

Задание от 15 февраля 2013г.

Срок сдачи 1 марта 2013г.

Задача 1.

Рассмотрим строку $S = s_1s_2s_3 \dots s_{n-1}s_n$. Циклическим расширением строки S порядка m назовём строку $s_1s_2s_3 \dots s_{n-1}s_ns_1s_2 \dots$ из m символов: мы берём строку S и выписываем её до тех пор, пока получившаяся строка не будет иметь длину m .

Пусть \tilde{S} — циклическое расширение строки S бесконечного порядка. Рассмотрим суффиксы циклической строки \tilde{S} . Ясно, что различных среди них не более $|S|$: $(n+1)$ -ый равен первому (т.е. самой циклической строке), $(n+2)$ -ой равен второму, и так далее. Однако, различных суффиксов может быть и меньше. Например, рассмотрим строку $S = abab$:

$$\tilde{S}_1 = abababab \dots$$

$$\tilde{S}_2 = babababa \dots$$

$$\tilde{S}_3 = abababab \dots$$

$$\tilde{S}_4 = babababa \dots$$

Среди четырёх её суффиксов только два различных: $\tilde{S}_1 = \tilde{S}_3$ и $\tilde{S}_2 = \tilde{S}_4$.

Упорядочим лексикографически первые $|S|$ суффиксов строки \tilde{S} . Если два суффикса равны, первым будет тот, индекс которого меньше. Нас интересует следующий вопрос: какая позиция будет у исходной строки \tilde{S} после такого упорядочивания?

Например, для строки $S = cabcab$

$$(1) \quad \tilde{S}_2 = abcabcabca \dots$$

$$(2) \quad \tilde{S}_5 = abcabcabca \dots$$

$$(3) \quad \tilde{S}_3 = bcabcabcab \dots$$

$$(4) \quad \tilde{S}_6 = bcabcabcab \dots$$

$$(5) \quad \tilde{S}_1 = cabcabcab \dots$$

$$(6) \quad \tilde{S}_4 = cabcabcab \dots$$

Здесь строка \tilde{S} расположена на 5 позиции. Можно показать, что строка *abracadabra* будет расположена в соответствующем массиве на 3 позиции.

Разработайте алгоритм, который найдёт позицию строки \tilde{S} за время $O(n)$. Никаких ограничений на размер алфавита не накладывается.

Задача 2.

Некоторые строки допускают представление в виде одной строки, повторенной несколько раз. Например, $ababab = (ab)^3$. Иногда можно повторить строку несколько раз полностью и один раз частично, например $abababa = (ab)^3a$. Назовём *периодом* строки s такую строку p максимальной возможной длины, что $s = p^k q$, где q является (возможно, пустым) префиксом p , а p^k обозначает строку, полученную из строки p путём её повторения $k \geq 0$ раз.

Предложите алгоритм, который найдёт по строке s длины n её период, используя $O(n)$ времени и памяти.