

### 3. Propriétés mécaniques



#### Résistance à la rupture des céramiques:

- L'utilisation des céramiques est donc conditionnée par sa **faible ténacité** et par la **longueur des microfissures** qu'elles contiennent.
- Les microfissures apparaissent de plusieurs manières: l'élaboration, les contraintes thermiques, la corrosion ou l'abrasion et la mise en charge.
- Dans un échantillon donné, si la plus longue microfissure a une longueur  $2a_m$ , alors la **résistance à la traction** est:

$$R_{mt} = \frac{K_{IC}}{\sqrt{\pi a_m}}$$

3. Propriétés mécaniques

**Essais pour mesurer la résistance à la rupture:**

- Essai en flexion: permet de mesurer la force nécessaire pour casser un barreau en flexion.
- La contrainte de traction maximale en surface du barreau au moment de sa rupture est appelée **module de rupture**  $\sigma_r$ , qui vaut environ  $1,7R_{mt}$ .

→ Pour un barreau purement élastique à section rectangulaire:

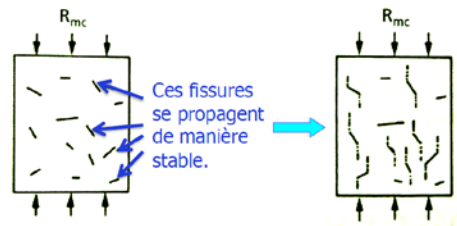
$$\sigma_r = 6M_r / bd^2$$

$M_r$ : moment de flexion maximum supporté par le barreau avant la rupture,  
 $b$ : largeur du barreau,  
 $d$ : hauteur du barreau.

### 3. Propriétés mécaniques

#### Essais pour mesurer la résistance à la rupture:

→ Essai de compression: les fissures se propagent de manière stable et parallèlement à l'axe de compression. La rupture n'est pas provoquée par la propagation rapide et instable d'une fissure unique, mais par la lente progression de nombreuses fissures qui forment une **zone d'écrasement**.



Résistance à la compression:

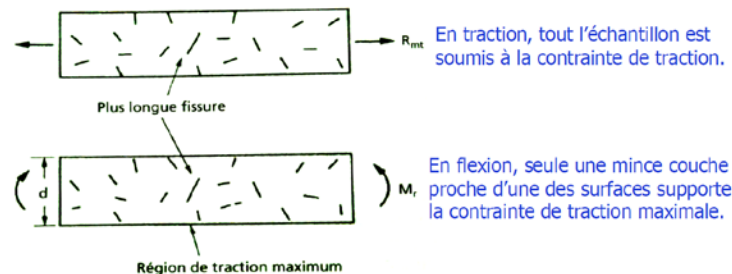
$$R_{mc} = C \frac{K_{IC}}{\sqrt{\pi \cdot a}}$$

—  $a$ : longueur moyenne des fissures,  $C \approx 15$ .

### 3. Propriétés mécaniques

#### Statistique de la rupture fragile des céramiques:

→ Un barreau de céramique est plus résistant en flexion qu'en traction pure.



→ Module de rupture > Résistance à la traction:  $\sigma_r = 1,7R_{mt}$ .

### 3. Propriétés mécaniques

**Distribution de Weibull:**

→ Un ingénieur suédois, Weibull, a inventé la façon de traiter la statistique de la résistance.

→ Il a défini la probabilité de survie  $P_S(V_0)$  comme la fraction, parmi un nombre d'échantillons identiques de volume  $V_0$ , de ceux qui survivent à un chargement sous une contrainte de traction  $\sigma$ :

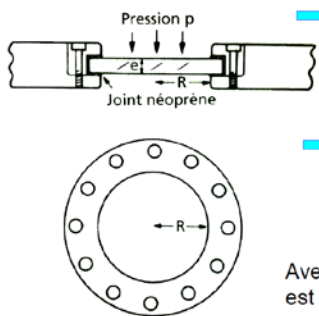
$$P_S(V_0) = \exp \left\{ - \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \right\}$$

Où  $\sigma_0$  et  $m$  sont des constantes.

### Etude de cas

**Conception d'un hublot d'installation sous pression:**

→ Projet de hublot en verre pour installation sous vide



Pression  $p$

Joint néoprène

→ La différence de pression ( $\Delta P = 0,1$  MPa) produit des contraintes de traction sur la face du hublot soumise à la plus basse pression.

→ La contraintes de traction maximale vaut:

$$\sigma_{\max} = \frac{3(3 + \nu)}{8} \Delta P \cdot \frac{R^2}{e^2}$$

Avec le coefficient de Poisson des céramiques est proche de 0,3:

$$\sigma_{\max} \sim \Delta P \cdot \frac{R^2}{e^2}$$

Matériaux Composites et Spéciaux.pdf - Adobe Reader

18 / 306 118%

**Etude de cas**

**Conception d'un hublot d'installation sous pression:**

→ L'équation de Weibull (module de Weibull  $m = 10$ ) pour une probabilité de rupture de  $10^{-6}$  implique un facteur de réduction de la contrainte  $\sigma/\sigma_0$  de 0,3.

$$P_s(V_0) = \exp \left\{ - \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \right\}$$

→ L'équation de fatigue statique (exposant de croissance lente  $n = 10$ ) pour une durée de vie de 1000 h entraîne un facteur de réduction de 0,4.

$$\left( \frac{\sigma}{\sigma_r} \right)^n = \frac{t(essai)}{t}$$

Matériaux Composites et Spéciaux.pdf - Adobe Reader

19 / 306 118%

**Etude de cas**

**Conception d'un hublot d'installation sous pression:**

→ Pour cette pièce critique, une contrainte pratique de fonctionnement  $\sigma = 50 \times 0,3 \times 0,4 = 6,0$  MPa.

→ Appliquons un coefficient de sécurité supplémentaire  $S = 1,5$  pour tenir compte des aléas (偶然事件) de chargement, de dispersion imprévue de propriétés et autres impondérables (不可估量事件).

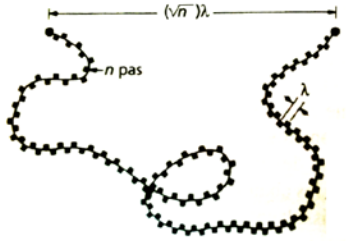
→ Nous pouvons dimensionner le hublot:

$$\frac{e}{R} = \left( \frac{S \Delta P}{\sigma} \right)^{1/2} = 0,16$$

## 2. Structure des polymères

Arrangement des macromolécules:

→ Quand un polymère linéaire fond, chaque molécule est libre de glisser sur les autres dans le liquide, de sorte que les chaînes se tordent de façon aléatoire.



La chaîne polymérique comporte  $n$  maillons de longueur  $\lambda$ , la distance d'une de ses extrémités à l'autre est en moyenne:

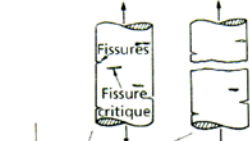
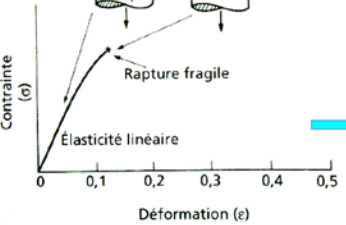
$$(\sqrt{n})\lambda$$

€

## 3.2. Résistance à la déformation

Rupture fragile:

→ Au dessous de  $0,75 T_g$  environ, les polymères sont cassants.

Des fissures de profondeur  $c$  sont présentes en surface d'une éprouvette en polymère.

Ces fissures apparaissent à l'usinage ou par abrasion, ou par une agression quelconque du milieu environnant.

Une contrainte de traction  $\sigma$  mènera à la rupture fragile:

$$\sigma = \frac{K_{IC}}{\sqrt{\pi c}}$$

## 2. Composites à particules

**Composites à grosses particules:**

- Les propriétés mécaniques **s'améliorent proportionnellement** à l'augmentation de la fraction volumique de la phase de renfort.
- Pour les composites à **deux** phases:

$$\sup E_c = E_m V_m + E_p V_p$$

$$\inf E_c = \frac{E_m E_p}{V_m E_p + V_p E_m}$$

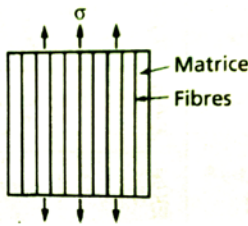
→ Ces équations sont relevées de la **règle des mélanges**, elles indiquent la limite **supérieure** (*sup*) et la limite **inférieure** (*inf*) entre lesquelles le module d'élasticité se situe.

墨墨 - V.沈

## 2.1. Le module

**Module des composites fibreux:**

- Lorsqu'on mélange deux matériaux au comportement élastique linéaire (mais de modules distincts), le produit est encore **élastique linéaire**.
- Le module d'un composite fibreux sollicité **parallèlement** à l'axe des fibres est une combinaison **linéaire** du module des fibres  $E_f$  et de celui de la matrice  $E_m$ .



→ Les déformations sont **égales** dans les fibres et dans la matrice.

→  $E_{c//} = V_f E_f + (1 - V_f) E_m$

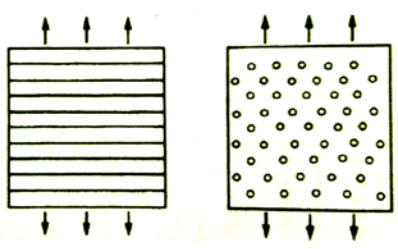
Où  $V_f$  est la **fraction volumique** des fibres.

墨墨 - V.沈

## 2.1. Le module

**Module des composites fibreux:**

→ Le module du même composite fibreux sollicité **perpendiculairement** aux fibres est beaucoup plus faible. C'est comme dans le cas des composites particulaires.



$$E_{c\perp} = \left\{ \frac{V_f}{E_f} + \frac{1-V_f}{E_m} \right\}^{-1}$$

来源 - V.坎南

## 2.3. La longueur critique de fibre

**Longueur critique des fibres:**

→ Dans de nombreuses applications, ce n'est pas pratique d'utiliser des fibres continues.

→ Une caractéristique remarquable de ces matériaux est que les composites à fibres coupées ont une **résistance** quasiment égale à celle des fibres continues, à condition que la longueur de fibre dépasse une **valeur critique**.

→ Considérons la contrainte maximale que un composite à fibres courtes puisse supporter, sa matrice a une **limite d'élasticité en cisaillement**  $\tau^m (\tau^m \sim \frac{1}{2} R_e^m)$ .



2.3. La longueur critique de fibre

Longueur critique des fibres:

→ La force agissant sur la fibre **augmente** depuis zéro à son extrémité, jusqu'à la valeur  $F$  à la distance  $x$  d'une extrémité.

$$F = \int_0^x \pi d \tau^m dx = \pi d \tau^m x$$

→ La force juste suffisante pour **casser** la fibre est:

$$F_c = \frac{\pi d^2}{4} R_m^f$$

→ En égalant ces deux forces, nous trouvons que la fibre cassera à la distance  $x_c$  d'une extrémité.

$$x_c = \frac{d R_m^f}{4 \tau^m}$$

2.3. La longueur critique de fibre

Longueur critique des fibres:

→ Si la fibre a une longueur **inférieure** à  $2x_c$ , elle ne casse pas, mais elle ne transmet pas non plus toute la charge qu'elle pourrait transmettre.

→ La résistance maximale est obtenue en découpant des fibres de **longueur  $2x_c$** . La contrainte moyenne supportée par une fibre est  $R_m^f / 2$ , et la contrainte maximale est:

$$\sigma_m = V_f \frac{R_m^f}{2} + (1 - V_f) R_e^m$$

→ C'est le cas si toutes les fibres sont **parallèles** à la direction de sollicitation.



Matériaux Composites et Spéciaux.pdf - Adobe Reader

282 / 306

## 2.5. L'énergie de rupture

Energie de rupture:

→ La résistance au cisaillement de la matrice est  $\tau^m$ , le travail effectué en **déchaussant** une fibre de la surface de rupture vaut approximativement:

$$\int_0^{l/2} F \cdot dx = \int_0^{l/2} \pi \cdot d \cdot \tau^m \cdot x dx = \pi \cdot d \cdot \tau^m \frac{l^2}{8}$$

→ Le nombre de fibres par unité de fissure est  $4V_f / \pi d^2$ .

→ Le travail **absorbé** par unité de surface lié à l'arrachement des fibres est:

$$G_c = \pi d \tau^m \frac{l^2}{8} \cdot \frac{4V_f}{\pi d^2} = \frac{V_f}{2d} \tau^m l^2$$

Matériaux Composites et Spéciaux.pdf - Adobe Reader

284 / 306

## 2.5. L'énergie de rupture


Energie de rupture:

→ La formule précédente suppose que  $l$  est **inférieure** à la longueur critique  $2x_c$ . Si  $l$  **dépasse**  $2x_c$ , les fibres ne s'arracheront pas, mais elle casseront.

→ L'**énergie de rupture** optimale est donc obtenue pour  $l = 2x_c$ :


$$G_c = \frac{2V_f}{d} \tau^m x_c^2 = \frac{2V_f}{d} \tau^m \frac{d}{4} \left( \frac{R_m^f}{\tau^m} \right)^2 = \frac{V_f d}{8} \frac{(R_m^f)^2}{\tau^m}$$

→ Le mécanisme d'arrachement donne au PRFC et au PRFV une énergie de rupture ( $50 \text{ kJm}^{-2}$ ) bien **plus élevée** que celle de la matrice ( $5 \text{ kJm}^{-2}$ ) ou des fibres ( $0,1 \text{ kJm}^{-2}$ ).

4.1. Solides cellulaires ou mousses 

Propriétés mécaniques des mousses:

- La simple théorie des poutres permet de calculer les déplacements.
- De là, on obtient la **raideur** d'une cellule élémentaire, donc le **module**  $E$  de la mousse, en fonction de la **longueur**  $l$  et de l'  $e$  des parois de cellules, qui sont directement reliées à la densité relative:  $\rho/\rho_s = (e/l)^2$  pour des masses **ouvertes**, les plus courantes. Le module de la mousse:
 
$$E = E_s \left( \frac{\rho}{\rho_s} \right)^2$$
- L'expansion produit un grand intervalle de modules:  $\rho/\rho_s$  peut varier de 0,5 à 0,005, soit un facteur de  $10^2$ , selon la méthode d'expansion, ce qui fait varier  $E$  d'un facteur  $10^4$ .

4.1. Solides cellulaires ou mousses 

Propriétés mécaniques des mousses:

- A partir de résultats classiques de la théorie des poutres, on calcule la **contrainte d'effondrement** (倒塌) **élastique**  $\sigma_{el}^*$  en fonction de la densité relative  $\rho/\rho_s$ :
 
$$\sigma_{el}^* = 0,05 E_s \left( \frac{\rho}{\rho_s} \right)^2$$
- C'est également la **densité relative** qui contrôle la **résistance** de la mousse, qui peut varier sur un large intervalle.