

Задание к лекции 5 апреля 2013г.

Срок сдачи 24 мая 2013г.

**Задача 1.**

Для задачи линейного программирования, заданной в виде

$$\begin{aligned} \max \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \mathbf{Ax} \leq \mathbf{b} \\ \mathbf{x} \geq 0, \end{aligned}$$

двойственную задачу определяют так:

$$\begin{aligned} \min \mathbf{y}^T \mathbf{b} \\ \mathbf{y}^T \mathbf{A} \geq \mathbf{c}^T \\ \mathbf{y} \geq 0 \end{aligned}$$

Сформулируйте следующую задачу как задачу ЛП. Сформулируйте также двойственную задачу. Решите обе. Как связаны их решения? Можно ли дать двойственной задаче какую-нибудь “естественную” интерпретацию?

*Задача.* Грузовой самолёт может нести не более 60 кубических метров груза общим весом до 100 тонн. Перевозятся три материала, и грузовая компания может выбрать любое количество каждого из них, соблюдая ограничения:

- Материал 1 имеет плотность 2 тонны на кубический метр. Всего доступно 40 кубических метров, прибыль составляет 1000 у.е. за кубический метр.
- Материал 2 имеет плотность 1 тонна на кубический метр. Всего доступно 30 кубических метров, прибыль составляет 1200 у.е. за кубический метр.
- Материал 3 имеет плотность 3 тонны на кубический метр. Всего доступно 20 кубических метров, прибыль составляет 12000 у.е. за кубический метр.

Необходимо сделать один рейс, приносящий максимальную прибыль. Сколько какого материала следует взять?

**Задача 2.**

Здесь мы рассмотрим два несложных обобщения задачи о максимальном потоке. Обе вариации можно свести к задаче в стандартной постановке.

a) Кроме пропускных способностей рёбер пропускные способности теперь есть и у вершин: для каждой вершины известно, какой максимальный суммарный поток может в неё войти.

b)\* Для рёбер указаны не только *верхние* ограничения на возможный поток, но ещё и *нижние*. Это значит, что поток  $f_i$  для каждого ребра  $e_i \in E$  должен удовлетворять неравенствам  $d_i \leq f_i \leq u_i$ . Обратите внимания, что решения в таком случае может и не существовать.

Вопрос стандартный: предложите полиномиальный алгоритм поиска максимального потока. Считается, что все числа в задаче целые.