

Задание от 1 октября 2012г.

Срок сдачи 15 октября 2012г.

Задача 1.

Предположим, что у нас есть операции сложения, деления нацело и взятия остатка для целых чисел, но нет операции умножения. Опишите, как перемножить два целых числа, состоящих каждое из $O(n)$ десятичных цифр, за время $O(n^2)$.

Задача 2.

Рассмотрим следующий код, реализующий решето Эратосфена:

```
memset(is_prime, 1, N * sizeof(int));
is_prime[0] = is_prime[1] = 0;
for (i = 2; i < N; i++) {
    if (is_prime[i]) {
        for (j = i + i; j < N; j += i) {
            is_prime[j] = 0;
        }
    }
}
```

Покажите, что в пятой строке можно заменить $j = i + i$ на $j = i * i$. Улучшит ли это асимптотику? Улучшит ли это результат на практике? Какие проблемы это может вызвать?

Задача 3. Рассмотрим массив $a[1..n]$, состоящий из попарно различных целых чисел. *Инверсией* называется пара индексов $1 \leq i < j \leq n$ таких, что $a_i > a_j$. Придумайте алгоритм, который считает число инверсий в заданном массиве за время $O(n \log n)$.