

Задание 10

Сложность вычислений: классы P, NP и co-NP II

Литература:

1. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р., Штайн К.
Алгоритмы. Построение и анализ.
2-е изд. М.: Вильямс, 2005.

1 Сводимости

На семинаре мы разобрались почему задача о поиске гамильтонового пути в ориентированном графе является NP-полной задачей. Осталось разобраться со следующими задачами:

Задача 1. Доказать, что язык УНАМРАТН каждое слово которого состоит из описания неориентированного графа и двух вершин s, t , таких что из s в t есть гамильтонов путь, является NP-полным языком.

Указание: построить сводимость языка НАМРАТН к языку УНАМРАТН путём замены каждой вершины u на три вершины u_{in}, u_{med}, u_{out} , соединённые последовательно рёбрами, причём, все рёбра ведущие в u направляются в u_{in} , а все рёбра исходящие из u направляются в u_{out} .

Задача 2. Свести задачу о поиске гамильтонова цикла к задаче о поиске гамильтонова пути. Брать ориентированный или неориентированный граф – на ваш выбор.

В конце семинара мы обсуждали сводимость по Тьюрингу, которая устроена следующим образом. Будем говорить, что язык L сводится к языку L' по Тьюрингу за полиномиальное время и обозначать это как $L \leq_T^p L'$, если есть машина Тьюринга $M_{L'}$ с оракулом L' , которая распознаёт L . То есть машина $M_{L'}$ может проверять принадлежность любого слова языку L' . Я обнаружил, что дал задачу в неправильной формулировке. Решение задачи в правильной формулировке было практически полностью получено на семинаре.

Задача 3. Рассмотрим класс языков \mathcal{C} , сводимых к языку SAT в следующем смысле: для каждого языка L из \mathcal{C} существует машина Тьюринга

M_{SAT} , которая распознаёт язык L , причём машина M_{SAT} делает не более одного запроса к оракулу. Доказать, что класс $\mathcal{C} = \text{NP} \cup \text{co-NP}$.

2 Домашнее задание

Задачи из канонического задания №21, 23, задачи 1-3 из данного текста.