



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Специальное машиностроение» (СМ)

КАФЕДРА «Ракетные и импульсные системы» (СМ-6)

РАСЧЕТНО-ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА ПО КУРСОВОЙ РАБОТЕ

по дисциплине: «Внутренняя баллистика»

на тему: «Баллистическое проектирование артиллерийских
орудий»

Вариант №24

Выполнил: студент группы СМ6-72

(подпись, дата)

М.В. Ерофеев

Проверил:

(подпись, дата)

В.А. Федулов

Москва, 2025 г.

Оглавление

1	Прямая задача внутренней баллистики	4
1.1	Описание математической модели	4
1.2	Сила сопротивления движению снаряда по каналу ствола	8
1.3	Учёт потерь на теплоотдачу в стенки ствола	9
1.4	Особенности расчёта смеси порохов	11
1.5	Начальные и граничные условия	12
1.6	Численное решение уравнений прямой задачи внутренней бал- листики	13
2	Задача баллистического проектирования артиллерийского ору- дия	17
2.1	Обратная задача внутренней баллистики	17
2.2	Методика решения обратной задачи внутренней баллистики . .	19
2.3	Предварительная оценка применимости различных марок по- рохов	20
2.4	Расчёт смеси порохов	25

Введение

Данная курсовая работа посвящена нахождению оптимальных параметров артиллерийского орудия и условий заряжания путем решения обратной задачи внутренней баллистики. Ключевым критерием оптимальности решения является критерий качества баллистического решения Z_{B1} .

Решение должно удовлетворять следующим требованиям:

- $p_m^{\max} \leq 390 \text{ МПа}$
- $l_m^{\max} \leq 65 \text{ ед.д}$

Также на решение наложены следующие ограничения:

- $v_{pm-50} = 830 \text{ м/с}$
- $p_{mz+50} = 180 \text{ МПа}$

Условие задания:

- $d = 85 \text{ мм}$
- $q = 5 \text{ кг}$
- $v_{pm} = 950 \text{ м/с}$
- Тип орудения – нарезное (НР)
- Тип мат. модели – квазиодномерная (КМ)

Данная задача будет решаться с использованием математического аппарата квазиодномерной модели внутренней баллистики. Также использованы методы оптимизации для нахождения оптимального решения обратной задачи с учетом критериев и ограничений.

Вычисления проводились с помощью языка программирования Python с использованием библиотеки PyBallistics [1], визуализация данных осуществлялась через библиотеку Matplotlib [2].

Глава 1

Прямая задача внутренней баллистики

1.1 Описание математической модели

Выстрел представляет собой довольно сложный быстропротекающий физико-химический процесс. Его физическая сущность состоит в том, что при сгорании порохового заряда образуются газообразные продукты сгорания под большим давлением, под действием которого снаряд выталкивается из канала ствола с огромной скоростью. Прямая задача состоит в том, чтобы описать движение снаряда массой q по каналу ствола диаметра d под действием давления продуктов сгорания заряда пороха массой ω , находящимся в объеме W_0 . Схема процесса вместе с качественными распределениями давления и скорости представлена на рисунке 1. Для упрощения вводится ствол с камерой приведенной длины l_0 , имеющей тот же объем W_0 , но с диаметром, равным калибру ствола d . Схема упрощения представлена на рисунке 1.2.

Наиболее современным и точным описанием процесса выстрела является газодинамический подход, по размерности в нашем случае модель является одномерной (квазиодномерной). Эта модель выстрела основана на следующих допущениях:

- Гипотеза односкоростной газопороховой смеси (ОГПС)
- Геометрический закон горения пороха

В пространстве между дном ствола и дном снаряда (заснарядный объ-

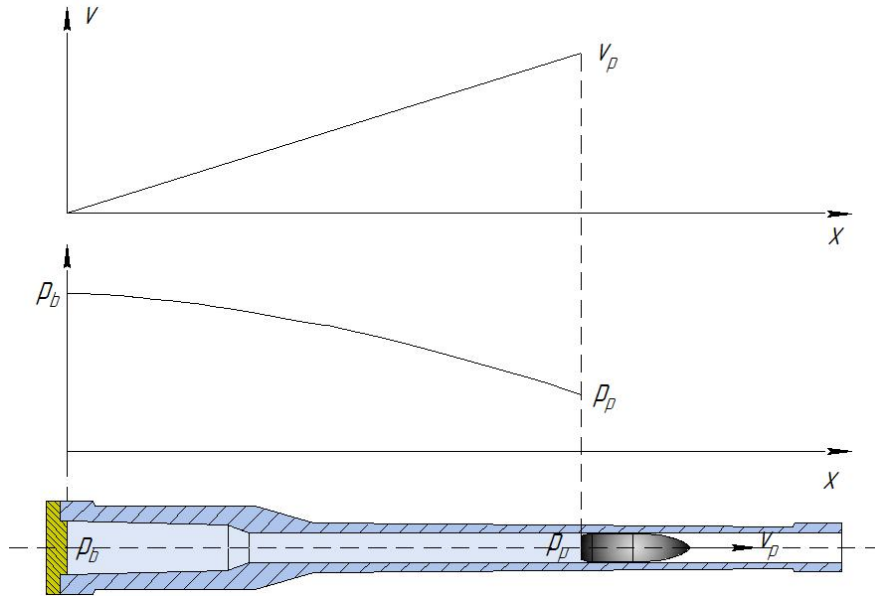


Рис. 1.1: Схема процесса выстрела

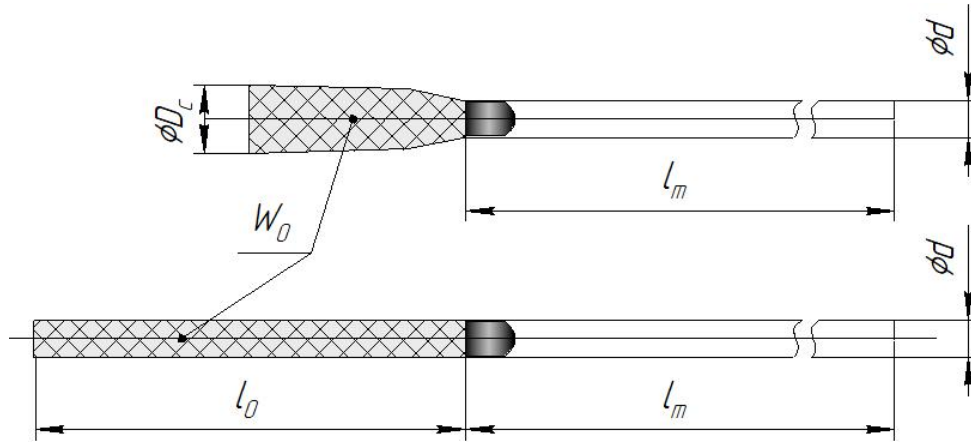


Рис. 1.2: Схема упрощения

ём) в процессе движения снаряда по каналу ствола находятся газообразные продукты сгорания пороха и конденсированные частицы несгоревшего пороха. Для упрощения принимается, что пороховые газы и конденсированные элементы представляют собой гомогенную смесь, которая движется с общей скоростью. Такое допущение называется гипотезой односкоростной газопороховой смеси (ОГПС). Уравнение состояния ОГПС представляется в виде:

$$\varepsilon = \frac{p}{k-1} \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1-\psi}{\delta} - b\psi \right) + (1-\psi) \frac{f}{k-1}, \quad (1.1)$$

где ε – удельная внутренняя энергия ОГПС, ρ – плотность ОГПС, b – коволюм порохового газа (эффективный собственный объём молекул), k – показатель адиабаты, $\psi = \omega_b / \omega$ – отношение массы сгоревшего элемента у его исходной

массе, ω_b – масса сгоревшего пороха, ω – исходная масса пороха. δ – плотность пороха.

Геометрический закон горения пороха выражается формулой (1.2):

$$\frac{dz}{dt} = \frac{p^\nu}{I_e}, \quad (1.2)$$

где p – давление газа, ν – показатель степени в законе горения. В артиллерии, как правило, $\nu = 1$. $z = e / e_1$ – безразмерная толщина сгоревшего свода порохового элемента. В свою очередь e – координата текущего положения поверхности горения, а e_1 – полная толщина горящего свода порохового элемента. I_e – полный импульс давления пороховых газов:

$$I_e = \int_0^{t_e} p^v dt = \frac{e_1}{u_1},$$

где u_1 – скорость горения при единичном горении, определяемая экспериментальным путем.

Далее рассмотрим систему уравнений для газодинамической задачи в приближении ОГПС. ОГПС в данном случае представляет собой «псевдогаз», её движение в заснарядном объёме описывается стандартными уравнениями сохранения массы, импульса и энергии в лагранжевых координатах:

$$\frac{\partial v}{\partial m} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho S} \right) \quad (1.3)$$

$$\frac{dv}{dt} + S \frac{\partial p}{\partial m} = 0, \quad (1.4)$$

$$\frac{d\epsilon}{dt} + p \frac{\partial}{\partial m} (vS) = 0. \quad (1.5)$$

Здесь m – массовая лагранжева координата.

Для математического описания процесса выстрела необходимо установить закономерность газообразования, то есть связь между геометрическими размерами порохового элемента (ПЭ) и количеством пороховых газов (ПГ), образованных в процессе выгорания заряда, а также интенсивностью их образования. Такую зависимость называют функцией газоприхода $\psi(z)$:

$$\psi(z) = \kappa z(1 + \lambda z + \mu z^2), \quad (1.6)$$

где k, λ, μ – коэффициенты формы порохового зерна (порохового элемента). На практике для расчётов пользуются упрощенной формой записи данного закона:

$$\psi(z) = \kappa z(1 + \lambda z), \quad (1.7)$$

где коэффициенты k, λ определяются путём приравнивания функций ψ , полученных расчётом по формулам (1.6) и (1.7) в точках $z = 0.5$ и $z = 1$.

Чтобы замкнуть систему уравнений, необходимо записать уравнение движения снаряда по каналу ствола:

$$q \frac{dv_p}{dt} = Sp_p - R, \quad (1.8)$$

где q – масса снаряда, v_p – скорость снаряда, S – площадь поперечного сечения канала ствола, p_p – давление на дно снаряда, R – суммарная сила сопротивления движению снаряда.

Запишем теперь полученную систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial v}{\partial m} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho S} \right) \\ \frac{dv}{dt} + S \frac{\partial p}{\partial m} = 0 \\ \frac{d\varepsilon}{dt} + p \frac{\partial}{\partial m} (vS) = 0 \\ \varepsilon = \frac{p}{k-1} \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1-\psi}{\delta} - b\psi \right) + (1-\psi) \frac{f}{k-1} \\ \frac{dz}{dt} = \frac{p^\nu}{I_e} \\ q \frac{dv_p}{dt} = Sp_p - R \end{array} \right.$$

В дальнейшем данная система уравнений будет преобразовываться, так что это не конечный вид.

1.2 Сила сопротивления движению снаряда по каналу ствола

В процессе выстрела на снаряд действует не только сила давления пороховых газов, но и сила врезания ведущих поясков снаряда в нарезы, сила трения ведущих устройств о поверхность нарезов и сила сопротивления сжатию столба воздуха перед снарядом.

Начальный этап движения снаряда включает в себя врезание ведущих поясков в нарезы. Это весьма сложный процесс, в котором необходимо учитывать пластическую деформацию медного пояска снаряда. В расчетах применяется гипотеза мгновенного врезания: движения снаряда начинается тогда, когда давление на дно снаряда достигает некоторого условного предела, называемого давлением форсирования p_0 . Для разных типов орудий значение данного предела может отличаться. Так, для нарезных стволов и снарядов с одним ведущим пояском $p_0 = 30$ МПа, что соответствует данному варианту курсовой работы.

Классическим решением учета большей части форм сопротивления является умножение массы снаряда на некоторый коэффициент фиктивности ϕ .

Рассмотрим две наибольшие составляющие сил сопротивления движению снаряда – сила, возникающая при сжатии столба воздуха во время движения снаряда и сила сопротивления движения по нарезам. Тогда суммарная сила сопротивления движению снаряда представляет:

$$R = p_a S + R_b, \quad (1.9)$$

где p_a – давление воздушного столба перед снарядом, R_b – сила взаимодействия ведущих устройств (нарезов) со снарядом.

Противодействие воздуха перед снарядом имеет существенное влияние, которое необходимо учитывать. Особенно это проявляется при движении снаряда со сверхзвуковой скоростью относительно невозмущенного воздуха. Данный фактор можно приближенно учесть с помощью известной зависимости для точного решения задачи о поршне, сжимающем газ:

$$P_a = P_{0a} \left(1 + \frac{k_a(k_a + 1)}{4} \left(\frac{v_p}{c_{0a}} \right)^2 + k_a \frac{v_p}{c_{0a}} \sqrt{1 + \left(\frac{k_a + 1}{4} \frac{v_p}{c_{0a}} \right)^2} \right), \quad (1.10)$$

где k_a , P_{0a} и c_{0a} — показатель адиабаты, давление и скорость звука в невозмущённом воздухе.

Для учёта силы трения в нарезах используется данная формула коэффициента фиктивной массы снаряда:

$$\varphi = \varphi_1 + \frac{\omega}{3q}. \quad (1.11)$$

где $\varphi_1 \approx 1.02$.

1.3 Учёт потерь на теплоотдачу в стенки ствола

Основным источником теплотерь при выстреле является теплоотдача в стенки ствола. Интенсивность этого процесса определяется разностью температур раскалённых пороховых газов и холодной стенки ствола. Ниже представлен упрощённый расчёт, который применим и к газодинамической модели. Рассмотрим основное уравнение внутренней баллистики с учётом тепловых потерь:

$$\frac{k-1}{2} \varphi q v_p^2 = f \omega \psi - p_m \left(W_p - \frac{\omega}{\delta} + \left(\frac{1}{\delta} - b \right) \omega \psi \right) + p_{\text{ign}} \left(W_0 - \frac{\omega}{\delta} \right) - Q_w. \quad (1.12)$$

В свою очередь, затраченная на теплоотдачу энергия может быть вычислена из следующих соображений:

$$\frac{dQ_w}{dt} = S_w q_w, \quad (1.13)$$

$$q_w = \text{Nu} \frac{\lambda_g}{d} (T - T_w) = 0.023 \text{Re}^{0.8} \text{Pr}^{0.4} \frac{\lambda_g}{d} (T - T_w), \quad (1.14)$$

где Nu — число Нуссельта; Re — число Рейнольдса; Pr — число Прандтля (для

порохового газа $Pr = 0.74$); λ_g – теплопроводность пороховых газов; d – диаметр канала (калибр); S_w – площадь поверхности теплоотдачи (площадь контакта пороховых газов со стволом).

Число Рейнольдса определяется по формуле:

$$Re = \frac{\rho v d}{\mu}, \quad (1.15)$$

где v – средняя скорость потока; μ – коэффициент динамической вязкости.

Средняя температура стенки T_w определяется по приближенной методике Р. Е. Соркина:

$$\frac{d\eta_T}{dt} = \frac{2Nu^2\lambda_g^2}{d^2c_b\rho_b\lambda_b} (T - T_0 - \sqrt{n_T}), \quad (1.16)$$

где $\sqrt{n_T} = T_w - T_0$; $n_T(0) = 0$; c_b , ρ_b и λ_b – теплоёмкость, плотность и теплопроводность материала ствола соответственно; T_0 – начальная температура.

Коэффициент динамической вязкости пороховых газов может быть аппроксимирован формулой Сазерленда:

$$\mu = \mu_0 Pr \frac{T_{cs} + T_{0s}}{T_{cs} + T} \left(\frac{T}{T_{0s}} \right)^{1.5}, \quad (1.43)$$

где $\mu_0 = 0.175 \cdot 10^{-4}$ Па·с; $T_{0s} = 273$ К; $T_{cs} = 628$ К.

Площадь контакта S_w пороховых газов со стволом увеличивается по мере движения снаряда, причём увеличивается за счёт новой, «холодной» площади канала ствола. Вследствие этого средняя температура стенки T_w уменьшается.

Это можно учесть добавлением слагаемого v_n в формуле (1.42):

$$\frac{dn_T}{dt} = \frac{2Nu^2\lambda_g^2}{d^2c_b\rho_b\lambda_b} (T - T_0 - \sqrt{n_T}) + v_n. \quad (1.17)$$

Выражение для v_n можно получить из следующих соображений: пусть в определённый момент времени средняя температура поверхности ствола за снарядом составляет T_w . Снаряд движется со скоростью v_p и за время dt к площади теплоотдачи добавляется новая поверхность ствола с температурой T_{w0} . При этом средняя температура ствола за время dt будет равна:

Отсюда можно определить v_n :

$$v_n = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{\eta_{T1} - \eta_T}{dt} = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{(T_{w1} - T_{w0})^2 - (T_w - T_{w0})^2}{dt} = -\frac{2v_p(T_w - T_{w0})^2}{x_p} = -\frac{2v_p\eta_T}{x_p}.$$

Учёт теплоотдачи в стенки ствола в газодинамических моделях внутренней баллистики должен осуществляться совместно с решением пространственной задачи нагрева ствола. В большинстве случаев такая задача сопоставима по трудоёмкости с решением задачи внутренней баллистики. При этом следует отметить, что в случае единичного выстрела учёт нагрева стенок ствола слабо влияет на основные баллистические характеристики. Поэтому, в ряде случаев можно считать температуру стенок ствола постоянной на протяжении выстрела [3].

Стоит отметить, что в случае квазиодномерной постановки расчёт теплоотдачи необходимо применить к каждой ячейке на расчётной сетке.

1.4 Особенности расчёта смеси порохов

Рассмотрим случай, когда пороховой заряд состоит из смеси порохов, которые могут характеризоваться различными параметрами и формой порохового элемента. В данном случае продукты сгорания различных марок порохов образуют общую смесь газов.

Уравнение состояние ОГПС принимает следующий вид:

$$\varepsilon = \frac{1}{k-1} P_m \left[\frac{1}{\rho} - \sum_{i=1}^N \frac{C_i(1-\psi_i)}{\delta_i} - \sum_{i=1}^N C_i \psi_i b_i \right] + \sum_{i=1}^N C_i (1-\psi_i) \frac{f_i}{k_i-1}; \quad (1.18)$$

$$k = 1 + \frac{\sum_{i=1}^N C_i \psi_i R_{g,i}}{\sum_{i=1}^N \frac{C_i \psi_i R_{g,i}}{k_i-1}}; \quad C_i = \frac{\omega_i}{\sum_{j=1}^N \omega_j}, \quad (1.19)$$

где $C_i, \psi_i, \delta_i, b_i, f_i, k_i, R_{g,i}, \omega_i$ – массовая доля пороховых газов, доля сгоревшего пороха, плотность пороха, коэффциент порохового газа, сила пороха, показатель адиабаты, газовая постоянная пороховых газов и масса i -й навески смеси соответственно.

1.5 Начальные и граничные условия

При решении задач физики, описываемых дифференциальными уравнениями, как правило, известно и начальное состояние (положение) системы. В терминах теории дифференциальных уравнений такая информация называется начальными условиями. Отыскание частного решения дифференциального уравнения (системы уравнений) с использованием начальных условий (НУ) называется задачей Коши [4]. В контексте описания процесса выстрела постановка начальных условий зависит от момента времени, который принимается за начало отсчёта. До момента форсирования снаряда (в предположении о мгновенном воспламенении всего порохового заряда в начальный момент) можно считать, что распределение всех параметров в камере не зависит от координаты, поэтому процесс от момента воспламенения до момента форсирования описывается всеми моделями одинаково [3].

В случае отсчета от момента вспышки, начальные условия имеют вид:

- для ОГПС: $v = 0$; $\rho = \Delta$; $p = p_{\text{ign}}$; $z = 0$; $\psi = 0$.
- для снаряда: $x_p = 0$; $v_p = 0$.

В этом случае до достижения момента форсирования, определяемого условием $p_m - p_a > p_0$, снаряд должен оставаться неподвижным.

Здесь стоит уточнить смысл величины p_{ign} – давления вспышки. При сгорании воспламенительного заряда, который, как правило, состоит из дымного пороха с низким значением I_e , что позволяет получить в относительно короткое время около 10^5 Па давления.

При решении задачи в газодинамической постановке помимо начальных условий требуется задать также и граничные условия. В качестве таковых выбираются условия непротекания (равенство скорости газа скорости поверхности) как на левой неподвижной границе (дно канала) расчетной области, так и на правой подвижной границе (дно снаряда) [3]:

$$v(t, x = 0) = 0; \quad v(t, x = x_p) = v_p.$$

При этом координата x_p – переменная и отвечает текущему положению снаряда.

Влияние начальной температуры заряда на характеристики пороха учитывается путем пересчета силы пороха и импульса пороха:

$$I_e = I_e^{+20} [1 - K_I (T_0 - 293.15)], \quad (1.20)$$

$$f = f^{+20} [1 + K_f (T_0 - 293.15)] \quad (1.21)$$

где I_e^{+20} и f^{+20} – значения импульса и силы пороха при нормальных условиях; T_0 – начальная температура порохового заряда (в Кельвинах); K_I и K_f – коэффициенты учета начальной температуры заряда.

1.6 Численное решение уравнений прямой задачи внутренней баллистики

Сложность уравнений газовой динамики характеризуется их нелинейностью. Очень редко удается построить аналитическое решение этих уравнений. Численные методы являются наиболее эффективным средством исследования и решения задач газовой динамики. В численных методах дифференциальная задача аппроксимируется системой разностных уравнений – разностных схем [5].

Ниже представлена полная система уравнений в газодинамической постановке:

$$\frac{\partial v}{\partial m} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho S} \right) \quad (1.22)$$

$$\frac{dv}{dt} + S \frac{\partial p}{\partial m} = 0, \quad (1.23)$$

$$\frac{d\epsilon}{dt} + p \frac{\partial}{\partial m} (vS) = -\frac{4q_w}{\rho d}. \quad (1.24)$$

$$\frac{dz_j}{dt} = \frac{p_j^\nu}{I_{e,j}}, \quad (1.25)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{k-1} P_m \left[\frac{1}{\rho} - \sum_{i=1}^N \frac{C_i(1-\psi_i)}{\delta_i} - \sum_{i=1}^N C_i \psi_i b_i \right] + \sum_{i=1}^N C_i(1-\psi_i) \frac{f_i}{k_i-1}, \quad (1.26)$$

$$k = 1 + \frac{\sum_{i=1}^N \frac{C_i \psi_i R_{g,i}}{k_i - 1}}{\sum_{i=1}^N \frac{C_i \psi_i R_{g,i}}{k_i - 1}}, \quad (1.27)$$

$$C_i = \frac{\omega_i}{\sum_{j=1}^N \omega_j}, \quad (1.28)$$

$$\varphi_1 q \frac{dv_p}{dt} = Sp_p - R \quad (1.29)$$

Введём равномерную разностную сетку по массовой лагранжевой координате m и времени t . Индекс n будет соответствовать временным узлам, а индекс i – пространственным (массовым). Полуцелые координаты характеризуют состояния внутри ячеек (плотность ρ , внутренняя энергия ε и давление p), целые – на границах ячеек (координаты границ ячеек x_i и скорость границ v_i).

Конечно-разностная схема уравнений имеет вид:

$$v_i^{n+1} = v_i^n - \tau^n S_i^n \frac{p_{i+1/2}^n - p_{i-1/2}^n}{0.5(m_{i+1/2} + m_{i-1/2}) + q_i}; \quad (1.30)$$

$$x_i^{n+1} = x_i^n + \tau^n v_i^{n+1}; \quad (1.31)$$

$$\rho_{i+1/2}^{n+1} = \frac{3m_{i+1/2}}{(x_{i+1}^{n+1} - x_i^{n+1})(S_i^{n+1} + S_{i+1}^{n+1} + \sqrt{S_i^{n+1} S_{i+1}^{n+1}})}; \quad (1.32)$$

$$\varepsilon_{i+1/2}^{n+1} = \varepsilon_{i+1/2}^n - \tau^n \left(p_{i+1/2}^n \frac{S_{i+1}^{n+1} v_{i+1}^{n+1} - S_i^{n+1} v_i^{n+1}}{m_{i+1/2}} + \frac{4(q_w)_{i+1/2}^n}{\rho_{i+1/2}^{n+1} d_{i+1/2}^{n+1}} \right); \quad (1.33)$$

$$z_{i+1/2,j}^{n+1} = z_{i+1/2,j}^n + \tau^n \frac{p_{i+1/2,j}^{\nu_j}}{I_{e,j}} H[z_{e,j} - z_{i+1/2,j}^n]; \quad (1.34)$$

$$p_{i+1/2}^{n+1} = (k-1) \frac{\varepsilon_{i+1/2}^{n+1} - \sum_{j=1}^N C_{i+1/2,j}^{n+1} (1 - \psi_{i+1/2,j}^{n+1}) f_j / (k_j - 1)}{1/\rho_{i+1/2}^{n+1} - \sum_{j=1}^N C_{i+1/2,j}^{n+1} (1 - \psi_{i+1/2,j}^{n+1}) / \delta_j - \Gamma} \quad (1.35)$$

$$\Gamma = \sum_{j=1}^N C_{i+1/2,j}^{n+1} \psi_{i+1/2,j}^{n+1} b_j$$

Здесь n и i – индексы узлов разностной сетки по времени и массовой координате соответственно; j – номер порохового состава.

Порядок формул приведен в соответствии с последовательностью вычислений. Схема имеет первый порядок аппроксимации по времени и координате.

Аппроксимация порождает ошибки в вычислениях, которые накапливаются со временем, но кроме ошибок аппроксимации существует еще один источник неточностей численного решения, который связан с погрешностью вычислений. Для ЭВМ с ее конечно значной арифметикой неизбежны ошибки округления.

В зависимости от особенностей вычислительного алгоритма эти ошибки в процессе счета могут затухать или возрастать. В первом случае говорят, что численный метод устойчив, а во втором неустойчив. Для решения практических задач используют только устойчивые алгоритмы. Один и тот же алгоритм может быть устойчив при выполнении некоторых условий и неустойчив при их нарушении. Источниками возмущений могут быть неточности вычислений правой части, начальных и краевых условий [5].

Для дальнейшего продвижения необходимо ввести понятие устойчивости разностных схем. Как отмечает в своей работе Емельянов В. Н. [5, с.101] «для устойчивости разностной схемы необходимо, чтобы скорость сетки была больше физической скорости». То есть:

$$\frac{h}{\tau} \geq a,$$

где h – шаг по пространству, τ – шаг по времени, a – физическая скорость.

Для более подробного изучения темы построения разностных схем и их сходимости отсылаю читателя к [5] в списке литературы.

В данной работе будет использоваться условие устойчивости Куранта–Фридрихса–Леви ($0 < CFL < 1$). Шаг по времени будет вычисляться с помо-

щью этого признака:

$$\tau^{n+1} = \text{CFL} \cdot \min_{i=0,\dots,N-1} \left[\frac{x_{i+1}^n - x_i^n}{|u_{i+1/2}^n| + c_{i+1/2}^n} \right], \quad (1.36)$$

где $c_{i+1/2}^n$ – скорость звука в ячейке:

$$c_{i+1/2}^n = \frac{1}{\rho_{i+1/2}^n} \sqrt{kp_{i+1/2}^n / \left(\frac{1}{\rho_{i+1/2}^n} - \sum_{j=1}^N \frac{C_{i+1/2,j}^n (1 - \psi_{i+1/2,j}^n)}{\delta_j} - Z \right)}. \quad (1.37)$$

$$Z = \sum_{j=1}^N C_{i+1/2,j}^n \psi_{i+1/2,j}^n \delta_j$$

Удобство приведенной численной схемы заключается в ее простой физической интерпретации: закрытые ячейки газа (между ячейками отсутствует обмен массой), в каждую из которых заключен газ с массой $m_{i+1/2}$ и давлением $p_{i+1/2}$, приводят в движение другие ячейки, а также перегородки между ними, массой q_i . Одной из таких перегородок и является снаряд, что позволяет отказаться от отдельного уравнения, описывающего его движение, если ввести массу перегородки q_i , как это сделано в уравнении (1.30).

Условие на неподвижной левой границе может быть приближенно заменено введением фиктивной очень большой массы q_0 . Это позволяет использовать приведенную схему без явного выделения границ [3].

Глава 2

Задача баллистического проектирования артиллерийского орудия

2.1 Обратная задача внутренней баллистики

Обратная задача внутренней баллистики заключается в нахождении всех возможных конструктивных значений и параметров заряжания артиллерийского орудия, благодаря которым достигаются поставленные в техническом задании требования.

Рассмотрим решение задачи внутренней баллистики. Для этого необходимо знать структуру данных прямой задачи внутренней баллистики, на которой основано решение обратной задачи. На рисунке 2.1 представлена структура данных ПЗВБ.



Рис. 2.1: Структура ПЗВБ

Имеется база данных порохов, а также математическая модель процесса выстрела. В случае данного варианта курсовой работы она является квази-одномерной. Формируются две группы входных параметров: геометрические и заряжения. Первая группа представляет из себя набор значений калибра, приведенной длины камеры и длины ствола. Вторая группа представляет из себя марку пороха, его массу. Далее все эти данные подаются на вход мат.модели. В результате расчёта прямой задачи на выходе получаем дульную скорость и максимальное давление (а также распределение этих параметров по координате в каждый момент времени).

Рассмотрим исходные данные для решения ОЗВБ. Заданным характеристикам d , q и v_{pm} соответствует бесконечное число вариантов геометрии ствола и параметров порохового заряда. Наборов таких параметров, соответствующих исходным данным, называют баллистическим решением (БР). Множество таких БР образуют бесконечное множество баллистических решений (МБР), обозначим это символом Θ .

Решением обратной задачи внутренней баллистики является множество допустимых баллистических решений (МДБР) Ω . Для того, чтобы его получить, т.е. выполнить преобразование вида $\Theta \rightarrow \Omega$, необходимо наложить ограничения на Θ . Те баллистические решения, которые будут удовлетворять этим ограничениям, образуют Ω .

Определим набор данных для построения МДБР. Характеристики порохового заряда (полный импульс I_e , геометрические тип и размеры порохового зерна) выбираются из вполне себе конечного, дискретного множества порохов, которое составляют базу данных порохов (БД). Структура БД порохов имеет вид $[П_1, П_2, П_3, \dots, П_N]$. Выбор конкретной марки $П_i$ из этого множества подразумевает и выбор всех характеристик порохового заряда. При выбранной марке порохового заряда баллистическое решение определяется только его массой ω и объёмом камеры W_0 . В таком случае в качестве независимых переменных удобно выбрать плотность заряжения Δ и отношение массы снаряда к массе пороха ω/q .

Таким образом, решение прямой задачи, позволяющее отнести баллистическое решение к Ω , можно представить в виде преобразования входных данных из набора $[\Delta, \omega/q, П_i]$ в требуемые выходные данные, например, максимального давления, длину ведущей части канала ствола и относительного

положения снаряда во время сгорания пороха $\eta_{ne} = l_e/l_m$:

$$[\Delta, \omega/q, \Pi_i] \longrightarrow [p_{\max}, x_m, \eta_{ne}] \quad (2.1)$$

Такой набор позволяет определить БР единственным образом. Также из данной совокупности входных и выходных данных можно составить любой критерий. Стоит отметить, что для смеси порохов структура данных примет иной вид:

$$[\Delta, \omega_{\Sigma}/q, \Pi_i, \Pi_j, \alpha_i] \longrightarrow [p_{\max}, x_m, \eta_{ne}],$$

где $\omega_{\Sigma} = \omega_i + \omega_j$ – суммарная масса порохового заряда, $\alpha_i = \omega_i/\omega_{\Sigma}$ – массовая доля пороха марки i в общем заряде.

Далее на выходные данные накладываются ограничения. Все баллистические решения, прошедшие через данный «фильтр», образуют МБДР. В результате можно построить схему решения ОЗВБ на рисунке 2.2.

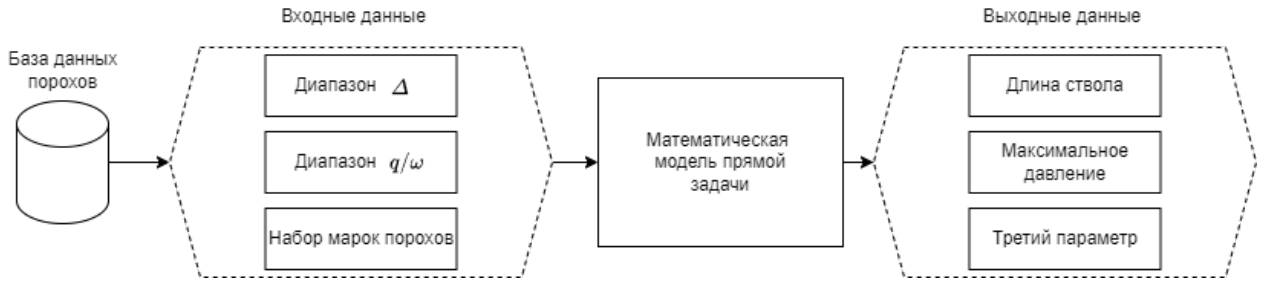


Рис. 2.2: Структура ОЗВБ

2.2 Методика решения обратной задачи внутренней баллистики

Рассмотри методику решения обратной задачи внутренней баллистики. Её основну составляет многократное к прямой задаче в процессе перебора различных комбинаций параметров. В целом, подход к решению предполагает:

1. Задание диапазонов варьирования для ω/q , Δ и марок порохов Π .
2. Диапазоны разбиваются сеткой (пример: функция `np.linspace` из пакета Numpy [6]).

3. Для каждой комбинации параметров ω/q , Δ и Π_i производится решение прямой задачи.
4. Производится проверка ограничений.
5. При выполнении ограничений баллистическое решение попадает в МДБР; в ином случае оно не рассматривается.

Требования к курсовой работе заставляют также учитывать и пороховые смеси. В таком случае методика решения немного видоизменяется:

1. Задание диапазонов варьирования для ω/q , Δ и марок порохов Π .
2. Диапазоны разбиваются сеткой (пример: функция `np.linspace` из пакета Numpy [6]).
3. Для каждой комбинации параметров ω/q , Δ , Π_i и Π_j производится решение прямой задачи.
4. Производится проверка ограничений.
5. При выполнении ограничений баллистическое решение попадает в МДБР; в ином случае оно не рассматривается.

В результате получаются некоторые области для каждой марки пороха, которые можно визуализировать на плоскости $(\Delta, \omega/q)$. Смеси порохов, к сожалению, не поддаются такой простой визуализации. О решении этой проблемы будет идти речь в следующих пунктах.

2.3 Предварительная оценка применимости различных марок порохов

При решении ОЗВБ возникает потребность перебирать большое количество порохов для каждого выстрела, что неизменно влечёт за собой увеличение объема вычислений.

Пусть имеется абстрактная камера с зарядом пороха, имеющая 30 вариантов объема. Дискретизируем её так, чтобы она всегда разбивалась на 5 равных

частей. Также имеется набор из 102 порохов. Смесь состоит из двух порохов. Пороха не могут повторяться. На рисунке 2.3 представлена вспомогательная картинка. Найдем число комбинаций:

$$P_1 \cdot P_2 \cdot 30 \cdot (4 + 2) = 102 \cdot 101 \cdot 30 \cdot 6 = 1854360 \text{ комбинаций,}$$

где P_1, P_2 – позиции порохов, $(4+2)$ означает 4 варианта смеси и 2 варианта, когда камеру заполняет только один порох.

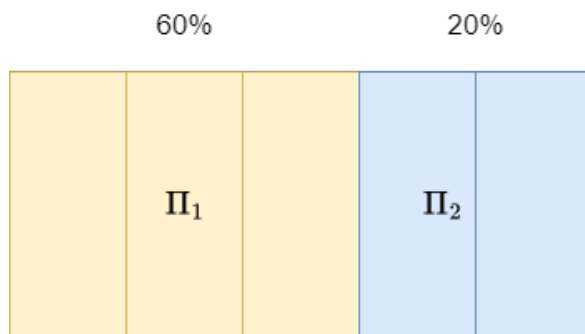


Рис. 2.3: Один из вариантов заполнения камеры

Проанализируем изменение числа комбинаций при условии, что пороховая смесь будет состоять из трёх и четырёх. На рисунке 2.4 представлена гистограмма зависимости количества комбинаций от числа порохов в смеси. Отсюда можно сделать вполне очевидный вывод, что при увеличении числа порохов в смеси растёт и объём вычислений, хотя можно и уточнить, что он увеличивается на $(103-n)$, где n – номер пороха в смеси, при условии, что пороха не могут повторяться. Без этого условия объём расчётов увеличивается на количество добавленных марок пороха.

Так как возможности ЭВМ не безграничны, и рано или поздно при включении такого перебора на несколько миллионов комбинаций компьютер уйдёт в перезагрузку из-за недостатка оперативной памяти, то стоит предпринять усилия для сокращения количества вычислений не уменьшая при этом точности расчёта. Это стоит начать с порохов: не стоит брать во внимание все марки.

Стоит начать с прототипа оружейной системы, лежащего в основе данного варианта курсовой работы. Этим прототипом является 85-мм дивизионная пушка (Д-44), показанная на рисунке 2.5.

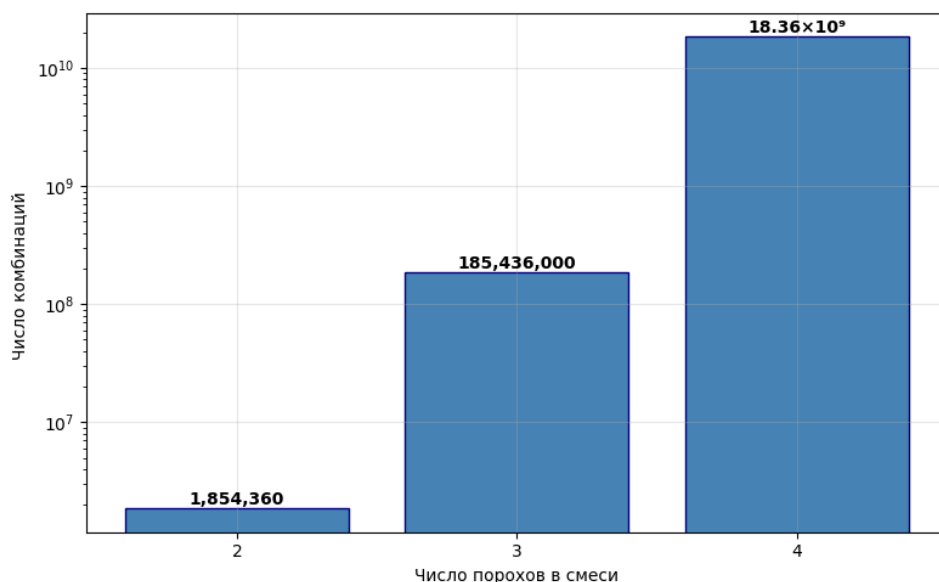


Рис. 2.4: Число комбинаций порохов

Так как прототип артиллерийского орудия – дивизионная пушка сухопутных сил Д-44, то можно сделать вывод, что для неё нецелесообразно использовать пороха морской и береговой артиллерии, например 152/57. Таким образом, можно исключить из рассмотрения следующие марки пороха: 100/70, 180/57 ШЗ БП, 100/56, 180/57, 152/57 БП, 152/57 Ш, 130/50 Ш, 152/57, 180/57 БП, 180/60.



Рис. 2.5: Пушка Д-44

Пороха, главным образом, отличаются значениями полного импульса давления пороховых газов (далее импульс пороха) и значениями коэффициентов формы зерна. Прочие характеристики меняются незначительно и в первом приближении могут быть приняты некоторым средним значениям [3].

Зная массу снаряда q , требуемую дульную скорость $v_{\text{рп}}$ и калибр орудия,

можно получить приближенное решение обратной задачи. В практическом плане такая приближенная оценка даст примерное значение полного импульса «условного» пороха. Полученное значение I_e поможет сузить круг поиска подходящих под конкретную задачу порохов. Формула значения импульса пороха:

$$I_e = \frac{\sqrt{f\omega\varphi qB}}{S}, \quad (2.2)$$

где величина φ определяется по формуле:

$$\varphi = \varphi_1 + \frac{1}{3q} \left(\omega_{\text{ign}} + \sum_{i=1}^N \omega_i \right). \quad (2.3)$$

где ω_{ign} – масса пороха воспламеняющего заряда, $\varphi_1 \approx 1.02$.

Необходимая масса заряда может быть определена по следующей формуле:

$$\omega = \frac{\varphi_1 q}{\frac{2f}{(k-1) v_{pm}^2} \eta_{rm} - \frac{\zeta+1}{3}}, \quad (2.4)$$

где ζ – отношение масс воспламенительного и основного зарядов.

$$\zeta = \frac{P_{\text{ign}}}{f} \left(\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\delta} \right) \frac{1}{1 + bp_{\text{ign}}/f} \quad (2.5)$$

На основе этих зависимостей была составлена программа по расчёту импульса пороха «условного» пороха. Подходящие пороха выбирались из соответствия отклонению от его импульса не более чем на 30% . Итогом работы стали графики 2.6 – 2.8.

Окончательный список содержит в себе 40 марок порохов. А именно: ДГ-4 14/1, ДГ-3 13/1, ДГ-4 15/1, АПЦ-235 П 16/1, ДГ-3 14/1, МАП-1 23/1, БНГ-1355 25/1, НДТ-3 16/1, ДГ-2 15/1, УГФ-1, УГ-1, ДГ-3 17/1, НДТ-2 16/1, НДТ-3 18/1, ДГ-3 18/1, ДГ-2 17/1, НДТ-3 19/1, ДГ-3 20/1, НДТ-2 19/1, 12/1 тр МН, 7/1 УГ, 15/1 тр В/А, 8/1 УГ, 16/1 тр В/А, 11/1 БП, 12/1 тр БП, 18/1 тр, 16/1 тр, 22/1 тр, 11/1 УГ, 12/1 УГ, 18/1 тр БП, 9/7 МН, 12/7, 14/7 В/А, 15/7, 9/7 БП, 14/7, 17/7, 14/7 БП.

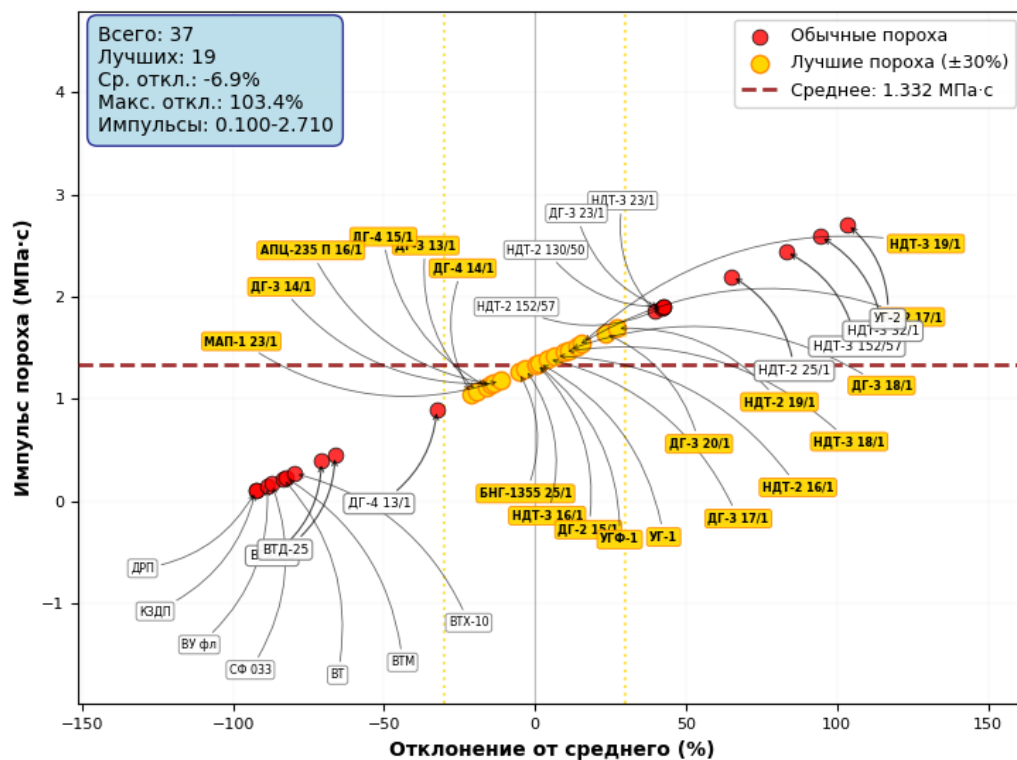


Рис. 2.6: Баллиститные одноканальные пороха

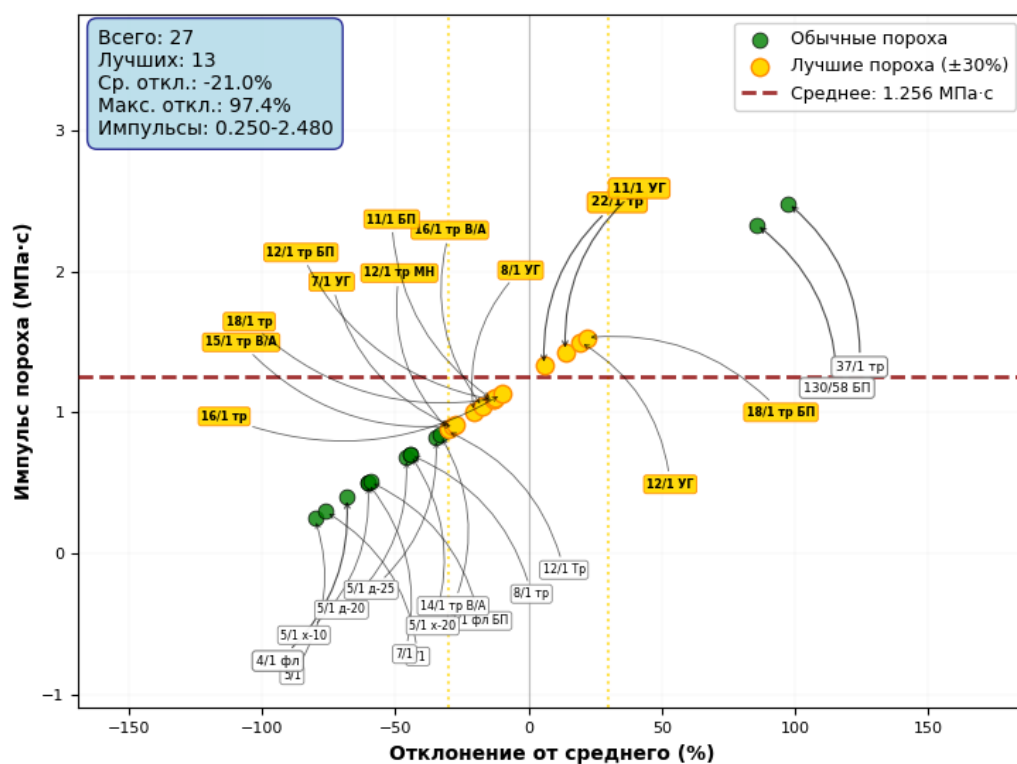


Рис. 2.7: Пироксилиновые одноканальные пороха

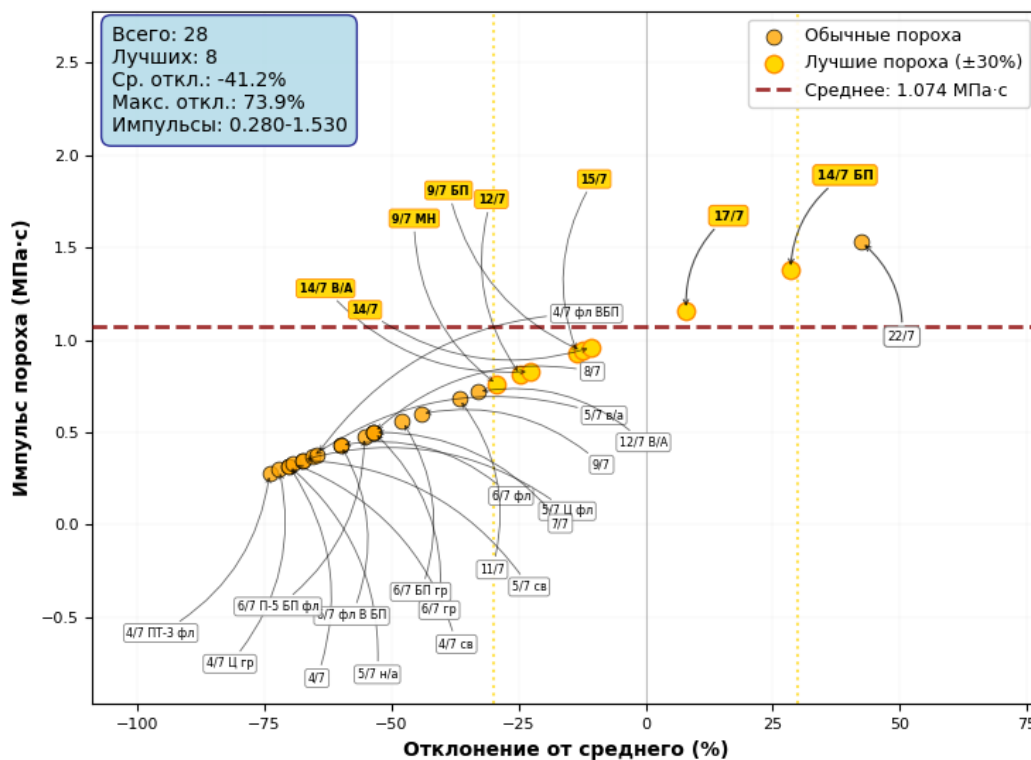


Рис. 2.8: Пироксилиновые семиканальные пороха

2.4 Расчёт смеси порохов

Так как одним из условий данной курсовой работы является учёт смесей порохов, то практический интерес вызывает ответ на вопрос о числе марок пороха в смеси. Какое количество порохов в ней будет оптимальным? Можно ли говорить об оптимальности в контексте этого вопроса? Используя нехитрую методику расчёта из пункта 2.3, можно примерно оценить насколько увеличатся объём вычислений при усложнении состава смеси.

Для ответа на поставленные вопросы можно применить следующий подход: взяв несколько разных по своим свойствам порохов, необходимо решать прямую задачу внутренней баллистики для различных смесей. Пусть наиболее сложным составом будет четырёхкомпонентная смесь, а начинать расчёт, очевидно, нужно с двухкомпонентной. Для ускорения вычислений будет использоваться более простая термодинамическая постановка.

Проще говоря, задача сводится к решению ОЗВБ, но в более простой постановке. Так же на множество баллистических решений будут накладываться ограничения и формироваться МДБР. Далее будет происходить анализ Ω

и поиск лучшего решения. Необходимо будет понять как влияет сложность состава пороховой смеси на результат, причём делать это не на одном лучшем решении, а на целой выборке. Не лишним будет оценить и другие параметры, например, объём вычислений и временные затраты на расчёт, хотя последнее будет зависеть и от возможности конкретной ЭВМ, так что это весьма субъективная оценка.

Структура данных для двухкомпонентной смеси и выходные параметры:

$$[\Delta, \omega_{\Sigma}/q, \Pi_1, \Pi_2, \alpha_1] \longrightarrow [p_{\max}, v_{\text{pm}}, x_{\text{pm}}]$$

Для трёхкомпонентной смеси:

$$[\Delta, \omega_{\Sigma}/q, \Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \alpha_1, \alpha_2]$$

Для n-компонентной смеси:

$$[\Delta, \omega_{\Sigma}/q, \Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_i, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{(i-1)}]$$

Порохи подбирались свободно из соображения пяти марок на каждый вид пороха. Эти данные представлены в таблице 2.2.

Далее будут проанализированы смеси только на основе порохов своего вида. Такой подход позволит определить, стоит ли смешивать только «родственные» пороха и к какому результату это приведёт.

Таблица 2.1: Марки порохов по видам

Вид пороха	Марка пороха				
	1	2	3	4	5
Пироксилиновый одноканальный (ПО)	4/1 фл	5/1	7/1 УГ	37/1 тр	8/1 УГ
Пироксилиновый семиканальный (ПС)	4/7	5/7 н/а	14/7	17/7	22/7
Баллиститный одноканальный (БО)	ДРП	ВТ	ДГ-4 13/1	ДГ-4 15/1	НДТ-3 19/1

Небольшим нововведением в данной курсовой работе станет система обозначений смесей порохов. Такая мера обусловлена неудобностью формы записи с использованием обычных названий порохов.

Таблица 2.2: Система обозначения пороховых смесей

Позиция	Обозначение	Описание
1	П/Б	Тип пороха: П – пироксилиновый, Б – баллиститный
2	1/7	Количество каналов в зерне пороха
4–N	X_i/Y_i	X_i – номер марки пороха из таблицы Y_i – знаменатель массовой доли (доля = $1/Y_i$)
Последняя	ω_Σ	Общая масса пороха в смеси, кг

Пример: П1 1/2 3/2 5 = пироксилиновая одноканальная смесь, 50% пороха №1 (4/1 фл) + 50% пороха №3 (7/1 УГ), общая масса пороха 5 кг.

Ниже в таблицах 2.3 и 2.4 представлены вводные данные для запуска программы.

Таблица 2.3: Константы и ограничения баллистического решения

Параметр	Значение	Ед. изм.
Масса снаряда, q	5.0	кг
Коэффициент φ_1	1.04	—
Давление вспышки, p_0	30.0	МПа
Максимальное давление, p_{max}	≤ 390.0	МПа
Минимальная скорость, v_{min}	≥ 950.0	м/с
Максимальная длина ствола, L_{max}	≤ 5.0	м

Таблица 2.4: Диапазоны параметров

Параметр	Диапазон	Точек	Описание
ω_Σ	[0.1, 3.0]	4	Суммарная масса заряда
Δ	[900, 1400]	4	Плотность заряжания, кг/м ³
α_1	[0.3, 0.7]	3	Доля 1-го пороха (2 пороха)
α_2	[0.2, 0.6]	3	Доли порохов (3 пороха)
α_3	[0.05, 0.3]	6	Доли порохов (4 пороха)

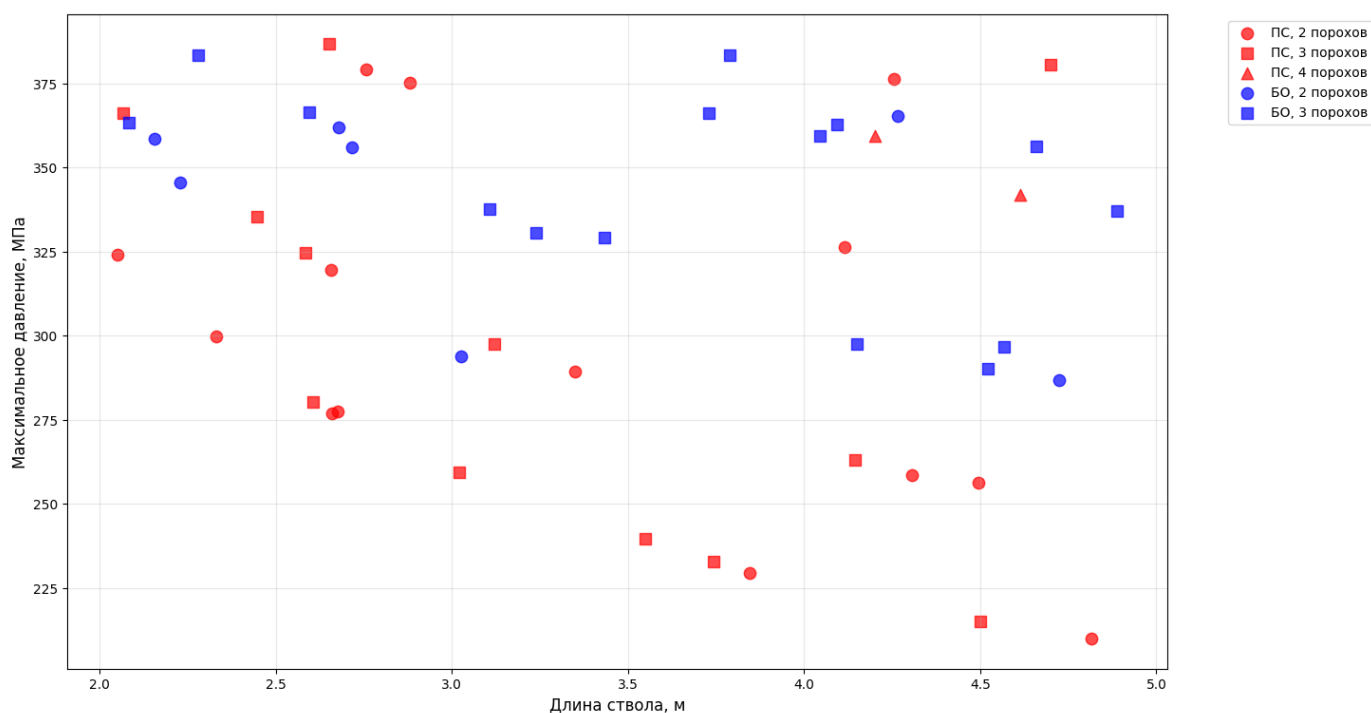


Рис. 2.9: Зависимость максимального давления от длины ствола

Всего было найдено 50 решений. Из них для для пироксилиновых одноканальных: 0, для пироксилиновых семиканальных: 28, из них двухкомпонентных 14, трёхкомпонентных 12, четырёхкомпонентных 2. Для баллиститных одноканальных: 22, из них двухкомпонентных 7, трёхкомпонентных 15, четырёхкомпонентных 0. Двухкомпонентные пироксилин. На рисунке 2.9 можно увидеть распределение решений. Лучшие десять решений с критерием по длине ствола представлены в таблице 2.6.

На основе этих данных можно составить некоторые промежуточные итоги. Пироксилиновые одноканальные пороха не рекомендуются к использованию в одновидовых смесях за их неэффективностью. В то же время пироксилиновые пороха показывают хороший результат в двухкомпонентных смесях, а баллиститные одноканальные – в трёхкомпонентных. Для общих выводов этой информации недостаточно. Необходимо дальнейшее исследование.

Следующим этапом будет расчёт «свободных» смесей. Они не будут ограничены порохами только своего вида. Такой подход позволит увеличить число вариаций и неизменно приведет к увеличению найденных решений и объема вычислений.

Таблица 2.5: Лучшие решения по длине ствола

Марка смеси	Длина ствола, м	Давление, МПа
П7 3/1 4/3 3.0	2.051	324.2
П7 3/2 4/2 5/5 3.0	2.066	366.3
Б1 3/5 4/5 5/1 3.0	2.083	363.4
Б1 3/3 5/1 3.0	2.156	358.4
Б1 4/2 5/2 3.0	2.229	345.5
Б1 1/5 4/1 5/4 3.0	2.279	383.4
П7 3/2 4/2 3.0	2.332	300.0
П7 3/5 4/1 5/4 3.0	2.446	335.4
П7 3/2 4/5 5/2 3.0	2.584	324.8
Б1 3/1 4/5 5/5 2.0	2.596	366.4

Также при данном подходе необходимо дополнить метод маркировки. Теперь для «свободной» смеси вначале вместо «П1», «П7» или «Б1» будет «С». Также систему обозначения порохов необходимо пересмотреть. Для этого составим список из 40 отобранных в пункте 2.3 порохов таблицу, показанную в Приложении 1. Работа будет производиться с первыми 15 порохами из данной таблицы. Пример нового обозначения:

С 8/2 13/2 2.0 = смесь 50% пороха №2 (5/1) + 50% пороха №13 (ДГ-4 13/1), общая масса пороха 2 кг.

Вводные данные те же, что и в таблицах 2.4 и 2.5. Результатом расчёта стал следующий график:

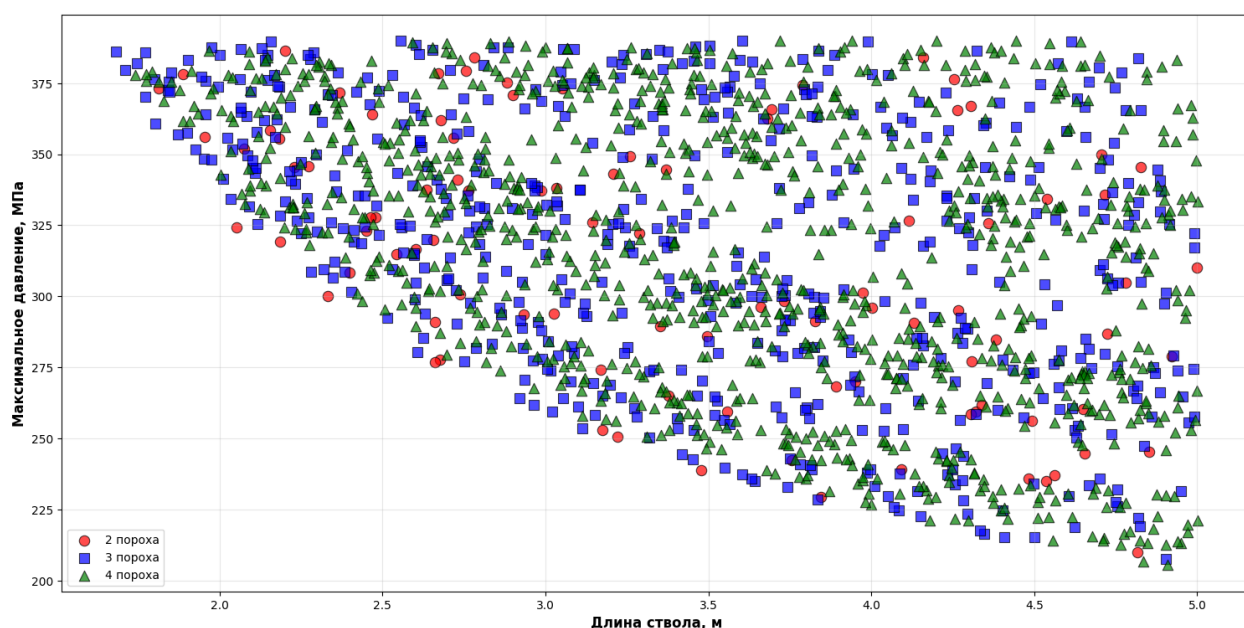


Рис. 2.10: Зависимость максимального давления от длины ствола

Общее количество смесей: 1698

Распределение по числу порохов:

- 2 пороха: 95 смесей
- 3 пороха: 570 смесей
- 4 пороха: 1033 смесей

При этом число комбинаций составило:

- 2 пороха: 6300 комбинаций
- 3 пороха: 54600 комбинаций
- 4 пороха: 163800 комбинаций

Отношение отобранных БР ко всем найденным БР:

- 2 пороха: 1.5 %
- 3 пороха: 1.04 %
- 4 пороха: 0.63 %

Также рассмотрим 10 лучших решений, которые показаны в таблице 2.6.

Возникает интересная ситуация: при увеличении числа марок порохов в смеси уменьшается процент удовлетворительных решений. Наилучшим показателем в этом плане обладает двухкомпонентная смесь. В то же время лучшие 10 смесей состоят из трёх и четырёх компонентов. Для дальнейших выводов необходимо проанализировать трудоёмкость вычислений при вычислениях.

В таблице 2.7 представлена информация о числе итераций и времени на их вычисление. По этим данным можно понять как влияет увеличение числа марок порохов в смеси на время вычисления и число итераций.

Таблица 2.6: 10 лучших пороховых смесей

№	Марка смеси	Длина ствола, м	Давление, МПа
1	С 8/2 9/5 14/2 3.0	1.682	386.1
2	С 8/2 9/2 13/5 3.0	1.711	379.6
3	С 8/2 9/3 13/5 15/10 3.0	1.741	377.8
4	С 8/2 14/2 15/5 3.0	1.747	382.1
5	С 8/1 10/5 13/5 3.0	1.772	370.1
6	С 9/2 10/5 13/2 3.0	1.773	385.7
7	С 8/2 10/4 13/5 14/5 3.0	1.774	378.3
8	С 8/2 9/5 13/5 15/5 3.0	1.774	375.8
9	С 8/4 9/4 13/4 15/4 3.0	1.792	378.9
10	С 9/1 13/5 14/5 3.0	1.799	376.5

Таблица 2.7: Время расчета для комбинаций порохов

Кол-во порохов	Итерации	Время, с	Относительное изменение времени
2	6 300	84.68	0%
3	54 600	749.23	+784.6%
4	163 800	2 628.68	+3004.1%

По совокупности всех данных можно сделать глобальный вывод. Отвечая на поставленный вначале пункта вопрос, можно сказать, что оптимальной является двухкомпонентная смесь пороха. Это подтверждают данные о процентном соотношении удовлетворяющих решений ко всем БР, а также данные о времени расчёта и объёма вычислений. Да, мы теряем некоторое количество весьма точных решений, ограничивая себя рамками двух порохов в смеси, но при решении ОЗВБ в её полном виде (расширенные диапазоны, 40 порохов вместо 15-и) время расчёта вырастет до немыслимых значений, не говоря уже о возможности заполнения всей оперативной памяти и последующей перезагрузкой компьютера.

Приложение 1

№	Порох	№	Порох	№	Порох	№	Порох
1	4/1 фл	11	ДРП	21	НДТ-3 16/1	31	12/1 тр БП
2	5/1	12	ВТ	22	ДГ-2 15/1	32	18/1 тр
3	7/1 УГ	13	ДГ-4 13/1	23	УГФ-1	33	16/1 тр
4	37/1 тр	14	ДГ-4 15/1	24	УГ-1	34	22/1 тр
5	8/1 УГ	15	НДТ-3 19/1	25	ДГ-3 17/1	35	11/1 УГ
6	4/7	16	ДГ-4 14/1	26	НДТ-2 16/1	36	12/1 УГ
7	5/7 н/а	17	ДГ-3 13/1	27	НДТ-3 18/1	37	18/1 тр БП
8	14/7	18	АПЦ-235 П 16/1	28	ДГ-3 18/1	38	9/7 МН
9	17/7	19	ДГ-3 14/1	29	ДГ-2 17/1	39	12/7
10	22/7	20	МАП-1 23/1	30	ДГ-3 20/1	40	14/7 В/А

Список литературы

- [1] Документация библиотеки PyBallistics [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <https://github.com/TovarnovM/pyballistics> (дата обращения: 04.10.2024).
- [2] Документация библиотеки Matplotlib [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <https://matplotlib.org> (дата обращения: 04.10.2025).
- [3] Быков Н. В., Товарнов М. С., Серпинский О. С. Баллистическое проектирование артиллерийских орудий. — М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2021. — 96 с.: ил..
- [4] Мансурова С.Е. Методы математической физики: дифференциальные уравнения с частными производными. — СПб: Горный университет, 2019. — 39 с.
- [5] Емельянов В. Н. Численные методы: введение в теорию разностных схем. — М.: Юрайт, 2025. — 189 с.
- [6] Документация библиотеки NumPy [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <https://numpy.org> (дата обращения: 04.10.2024).