyromètre. En conséquence, la matrice  $Q_{k+1}^U$  définie dans la section 4 vaut :

$$Q_{k+1}^{U} = \begin{bmatrix} pas^{2}/6 & 0\\ 0 & S_{Gyro}\Delta t_{k+1} \end{bmatrix}$$
 (39)

#### 6.2 Récepteur GPS

Dans tous les filtres, le vecteur de mesure utilisé contient uniquement des informations GPS (projetées). L'hypothèse d'une erreur de mesure gaussienne et centrée a été effectuée. Un seul réglage est commun aux deux filtres : il s'agit de  $R_k$  (matrice de variances-covariances de la mesure GPS à l'instant k).

Le récepteur GPS a deux modes de fonctionnement :

- 1. Le mode naturel. Dans ce mode, le récepteur utilise uniquement les signaux des satellites. La précision plane est de quelques mètres.
- 2. Le mode EGNOS. Dans ce mode, le récepteur inclut des corrections élaborées par le système d'augmentation. La précision plane obtenue est sub-métrique.

La matrice de variances-covariances  $R_k$  tient compte de la présence de deux modes:

$$R_k = \begin{bmatrix} \sigma_{Naturel}^2 & 0\\ 0 & \sigma_{Naturel}^2 \end{bmatrix} \tag{40}$$

lorsque le GPS fonctionne en mode naturel, et

$$R_k = \begin{bmatrix} \sigma_{EGNOS}^2 & 0\\ 0 & \sigma_{EGNOS}^2 \end{bmatrix} \tag{41}$$

lorsque le GPS fonctionne en mode EGNOS, avec:

$$\begin{cases}
\sigma_{naturel} = 5 \text{ m} \\
\sigma_{EGNOS} = 0.8 \text{ m}
\end{cases}$$
(42)

#### 6.3 Erreurs de modèle

Il reste enfin à estimer les caractéristiques des erreurs de modèle. Leur présence vient du fait que le véhicule ne suit pas exactement le modèle fixé (déplacement sur une trajectoire circulaire ou rectiligne).

L'utilisation de ce modèle induit des erreurs sur la position:  $\nu_{k+1}^{Mod}$ . Pour tous les filtres, il a été supposé que ce vecteur d'erreur est centré et gaussien. Seule sa matrice de variances-covariances est à évaluer  $(Q_{k+1}^{Mod})$ .

Intuitivement, plus le temps écoulé entre les instants k et k+1 est grand, plus l'erreur de modèle peut être grande. Pour tenir compte de cet aspect, un modèle de type «marche aléatoire» a été utilisé, ce qui donne:

$$Q_{k+1}^{Mod} = \begin{bmatrix} S_{mod} \Delta t & 0\\ 0 & S_{mod} \Delta t \end{bmatrix}$$

$$\tag{43}$$

La matrice a été choisie proportionnelle à l'identité: il a été supposé que les erreurs de modèle sur les axes Nord et Est sont indépendantes et de même variance.

 $S_{mod}$ , a été choisi de telle sorte que l'écart type des erreurs soit de 0,5 m au bout d'une seconde, ce qui est un coefficient acceptable par rapport à la dynamique d'une voiture. Ceci donne :

$$S_{mod} = 0.25 \text{ m}^2.\text{s}^{-1} \tag{44}$$



# 7. Mise en œuvre expérimentale

Dans les sections précédentes, quatre filtres ont été présentés, ainsi que l'intégralité des réglages utilisés. Ces réglages sont communs à tous les filtres: la comparaison des performances a donc un sens.

Cette section présente dans un premier temps un point non abordé précédemment: l'initialisation. Plusieurs stratégies existent et sont testées. L'essai utilisé est ensuite décrit, suivi des résultats obtenus dans plusieurs scenarii.

#### 7.1 Initialisation

#### 7.1.1 Informations disponibles

L'initialisation du vecteur d'état n'est pas triviale: les capteurs à notre disposition ne permettent pas d'avoir directement une estimation de l'état initial complet. Le récepteur GPS nous four-nit une position qui permet d'estimer les deux premières composantes de l'état. En revanche, le gyromètre et l'odomètre ne donnent que des informations relatives. Ainsi, l'angle de cap initial ne peut être connu dans des conditions temps réel (filtres utilisés sans boussole).

Au final, les filtres sont initialisés au moment de la réception de la première solution GPS, et ce avec la position GPS initiale et sa matrice de variances-covariances. Les sections qui suivent décrivent cette procédure d'initialisation.

#### 7.1.2 Filtre de Kalman étendu

Le filtre de Kalman étendu est initialisé avec :

$$\hat{X}_{0|0} = \begin{bmatrix} N_0^{GPS} \\ E_0^{GPS} \\ \psi_0 \end{bmatrix} \text{ et } P_{0|0} = \begin{bmatrix} R_0 & 0_{2\times 1} \\ 0_{1\times 2} & \sigma_{\psi_0}^2 \end{bmatrix}$$
 (45)

où  $N_0^{GPS}$ ,  $E_0^{GPS}$  et  $R_0$  désignent la solution GPS initiale ainsi que sa matrice de variances-covariances (qui dépend du mode: naturel ou EGNOS).  $\psi_0$  désigne l'angle initial, et  $\sigma_{\psi_0 \text{ Sa}}^2$  variance

Deux stratégies peuvent être distinguées pour le choix de  $\psi_0$  et  $\sigma^2_{\psi_0}$  :

- 1. Utiliser les premières solutions GPS afin de déterminer dans quelle direction le véhicule a avancé. Cette méthode est non causale puisqu'elle fait intervenir l'utilisation de mesures postérieures à l'instant initial. Cette méthode n'est donc pas adaptée au temps réel. L'écart type initial angulaire est d'environ 1 deg lorsque le nombre de points utilisés est suffisant. Par ailleurs, cela impose au véhicule de démarrer en ligne droite.
- 2. Utiliser un cap initial arbitraire (par exemple  $\psi_0 = 0$ ) en sachant que ce cap peut être loin de la véritable condition ini-

tiale. Pour indiquer au filtre que l'angle initial est inconnu, la variance associée est celle d'une loi uniforme comprise entre 0 et  $2\pi$ :  $\sigma_{\psi_0}^2 = \pi^2/3$ . Cette solution est adaptée au temps réel. Néanmoins, dans les cas où l'angle initial est trop éloigné, les fonctions cosinus et sinus seront mal linéarisées, ce qui peut engendrer un mauvais comportement de l'EKF.

#### 7.1.3 Quatre EKF parallèles

Les quatre filtres de Kalman parallèles seront initialisés à l'identique, sauf pour le cap (ils explorent chacun les 4 cadrans). Au cap initial arbitraire du premier EKF, on ajoutera donc respectivement  $\pi/2$ ,  $\pi$  et  $3\pi/2$  pour les deuxième, troisième et quatrième. L'écart type associé est fixé à  $\pi/12$  (15 degrés), considérant que chaque cadran représente plus ou moins 3 écarts types.

#### 7.1.4 Filtre de Kalman sans parfum

L'initialisation du filtre sans parfum ne diffère pas de celle de l'EKF: les deux stratégies présentées seront utilisées.

#### 7.1.5 Filtre particulaire

Les filtres particulaires utilisent également la première solution GPS afin d'initialiser leur position (avec hypothèse gaussienne). En ce qui concerne l'angle de cap, les filtres particulaires ne sont pas limités au cas linéaire gaussien: l'utilisation d'une loi différente est possible. En conséquence, les particules initiales seront générées selon la loi uniforme entre 0 et  $2\pi$ : ceci traduisant le fait que le cap initial soit inconnu.

En notant  $N_k^{(i)}$  (resp.  $E_k^{(i)}$ ) la coordonnée Nord (resp. Est) en Lambert 93 de la particule (i) à la date k, et  $\psi_k^{(i)}$  l'angle de cap de la particule (i) à la date k, l'algorithme permettant l'échantillonnage initial des particules s'écrit:

- **Pour**  $i \in 1 \dots N$  faire
  - Tirer  $\left[N_0^{(i)}, E_0^{(i)}\right]^T$  selon  $\mathcal{N}\left(\left[\begin{array}{c}N_0^{GPS}\\E_0^{GPS}\end{array}\right]^T, R_0
    ight)$
  - **Tirer**  $\psi_0^{(i)}$  uniformément entre 0 et  $2\pi$
  - Faire  $w_0^{(i)} \leftarrow 1/N$
- Fin pour

#### 7.2 Expérimentation

#### 7.2.1 La piste

Les algorithmes ont été testés hors ligne mais sous contraintes temps réel (utilisation des mesures à leur bonne date). L'essai a été réalisé sur la piste de Versailles-Satory (figure 8). Il s'agit d'un circuit de 3 km de long relativement bien dégagé. Il n'y a pas de zone où le GPS soit masqué; en revanche, le récepteur n'a fonctionné en mode EGNOS que sur la première partie de l'essai (au nord-ouest du circuit), pendant laquelle le satellite géostationnaire était en vue directe en continu (figure 8).



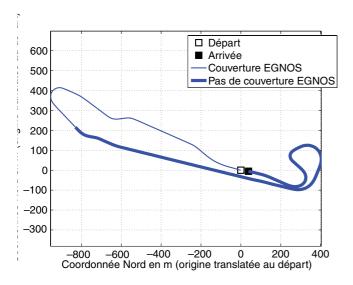


Figure 8. Piste de Versailles-Satory.

#### 7.2.2 Référence

En plus des capteurs décrits précédemment (gyromètre KVH, odomètre et récepteur GPS EGNOS), un récepteur GPS cinématique branché sur la même antenne a été utilisé comme référence. Ce récepteur combine ses propres mesures de phase avec celles d'un récepteur fixe sur site. La précision de ce mode de fonctionnement est centimétrique ([8])

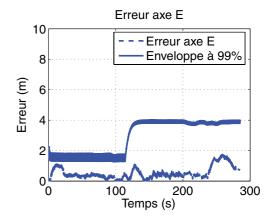
#### 7.3 Résultats

La première partie présente les résultats obtenus dans le cas «normal». Par la suite (deuxième et troisième parties), des masques artificiels seront appliqués aux données GPS. Pour le filtre particulaire, le nombre de particules choisi pour les filtres est constant et vaut N=5000.

#### 7.3.1 Sans masque GPS

La trajectoire obtenue par le filtre de Kalman étendu est présentée sur les figures 9 (angle de cap correctement initialisé) et 10 (angle de cap initialisé arbitrairement au nord).

Dans le premier cas, le comportement du filtre est tout à fait satisfaisant: l'erreur réelle est toujours inférieure à l'enveloppe d'erreur prédite à 99 %. On note que cette enveloppe augmente au moment du passage du mode GPS EGNOS au mode naturel. Le temps d'exécution de l'algorithme est de l'ordre de  $14\,\mathrm{s}^6$  (alors que l'essai réel dure 300 s). La complexité algorithmique de cette solution semble donc tout à fait envisageable pour une implémentation temps réel.



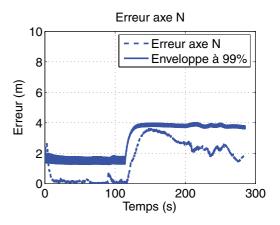


Figure 9. Résultats EKF sans masque (cap initial correct).

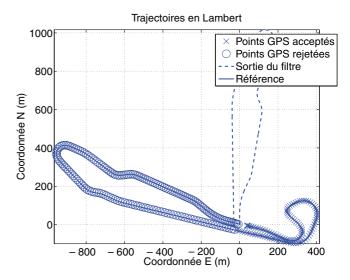
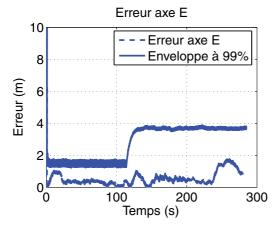


Figure 10. Résultats EKF sans masque (cap initial arbitraire).

Lorsque l'angle de cap initial est mal connu, les positions prédites et les solutions de navigation GPS sont incompatibles (du point de vue du test de la distance de Mahalanobis). En conséquence, les solutions GPS sont systématiquement rejetées. La trajectoire calculée est fausse (décalée globalement en orienta-

<sup>6.</sup> Sous Matlab 7.1 avec un PC portable équipé d'un processeur Intel Centrino à 1.6 GHz.



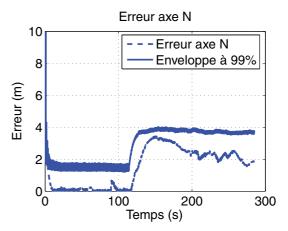


Figure 11. Résultats avec filtrage particulaire et sans masque.

tion et légèrement déformée parce que la navigation à l'estime n'est plus corrigée). Ce résultat était prévisible: le filtre de Kalman étendu a été appliqué avec une plage angulaire pour laquelle la linéarisation des fonctions cosinus et sinus est fausse. On note que les points GPS cessent d'être rejetés sur le second demi-circuit (partie est) car le parcours se referme sur lui-même après le premier demi-circuit (à l'ouest).

L'algorithme à quatre EKF parallèles, dans le cas d'un cap initialisé arbitrairement, parvient en quelques observations GPS à privilégier une des quatre alternatives, par le jeu des pondérations. La figure 12 illustre ce propos, dans le cas singulièrement ambigu, où la bissectrice de l'un des quatre cadrans initiaux correspond en fait au cap initial vrai. Deux des quatre EKF parallèles ont rapidement un poids négligeable, quant aux deux autres, leur pondération finit par se différencier après un certain temps de convergence. Le résultat final n'est pas impacté par le fait que 2 EKF sur 4 restent en lice parce que tous deux sont également vraisemblables. Le temps de calcul de cette solution est de l'ordre de 16 s (comparable avec l'EKF classique).

L'UKF, comme l'EKF, rejette systématiquement les solutions GPS sous certaines conditions initiales particulièrement dévaforables, comme par exemple dans le cas où l'on fixerait par hasard un cap initial à 180 degrés du cap vrai. Lorsque le cap est correctement initialisé, les résultats sont très comparables à ceux de l'EKF (nous ne présentons donc pas de figure supplémentaire). Par ailleurs, le temps de calcul de cette solution est également de l'ordre de 16 s.

Les résultats obtenus par le filtre particulaire sont présentés sur la figure 11. Ceux-ci sont très proches de ceux obtenus avec l'utilisation de 4 EKF (ou de l'EKF simple dont le cap est correctement initialisé). L'erreur obtenue est d'ailleurs pratiquement identique dans les deux cas. Le temps d'exécution est par contre plus long: 318 s (contre 14 s pour l'EKF et 16 s pour la somme de gaussiennes), alors que l'essai ne dure que 300 s <sup>7</sup>.

#### Remarque concernant le filtre de Kalman sans parfum

Les résultats du filtre de Kalman sans parfum peuvent paraître surprenants de prime abord. En effet, ceux-ci sont moins bons que ceux obtenus avec quatre EKF en parallèle alors qu'il utilise 2n + 1 = 7 particules déterministes.

L'explication est donnée dans le cas où la matrice de variances-covariances est diagonale (ce qui est le cas au moment de l'initialisation). Dans ce cas, on associe 2 particules à chaque composante de  $P_{0|0}$ : une à  $\sqrt{(n+\lambda)}$  fois la valeur de la composante et l'autre à  $-\sqrt{(n+\lambda)}$  fois cette même valeur. Ainsi, seules deux particules ne sont pas à  $\psi_0=0$  (les autres particules servent à échantillonner la position). On a au final 3 hypothèses initiales pour l'angle, ce qui est insuffisant (4 semblant être le minimum). En conséquence, malgré son nombre de particules réduit, l'algorithme basé sur la somme de gaussiennes est plus performant que le filtre de Kalman sans parfum car son échantillonnage est plus «judicieux».

Changer le paramètre  $\alpha$  ne permet pas de régler ce problème. Par contre, une solution utilisant plus de particules permettrait peut-être d'améliorer le résultat<sup>8</sup>. Cette solution n'est pas étudiée ici et sort de la définition du filtre de Kalman sans parfum.

#### 7.3.2 Deux masques GPS

Deux masques GPS ont ensuite été simulés dans les deux virages (figure 13).

Les résultats obtenus par filtrage de Kalman étendu (avec angle de cap correctement initialisé, l'autre cas donnant de mauvais résultats) sont présentés sur la figure 14. Le comportement du



<sup>7.</sup> Il s'agit de résultats obtenus avec Matlab. Un code temps réel embarqué et optimisé devrait fournir de meilleures performances.

<sup>8.</sup> Par exemple, en échantillonnant à  $\sqrt{(n+\lambda)P_k}$  et en plus à  $2\sqrt{(n+\lambda)P_k}$ .

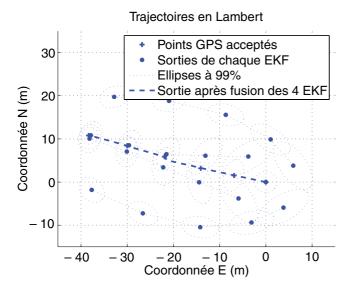


Figure 12. Résultats avec 4 EKF parallèles et sans masque — Le graphique montre les 4 EKF lancés initialement : le poids relatif des alternatives initialisées en cap SE et NE par rapport aux alternatives opposées (NW et SW) décroît rapidement du fait de l'écart important des prédictions aux points GPS : l'estimation résulte donc principalement de la fusion de 2 des 4 alternatives, puis, après un certain temps, il ne va rester qu'une seule alternative.

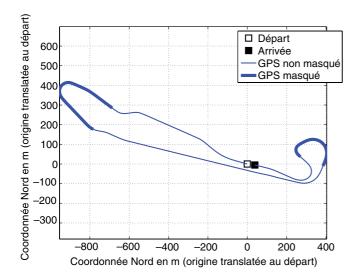
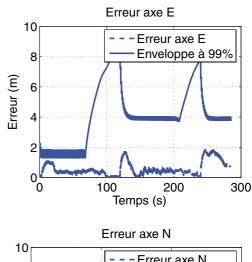


Figure 13. Masques en virage

filtre est satisfaisant: l'erreur réelle est toujours inférieure à l'enveloppe d'erreur prédite à 99 %, y compris pendant les périodes de masques. On note que cette enveloppe grandit de manière attendue pendant les périodes de masques. Les résultats avec les autres filtres sont identiques (la présentation des courbes obtenues n'est pas nécessaire); de plus, les 4 EKF et le filtre particulaire n'ont pas besoin d'initialisation pour l'angle.



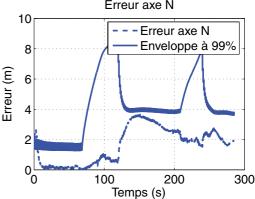


Figure 14. Résultats EKF avec masques en virage (cap initial correct).

#### 7.3.3 Long masque GPS initial

Un dernier cas a enfin été traité. Il s'agit du cas d'un long masque GPS initial, juste après l'initialisation (figure 15). Ce cas vise à mettre en évidence la capacité des filtres à bien se

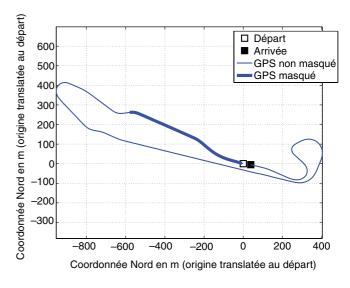


Figure 15. Long masque initial.

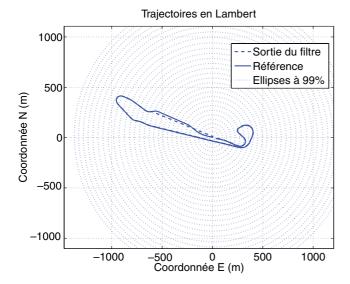


Figure 16. Trajectoire filtrage particulaire (long masque initial) — Le trait pointillé tracé entre la position initiale (0 m, 0 m) et la position après la fin du masque (-700 m, 250 m) est trompeur. Il laisse croire que le filtre a renvoyé ces points pendant le masque. Sa présence est due au fait que Matlab relie la sortie du filtre juste avant la fin du masque (qui est en réalité à l'origine) et la sortie du filtre après le masque (-700 m, 250 m).

comporter quant à la méconnaissance du cap initial. En conséquence, seulement le filtre basé sur la somme de gaussiennes et le filtre particulaire sont testés (étant donné que les filtres de Kalman étendu et sans parfum nécessitent de connaître le cap initial).

Les résultats obtenus sont présentés sur les figures 16 et 17. Ce sont ceux observés avec le filtre particulaire. On se rend compte que pendant le masque GPS, la trajectoire obtenue reste sur le point initial, et l'enveloppe de prédiction augmente au fur et à mesure que le véhicule avance. On note que cette erreur englobe l'erreur réelle. Par ailleurs, on a constaté qu'aucun point GPS n'a été rejeté.

Ceci correspond au fait qu'à l'initialisation, la trajectoire de chaque particule est étendue en fonction de son cap initial. En l'absence de points GPS, chaque particule continue d'évoluer dans sa direction. Étant donné que le nombre de particules est suffisant (N=5000), les particules partent globalement dans toutes les directions. En s'éloignant du point initial, les particules font augmenter la variance de la position et restent en moyenne au point initial. Ceci explique que les ellipses de confiance de la figure 16 soient des cercles concentriques pendant la première partie de l'essai. Enfin, lorsqu'une position GPS est à nouveau disponible, les particules parties avec un mauvais cap initial sont naturellement éliminées, le filtre fonctionne alors comme dans le cas normal.

Ce dernier résultat illustre le fait que le filtre particulaire est très robuste puisqu'il fonctionne parfaitement malgré la méconnaissance de l'angle de cap initial et un masque GPS alors que le cap est toujours inconnu. Lorsqu'on utilise 4 EKF en parallèle, on obtient des résultats identiques, et on retrouve les figures 16 et 17. Ici, l'aspect circulaire des ellipses est dû au fait que les 4 particules partent dans 4 directions orthogonales et que leur variance associée grandit au fur et à mesure des itérations.

Un tel résultat est impossible à obtenir avec le filtre de Kalman étendu et le filtre de Kalman sans parfum.

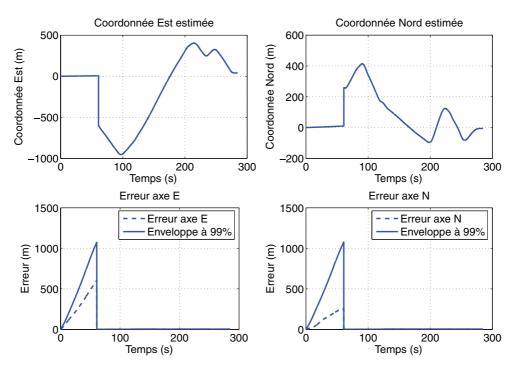


Figure 17. Résultats filtrage particulaire (long masque initial).



### 8. Conclusion

En conclusion, les contributions de cet article sont multiples. Dans un premier temps, il présente les équations complètes non linéaires et non simplifiées permettant de calculer l'évolution du véhicule en deux dimensions.

Sa principale contribution consiste en la comparaison des performances et de la robustesse (vis-à-vis des conditions d'initialisation du cap) de quatre filtres permettant de fusionner les données relatives (gyromètre et odomètre) avec les données GPS.

En «régime permanent» (une fois tous les problèmes liés à l'initialisation résolus), les quatre filtres produisent des résultats pratiquement identiques. Ceci peut s'interpréter par le fait que pratiquement toutes les densités de probabilités utilisées dans le filtre particulaire sont gaussiennes (ce qui est l'hypothèse de base des filtres de Kalman).

En revanche, le filtre de Kalman est incapable de donner une position correcte si l'angle de cap n'est pas initialisé correctement. En temps réel, ceci est impossible puisque ceci impose d'utiliser les premières mesures GPS. Une stratégie non évoquée dans cet article consisterait à dissocier le problème de la détermination du cap initial et celui de la fusion de données. En outre, ceci suppose de disposer de mesures GPS alors que le véhicule roule en ligne droite. Si ce n'est pas la cas, l'algorithme de résolution doit le déterminer et n'autoriser la fusion de données que lorsque le cap est correctement évalué. L'écriture d'un tel algorithme n'a rien de trivial. Une autre solution consisterait à partir avec un cap arbitraire et inhiber le test de Mahalanobis sur les premiers points GPS puisque avec un mauvais cap initial, ce test rejeterait à tord les solutions GPS dès le départ. Ceci empêche l'algorithme de rejeter à tord ces points GPS. On observe en général que même avec des conditions initiales mauvaises, l'EKF retrouve l'angle de cap «au bout d'un certain temps » (il s'agit d'un résultat empirique qui ne bénéficie pas d'appui théorique), après quoi il peut fonctionner normalement. Néanmoins, ce temps nécessaire dépend du type de trajectoire, de la vitesse de parcours, de l'erreur sur l'angle arbitraire choisi... Il est alors très difficile de déterminer une méthode robuste permettant d'arrêter l'inhibition du test de Mahalanobis pour faire fonctionner le filtre normalement.

Une solution bien plus robuste consiste à lancer plusieurs filtres de Kalman en parallèle (et en l'occurrence : quatre, s'agissant dans le cas de la localisation de véhicule en 2D de traiter la non linéarité de cap). Le comportement d'un algorithme basé sur la fusion de quatre EKF est très bon y compris pendant le «régime transitoire» correspondant à l'absence de cap initial ou encore en présence d'un long masque initial. Le test de Mahalanobis peut sans problème être conservé, dans tous les cas précités.

Le présent article analyse également les performances d'un filtre de Kalman sans parfum, dans les mêmes conditions expérimentales. Pour ce dernier, il s'avère que l'échantillonnage n'est vraiment pas adapté car il est en effet inutile de considérer

l'échantillonnage sur *X Y*. Du coup, celui sur l'angle n'est pas assez bon. Typiquement, un UKF avec le double de particules pourrait sûrement s'en sortir... mais l'on sort alors du cadre de définition communément admise de l'UKF.

Le dernier filtre étudié ici, le particulaire, permet de s'affranchir de toute considération concernant l'angle de cap initial. Intrinsèquement, on teste tous les angles de cap initiaux possibles afin de ne retenir au final que les particules parties avec un cap cohérent. On a pu voir que ce filtre est finalement très robuste par rapport à la méconnaissance du cap initial. Il n'y a donc pas besoin de dissocier le problème de l'angle initial de celui de la fusion; il n'est pas non plus nécessaire d'utiliser le filtre dans des conditions dégradées (on peut ainsi conserver le test de Mahalanobis). Par voie de fait, ceci évite tout réglage délicat et difficile à justifier. Il subsiste néanmoins le problème du choix optimum du nombre de particules.

Au final, l'intérêt principal du filtre particulaire en localisation 2D de véhicule réside dans sa robustesse quant à l'angle de cap initial. Mais à l'évidence dans ce cadre d'application plusieurs filtres de Kalman en parallèle permettent d'obtenir une performance en robustesse tout à fait équivalente, et ce à moindre coût en terme de charge de calcul et de difficulté de réglage. Cet avantage n'est pas anodin du point de vue de l'implémentation. En effet, même si le particulaire et les EKF parallèles permettent tous deux de s'affranchir de mises au point empiriques (inévitables avec un EKF simple ou un UKF), les variantes en parallèle ont l'avantage du temps de calcul, et donc de la possibilité de concevoir une implémentation en temps réel.

### Références

- [1] Iyad ABUHADROUS, «Système embarqué temps réel de localisation et de modélisation 3D par fusion multi-capteur», Thèse de doctorat, Informatique temps réel Robotique Automatique, École des Mines de Paris, Janvier 2005.
- [2] D. BOUVET and G. GARCIA, «GPS latency identification by Kalman filtering», *Robotica*, 18:475-485, 2000.
- [3] F. CARON, E. DUFLOS and P. VANHEEGHE, «Introduction of contextual information in a multisensor EKF for autonomous land vehicle positioning», In *IEEE International Conférence on Networking, Sensing and Control (IEEE ICNSC'2005), Tucson, AZ*, USA, March 2005.
- [4] Frédéric CHAUSSE, Jean LANEURIT and Roland CHAPUIS, «Localisation d'un véhicule sur une carte routière précise», Traitement du signal, 23(2):159-177, 2006.
- [5] Manuel DAVY, «Méthodes de Monte-Carlo séquentielle (diaporama)», Cours ECN, Septembre 2004.
- [6] G. DISSANAYAKE, S. SUKKARIEH, E.M. NEBOT and H. DURRANT-WHYTE, «The Aiding of a Low-Cost, Strapdown Inertial Measurement Unit Using Vehicle Model Constraints for Land Vehicle Applications», *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 17(5):731-747, October 2001.
- [7] Arnaud DOUCET, Simon GODSILL, and Christophe ANDRIEU, «On Sequential Monte Carlo Sampling Methods for Bayesian Filtering», Statistics and Computing, pages 197-208, 2000.
- [8] Françoise DUQUENNE, Serge BOTTON, François PEYRET, David BÉTAILLE and Pascal WILLIS, GPS localisation et navigation par satellites 2ème édition revue et augmentée, Hermès, 2006.



- [9] Stéphane DURAND and François PEYRET, Localisation précise en temps réel par mesures de phases des signaux GNSS, Sciences pour le génie civil SI10. LCPC, 2004.
- [10] A.W. FUXJAEGER and R. A. ILTIS, «Adaptative parameter estimation using parallel Kalman filtering for spread spectrum code and Doppler tracking», *IEEE Transactions on Communications*, 42(6):2227-2230, June 1994.
- [11] Audrey GIREMUS, Arnaud DOUCET, Vincent CALMETTE and Jean-Yves TOURNERET, «A Rao-Blackwellized Particle Filter for INS/GPS Intégration», In *IEEE /ICASSP 2004, Montréal, Canada*, pages 964-967, May 2004.
- [12] Mohinder S. GREWAL, Lawrence R. WEILL and Angus P. ANDREWS, Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Intégration, John Wiley & Sons, Inc., 2001.
- [13] C. HIDE, T. MOORE and C. HILL, «Integrated GPS, LORAN-C and INS for land navigation applications», In *Proceedings of ION GNSS* 2006, September 2006.
- [14] Bernhard HOFMANN-WELLENHOF, Herbert LICHTENEGGER and James COLLINS, GPS Theory and Practice Fourth, revised édition, Springer WienNewYork, 1997.
- [15] Cyril JOLY, «Caractérisation métrologique de capteurs inertiels et fusion avec un récepteur GPS/EGNOS en navigation automobile avancée», Mémoire final, École Centrale de Nantes (IRCCyN), 2006.
- [16] Cyril JOLY, «Caractérisation métrologique de capteurs inertiels et fusion avec un récepteur GPS/EGNOS en navigation automobile avancée», Rapport bibliographique, École Centrale de Nantes (IRCCyN), Avril 2006.
- [17] Simon JULIER and Jeffrey UHLMANN, «A général method for approximating nonli-near transformations of probability distributions», Technical Report, Department of Engineering Science University of Oxford, 1996.
- [18] Simon JULIER and Jeffrey UHLMANN, «A new extension of the Kalman filter to nonlinear Systems», In Proc of Aerosense The 11th Int. Symp. Aerospace/Defense Sensing, Simul. and Controls, 1997.
- [19] KVH INDUSTRIES, INC., «http://kvh.custhelp.com (FAQ du constructeur KVH)», Page web, 2006.
- [20] A. LAHRECH, C. BOUCHER and J.-C. NOYER, «Fusion of GPS and odometer measure-ments for map-based vehicle navigation», In *Proc IEEE ICIT 2004*, volume 2, pages 944-948, 2004.

- [21] Jean LANEURIT, «Perception multisensorielle pour la localisation de robot mobile en environnement extérieur, application aux véhicules routiers», Thèse de doctorat, Vision pour la robotique, Université Biaise Pascal – Clermont II, 2006.
- [22] André MONIN, «Traitement Avancé du Signal. Du filtre de Kalman au filtrage particulaire», Présentation Power Point, disponible sur http://www.laas.fr/~monin/TAS.ppt.
- [23] André MONIN, «Submarine Floating Antenna Model for LORAN-C Signal Processing», *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic*, 39(4):1304-1316, 2003.
- [24] Fabien PETIT, Daniel BAUDOIS and Jean-Paul ISRAËL, «Évaluation de la composante blanche de signaux accélérométriques et gyrométriques par la méthode de la variance d'Allan», *Traitement du signal*, 13(1):71-84, 1996.
- [25] Philippe BONNIFAIT and P. BOURON and P. CRUBILLÉ and D. MEIZEL, «Data Fusion of Four ABS Sensors and GPS for an Enhanced Localization of Car-like Vehicles», In *International* Conférence on Robotics and Automation (ICRA), volume 2, pages 1597-1602, 2001.
- [26] Wu QIUPING, Gao ZHONGYU and Wan DEJUN, «An adaptive information fusion method to vehicle integrated navigation», In Position Location and Navigation Symposium, 2002 IEEE, April 2002.
- [27] J. STEPHEN and G. LACHAPELLE, «Development of a GNSS-Based Multi-Sensor Vehicular Navigation System», In *Proceedings* of ION Technical Meeting, Anaheim, CA, January 2000.
- [28] Walter STOCKWELL, «Bias Stability Measurement : Allan Variance», Crossbow Technology, Inc.
- [29] S. SUKKARIEH, E.M. NEBOT and H. DURRANT-WHYTE, «A High Integrity IMU/GPS Navigation Loop for Autonomous Land Vehicle Applications», *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 15(3):572-578, June 1999.
- [30] Rafaël TOLEDO MOREO, «Un Sistema de Navegación de Alta Integridad para Véhículas en Entornos Desfavorables», Thèse de doctorat, Universidad de Murcia, Dpto. de Ingeniería de la Información y las Comunicaciones, 2005.
- [31] E. A. WAN and R. VAN DER MERWE, «The unscented Kalman filter for nonlinear estimation», In Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium 2000, AS-SPCC, pages 153-158, October 2000.





Cyril Joly

Cyril Joly est étudiant en thèse au sein de l'équipe-projet ARobAS de l'INRIA Sophia Antipolis-Méditerranée. Ses activités concernent le SLAM (Simultaneous Localisation and Mapping) : il s'agit de localiser un robot mobile tout en effectuant la reconstruction de son environnement. Il étudie plus précisément les aspects liés au SLAM visuel. Il a reçu son master à l'École Centrale de Nantes, et effectué son stage de fin d'études au sein de la Division Métrologie et Instrumentation du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, où il a travaillé sur la fusion de données GPS et proprioceptives pour la localisation d'une voiture.



David Bétaille

David Bétaille est chercheur au sein de la Division Métrologie et Instrumentation du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, où ses activités présentes concernent le positionnement de véhicules par couplage des techniques de navigation à l'estime avec le GPS, et ce dans un environnement modélisé sous la forme d'une carte numérique. Les aides à la conduite automobile, aussi bien dans le domaine de la sécurité routière que du trafic, constituent le contexte applicatif de ses travaux en localisation. Il a reçu son PhD à University College London en 2004 et sa thèse porte sur l'amélioration des mesures de phase GPS perturbées par l'effet de trajets multiples.



François Peyret

François Peyret, né en 1950, est diplômé de l'ENSMA de Poitiers et de l'ENSAE de Toulouse. Il est actuellement Directeur de recherche HDR au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Centre de Nantes, où il dirige une équipe de recherche intitulée Imagerie et Géolocalisation, travaillant entre autre sur la thématique du positionnement intègre des véhicules routiers, pour les aides à la conduite avancées, faisant usage de capteurs GNSS. Son équipe est particulièrement impliquée dans deux projets intégrés du 2ème programme eSafety du 6ème PCRD, CVIS et SAFESPOT, ainsi que dans plusieurs projets nationaux traitant du positionnement par fusion de données des véhicules en milieu urbain.