

Теория и реализация языков программирования.

Задание 4: Замкнутость регулярных языков, теорема Майхилла-Нероуда и минимальные автоматы

Сергей Володин, 272 гр.

задано 2013.09.25

Упражнение 1

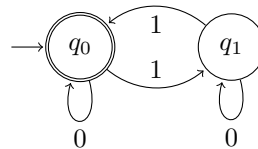
Задача 1

Задача 2

Задача 3

Задача 4

1. $\Sigma = \{0, 1\}$. Докажем, что $L(\mathcal{A}) = \{w \mid |w|_1 = 2t, t \in \mathbb{Z}\}$, \mathcal{A} :



Докажем утверждение $P(n) = [\forall w \in \Sigma^* : |w| = n \hookrightarrow (q_0 \xrightarrow{w} q_i \Rightarrow i = |w|_1 \bmod 2)]$.

- (a) Докажем $P(0)$. Поскольку $|w| = 0 \Rightarrow w = \varepsilon$, $P(0) = [q_0 \xrightarrow{\varepsilon} q_i \Rightarrow i = |\varepsilon|_1 \bmod 2]$. Поскольку $\delta(q_0, \varepsilon) = q_0$, и $0 = |\varepsilon|_1$, получаем $P(0)$ ■
- (b) Пусть доказано $P(n)$, докажем $P(n+1)$. $P(n) = [\forall w \in \Sigma^* : |w| = n \hookrightarrow (q_0 \xrightarrow{w} q_i \Rightarrow i = |w|_1 \bmod 2)]$. Фиксируем $w \in \Sigma^*$, $|w| = n+1$, $w = w_0\sigma$, $|w_0| = n$, $|\sigma| = 1$. \mathcal{A} — полный $\Rightarrow (q_0, w) \equiv (q_0, w_0\sigma) \vdash^* (q_i, \sigma) \vdash (q_j, \varepsilon)$. $|w_0| = n \xRightarrow{P(n)} i = |w_0|_1 \bmod 2$. $i \in \{0, 1\}$, $\sigma \in \{0, 1\} \Rightarrow$ рассмотрим четыре случая:
- $(i = 0, \sigma = 0)$
 - $(i = 0, \sigma = 1)$
 - $(i = 1, \sigma = 0)$
 - $(i = 1, \sigma = 1)$

Задача 5

Задача 6