

Алгоритмы и модели вычислений.

Задание 3: Сложность вычислений, классы P, NP

Сергей Володин, 272 гр.

задано 2014.02.27

(каноническое) Задача 11

$M_{p \times q}^{\mathbb{Z}, S}$ — множество матриц $\|a_{ij}\|$ размера $p \times q$ с целыми коэффициентами, такими, что $|a_{ij}| \leq S$. $S = 10000, m = 2014$. Язык $\{0, 1\}^* \supset L_{m \times n} = \{\text{bin}(m, n, A, b) \mid (A, b) \in M_{m \times n}^{\mathbb{Z}, S} \times M_{m \times 1}^{\mathbb{Z}, S}, Ax = b \text{ — несовместна}\}$ — двоичные записи несовместных систем линейных уравнений с целыми коэффициентами.

- Рассмотрим $w_j^i = (\|i \ 0 \ \dots \ 0\|, \|j\|)$. При $i = 0, j \in \{1, 2\}$ система несовместна, поэтому $w_1^0, w_2^0 \in L_{2014 \times 1}$. При $i = 1, j \in \{1, 2\}$ система совместна, поэтому $w_1^1, w_2^1 \notin L_{2014 \times 1}$
- Применим метод Гаусса. Для оценки времени работы приведен псевдокод:

```
1 //M[i][j] - matrix A/b
2 for(i = 1; i <= m; i++) // rows i=1...m
3 {
4     for(j = 1; j <= n; j++) // find j: aij != 0
5     {
6         if(M[i][j] != 0) // found
7         {
8             C = M[i][j];
9
10            // dividing i-th row by non-zero element
11            for(k = 1; k <= n + 1; k++)
12                M[i][k] /= C;
13
14            for(k = 1; k <= m; k++) // subtracting from row k
15            {
16                if(k != i)
17                {
18                    C = M[k][j];
19                    for(l = 1; l <= n + 1; l++) // column l
20                        M[k][l] -= M[i][l] * C;
21                }
22            }
23
24            break;
25        }
26    }
27 }
```

Предположение индукции: после i шагов внешнего цикла (обработано i строк) элементы ???

Храним рациональные числа как числитель и знаменатель.

Рассмотрим обработку одного столбца в методе Гаусса (a — ведущий элемент в строке).

$$\left\| \begin{array}{cccc} \dots & a & \dots & b & \dots \\ & & & & \\ \dots & c & \dots & d & \dots \end{array} \right\| \sim \left\| \begin{array}{cccc} \dots & 1 & \dots & \frac{b}{a} & \dots \\ & & & & \\ \dots & c & \dots & d & \dots \end{array} \right\| \sim \left\| \begin{array}{cccc} \dots & 1 & \dots & \frac{b}{a} & \dots \\ & & & & \\ \dots & 0 & \dots & d - \frac{bc}{a} & \dots \end{array} \right\|$$

Для вычитания нужно вычислить для каждого элемента строки $d - \frac{bc}{a} = \frac{ad-bc}{a}$.

WTF Тарасов нес какую-то фигню про то, что миноры не меняются после элементарных операций, и поэтому все ок

(каноническое) Задача 12

- Используем быстрое возведение в степень по модулю d . Умножаем числе не более чем $|d|$ бит. Остаток от деления считается за квадрат битовой записи.
- Слова, соответствующие $(1, 1, 1, 2), (1, 2, 1, 2) \in L, (1, 1, 2, 2), (1, 2, 2, 2) \notin L$

(каноническое) Задача 13

Бинпоиском ищем корень 2014 степени. $L = 1$, R =вход. Шагов $\log_2 R = \log_2 2^t = t$, возводим числа $\leq 2^t$ в 2014 степень за $\log^{2014} 2^t = t^{2014}???$