Методы оптимизации. Задание 3

Сергей Володин, 374 гр.

задано 2016.04.12

Задача 1

(2016.04.05) Доказать, что метод возможных направлений с $S \overset{\text{def}}{=} \{s | ||s||^2 \leqslant r\}$ эквивалентен задаче квадратичного программирования

$$\begin{cases} \sigma + \gamma ||s||^2 \to \min \\ \sigma \geqslant (\nabla f, s) \\ \sigma \geqslant (\nabla g_i, s) \end{cases}$$

при некотором γ

Задача 2

(2016.04.12) Пусть φ — дифференцируемая. Доказать или опровергнуть: $\nabla\varphi$ — липшицев с константой $L \Leftrightarrow \varphi^*$ — выпуклая/сильно выпуклая

Задача 3

(2016.04.12) $\varphi(x) \overset{\text{def}}{=} f(y) - \nabla^T f(x) \cdot y$ — выпуклая (?), если f — выпуклая

Задача 4

Доказать

1. $\frac{1}{\epsilon_{k+1}} - \frac{1}{\epsilon_k} \geqslant \omega_k$
2. $\forall k \omega_k \geqslant \omega_1$.

Обозначения — метод быстрых градиентов

Задача 5

Пусть $x_{k+1} \overset{\text{def}}{=} \text{prox}_{D_\Phi}(C, y_{k+1})$. Доказать $\forall x \ (\nabla\Phi(x_{k+1}) - \nabla\Phi(y_{k+1}))^T (x_{k+1} - x) \leqslant 0$

Задача 6

Исследовать, выполняется ли неравенство треугольника (с обратным знаком) для D_Φ для произвольных трех точек

Задача 7

Выбрать наилучшее γ для полученной на семинаре оценки $\sum(f(x_j) - f(x))$. Оценить $D_\Phi(x, x_1)$ через

$$R^2 \overset{\text{def}}{=} \sup_{x \in C} |\Phi(x) - \Phi(x_1)|$$