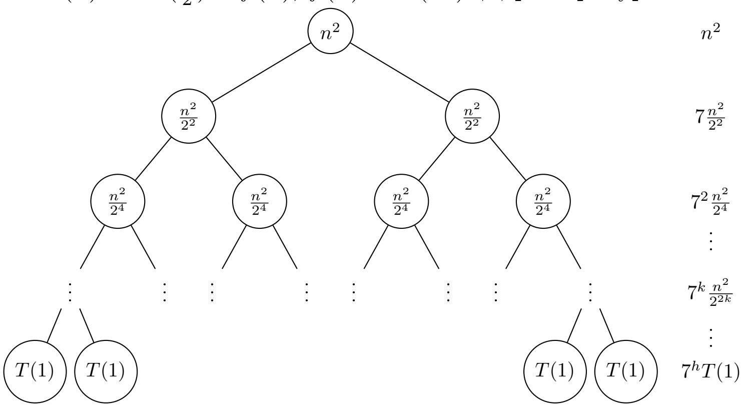
Алгоритмы и модели вычислений.
Задание 2: Арифметические операции и линейные рекуррентные последовательности

Сергей Володин, 272 гр.

задано 2014.02.20

(каноническое) Задача 6

$T(n) = 7T(\frac{n}{2}) + f(n)$, $f(n) = O(n^2)$. Дерево рекурсии:



Высота дерева $h = \log_2 n$. $T(n) = \sum\limits_{k=0}^{h-1} 7^k f(\frac{n}{2^k}) + 7^h T(1) \boxed{\leqslant}$. Из определения O $\exists C > 0\, \exists n_0\colon \forall n \geqslant n_0 \hookrightarrow f(n) \leqslant Cn^2$, откуда первая сумма $\sum\limits_{k=0}^{h-1} 7^k f(\frac{n^2}{2^{2k}}) \leqslant Cn^2 \sum\limits_{k=0}^{h-1} (\frac{7}{4})^k = Cn^2 \frac{(7/4)^{h-1}-1}{7/4-1} = C_1 n^2((7/4)^{\log_2 n} - C_2) = C_1 n^2 n^{\log_2 \frac{7}{4}} - C_3 n^2 = C_1 n^{\log_2 7} - C_3 n^2$.
Второе слагаемое $7^h T(1) = 7^{\log_2 n} T(1) = Cn^{\log_2 7}$
Поэтому $T(n) \leqslant n^{\log_2 7} - C_5 n^2$ Ответ: $\boxed{T(n) = O(n^{\log_2 7})}$

(каноническое) Задача 7

Вход: точки $\{x_i, y_i\}_{i=1}^n$.
Алгоритм: считаем массив расстояний $r_i \overset{\text{def}}{=} \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$ *(можно r_i^2)*. Ищем медиану r_m в массиве за $O(n)$
Ответ: r_m *(r_{m+1}?)*.