Semantica operazionale

Siano env un ambiente e sia ***env ▷ exp*** la notazione per indicare che l'espressione exp viene valutata rispetto ad env. Dette inoltre ***exp ⇒ evT*** la valutazione dell'espressione ad un denotabile e ***:type*** l'annotazione di tipo, al fine di estendere il linguaggio con insiemi e stringhe definisco la seguente serie di regole della semantica operazionale.

Regole di inferenza

Estring: $$\frac{s : string}{env \triangleright Estring(s) \Rightarrow String(s)}$$

Concat: $$\frac{\begin{array}{c} env \triangleright e1 \Rightarrow String(x : string), \\ env \triangleright e2 \Rightarrow String(y : string) \end{array}}{env \triangleright Concat(e1, e2) \Rightarrow String(x \wedge y)}$$

dove con "∧" ho rappresentato l'operazione di concatenazione di stringhe

EmptySet: $$\frac{env \triangleright type \Rightarrow String(t : string)}{env \triangleright \text{EmptySet}(type) \Rightarrow SetVal(\emptyset, t)}$$

Singleton: $$\frac{\begin{array}{c} env \triangleright type \Rightarrow String(t : string), \\ env \triangleright el \Rightarrow v : t \end{array}}{env \triangleright Singleton(el, type) \Rightarrow SetVal(\{v\}, t)}$$

Set: $$\frac{\begin{array}{c} env \triangleright type \Rightarrow String(t : string), \\ (\forall i . i \in els \wedge (env \triangleright i \Rightarrow v_i : t)) \end{array}}{env \triangleright Set(els, type) \Rightarrow SetVal(\{v_i : i \in els\}, t)}$$

IsEmpty, divisa tra valutazione true e false:

$$\frac{\begin{array}{c} env \triangleright type \Rightarrow String(t : string), \\ env \triangleright e \Rightarrow SetVal(\emptyset, t) \end{array}}{env \triangleright IsEmpty(e) \Rightarrow Bool(true)} \quad , \quad \frac{\begin{array}{c} env \triangleright type \Rightarrow String(t : string), \\ env \triangleright e \Rightarrow SetVal(\{v_i : i \in els\}, t), \\ \{v_i : i \in els\} \neq \emptyset \end{array}}{env \triangleright IsEmpty(e) \Rightarrow Bool(false)}$$

Contains, divisa tra valutazione true e false:

$$\frac{\begin{array}{c} env \triangleright type \Rightarrow String(t : string), \\ env \triangleright elem \Rightarrow w : t, \\ env \triangleright e \Rightarrow SetVal(\{v_i : i \in els\}, t), \\ w \in \{v_i : i \in els\} \end{array}}{env \triangleright Contains(e, elem) \Rightarrow Bool(true)} \quad , \quad \frac{\begin{array}{c} env \triangleright type \Rightarrow String(t : string), \\ env \triangleright elem \Rightarrow w : t, \\ env \triangleright e \Rightarrow SetVal(\{v_i : i \in els\}, t), \\ w \notin \{v_i : i \in els\} \end{array}}{env \triangleright Contains(e, elem) \Rightarrow Bool(false)}$$

Insert: $$\frac{\begin{array}{c} env \triangleright type \Rightarrow String(t : string), \\ env \triangleright e \Rightarrow SetVal(\{v_i : i \in els\}, t), \\ env \triangleright elem \Rightarrow w : el\_type, \\ el\_type = t \end{array}}{env \triangleright Insert(e, elem) \Rightarrow SetVal(\{v_i : i \in els\} \cup \{w\}, t)}$$

Remove:
$$\frac{\begin{array}{c} env \triangleright type \Rightarrow String(t:string), \\ env \triangleright e \Rightarrow SetVal(\{v_i : i \in els\}, t), \\ env \triangleright elem \Rightarrow w : el\_type, \\ el\_type = t \end{array}}{env \triangleright Remove(e, elem) \Rightarrow SetVal(\{v_i : i \in els\} \setminus \{w\}, t)}$$

Subset, divisa nei casi a $\subseteq$ b e a $\not\subseteq$ b (se it tipi fossero diversi non potrei effettuare l'operazione):

$$\frac{\begin{array}{c} e1 = Set(el1, type1), \\ e2 = Set(el2, type2), \\ env \triangleright e1 \Rightarrow SetVal(\{v_i : i \in el1\}, t_1), \\ env \triangleright e2 \Rightarrow SetVal(\{w_j : j \in el2\}, t_2), \\ t_1 = t_2, \\ \{v_i : i \in el1\} \subseteq \{w_j : j \in el2\} \end{array}}{env \triangleright \text{Subset}(e1, e2) \Rightarrow Bool(true)} \quad , \quad \frac{\begin{array}{c} e1 = Set(el1, type1), \\ e2 = Set(el2, type2), \\ env \triangleright e1 \Rightarrow SetVal(\{v_i : i \in el1\}, t_1), \\ env \triangleright e2 \Rightarrow SetVal(\{w_j : j \in el2\}, t_2), \\ t_1 = t_2, \\ \{v_i : i \in el1\} \not\subseteq \{w_j : j \in el2\} \end{array}}{env \triangleright \text{Subset}(e1, e2) \Rightarrow Bool(false)}$$

Per l'ordinamento ho usato l'usuale ordinamento per gli interi, la convenzione Bool(false) < Bool(true) per i booleani e l'ordinamento lessicografico per le stringhe

SetMin:
$$\frac{\begin{array}{c} e = Set(els, type), \\ env \triangleright e \Rightarrow SetVal(\{v_i : i \in els\}, t), \\ \{v_i : i \in els\} \neq \emptyset, \\ w = min\{v_i : i \in els\} \end{array}}{env \triangleright SetMin(e) \Rightarrow w} \quad , \quad \frac{\begin{array}{c} e = Set(els, type), \\ env \triangleright e \Rightarrow SetVal(\{v_i : i \in els\}, t), \\ \{v_i : i \in els\} = \emptyset \end{array}}{env \triangleright SetMin(e) \Rightarrow Unbound[t]}$$

SetMax:
$$\frac{\begin{array}{c} e = Set(els, type), \\ env \triangleright e \Rightarrow SetVal(\{v_i : i \in els\}, t), \\ \{v_i : i \in els\} \neq \emptyset, \\ w = max\{v_i : i \in els\} \end{array}}{env \triangleright SetMax(e) \Rightarrow w} \quad , \quad \frac{\begin{array}{c} e = Set(els, type), \\ env \triangleright e \Rightarrow SetVal(\{v_i : i \in els\}, t), \\ \{v_i : i \in els\} = \emptyset \end{array}}{env \triangleright SetMax(e) \Rightarrow Unbound[t]}$$

Semantica degli operatori funzionali

Per quanto riguarda i predicati l'interprete supporta soltanto funzioni non ricorsive, in quanto non è possibile effettuare il bind del parametro formale di una funzione ricorsiva senza valutare anche il corpo del LetRec a causa del modo in cui sono definite, a meno di non forzare il bind prima della valutazione dell'espressione (come ho fatto nei test sulle funzioni ricorsive), ma dovrei poter stabilire che la funzione è ricorsiva senza valutarla e chiaramente ciò comporterebbe una notevole complicazione sia nelle regole che nella valutazione. La stessa cosa vale per la funzione che Map prende come argomento.

Forall, divisa tra i due casi:

$$\frac{\begin{array}{c} e = Set(els, type), \\ env \triangleright e \Rightarrow SetVal(\{v_i : i \in els\}, t), \\ env \triangleright pred \Rightarrow FunVal(arg, body, decEnv) : Bool(\_) \text{ as } f, \\ (\forall j \,.\, j \in \{v_i : i \in els\} \wedge (decEnv \triangleright FunCall(f, j) \Rightarrow Bool(true))) \end{array}}{env \triangleright \text{Forall}(pred, e) \Rightarrow Bool(true)}$$

$$\frac{\begin{array}{c} e = Set(els, type), \\ env \triangleright e \Rightarrow SetVal(\{v_i : i \in els\}, t), \\ env \triangleright pred \Rightarrow FunVal(arg, body, decEnv) : Bool(\_) \text{ as } f, \\ (\exists j . j \in \{v_i : i \in els\} \wedge (decEnv \triangleright FunCall(f, j) \Rightarrow Bool(false))) \end{array}}{env \triangleright \text{Forall}(pred, e) \Rightarrow Bool(false)}$$

Exists, divisa tra i due casi:

$$\frac{\begin{array}{c} e = Set(els, type), \\ env \triangleright e \Rightarrow SetVal(\{v_i : i \in els\}, t), \\ env \triangleright pred \Rightarrow FunVal(arg, body, decEnv) : Bool(\_) \text{ as } f, \\ (\exists j . j \in \{v_i : i \in els\} \wedge (decEnv \triangleright FunCall(f, j) \Rightarrow Bool(true))) \end{array}}{env \triangleright \text{Exists}(pred, e) \Rightarrow Bool(true)} ,$$

$$\frac{\begin{array}{c} e = Set(els, type), \\ env \triangleright e \Rightarrow SetVal(\{v_i : i \in els\}, t), \\ env \triangleright pred \Rightarrow FunVal(arg, body, decEnv) : Bool(\_) \text{ as } f, \\ (\forall j . j \in \{v_i : i \in els\} \wedge (decEnv \triangleright FunCall(f, j) \Rightarrow Bool(false))) \end{array}}{env \triangleright \text{Exists}(pred, e) \Rightarrow Bool(false)}$$

Filter:
$$\frac{\begin{array}{c} e = Set(els, type), \\ env \triangleright e \Rightarrow SetVal(\{v_i : i \in els\}, t), \\ env \triangleright pred \Rightarrow (Rec) FunVal(arg, body, decEnv) : Bool(\_) \text{ as } f, \\ x = \{j : j \in \{v_i : i \in els\} \wedge (decEnv \triangleright FunCall(f, j) \Rightarrow Bool(true))\} \end{array}}{env \triangleright \text{Filter}(pred, e) \Rightarrow x : t}$$

Map:
$$\frac{\begin{array}{c} e = Set(els, type), \\ env \triangleright e \Rightarrow SetVal(\{v_i : i \in els\}, t), \\ env \triangleright funct \Rightarrow FunVal(arg, body, decEnv) : new\_t \text{ as } f, \\ (\forall j . j \in \{v_i : i \in els\} \wedge (decEnv \triangleright FunCall(f, j) \Rightarrow x_j)) \end{array}}{env \triangleright \text{Map}(funct, e) \Rightarrow SetVal(\{x_j : j \in \{v_i : i \in els\}\}, new\_t)}$$

Map supporta anche funzioni del tipo f: type1 → type2, per cui introduco il tipo new_t per specificare che il tipo di set ritornato potrebbe essere diverso da quello in input. Questo porta ad un comportamento semanticamente non corretto nel caso di Set vuoti, perché in tal caso non esiste alcun elemento su cui valutare il tipo di ritorno della funzione, per cui mi limito a ritornare un SetVal vuoto con il tipo originale. Un modo di ovviare a questo comportamento potrebbe essere quello di provare la chiamata di funzione con un valore di default per ogni tipo all'interno di blocchi try … with concatenati, ma nell'implementazione dell'interprete ho deciso di mantenere la valutazione che associa il tipo originale.