



การศึกษาความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์จากเกมหนูลอดบ่วง
The Study of Mathematical Relationship from Desperado Puzzle

โดย

นายณัฐวิทย์ เกิงฝาก

โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ปทุมธานี

(โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค)

โครงการนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรโรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย

(โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค)

โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ปทุมธานี

ปีการศึกษา 2560



การศึกษาความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์จากเกมหนูลอดบ่วง
The Study of Mathematical Relationship from Desperado Puzzle

โดย

นายณัฐวิทย์ เกิงฝาก

โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ปทุมธานี

(โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค)

อาจารย์ที่ปรึกษา

นายสุเทพ ผานัด

ชื่อโครงการ การศึกษาความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์จากเกมหนูลอดบ่วง
ผู้พัฒนาโครงการ นายณัฐวิทย์ เกิงฝาก
อาจารย์ที่ปรึกษา นายสุเทพ ผานัด
โรงเรียน จุฬารัตนราชวิทยาลัย ปทุมธานี (โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค)
ที่อยู่ 51 หมู่ 6 ตำบลบ่อเงิน อำเภอลาดหลุมแก้ว จังหวัดปทุมธานี 12140
โทรศัพท์ 02-599-4462 ต่อ 133 โทรสาร 02-599-4462 ต่อ 133
ระยะเวลาในการทำโครงการ พฤศจิกายน 2559 - กุมภาพันธ์ 2561

บทคัดย่อ

จากความสนใจของผู้พัฒนาที่ต้องการศึกษาเกี่ยวกับการแก้ปัญหาเกมหนูลอดบ่วง เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์จากผลของการแก้ปัญหาเกม โดยการแก้ปัญหานั้นได้ยึดหลักการแก้ปัญหาจากบริษัท puzzle master โดยการศึกษาความสัมพันธ์ของตำแหน่งของการเปลี่ยนตำแหน่งของเชือกที่คล้องไปในตำแหน่งต่างๆในเกมหนูลอดบ่วง และ จำนวนครั้งที่ในการนำเชือกคล้องผ่านเสาสุดท้ายของเกมหนูลอดบ่วง เพื่อหาจำนวนครั้งในการนำเชือกคล้องผ่านเสาแรกสำหรับหนูลอดบ่วงจำนวนหนึ่งใดๆและในที่สุดนั้นผู้พัฒนาทำการศึกษาความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ต่อและใช้ความสัมพันธ์นั้นนำมาหาความสัมพันธ์ใหม่อีกรอบเพื่อเพิ่มประโยชน์ที่ได้รับในการคิดคำนวณต่อไป

กิตติกรรมประกาศ

โครงการคณิตศาสตร์เรื่องนี้ประกอบด้วยการทำงานหลายขั้นตอน นับตั้งแต่คิดริเริ่มหาหัวข้อที่สนใจ ศึกษาหาข้อมูล เริ่มทดลอง หาความสัมพันธ์จากผลการทดลอง การจัดทำโครงการเป็นรูปเล่ม ตลอดจนกระทั่งโครงการสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี ผู้พัฒนาโครงการได้รับความช่วยเหลือ คำแนะนำ และกำลังใจจากบุคคลหลายๆท่าน ผู้พัฒนาโครงการตระหนักและซาบซึ้งในความกรุณาจากทุกๆท่านอย่างยิ่ง ณ โอกาสนี้ ขอขอบคุณทุกๆท่านดังนี้

ขอขอบคุณ อาจารย์สุเทพ ผานัด อาจารย์ที่ปรึกษา และอาจารย์ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ปทุมธานี ทุกคนที่คอยดูแลเอาใจใส่และให้คำปรึกษาเป็นอย่างดี

ขอขอบคุณ ผู้อำนวยการโรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ปทุมธานี ดร.สมร ปาโท ที่ให้ความอนุเคราะห์ และความช่วยเหลือในด้านต่างๆ

ขอขอบคุณ คณาจารย์ รุ่นพี่ เพื่อน ทุกคนที่คอยให้กำลังใจจนโครงการนี้ประสบความสำเร็จไปได้ด้วยดี

สุดท้ายนี้ ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อและคุณแม่ ผู้เป็นที่รัก ผู้ให้กำลังใจและให้โอกาสการศึกษา อันมีค่ายิ่ง

ผู้พัฒนาโครงการ

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อ.....	ก
กิตติกรรมประกาศ.....	ข
สารบัญ	ค
สารบัญตาราง	ง
สารบัญรูปภาพ	จ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ที่มาและความสำคัญ.....	1
1.2 วัตถุประสงค์	1
1.3 สมมติฐาน	1
1.4 ตัวแปรที่ศึกษา	2
1.5 ขอบเขตที่ศึกษา	2
1.6 นิยามเชิงปฏิบัติการ	3
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	4
2.1 ชัมเมชั่น	4
2.2 การแก้ปัญหาเกมหนูลอดบ่วง	5
บทที่ 3 วิธีการดำเนินการทดลอง	6
3.1 วัสดุอุปกรณ์.....	6
3.2 วิธีการดำเนินงาน	6
บทที่ 4 การทดลองและผลการทดลอง.....	7
4.1 ผลการทดลองในรูปแบบการแก้ปัญหา.....	7
4.2 ผลการทดลองในรูปแบบจำนวนการแก้ปัญหา	8
4.3 การหาความสัมพันธ์จากการแก้ปัญหาเกมหนูลอดบ่วง	8
4.4 การสร้างสมการจากความสัมพันธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหา	9
4.5 สร้างสมการใหม่เพื่อเพิ่มประโยชน์ที่ได้รับจากสมการแสดงความสัมพันธ์.....	11
บทที่ 5 สรุปผลการทดลอง อภิปรายผลและข้อเสนอแนะ	14
5.1 สรุปผลการทดลอง.....	14
5.2 อภิปรายผลการทดลอง	15
5.3 ข้อเสนอแนะ	16
บรรณานุกรม	17

สารบัญตาราง

หน้า

4.1 ตารางบันทึกผลรูปแบบในการแก้ปัญหา.....	7
4.2 ตารางบันทึกผลจำนวนในการแก้ปัญหา.....	8

สารบัญรูปภาพ

หน้า

1.1 หนูลอดบ่วงแบบ 4 ห่วง.....	3
1.2 การแก้ปัญหาเกมหนูลอดบ่วงแบบ 4 ห่วงจาก puzzle master.....	4
4.1 แผนภาพแสดงความสัมพันธ์ของสมการ.....	11
4.2 แผนภาพแสดงความสัมพันธ์ของสมการ.....	12

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญ

การศึกษาคณิตศาสตร์หมายถึงการพยายามอธิบายถึงโครงสร้าง ความสัมพันธ์ระเบียบรูปแบบแบบแผนต่าง ๆ โดยอาศัยภาษาทางคณิตศาสตร์มาอธิบายรูปแบบด้วยการศึกษาความสัมพันธ์ แบบแผนต่าง ๆ โดยนักคณิตศาสตร์ สามารถนำไปศึกษาสิ่งใด ๆ ในธรรมชาติ เช่น แบบแผนที่สมมาตรกันของดอกไม้ แบบแผนที่ซับซ้อนของเงื่อนไขต่าง วงโคจรของกระสวยอวกาศที่โคจรนอกโลก แบบแผนของลายจุดบนแผ่นหนังของเสื้อดาว รูปแบบ Keith Devlin เห็นว่าถ้าโลกนี้ปราศจากนักคณิตศาสตร์ เราคงไม่เข้าใจว่าอะไรทำให้ขึ้นหลักขนาดใหญ่ลอยอยู่ได้ในอากาศโดยที่ไม่มีอะไรยกมันไว้ (เหลืองวิสุทธิ์, 2553)

ซัสกิน (Zuskin, 1995) ได้ทำวิจัยของผลเกมที่มีต่อการเพิ่มขึ้นของความสนใจและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาเรื่องการคำนวณเศษส่วนกับนักเรียนเกรด 7 โดยมีกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มคือ กลุ่มทดลองเล่นเกมคณิตศาสตร์ เป็นการเสริมบทเรียนก่อนสอนทักษะทางคณิตศาสตร์และกลุ่มควบคุมอีกกลุ่มให้ฝึกหัดด้วยสมุดแบบฝึกหัด ผู้พัฒนาจึงเล็งเห็นถึงข้อดังกล่าวว่า เกมคณิตศาสตร์ต่าง ๆ อาจมีความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกมปริศนานั้น

ผู้พัฒนาต้องการศึกษาความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ในเกมคณิตศาสตร์ ปริศนาหนูลอดบ่วงซึ่งเป็นเกมทางคณิตศาสตร์ชนิดหนึ่ง โดยผู้พัฒนาคาดว่าสามารถสร้างสมการทางคณิตศาสตร์จากการแก้ปัญหาเกมได้ จึงมีความสนใจและว่า เหมาะสมแก่การนำมาศึกษาต่อ เพื่อสร้างสมการที่ช่วยในด้านการคำนวณ หรือใช้เป็นรูปแบบของรหัสผ่านชนิดใหม่ และอาจนำมาเป็นหลักอธิบายปรากฏการณ์ธรรมชาติต่าง ๆ ที่จะเกิดในอนาคต

1.2 วัตถุประสงค์

- 1.2.1 เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ของตัวเลขที่เกิดจากการแก้ปัญหาเกมหนูลอดบ่วง
- 1.2.2 เพื่อศึกษาจำนวนครั้งที่นำเชือกคล้องผ่านเสาแรกของหนูลอดบ่วงแบบห้วงใดๆ
- 1.2.3 เพื่อสร้างสมการแสดงความสัมพันธ์ของตัวเลขที่เกิดจากการแก้ปัญหาเกมหนูลอดบ่วง
- 1.2.4 เพื่อทดลองเพิ่มประโยชน์ของสมการแสดงความสัมพันธ์ของตัวเลขที่เกิดจากการแก้ปัญหาเกมหนูลอดบ่วง

1.3 สมมติฐาน

- 1.3.1 สามารถหาความสัมพันธ์ของตัวเลขที่เกิดจากการแก้ปัญหาเกมหนูลอดบ่วงได้
- 1.3.2 สามารถหาจำนวนครั้งที่นำเชือกคล้องผ่านเสาแรกของหนูลอดบ่วงที่มีจำนวนห้วงใดๆได้
- 1.3.3 สามารถสร้างสมการแสดงความสัมพันธ์ของตัวเลขที่เกิดจากการแก้ปัญหาเกมหนูลอดบ่วงได้
- 1.3.4 สามารถเพิ่มประโยชน์ของสมการแสดงความสัมพันธ์ของตัวเลขที่เกิดจากการแก้ปัญหาเกมหนูลอดบ่วงได้

1.4 ตัวแปรที่ศึกษา

1.4.1 ตัวแปรต้น

ตำแหน่งที่ใช้ศึกษาได้แก่

- | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| - ระหว่างตำแหน่ง 0-1 | - ระหว่างตำแหน่ง 1-5 | - ระหว่างตำแหน่ง 3-6 |
| - ระหว่างตำแหน่ง 0-2 | - ระหว่างตำแหน่ง 1-6 | - ระหว่างตำแหน่ง 3-7 |
| - ระหว่างตำแหน่ง 0-3 | - ระหว่างตำแหน่ง 1-7 | - ระหว่างตำแหน่ง 4-5 |
| - ระหว่างตำแหน่ง 0-4 | - ระหว่างตำแหน่ง 2-3 | - ระหว่างตำแหน่ง 4-6 |
| - ระหว่างตำแหน่ง 0-5 | - ระหว่างตำแหน่ง 2-4 | - ระหว่างตำแหน่ง 4-7 |
| - ระหว่างตำแหน่ง 0-6 | - ระหว่างตำแหน่ง 2-5 | - ระหว่างตำแหน่ง 5-6 |
| - ระหว่างตำแหน่ง 0-7 | - ระหว่างตำแหน่ง 2-6 | - ระหว่างตำแหน่ง 5-7 |
| - ระหว่างตำแหน่ง 1-2 | - ระหว่างตำแหน่ง 2-7 | - ระหว่างตำแหน่ง 6-7 |
| - ระหว่างตำแหน่ง 1-3 | - ระหว่างตำแหน่ง 3-4 | |
| - ระหว่างตำแหน่ง 1-4 | - ระหว่างตำแหน่ง 3-5 | |

1.4.2 ตัวแปรตาม

รูปแบบการแก้ปัญหา

จำนวนครั้งที่นำเชือกข้ามเสาที่ 0

1.4.3 ตัวแปรควบคุม

จำนวนห่วงที่ใช้ในการศึกษาเกมหนูลอดบ่วง คือ 7 ห่วง

วิธีในการแก้ปัญหาเกม

1.5 ขอบเขตของการศึกษา

1.5.1 ขอบเขตด้านสถานที่

โรงเรียนจุฬารณราชวิทยาลัย ปทุมธานี 51 ตำบลบ่อเงิน อำเภอลาดหลุมแก้ว

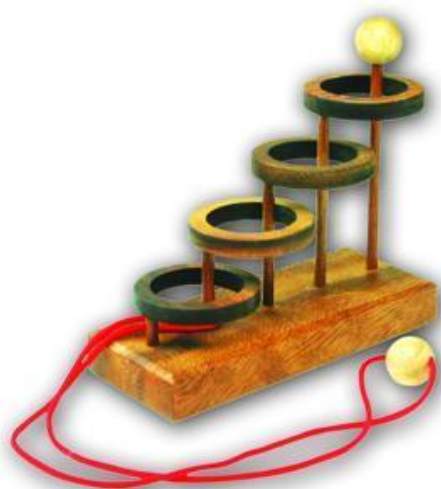
จังหวัดปทุมธานี 12140

1.5.2 ขอบเขตด้านระยะเวลา ระหว่างเดือน

พฤศจิกายน 2559 - กุมภาพันธ์ 2561

1.6 นิยามศัพท์เชิงปฏิบัติการ

หนูลอดบ่วงเป็นของเล่นคณิตศาสตร์ชนิดหนึ่งมีวิธีการเล่นโดยหาวิธีที่นำเชือกเข้าไปร้อยกับเสาที่อยู่ในชุด ในงานวิจัยนี้เราได้เลือกใช้เป็นหนูลอดบ่วงแบบ 7 ห่วง



ภาพที่ 1.1 หนูลอดบ่วงแบบ 4 ห่วง

วิธีกำหนดเลขของเสา

เสาที่ 0 คือเสาที่อยู่นอกสุดที่ไม่มีห่วง

เสาที่ 1 ถึงเสาที่ 7 คือนับถัดมาตามลำดับ

วิธีกำหนดตำแหน่ง

ตำแหน่งที่ 0 คือตำแหน่งระหว่างเสาที่ 0 ถึงเสาที่ 1

ตำแหน่งที่ 1 คือตำแหน่งระหว่างเสาที่ 1 ถึงเสาที่ 2

ตำแหน่งที่ 2 คือตำแหน่งระหว่างเสาที่ 2 ถึงเสาที่ 3

ตำแหน่งที่ 3 คือตำแหน่งระหว่างเสาที่ 3 ถึงเสาที่ 4

ตำแหน่งที่ 4 คือตำแหน่งระหว่างเสาที่ 4 ถึงเสาที่ 5

ตำแหน่งที่ 5 คือตำแหน่งระหว่างเสาที่ 5 ถึงเสาที่ 6

ตำแหน่งที่ 6 คือตำแหน่งระหว่างเสาที่ 6 ถึงเสาที่ 7

ตำแหน่งที่ 7 คือตำแหน่งระหว่างเสาที่ 7 ถึงตำแหน่งที่เชือกหลุดออก

วิธีกำหนดตัวดำเนินการในการแก้ปัญหาเกม

○ คือ การนำเชือกร้อยผ่านช่องที่ไม่ได้มีส่วนที่ซ้อนทับกันกับห่วงของเสาถัดไป

∩ คือ การนำเชือกร้อยผ่านช่องที่มีส่วนที่ซ้อนทับกันกับห่วงของเสาถัดไป

เครื่องหมาย $a-b$ หมายถึงการดำเนินการจากตำแหน่งที่ a ไปตำแหน่งที่ b โดยที่ $a < b$

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 ซัมเมชัน (summation)

ซัมเมชัน หรือ ซิกมา Σ ในปัจจุบันเป็นเครื่องหมายที่ใช้ในการหาผลรวมของลำดับที่เป็นรูปทั่วไป เป็นพหุนามกำลังไม่เกิน 3

ถ้าเราจะเขียน

$$1+2+3+4+...+100$$

ในรูปซิกมา เราสามารถเขียนได้ว่า

$$\sum_{n=1}^{100} n$$

เราสามารถใช้ตัวแปรในรูปแบบอื่นๆได้เช่น

$$\sum_{k=1}^{100} k = \sum_{l=1}^{100} l = \sum_{j=1}^{100} j$$

ยกตัวอย่างลำดับ

$$a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + \dots + (b-2)^2 + (b-1)^2 + b^2 ; b > a+2$$

จะเท่ากับ

$$\sum_{i=a}^b i^2$$

บทที่ 3

วิธีดำเนินการทดลอง

3.1 วัสดุอุปกรณ์และเครื่องมือพิเศษ

3.1.1 อุปกรณ์

หนูหลอดบ่วง

3.1.2 เครื่องมือ

เครื่องพิมพ์ 3 มิติ

3.2 ขั้นตอนการดำเนินงาน

3.2.1. ศึกษาวิธีการแก้ปัญหาเกมหนูหลอดบ่วง

3.2.2. ทำการทดลองแล้วบันทึกข้อมูลลงตาราง

3.2.3. หาความสัมพันธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหาเกมหนูหลอดบ่วง

3.2.4. สร้างสมการจากความสัมพันธ์พร้อมแสดงแผนภาพที่มาของสมการ

3.2.5. ปรับปรุงสมการที่ได้จากการแก้ปัญหาเกมหนูหลอดบ่วงเพื่อเพิ่มประโยชน์ที่ได้รับ

บทที่ 4

การทดลองและผลการทดลอง

4.1 ตารางบันทึกผลรูปแบบในการแก้ปัญหา

	รูปแบบของการแก้ปัญหา						
ตำแหน่ง	1	2	3	4	5	6	7
0							
1							
2							
3							
4							
5							
6							

จากตารางสังเกตได้ว่า

การดำเนินการจาก **a-b** เท่ากับ การดำเนินการจาก **a-c** รวมกับ **c-b**

โดยที่ **a, b, c** เป็นจำนวนเต็มที่ $a < c < b$

4.2 ตารางบันทึกผลจำนวนของการดำเนินงาน

	จำนวนของการดำเนินงาน						
ตำแหน่ง	1	2	3	4	5	6	7
0	1	3	7	15	31	63	127
1		2	6	14	30	62	126
2			4	12	28	60	124
3				8	24	56	120
4					16	48	112
5						32	96
6							64

4.3 การหาความสัมพันธ์จากแก้ปัญหาเกมหนูลอดบ่วง

กำหนดให้

0 – 1 แทนด้วย $d[0]$ มีจำนวนดำเนินการ คือ $1 = 2^0$

1 – 2 แทนด้วย $d[1]$ มีจำนวนดำเนินการ คือ $2 = 2^1$

2 – 3 แทนด้วย $d[2]$ มีจำนวนดำเนินการ คือ $4 = 2^2$

3 – 4 แทนด้วย $d[3]$ มีจำนวนดำเนินการ คือ $8 = 2^3$

4 – 5 แทนด้วย $d[4]$ มีจำนวนดำเนินการ คือ $16 = 2^4$

5 – 6 แทนด้วย $d[5]$ มีจำนวนดำเนินการ คือ $32 = 2^5$

6 – 7 แทนด้วย $d[6]$ มีจำนวนดำเนินการ คือ $64 = 2^6$

$n - (n + 1)$ แทนด้วย $d[n]$ มีจำนวนดำเนินการ คือ 2^n

จากค่าที่กำหนดให้สังเกตได้ว่า

$$d[6] = (2) (d[5])$$

$$d[5] = (2) (d[4])$$

$$d[4] = (2) (d[3])$$

$$d[3] = (2) (d[2])$$

$$d[2] = (2) (d[1])$$

$$d[1] = (2) (d[0])$$

จะเกิดการเวียนเกิดดังนี้

$$d[n] = (2) (d[n-1])$$

4.4 การสร้างสมการจากความสัมพันธ์

จากตารางที่ 4.2 พบว่า

$$0-2 \text{ มีค่าเท่ากับ } 3 = 2^1 - 1 = d[0] + d[1]$$

$$0-3 \text{ มีค่าเท่ากับ } 7 = 2^2 - 1 = d[0] + d[1] + d[2]$$

$$0-4 \text{ มีค่าเท่ากับ } 15 = 2^3 - 1 = d[0] + d[1] + d[2] + d[3]$$

$$0-5 \text{ มีค่าเท่ากับ } 31 = 2^4 - 1 = d[0] + d[1] + d[2] + d[3] + d[4]$$

$$0-6 \text{ มีค่าเท่ากับ } 63 = 2^5 - 1 = d[0] + d[1] + d[2] + d[3] + d[4] + d[5]$$

$$0-7 \text{ มีค่าเท่ากับ } 127 = 2^6 - 1 = d[0] + d[1] + d[2] + d[3] + d[4] + d[5] + d[6]$$

$$0-n \text{ มีค่าเท่ากับ } = 2^n - 1 = d[0] + d[1] + \dots + d[n-2] + d[n-1]$$

จะได้เป็นสมการ

$$\sum_{i=0}^n 2^i = 2^{n+1} - 1$$

โดยที่ $n \in \mathbb{N}$

จากสมการ การแก้ปัญหาเกมหนูลอดบ่วงที่มีจำนวนห่วงใดๆ จะมีจำนวนครั้งในการนำเชือกคล้องผ่านเสาแรกของหนูลอดบ่วง คือ
จะได้

$$\sum_{i=0}^{n-1} d[i] = \sum_{i=0}^{n-1} 2^i = 2^n - 1$$

จาก $0-n$ มีค่าเท่ากับ $2^n - 1 = d[0] + d[1] + \dots + d[n-2] + d[n-1]$ จะได้ว่า

$$d[n-1] - d[0] = d[0] + d[1] + \dots + d[n-2] + d[n-1]$$

ลบด้วย $d[0]$ ทั้ง 2 ข้างของสมการ ;

$$d[n-1] - 2d[0] = d[1] + d[2] + \dots + d[n-2] + d[n-1]$$

แทน $2d[0]$ ด้วย $d[1]$;

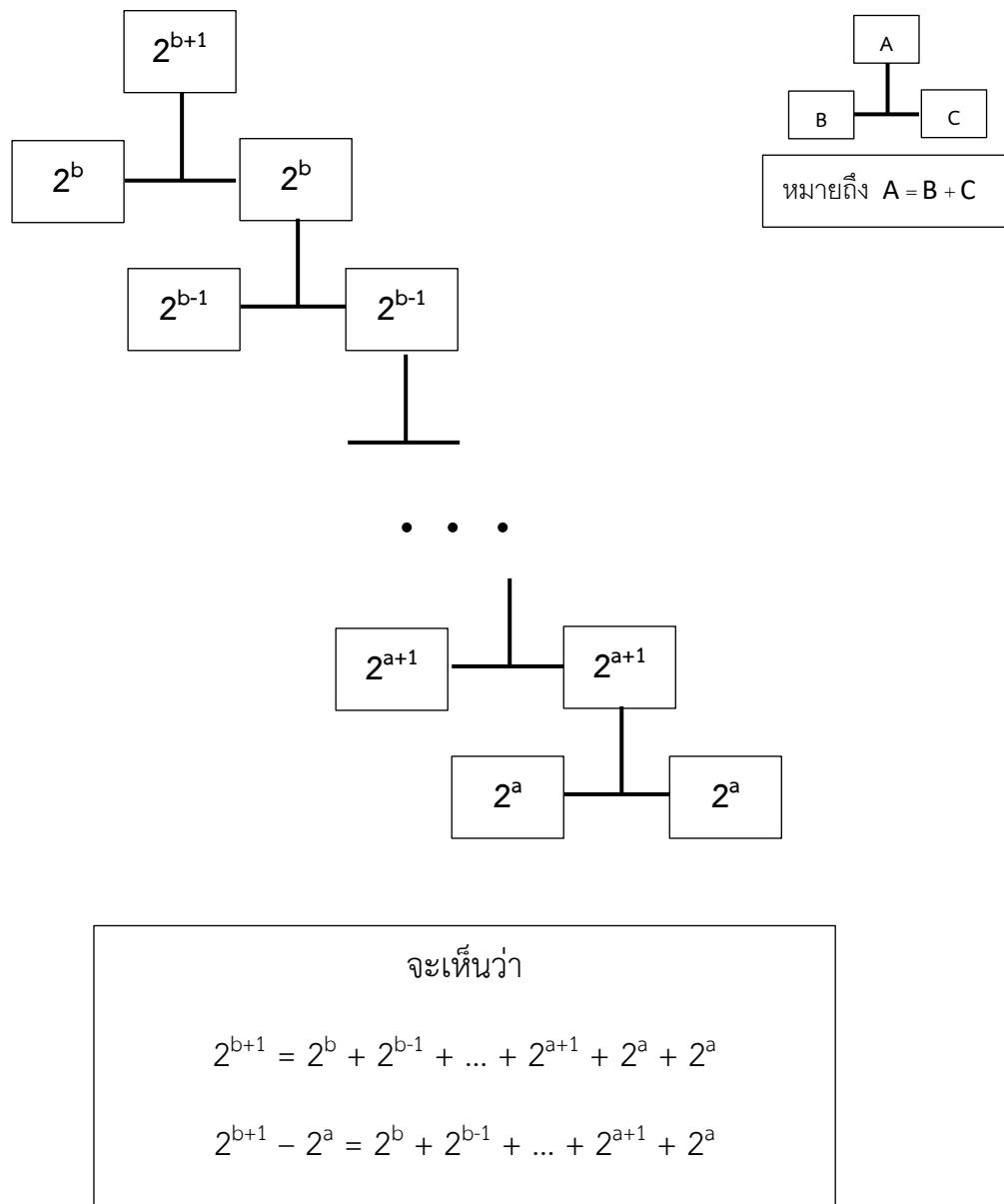
$$d[n-1] - d[1] = d[1] + d[2] + \dots + d[n-2] + d[n-1]$$

จากสมการข้างต้นจะได้สมการใหม่ว่า

$$\sum_{i=a}^b 2^i = 2^{b+1} - 2^a$$

โดยที่ $a, b \in \mathbb{Z}$ และ $b > a$

4.5 สร้างสมการใหม่เพื่อเพิ่มประโยชน์ที่ได้รับจากสมการแสดงความสัมพันธ์
จากสมการข้างต้นสามารถสร้างเป็นแผนภาพได้ดังนี้



รูปที่ 4.1 แผนภาพแสดงความสัมพันธ์ของสมการ

จากแผนภาพสามารถอธิบายได้ดังนี้

$$2^{b+1} = 2^b + 2^b$$

$$2^{b+1} = 2^b + 2^{b-1} + 2^{b-1}$$

...

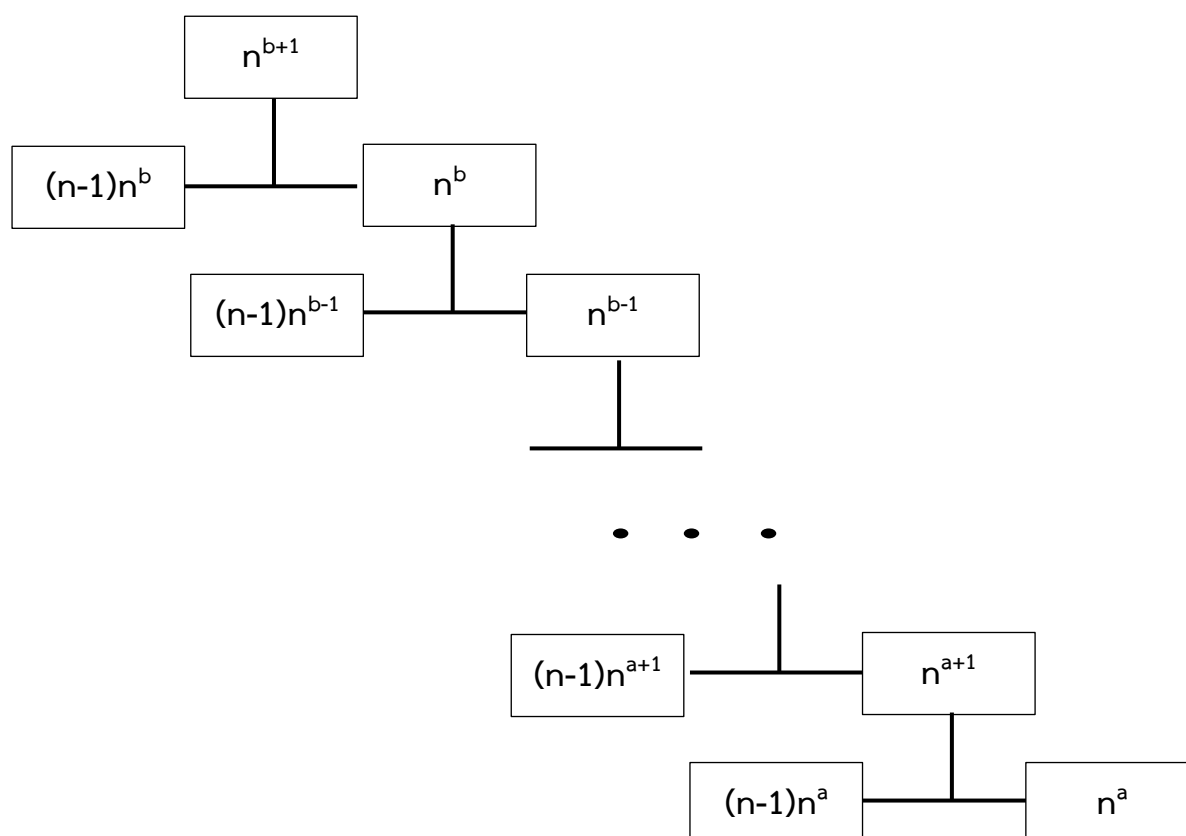
$$2^{b+1} = 2^b + 2^{b-1} + \dots + 2^{a+1} + 2^{a+1}$$

$$2^{b+1} = 2^b + 2^{b-1} + \dots + 2^{a+1} + 2^a + 2^a$$

ลบด้วย 2^a ทั้ง 2 ข้างของสมการจะได้

$$2^{b+1} - 2^a = 2^b + 2^{b-1} + \dots + 2^{a+1} + 2^a$$

เมื่อทำตามแผนภาพเช่นเดียวกันกับ n^{b+1} จะได้



รูปที่ 4.2 แผนภาพแสดงความสัมพันธ์ของสมการ

จากแผนภาพสามารถอธิบายได้ดังนี้

$$n^{b+1} = (n-1)n^b + n^b$$

$$n^{b+1} = (n-1)(n^b + n^{b-1}) + n^{b-1}$$

...

$$n^{b+1} = (n-1)(n^b + n^{b-1} + \dots + n^{a+1}) + n^{a+1}$$

$$n^{b+1} = (n-1)(n^b + n^{b-1} + \dots + n^{a+1} + n^a) + n^a$$

ลบด้วย n^a ทั้ง 2 ข้างของสมการจะได้

$$n^{b+1} - n^a = (n-1)(n^b + n^{b-1} + \dots + n^{a+1} + n^a)$$

$$(n^{b+1} - n^a)/(n-1) = n^b + n^{b-1} + \dots + n^{a+1} + n^a$$

จะได้สมการใหม่ดังนี้

$$\sum_{i=a}^b n^i = \frac{n^{b+1} - n^a}{n-1}$$

โดยที่ $n \in \mathbb{R} - \{1\}$, $a < b$ และ $a, b \in \mathbb{Z}$

บทที่ 5

สรุปผลการทดลอง อภิปรายผลและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการทดลอง

จากความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ระหว่าง ตำแหน่งในการย้ายเชือก กับ จำนวนครั้งในการนำเชือกคล้องผ่านเสาแรกของเกมหนูลอดบ่วง จะได้

สมการที่ 1 ได้จากความสัมพันธ์ของจำนวนครั้งในการแก้ปัญหาเกมหนูลอดบ่วง

$$\sum_{i=0}^n 2^i = 2^{n+1} - 1$$

โดยที่ $n \in \mathbb{N}$

จากการแก้ปัญหาเกมหนูลอดบ่วงแบบจำนวนห่วงใด ๆ นั้นจะต้องย้ายเชือกจากตำแหน่งที่ 0 ไปเรื่อยๆจนถึงตำแหน่งที่ n จะมีค่า $2^n - 1$

จากสมการแสดงความสัมพันธ์ดังกล่าวเมื่อสังเกตเพิ่มเติมแล้ว สามารถประยุกต์สมการดังกล่าวเป็นสมการใหม่ได้

สมการที่ 2 ปรับปรุงมาจากสมการที่ 1

$$\sum_{i=a}^b 2^i = 2^{b+1} - 2^a$$

โดยที่ $a, b \in \mathbb{Z}$ และ $b > a$

จากขั้นตอนการแสดงสมการดังกล่าวออกเป็นแผนภาพจะสามารถเห็นถึงความสัมพันธ์บางอย่างในแผนภาพจนสามารถประยุกต์สมการเพื่อเพิ่มประโยชน์ที่ได้รับ ได้ว่า

สมการที่ 3 ขั้นตอนเพิ่มประโยชน์ที่ได้รับ

$$\sum_{i=a}^b n^i = \frac{n^{b+1} - n^a}{n - 1}$$

โดยที่ $n \in \mathbb{R} - \{1\}$, $a < b$ และ $a, b \in \mathbb{Z}$

5.2 อภิปรายผลที่ได้รับ

จากการศึกษาความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์จากเกมหนูลอดบ่วง พบว่าสามารถหาความสัมพันธ์ของตัวเลขที่เกิดจากการแก้ปัญหาเกมหนูลอดบ่วงได้ ในรูปความสัมพันธ์เวียนเกิด สามารถหาจำนวนในการนำเชือกคล้องผ่านเสาแรกในการแก้ปัญหาเกมหนูลอดบ่วงแบบจำนวนห่วงใดๆได้ คือจำนวน $2^n - 1$ ครั้ง สามารถสร้างสมการที่เกิดจากความสัมพันธ์ที่เกิดจากการแก้ปัญหาเกมได้ คือ $\sum_{i=a}^b 2^i = 2^{b+1} - 2^a$ และเมื่อสร้างแผนภาพแสดงความสัมพันธ์นั้นก็สามารถประยุกต์สมการดังกล่าวเพื่อเพิ่มประโยชน์เป็นสมการใหม่ได้ คือ $\sum_{i=a}^b n^i = \frac{n^{b+1} - n^a}{n-1}$ โดยที่ $n \in \mathbb{R} - \{1\}$

5.3 ข้อเสนอแนะ

- 5.3.1 ควรเพิ่มประโยชน์ในด้านอื่นนอกเหนือจากด้านคณิตศาสตร์
- 5.3.2 เพิ่มของเล่นทางคณิตศาสตร์ชนิดอื่น
- 5.3.3 ปรับปรุงหนูลอดบ่วงเพิ่มมิติในการเล่นอาทิเช่น การซ้อนทับของห่วง จำนวนทางในการย้ายตำแหน่งของเชือก

บรรณานุกรม

ัญญลักษณ์ เหลืองวิสุทธิ. (2553). *What is Mathematics ?* เข้าถึงได้จาก scimath:

<http://scimath.org/index.php/matharticle/item/399-mathematics>

Zuskin, Terry E. (1995) The Effects of Games on Increasing Interest and Achievement in Middle School Mathematics