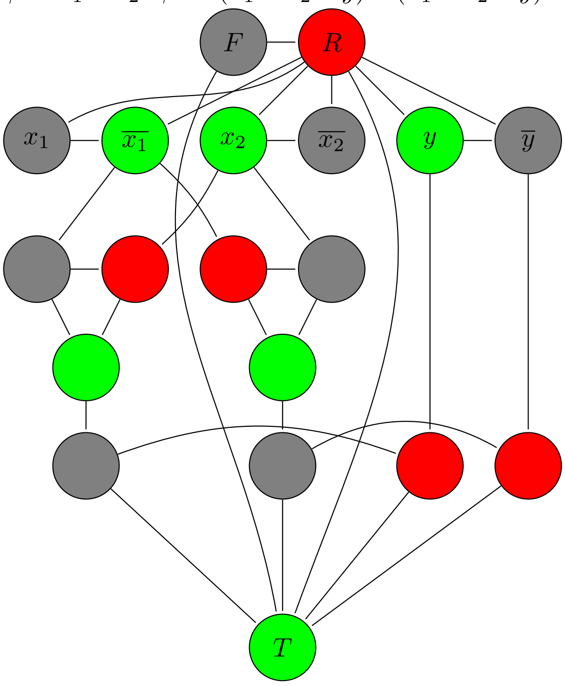
Алгоритмы и модели вычислений.
Задание 6: всякая хуйня

Сергей Володин, 272 гр.

задано 2014.03.20

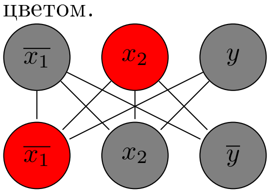
(каноническое) Задача 24

$\psi = \overline{x_1} \vee x_2$. $\psi' = (\overline{x_1} \vee x_2 \vee y) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{y})$. Граф $W_{\psi'}$ с раскраской:



(каноническое) Задача 25

1. $\psi = \overline{x_1} \vee x_2$, $\psi' = (\overline{x_1} \vee x_2 \vee y) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{y})$. $n = 3$, $m = 2$. Граф $Q_{\psi'}$. Клика мощности $s = m = 2$ выделена красным цветом.



2. *(доказано на семинаре)* 3-SAT $\leqslant_m^p$ CLIQUE. Формула $\chi = (x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge \overline{x_3}$, $\chi' = (x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee y_1) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{y_1}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee y_2) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{y_2}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_3} \vee y_3 \vee y_4) \wedge (\overline{x_3} \vee y_3 \vee \overline{y_4}) \wedge (\overline{x_3} \vee \overline{y_3} \vee y_4) \wedge (\overline{x_3} \vee \overline{y_3} \vee \overline{y_4})$. $n = 7$, $t = m = 10$. $f(x) = (G, t)$ — граф, построенный по χ' (и число 10 — мощность искомой клики), f — функция из сводимости. Пусть в G существует клика мощности $\geqslant t$. Тогда существует клика мощности t (любой подграф из t вершин исходной клики). Тогда $f(x) \in$ CLIQUE $\overset{\text{сводимость}}{\Longrightarrow} \chi' \in$ 3-SAT $\Rightarrow \chi'$ — выполнима $\overset{\text{эквив. формул}}{\Longrightarrow}$ χ — выполнима — противоречие. Значит, в графе образа χ' нет клики мощности $\geqslant t \equiv 10$ ■

(каноническое) Задача 26

(каноническое) Задача 27

Пусть $f\colon \text{ГЦ} \subset \Sigma^* \to \{0, 1\}$, $f(x) = 1 \Leftrightarrow x \in \text{ГЦ}$, и $T_f(x) = \text{poly}(|x|)$.

1. Фиксируем граф G, его описание $x \in \Sigma^*$. Построим алгоритм поиска гамильтонова пути (если он существует), использующий f. Обозначим за $h(G, v)$ — граф, полученный из G удалением вершины v и направлением $(u, v), (v, w)$ в (v, w). Фиксируем некоторую вершину v графа G. Рассмотрим граф $h(G, v)$. Он также гамильтонов *todo*. Будем пребирать все вершины u графа $h(G, v)$ и рассматривать $h(h(G, v), u)$. Один из них будет гамильтоновым *todo*. Значит, в некотором гамильтоновом пути в G вершины u и v стояли рядом *todo*. Продолжим этот процесс, пока не останутся две вершины v_1 и v_2. Они стоят рядом. Полученная последовательность $(v, u, u', ..., u^{(l)}, v_1, v_2, v)$ — искомый гамильтонов цикл.

2. Псевдокод

```
path(x)
{
    if(!f(x)) return(empty); // no path
    else
    {
    }
}
```

3. Время работы. Всего в графе n вершин, для каждой перебираем не более, чем n, откуда сложность $T(x) = O(n^2)$. Поскольку $|x| = \Omega(n)$, то $T(x) = O(|x|^2) = \text{poly}(|x|)$. Более точно, используя псевдокод: *todo*.