Методы оптимизации.
Задание 1: Субградиентный спуск

Сергей Володин, 374 гр.

задано 2016.02.09

Задача 1

Делаем проекцию на итерациях с номерами из K. Пусть $z_{k+1} \stackrel{\text{def}}{=} x_k - \alpha_k g^k, x_{k+1} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} \pi_Q(z_{k+1}), k \in K \\ z_{k+1}, else \end{cases}$.

Заметим, что $||x_k - x^*|| \leqslant ||z_k - x^*||$, $x^* \in Q$. В одном случае неравенство очевидно ($z_k \equiv x_k$), в другом $||x_k - x^*|| \equiv ||\pi_Q(z_k) - x^*|| \leqslant ||z_k - x^*||$ Рассмотрим последовательность неравенств

$$\Big\{ ||z_{k+1} - x^*||_2^2 \leqslant ||z_k - x^*||_2^2 - 2\alpha_k(f(z_k) - f^*) + \alpha_k^2 ||g^k||_2^2, k \in \overline{0, N}$$

Эти неравенства верны как базовые неравенства для метода субградиентного спуска. Получим аналогичные неравенства для x_{k+1} (для $k \in \{0, 1, 2, ...\}$). При $k = 0$ это очевидно ($x_0 \equiv z_0$, $||x_1 - x^*|| \leqslant ||z_1 - x^*||$):

$$||x_1 - x^*||_2^2 \leqslant ||x_0 - x^*||_2^2 - 2\alpha_0(f(x_0) - f^*) + \alpha_k^2 ||g^k||^2$$