

การศึกษาความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์จากเกมหนูลอดบ่วง  
The Study of Mathematical Relationship from Desperado Puzzle

โดย  
นายณัฐวิทย์ เกิงฝาก  
โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ปทุมธานี  
(โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค)

รายงานฉบับนี้เป็นส่วนประกอบของโครงการวิทยาศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย  
ในการประกวดโครงการวิทยาศาสตร์ จัดโดย สมาคมวิทยาศาสตร์แห่งประเทศไทยในบรมพระราชูปถัมภ์ –  
องค์การพิพิธภัณฑ์วิทยาศาสตร์แห่งชาติเนื่องในวิทยาศาสตร์แห่งชาติ วันที่ เดือนสิงหาคม พ.ศ. 2561

การศึกษาความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์จากเกมหนูลอดบ่วง  
The Study of Mathematical Relationship from Desperado Puzzle

โดย  
นายณัฐวิทย์ เกิงฝาก  
โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ปทุมธานี  
(โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค)

อาจารย์ที่ปรึกษา  
นายสุเทพ ผานัด

ชื่อโครงการ	การศึกษาความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์จากเกมหนูลอดบ่วง		
ผู้พัฒนาโครงการ	นายณัฐวิทย์ เกิงฝาก		
อาจารย์ที่ปรึกษา	นายสุเทพ ผานัด		
โรงเรียน	จุฬารัชมงคลวิทยาลัย ปทุมธานี (โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค)		
ที่อยู่	51 หมู่ 6 ตำบลบ่อเงิน อำเภอลาดหลุมแก้ว จังหวัดปทุมธานี 12140		
โทรศัพท์	02-599-4462 ต่อ 133	โทรสาร	02-599-4462 ต่อ 133
ระยะเวลาในการทำโครงการ	พฤศจิกายน 2559 - กุมภาพันธ์ 2561		

---

### บทคัดย่อ

จากความสนใจของผู้พัฒนาที่ต้องการศึกษาเกี่ยวกับการแก้ปัญหาเกมหนูลอดบ่วง เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์จากผลของการแก้ปัญหาเกม โดยการแก้ปัญหานั้นได้ยึดหลักการแก้ปัญหาจากบริษัท puzzle master โดยการศึกษาความสัมพันธ์ของตำแหน่งของการเปลี่ยนตำแหน่งของเชือกที่คล้องไปในตำแหน่งต่างๆในเกมหนูลอดบ่วง และ จำนวนครั้งที่ในการนำเชือกคล้องผ่านเสาสุดท้ายของเกมหนูลอดบ่วง เพื่อหาจำนวนครั้งที่ในการนำเชือกคล้องผ่านเสาแรกสำหรับหนูลอดบ่วงจำนวนห่วงใดๆและในที่สุดนั้นผู้พัฒนาทำการศึกษาความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ต่อและใช้ความสัมพันธ์นั้นนำมาหาความสัมพันธ์ใหม่อีกรอบเพื่อเพิ่มประโยชน์ที่ได้รับในการคิดคำนวณต่อไป

### กิตติกรรมประกาศ

โครงการคณิตศาสตร์เรื่องนี้ประกอบด้วยการทำงานหลายขั้นตอน นับตั้งแต่คิดริเริ่มหาหัวข้อที่สนใจ ศึกษาหาข้อมูล เริ่มทดลอง หาความสัมพันธ์จากผลการทดลอง การจัดทำโครงการเป็นรูปเล่ม ตลอดจนกระทั่งโครงการสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี ผู้พัฒนาโครงการได้รับความช่วยเหลือ คำแนะนำ และกำลังใจจากบุคคลหลายๆท่าน ผู้พัฒนาโครงการตระหนักและซาบซึ้งในความกรุณาจากทุกๆท่านอย่างยิ่ง ณ โอกาสนี้ ขอขอบคุณทุกๆท่านดังนี้

ขอขอบคุณ อาจารย์สุเทพ ผานัด อาจารย์ที่ปรึกษา และอาจารย์ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ปทุมธานี ทุกคนที่คอยดูแลเอาใจใส่และให้คำปรึกษาเป็นอย่างดี

ขอขอบคุณ ผู้อำนวยการโรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ปทุมธานี ดร.สมร ปาโท ที่ให้ความอนุเคราะห์ และความช่วยเหลือในด้านต่างๆ

ขอขอบคุณ คณาจารย์ รุ่นพี่ เพื่อน ทุกคนที่คอยให้กำลังใจจนโครงการนี้ประสบความสำเร็จไปได้ด้วยดี

สุดท้ายนี้ ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อและคุณแม่ ผู้เป็นที่รัก ผู้ให้กำลังใจและให้โอกาสการศึกษาอันมีค่ายิ่ง

ผู้พัฒนาโครงการ

## สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อ .....	ก
กิตติกรรมประกาศ .....	ข
สารบัญ .....	ค
สารบัญตาราง .....	ง
สารบัญรูปภาพ .....	จ
บทที่ 1 บทนำ .....	1
1.1 ที่มาและความสำคัญ .....	1
1.2 วัตถุประสงค์ .....	1
1.3 สมมติฐาน .....	1
1.4 ตัวแปรที่ศึกษา .....	2
1.5 ขอบเขตที่ศึกษา .....	2
1.6 นิยามเชิงปฏิบัติการ .....	2
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง .....	4
2.1 ชัมเมชั่น .....	4
2.2 การแก้ปัญหาเกมหนูลอดบ่วง .....	5
บทที่ 3 วิธีการดำเนินการทดลอง .....	6
3.1 วัสดุอุปกรณ์ .....	6
3.2 วิธีการดำเนินงาน .....	6
บทที่ 4 การทดลองและผลการทดลอง .....	7
4.1 ผลการทดลองในรูปแบบจำนวนการแก้ปัญหา .....	7
4.2 การหาความสัมพันธ์จากการแก้ปัญหาเกมหนูลอดบ่วง .....	7
4.3 การสร้างสมการจากความสัมพันธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหา .....	8
4.4 สร้างสมการใหม่เพื่อเพิ่มประโยชน์ที่ได้รับจากสมการแสดงความสัมพันธ์ .....	9
บทที่ 5 สรุปผลการทดลอง อภิปรายผลและข้อเสนอแนะ .....	10
5.1 สรุปผลการทดลอง .....	10
5.2 อภิปรายผลการทดลอง .....	10
5.3 ข้อเสนอแนะ .....	10
เอกสารอ้างอิง .....	11

## สารบัญตาราง

## หน้า

4.1 ตารางบันทึกผลจำนวนในการแก้ปัญหา.....	8
--	---

## สารบัญรูปภาพ

## หน้า

1.1 หนูลอคบ่วงแบบ 4 ห่วง.....	2
2.1 การแก้ปัญหากลเกมหนูลอคบ่วงแบบ 4 ห่วงจาก puzzle master.....	5

## บทที่ 1

### บทนำ

#### 1.1 ที่มาและความสำคัญ

การศึกษาคณิตศาสตร์หมายถึงการพยายามอธิบายถึงโครงสร้าง ความสัมพันธ์ระเบียบรูปแบบแบบแผนต่าง ๆ โดยอาศัยภาษาทางคณิตศาสตร์มาอธิบายรูปแบบด้วยการศึกษาความสัมพันธ์ แบบแผนต่าง ๆ โดยนักคณิตศาสตร์ สามารถนำไปศึกษาสิ่งใด ๆ ในธรรมชาติ เช่น แบบแผนที่สมมาตรกันของดอกไม้ แบบแผนที่ซับซ้อนของเงื่อนไขปมต่าง วงโคจรของกระสวยอวกาศที่โคจรนอกโลก แบบแผนของลายจุดบนแผ่นหนังของเสื้อดาว รูปแบบ Keith Devlin เห็นว่าถ้าโลกนี้ปราศจากนักคณิตศาสตร์ เราคงไม่เข้าใจว่าอะไรทำให้ชิ้นเหล็กขนาดใหญ่ลอยอยู่ได้ในอากาศโดยที่ไม่มีอะไรยกมันไว้ (เหลืองวิสุทธิ, 2553)

ซัสกิน (Zuskin, 1995) ได้ทำวิจัยของผลเกมที่มีต่อการเพิ่มขึ้นของความสนใจและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาเรื่องการคำนวณเศษส่วนกับนักเรียนเกรด 7 โดยมีกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มคือ กลุ่มทดลองเล่นเกมคณิตศาสตร์ เป็นการเสริมบทเรียนก่อนสอนทักษะทางคณิตศาสตร์ และกลุ่มควบคุมอีกกลุ่มให้ฝึกหัดด้วยสมุดแบบฝึกหัด ผู้พัฒนาจึงเล็งเห็นถึงข้อดังกล่าวว่า เกมคณิตศาสตร์ต่าง ๆ อาจมีความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกมปริศนานั้น

ผู้พัฒนาต้องการศึกษาความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ในเกมคณิตศาสตร์ ปริศนาหนูลอดบ่วงซึ่งเป็นเกมทางคณิตศาสตร์ชนิดหนึ่ง โดยผู้พัฒนาคาดว่าสามารถสร้างสมการทางคณิตศาสตร์จากการแก้ปัญหาเกมได้ จึงมีความสนใจและว่า เหมาะสมแก่การนำมาศึกษาต่อ เพื่อสร้างสมการที่ช่วยในด้านการคำนวณ หรือใช้เป็นรูปแบบของรหัสผ่านชนิดใหม่ และอาจนำมาเป็นหลักอธิบายปรากฏการณ์ธรรมชาติต่าง ๆ ที่จะเกิดในอนาคต

#### 1.2 วัตถุประสงค์

- 1.2.1 เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ของตัวเลขที่เกิดจากการแก้ปัญหาเกมหนูลอดบ่วง
- 1.2.2 เพื่อศึกษาจำนวนครั้งที่นำเชือกคล้องผ่านเสาแรกของหนูลอดบ่วงแบบห่วงใด ๆ
- 1.2.3 เพื่อสร้างสมการแสดงความสัมพันธ์ของตัวเลขที่เกิดจากการแก้ปัญหาเกมหนูลอดบ่วง
- 1.2.4 เพื่อทดลองเพิ่มประโยชน์ของสมการแสดงความสัมพันธ์ของตัวเลขที่เกิดจากการแก้ปัญหาเกมหนูลอดบ่วง

#### 1.3 สมมติฐาน

- 1.3.1 สามารถหาความสัมพันธ์ของตัวเลขที่เกิดจากการแก้ปัญหาเกมหนูลอดบ่วงได้
- 1.3.2 สามารถหาจำนวนครั้งที่นำเชือกคล้องผ่านเสาแรกของหนูลอดบ่วงที่มีจำนวนห่วงใด ๆ ได้
- 1.3.3 สามารถสร้างสมการแสดงความสัมพันธ์ของตัวเลขที่เกิดจากการแก้ปัญหาเกมหนูลอดบ่วงได้
- 1.3.4 สามารถเพิ่มประโยชน์ของสมการแสดงความสัมพันธ์ของตัวเลขที่เกิดจากการแก้ปัญหาเกมหนูลอดบ่วงได้



## 1.4 ตัวแปรที่ศึกษา

### 1.4.1 ตัวแปรต้น

ตำแหน่งที่ใช้ศึกษาได้แก่

- |                       |                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| - ระหว่างตำแหน่ง 0->1 | - ระหว่างตำแหน่ง 1->5 | - ระหว่างตำแหน่ง 3->6 |
| - ระหว่างตำแหน่ง 0->2 | - ระหว่างตำแหน่ง 1->6 | - ระหว่างตำแหน่ง 3->7 |
| - ระหว่างตำแหน่ง 0->3 | - ระหว่างตำแหน่ง 1->7 | - ระหว่างตำแหน่ง 4->5 |
| - ระหว่างตำแหน่ง 0->4 | - ระหว่างตำแหน่ง 2->3 | - ระหว่างตำแหน่ง 4->6 |
| - ระหว่างตำแหน่ง 0->5 | - ระหว่างตำแหน่ง 2->4 | - ระหว่างตำแหน่ง 4->7 |
| - ระหว่างตำแหน่ง 0->6 | - ระหว่างตำแหน่ง 2->5 | - ระหว่างตำแหน่ง 5->6 |
| - ระหว่างตำแหน่ง 0->7 | - ระหว่างตำแหน่ง 2->6 | - ระหว่างตำแหน่ง 5->7 |
| - ระหว่างตำแหน่ง 1->2 | - ระหว่างตำแหน่ง 2->7 | - ระหว่างตำแหน่ง 6->7 |
| - ระหว่างตำแหน่ง 1->3 | - ระหว่างตำแหน่ง 3->4 |                       |
| - ระหว่างตำแหน่ง 1->4 | - ระหว่างตำแหน่ง 3->5 |                       |

### 1.4.2 ตัวแปรตาม

รูปแบบการแก้ปัญหา

จำนวนครั้งที่นำเชือกข้ามเสาที่ 0

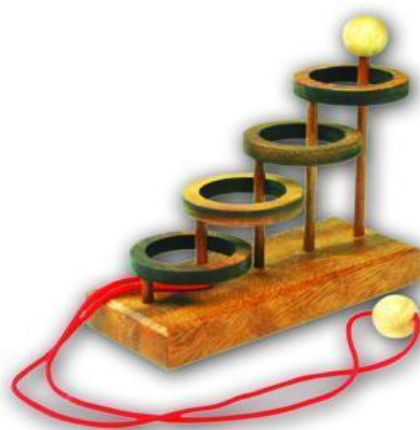
### 1.4.3 ตัวแปรควบคุม

จำนวนห่วงที่ใช้ในการศึกษาเกมหนูลอดบ่วง คือ 7 ห่วง

วิธีในการแก้ปัญหาเกม

## 1.5 นิยามศัพท์เชิงปฏิบัติการ

หนูลอดบ่วงเป็นของเล่นคณิตศาสตร์ชนิดหนึ่งมีวิธีการเล่นโดยหาวิธีที่นำเชือกเข้าไปร้อยกับเสาที่อยู่บนสุด ในงานวิจัยนี้เราได้เลือกใช้เป็นหนูลอดบ่วงแบบ 7 ห่วง



ภาพที่ 1.1 หนูลอดบ่วงแบบ 4 ห่วง

### วิธีกำหนดเลขของเสา

เสาที่ 0 คือเสาที่อยู่นอกสุดที่ไม่มีหัวง

เสาที่ 1 ถึงเสาที่ 7 คือนับถัดมาตามลำดับ

### วิธีกำหนดตำแหน่ง

ตำแหน่งที่ 0 คือตำแหน่งระหว่างเสาที่ 0 ถึงเสาที่ 1

ตำแหน่งที่ 1 คือตำแหน่งระหว่างเสาที่ 1 ถึงเสาที่ 2

ตำแหน่งที่ 2 คือตำแหน่งระหว่างเสาที่ 2 ถึงเสาที่ 3

ตำแหน่งที่ 3 คือตำแหน่งระหว่างเสาที่ 3 ถึงเสาที่ 4

ตำแหน่งที่ 4 คือตำแหน่งระหว่างเสาที่ 4 ถึงเสาที่ 5

ตำแหน่งที่ 5 คือตำแหน่งระหว่างเสาที่ 5 ถึงเสาที่ 6

ตำแหน่งที่ 6 คือตำแหน่งระหว่างเสาที่ 6 ถึงเสาที่ 7

ตำแหน่งที่ 7 คือตำแหน่งระหว่างเสาที่ 7 ถึงตำแหน่งที่เชือกหลุดออก

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

#### 2.1 ซัมเมชัน (summation)

ซัมเมชัน หรือ ซิกมา  $\sum$  ในปัจจุบันเป็นเครื่องหมายที่ใช้ในการหาผลรวมของลำดับที่เป็นรูปทั่วไปเป็นพหุนามกำลังไม่เกิน 3  
ถ้าเราจะเขียน

$$1+2+3+4+\dots+100$$

ในรูปซิกมา เราสามารถเขียนได้ว่า

$$\sum_{n=1}^{100} n$$

เราสามารถใส่ตัวแปรในรูปแบบอื่นๆได้เช่น

$$\sum_{k=1}^{100} k = \sum_{l=1}^{100} l = \sum_{j=1}^{100} j$$

ยกตัวอย่างลำดับ

$$a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + \dots + (b-2)^2 + (b-1)^2 + b^2 ; b > a+2$$

จะเท่ากับ

$$\sum_{i=a}^b i^2$$



**บทที่ 3**  
**วิธีดำเนินการทดลอง**

**3.1 วัสดุอุปกรณ์และเครื่องมือพิเศษ**

3.1.1 อุปกรณ์

หนูทดลอง

3.1.2 เครื่องมือ

เครื่องพิมพ์ 3 มิติ

**3.2 ขั้นตอนการดำเนินงาน**

3.2.1. ศึกษาวิธีการแก้ปัญหาเกมหนูทดลอง

3.2.2. ทำการทดลองแล้วบันทึกข้อมูลลงตาราง

3.2.3. หาความสัมพันธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหาเกมหนูทดลอง

3.2.4. สร้างสมการจากความสัมพันธ์พร้อมแสดงแผนภาพที่มาของสมการ

3.2.5. ปรับปรุงสมการที่ได้จากการแก้ปัญหาเกมหนูทดลองเพื่อเพิ่มประโยชน์ที่ได้รับ

## บทที่ 4

### การทดลองและผลการทดลอง

#### 4.1 ตารางบันทึกผลจำนวนของการดำเนินงาน

	จำนวนครั้งในการนำเชือกคล้องผ่านเสาแรกของหนูลอดบ่วง						
ตำแหน่ง	1	2	3	4	5	6	7
0	1	3	7	15	31	63	127
1		2	6	14	30	62	126
2			4	12	28	60	124
3				8	24	56	120
4					16	48	112
5						32	96
6							64

#### 4.2 การหาความสัมพันธ์จากแก้ปัญหาเกมหนูลอดบ่วง

กำหนดให้

0 → 1 แทนด้วย d[0] มีจำนวนดำเนินการ คือ 1	$= 2^0$
1 → 2 แทนด้วย d[1] มีจำนวนดำเนินการ คือ 2	$= 2^1$
2 → 3 แทนด้วย d[2] มีจำนวนดำเนินการ คือ 4	$= 2^2$
3 → 4 แทนด้วย d[3] มีจำนวนดำเนินการ คือ 8	$= 2^3$
4 → 5 แทนด้วย d[4] มีจำนวนดำเนินการ คือ 16	$= 2^4$
5 → 6 แทนด้วย d[5] มีจำนวนดำเนินการ คือ 32	$= 2^5$
6 → 7 แทนด้วย d[6] มีจำนวนดำเนินการ คือ 64	$= 2^6$
n → (n + 1) แทนด้วย d[n] มีจำนวนดำเนินการ คือ	$2^n$

จากค่าที่กำหนดให้สังเกตได้ว่า

$$\begin{aligned}
 d[6] &= (2) (d[5]) \\
 d[5] &= (2) (d[4]) \\
 d[4] &= (2) (d[3]) \\
 d[3] &= (2) (d[2]) \\
 d[2] &= (2) (d[1]) \\
 d[1] &= (2) (d[0])
 \end{aligned}$$

จะเกิดการเวียนเกิดดังนี้

$$d[n] = (2)(d[n-1])$$

#### 4.3 การสร้างสมการจากความสัมพันธ์

จากตารางที่ 4.1 พบว่า

$$0 \rightarrow 2 \text{ มีค่าเท่ากับ } 3 = 2^2 - 1 = d[0] + d[1] = d[2] - d[0]$$

$$0 \rightarrow 3 \text{ มีค่าเท่ากับ } 7 = 2^3 - 1 = d[0] + d[1] + d[2] = d[3] - d[0]$$

$$0 \rightarrow 4 \text{ มีค่าเท่ากับ } 15 = 2^4 - 1 = d[0] + d[1] + d[2] + d[3] = d[4] - d[0]$$

$$0 \rightarrow 5 \text{ มีค่าเท่ากับ } 31 = 2^5 - 1 = d[0] + d[1] + d[2] + d[3] + d[4] = d[5] - d[0]$$

$$0 \rightarrow 6 \text{ มีค่าเท่ากับ } 63 = 2^6 - 1 = d[0] + d[1] + d[2] + d[3] + d[4] + d[5] = d[6] - d[0]$$

$$0 \rightarrow 7 \text{ มีค่าเท่ากับ } 127 = 2^7 - 1 = d[0] + d[1] + d[2] + d[3] + d[4] + d[5] + d[6] = d[7] - d[0]$$

$$0 \rightarrow n \text{ มีค่าเท่ากับ } = 2^n - 1 = d[0] + d[1] + \dots + d[n-2] + d[n-1] = d[n] - d[0]$$

จะได้เป็นสมการ

$$\sum_{i=0}^n 2^i = 2^{n+1} - 1$$

จากสมการ การแก้ปัญหาเกมหนูลอบบ่งที่มีจำนวนห่วงใดๆ จะมีจำนวนครั้งในการนำเชือกคล้องผ่านเสาแรกของหนูลอบบ่ง คือ

จะได้

$$\sum_{i=0}^{n-1} d[i] = \sum_{i=0}^{n-1} 2^i = 2^n - 1$$

จากความสัมพันธ์ 4.3 จะได้สมการ

$$\begin{aligned} d[n] &= d[n-1] + d[n-1] \\ &= d[n-1] + d[n-2] + d[n-2] \\ &= d[n-1] + d[n-2] + d[n-3] + d[n-3] \\ &= d[n-1] + d[n-2] + \dots + d[m+1] + d[m] \end{aligned}$$

จะได้

$$\sum_{i=a}^b 2^i = 2^{b+1} - 2^a$$

#### 4.4 การสร้างสมการใหม่เพื่อเพิ่มประโยชน์ที่ได้รับ

$$2^b - 2^a = 2^{b-1} + 2^{b-2} + \dots + 2^{a+1} + 2^a$$

$$\begin{aligned} n^b &= (n-1)n^{b-1} + (n-1)n^{b-2} + \dots + (n-1)n^{a+1} + (n)n^a \\ &= (n-1)n^{b-1} + (n-1)n^{b-2} + \dots + (n-1)n^{a+1} + (n-1)n^a + n^a \end{aligned}$$

$$n^b - n^a = (n-1)(n^{b-1} + n^{b-2} + \dots + n^{a+1} + n^a)$$

จะได้สมการใหม่ดังนี้

$$\sum_{i=a}^b n^i = \frac{n^{b+1} - n^a}{n - 1}$$



## บทที่ 5

### สรุปผลการทดลอง อภิปรายผลและข้อเสนอแนะ

#### 5.1 สรุปผลการทดลอง

จากความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ระหว่าง ตำแหน่งในการย้ายเชือก กับ จำนวนครั้งในการนำเชือกคล้องผ่านเสาแรกของเกมหนูลอดบ่วง จะได้

สมการที่ 1 ได้จากความสัมพันธ์ของจำนวนครั้งในการแก้ปัญหาเกมหนูลอดบ่วง

$$\sum_{i=0}^n 2^i = 2^{n+1} - 1$$

สมการที่ 2 ปรับปรุงมาจากสมการที่ 1

$$\sum_{i=a}^b 2^i = 2^{b+1} - 2^a$$

สมการที่ 3 ขั้นตอนเพิ่มประโยชน์ที่ได้รับ

$$\sum_{i=a}^b n^i = \frac{n^{b+1} - n^a}{n - 1}$$

#### 5.2 อภิปรายผลที่ได้รับ

จากการศึกษาความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์จากเกมหนูลอดบ่วง พบว่าสามารถหาความสัมพันธ์ของตัวเลขที่เกิดจากการแก้ปัญหาเกมหนูลอดบ่วงได้ ในรูปความสัมพันธ์เวียนเกิด สามารถหาจำนวนในการนำเชือกคล้องผ่านเสาแรกในการแก้ปัญหาเกมหนูลอดบ่วงแบบจำนวนห่วงใดๆได้ คือจำนวน  $2^n - 1$  ครั้ง และสามารถสร้างสมการได้ คือ

$$\sum_{i=a}^b n^i = \frac{n^{b+1} - n^a}{n - 1}$$

#### 5.3 ข้อเสนอแนะ

5.3.1 ควรเพิ่มประโยชน์ในด้านอื่นนอกเหนือจากด้านคณิตศาสตร์

5.3.2 เพิ่มของเล่นทางคณิตศาสตร์ชนิดอื่น

5.3.3 ปรับปรุงหนูลอดบ่วงเพิ่มมิติในการเล่นอาทิเช่น การซ้อนทับของห่วง จำนวนทางในการย้ายตำแหน่งของเชือก

### เอกสารอ้างอิง

ชัยลักษณ์ เหลืองวิสุทธิ. (2553). *What is Mathematics ?* เข้าถึงได้จาก scimath:

<http://scimath.org/index.php/matharticle/item/399-mathematics>

Zuskin, Terry E. (1995) The Effects of Games on Increasing Interest and Achievement in Middle School Mathematics