

Institut für Experimentalphysik der Technischen Universität
Graz

&

Institut für Physik der Universität Graz

FORTGESCHRITTENENPRAKTIKUM 2

Übungstitel: Elektronenbeugung und ESR

Betreuer: Assoz. Prof. Mag. Dr.rer.nat. Georg Koller

Gruppennummer: 4

Name: Martin Klotz, Philipp Werhounig

Kennzahl: 678

Matrikelnummer: 11909170, 11842163

Datum: 23.03.2022

SS 2022

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Aufgabenstellung[1] | 1 |
| 1.1 | Elektronenbeugung (Bragg) | 1 |
| 1.2 | Elektronen im Magnetfeld (e/m - Bestimmung) | 1 |
| 1.3 | Elektronen-Spin-Resonanz | 1 |
| 2 | Voraussetzungen und Grundlagen [1] | 2 |
| 2.1 | Elektronenbeugung an Kristallgittern | 2 |
| 2.2 | Berechnung der Elektronenwellenlänge | 3 |
| 2.3 | Bestimmung der spezifischen Ladung des Elektrons | 4 |
| 2.4 | Elektronenspinresonanz | 6 |
| 3 | Beschreibung der Versuchsanordnung | 7 |
| 3.1 | Elektronenbeugung | 7 |
| 3.2 | Elektronenspinresonanz | 8 |
| 4 | Geräteliste | 9 |
| 5 | Versuchsdurchführung und Messergebnisse | 10 |
| 5.1 | Elektronenbeugung | 10 |
| 5.2 | Elektronen im Magnetfeld - Bestimmung spezifische Ladung des Elektrons | 11 |
| 5.3 | Elektronenspinresonanz | 12 |
| 6 | Auswertung | 14 |
| 6.1 | Elektronenbeugung | 14 |
| 6.2 | Elektronen im Magnetfeld - Bestimmung spezifische Ladung des Elektrons | 15 |
| 6.3 | Elektronenspinresonanz | 18 |
| 7 | Diskussion | 20 |
| 7.1 | Elektronenbeugung | 20 |
| 7.2 | Elektronen im Magnetfeld - Bestimmung spezifische Ladung des Elektrons | 20 |
| 7.3 | Elektronenspinresonanz | 20 |
| 8 | Zusammenfassung | 20 |

1 Aufgabenstellung[1]

1.1 Elektronenbeugung (Bragg)

1. Berechnen der Wellenlänge der Elektronen für die im Versuch verwendeten Anoden- (Beschleunigungs-) spannungen; d.h. für den Bereich zwischen 2 keV und 5 keV.
2. Die beobachteten Beugungsringe entsprechen den Abständen zweier verschiedener Gitterebenen. Bestimmung des jeweiligen Gitterabstandes aus dem Durchmesser. Dabei sind bei mind. 10 Elektronenenergien Messungen durchzuführen.

1.2 Elektronen im Magnetfeld (e/m - Bestimmung)

1. Die Auslenkung des Elektronenstrahls auf dem Leuchtschirm einer Oszillographenröhre ist in Abhängigkeit von der Stromstärke durch die magnetfelderzeugenden Helmholtzspulen bei zwei unterschiedlichen Anodenspannungen U_A zu messen.
2. Aus den Auslenkungen ist der Krümmungsradius r der Elektronenbahn zu bestimmen und aus dem Spulenstrom die magnetische Induktion B zu berechnen.
3. $1/r$ ist als Funktion der magnetischen Induktion B graphisch darzustellen. Die spezifische Elektronenladung e/m ist dann durch lineare Regression zu bestimmen.

1.3 Elektronen-Spin-Resonanz

1. Bestimmung des Resonanzmagnetfeldes B_0 in Abhängigkeit von der gewählten Resonanzfrequenz
2. Bestimmung des g-Faktors von 1,1-Diphenyl-2-Pikryl-Hydrazyl (DPPH)

2 Voraussetzungen und Grundlagen [1]

2.1 Elektronenbeugung an Kristallgittern

Im Versuch trifft ein Elektronenstrahl auf eine polykristalline Graphitprobe und wird gemäß der Bragg – Bedingung gestreut:

$$2d \sin(\theta) = n\lambda, \quad n = 1, 2, 3... \quad (1)$$

dabei ist d der Abstand zwischen den einzelnen Netzebenen im Graphitgitter, n die Beugungsordnung und θ ist der Bragg-winkel (Winkel zwischen Elektronenstrahl und Gitter (Netz-) ebenen).

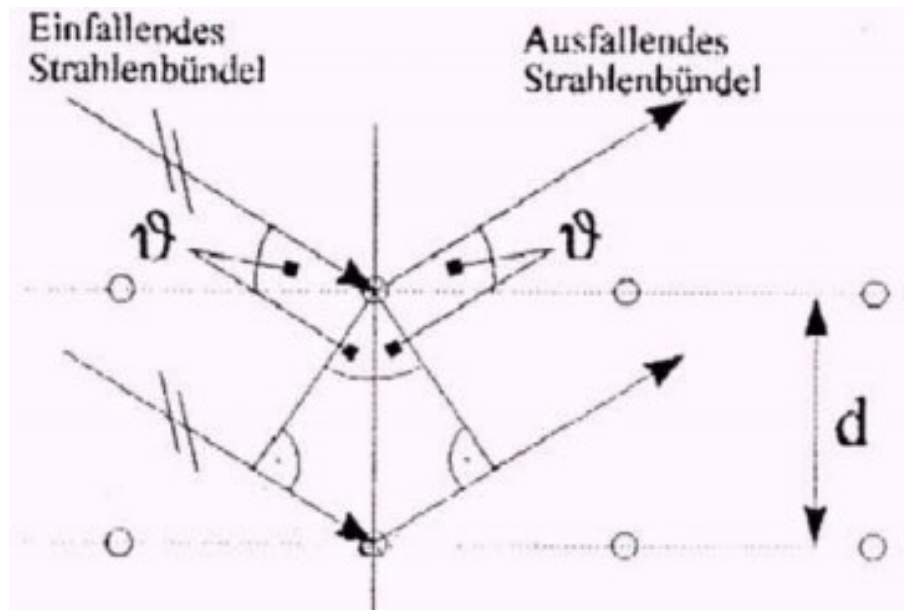


Abb. 1: Schematische Skizze zur Beugung am Kristallgitter, entnommen aus [1]

In einer polykristallinen Graphitprobe sind die Bindungen zwischen den einzelnen Lagen gebrochen, wodurch ihre Orientierung zufällig ist. D.h.man findet immer wieder Mikrokristallite mit der richtigen Orientierung zum Elektronenstrahl, dass die Bragg – Bedingung erfüllt ist. Der gebeugte Elektronenstrahl ist daher in Form eines Konus aufgefächert, wodurch die Interferenzringe am Schirm entstehen.

Der Bragg-Winkel θ kann aus dem Radius r des am Schirm sichtbaren Interferenzringes berechnet werden, wobei beachtet werden muss, dass der Ablenkungswinkel $\alpha = 2\theta$ zweimal so groß ist.

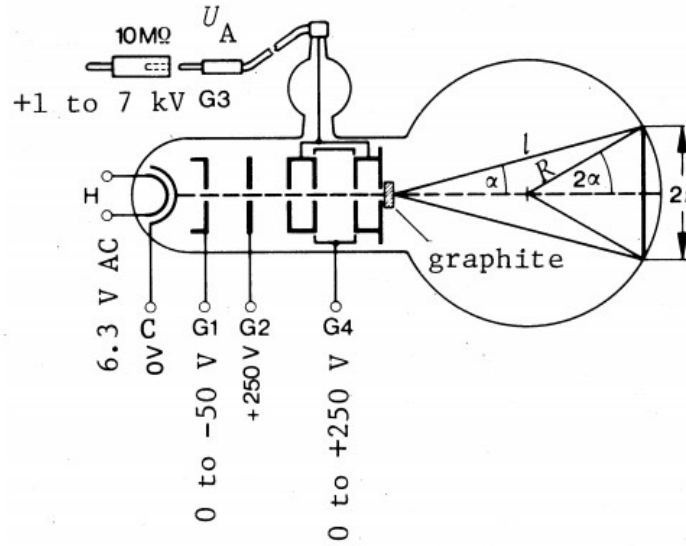


Abb. 2: Skizze zur Erklärung der Versuchsgeometrie, entnommen aus [1]

Aus Abb. 2 sieht man direkt:

$$\sin(2\alpha) = \frac{r}{R} \quad (2)$$

mit $R = 67,5 \text{ mm}$, dem Radius der Glaskugel und r ist der Radius des Interferenzringes. Für kleine Winkel α/θ gilt die Näherung

$$\sin(2\alpha) \approx 2 \sin(\alpha) = 2 \sin(2\theta) \approx 4 \sin(\theta) \quad (3)$$

Mit dieser Näherung erhält man:

$$r = \frac{2R}{d} n \lambda \quad (4)$$

Die Radii der zwei inneren Interferenzringe stammen von Netzebenen d_1, d_2 des Graphits für $n=1$.

2.2 Berechnung der Elektronenwellenlänge

Um die im Versuch auftretenden Interferenzerscheinungen zu erklären wird den Elektronen die beim Auftreffen auf die polykristalline Graphitprobe den Impuls p besitzen eine Wellenlänge λ zugeordnet. Dieser Zusammenhang wird mit der Gleichung von de Broglie beschrieben:

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (5)$$

wobei $h = 6,6256 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ das Plank'sche Wirkungsquantum darstellt.

Der Impuls kann aus der Geschwindigkeit v bestimmt werden, die die Elektronen nach Durchlaufen einer Beschleunigungsspannung U_B erreicht haben:

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{p^2}{2m} = e U_B \quad (6)$$

Die Wellenlänge λ ergibt sich somit zu:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU_B}} \quad (7)$$

mit $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As}$ (der Elektronenladung) und $m = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ (der Ruhemasse der Elektronen). Bei den im Versuch angelegten Beschleunigungsspannungen U_B kann zur obigen Berechnung die Ruhemasse der Elektronen angenommen werden, ohne einen zu großen Fehler durch relativistische Effekte zu machen (0,5 %).

2.3 Bestimmung der spezifischen Ladung des Elektrons

Bewegt sich ein Elektron im Magnetfeld \mathbf{B} , so wirkt auf dieses die Lorentzkraft:

$$\mathbf{F}_L = -e(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (8)$$

Wenn man davon ausgeht, dass der Geschwindigkeitsvektor \mathbf{v} und der Vektor der magnetischen Flussdichte \mathbf{B} senkrecht aufeinander stehen, so gilt:

$$F_L = -evB \quad (9)$$

Die Lorentzkraft wirkt als Zentripetalkraft und zwingt das Elektron auf eine Kreisbahn mit dem Radius r , sodass folgende Beziehung gilt:

$$-evB = \frac{m_e v^2}{r} \quad (10)$$

Die spezifische Ladung ergibt sich dann aus Gleichung 3 zu:

$$e_{spez} = -\frac{e}{m_e} = \frac{v}{Br} \quad (11)$$

Die kinetische Energie gewinnt das Elektron aus einem elektrischen Feld, in dem es beschleunigt wird:

$$-eU_A = \frac{1}{2}m_e v^2 \quad (12)$$

Durch Einsetzen von Gleichung 12 in Gleichung 11 erhält man:

$$e_{spez} = -\frac{e}{m_e} = \frac{2U_A}{B^2 r^2} \quad (13)$$

Der Radius r der Kreisbahn lässt sich nicht direkt messen. Stattdessen wird diese Größe aus der Ablenkung s im Magnetfeld und aus dem Kolbendurchmesser $d = 135 \text{ mm}$ ermittelt.

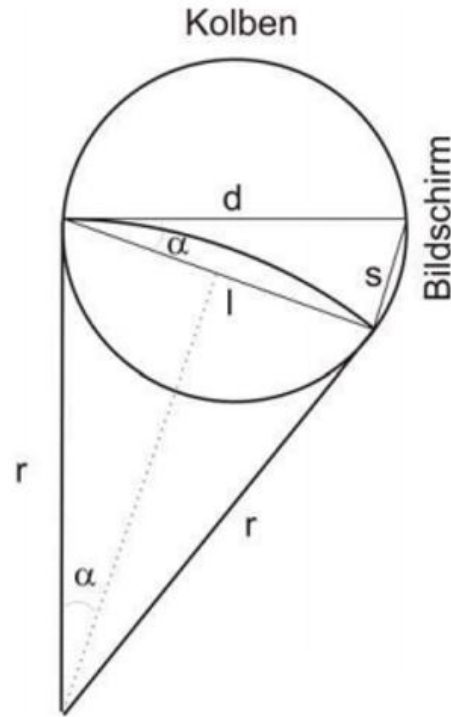


Abb. 3: Skizze zur Erklärung der Versuchsgeometrie, entnommen aus [1]

Aus der Abbildung erkennt man, dass sich $\sin(\alpha)$ und l wie folgt ergeben:

$$\sin(\alpha) = \frac{s}{d} \quad (14)$$

$$l = \sqrt{d^2 - s^2} \quad (15)$$

Damit ergibt sich r zu:

$$r = \frac{l}{2 \sin(\alpha)} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{d^4}{s^2} - d^2} \quad (16)$$

Die magnetische Flussdichte B ist:

$$B = \mu_0 H \quad (17)$$

Mit $\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$ und der Feldstärke H

$$H = 33,8 \cdot 10^2 \text{ m}^{-1} I \quad (18)$$

mit der Stromstärke je Spule I .

2.4 Elektronenspinresonanz

Befindet sich ein freies Elektron in einem Magnetfeld, spalten sich aufgrund des Zeeman-Effekts die möglichen Energieniveaus auf. Handelt es sich dabei um ein Gleichfeld, bleiben auch die Energieniveaus konstant. Die Energiedifferenz lässt sich mit der z-Komponente des magnetischen Moments eines Elektrons, das von seiner Spinquantenzahl s abhängt, berechnen.

$$(\mu_s) = \sqrt{s(s+1)} \cdot \mu_B \cdot g_s \quad (19)$$

$$(\mu_s)_z = \pm \frac{1}{2} \mu_B \cdot g_s \quad (20)$$

wobei g_s dem Landè-Faktor mit einem Wert von 2.0023 und μ_B dem Bohr'schen Magneton mit einem Wert von $9.2740 \cdot 10^{-24} \text{ JT}^{-1}$ entspricht.

Die daraus resultierende Energie des Teilchens ergibt sich aus dem Produkt des magnetischen Moments und der magnetischen Flussdichte B

$$E = (\mu_s)_z \cdot B = \pm \frac{1}{2} \mu_B \cdot g_s \cdot B \quad (21)$$

Diese Energieniveaus können mithilfe eines oszillierenden Magnetfeldes angeregt werden. Dabei gilt folgende Resonanzbedingung.

$$\Delta E = h \cdot \nu = \mu_B \cdot g_s \cdot B \quad (22)$$

Dadurch kann bei bekannter magnetischer Flussdichte des Gleichfeldes, Frequenz des Wechselfeldes und Bohr'schem Magneton der Landè-Faktor berechnet werden. Im Experiment wird DPPH verwendet, da dieses ein nicht gepaartes Valenzelektron besitzt und durch die Struktur des Moleküls der Landè-Faktor annähernd dem eines freien Elektrons entspricht.

Die magnetische Flussdichte der in diesem Experiment verwendeten Helmholtz-Spulen lässt sich wie folgt berechnen.

$$B = 4.23 \frac{\text{mT}}{\text{A}} \cdot I \quad (23)$$

wobei I die Stromstärke, des durch die Spulen fließenden Stroms ist.

Das Resonanzphänomen lässt sich experimentell mithilfe eines Schwingkreises, der ein Wechselfeld in einer Spule erzeugt beobachten. Aufgrund der Resonanz erhöht sich der Widerstand der Schaltung wodurch die Spannung sinkt. Trägt man das Eingangssignal über der Resonanz-Spannung auf, so kann man aus dieser Halbwertsbreite die Halbwertsbreite des Gleichfeldes bei DPPH bestimmen.

$$\delta B_0 = 4.23 \frac{\text{mT}}{\text{A}} \cdot \frac{\delta U}{U_{mod}} \cdot I_{mod} \quad (24)$$

wobei I_{mod} der Strom durch die Spulen, die das Gleichfeld erzeugen, U_{mod} die Spitzenspannung des Wechselfeldes und δU die Halbwertsbreite des Wechselfeldes ist.

3 Beschreibung der Versuchsanordnung

Der Versuchsaufbau sieht wie folgt aus:

3.1 Elektronenbeugung

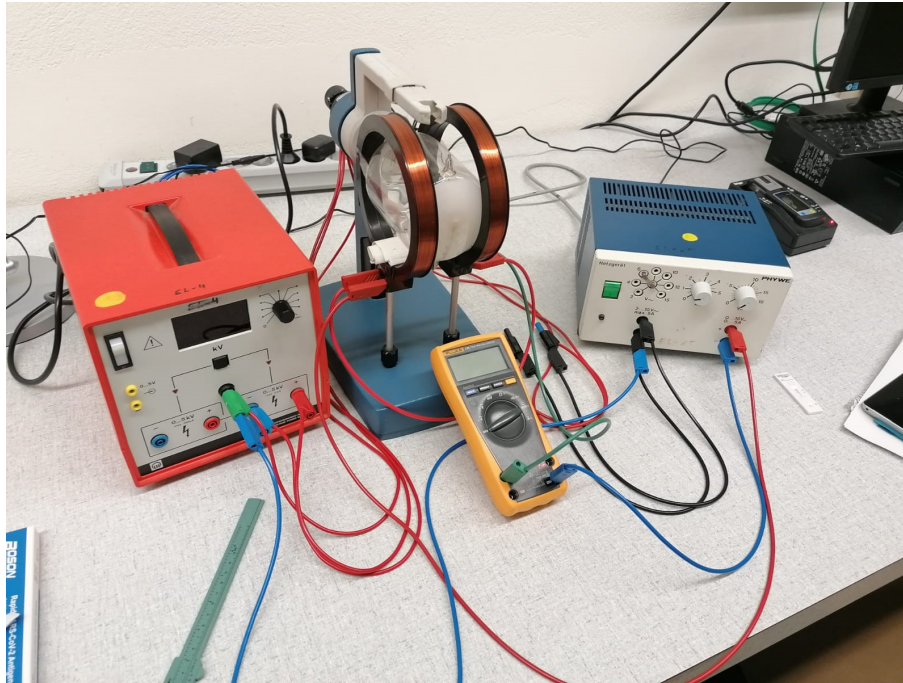


Abb. 4: Versuchsaufbau - Elektronenbeugung und Bestimmung e/m -Verhältnis: Spannungsquelle zum Beschleunigen der Elektronen (links), Fluoreszenzschirm mit 2 Helmholtz-Spulen zur Erzeugung eines homogenen Magnetfeldes (mitte hinten), Multimeter zur indirekten Bestimmung des Magnetfelds (mitte vorne) und Stromquelle zum Erzeugen des homogenen Magnetfelds (rechts)

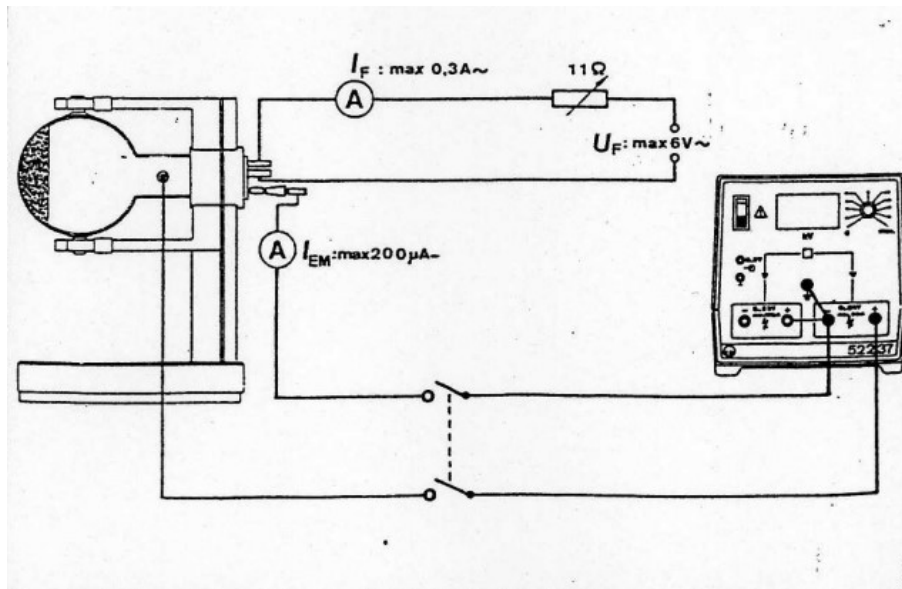


Abb. 5: Schaltplan zum Versuchsaufbau Elektronenbeugung, entnommen aus [1]

3.2 Elektronenspinresonanz

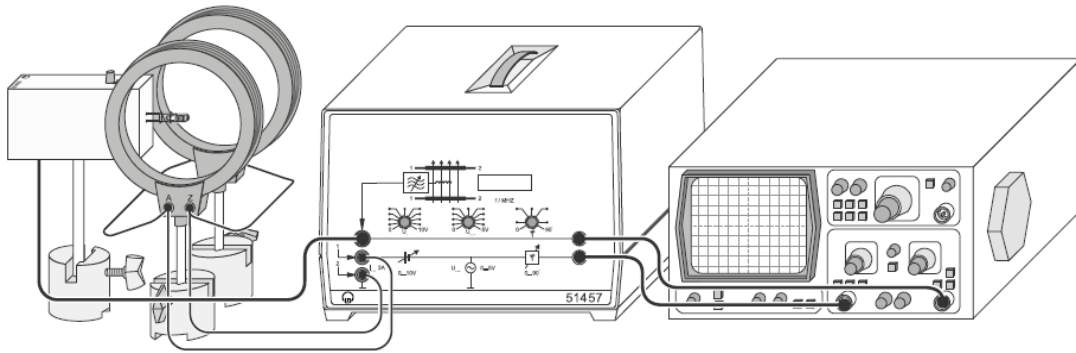


Abb. 6: Bild des Versuchsaufbaus Elektronenspinresonanz, Links im Bild befindet sich der Schwingkreis mit der sich in einer Spule befindenden DPPH-Probe und das Helmholtzspulenpaar, das das magnetische Gleichfeld erzeugt und durch den Generator in der Mitte des Bildes versorgt wird. Rechts befindet sich ein Oszilloskop, das das Wechsignal und das Resonanzsignal misst

4 Geräteliste

Folgende Geräte wurden im Aufbau verwendet:

Tab. 1: Geräteliste

| Gerät | Type | Inventar Nr. | Unsicherheit |
|------------------------|-------------------------------------|--------------|--|
| Netzgerät 1 | PHYWZ | 55879 | EL-15 |
| Hochspannungsnetzgerät | LM 52237 | EL-4 | $\Delta U = 0,01 \text{ kV}$ |
| Multimeter 1 | Fluke 175 | – | $\Delta I = (1 \% + 3LSB) [2]$ |
| Elektronenstrahlröhre | LD Didactic | – | $\Delta s = 1 \text{ mm}$ |
| Schiebelehre | LD Didactic | – | $\Delta s = 0,05 \text{ mm}$ |
| Helmholtzspulen 1 | – | – | – |
| Kabel | – | – | – |
| Oszilloskop | Agilent Technologies DSO-X 2004A | 310081870000 | $\Delta t = 25 \text{ ppm}$ $\Delta U = 2 \%$ |
| Helmholtzspulenpaar 2 | – | – | – |
| Schwingkreis | LD Didactic | 300025940001 | |
| Multimeter 2 | Fluke 175 | FP-02 | $\Delta I = (1 \% + 3LSB) [2]$ |
| Spule klein | Leybold | – | – |
| Spule mittel | Leybold | – | – |
| Spule groß | Leybold | – | – |
| Netzgerät 2 | Leybold | – | $\Delta f = 0.1 \text{ MHz}$ |

5 Versuchsdurchführung und Messergebnisse

5.1 Elektronenbeugung

Der Aufbau erfolgt gemäß Abbildung 4. Die Heizspannung der Elektronenquelle wird eingeschaltet und der Kathodenstrom wird dabei auf 0,3 A begrenzt. Die Anodenspannung wird kontinuierlich von 0 V auf den gewünschten Wert gedreht.

Von den von der Glühkathode ausgesandten Elektronen wird durch eine Blende ein schmales Bündel ausgeblendet. Dieses fällt nach Durchgang durch ein fokussierendes elektronenoptisches System als scharf begrenztes, monochromatisches Strahlenbündel auf eine polykristalline Graphitfolie, deren atomares Gitter als Beugungsgitter wirkt. Als Beugungsbild sieht man auf dem fluoreszierenden Schirm um den ungebeugten Elektronenstrahl als Zentrum zwei konzentrische Ringe, deren Durchmesser sich mit der Wellenlänge (Bestimmt durch die Beschleunigungsspannung) ändert. Dabei entspricht jeder der beiden Ringe einer Braggschen Reflexion an den Atomen einer Netzebene des Graphits.[1]

Der Durchmesser der beiden Ringe wird mittels Schiebelehre für 12 verschiedene Anodenspannungen bestimmt. Die Unsicherheit beläuft sich dabei auf 1 mm, da ein genaueres Messen aufgrund der gegebenen Umstände nicht möglich ist.

Tab. 2: Messergebnisse für die Durchmesser der Beugungsringe

U_B ...Beschleunigungsspannung, $\Delta U_B = 0,01$ kV

a_1 ...Durchmesser des inneren Beugungsringes, $\Delta a_1 = 1$ mm

a_2 ...Durchmesser des äußeren Beugungsringes, $\Delta a_2 = 1$ mm

| Nr. | U_B / kV | a_1 / mm | a_2 / mm |
|-----|------------|------------|------------|
| 1 | 2,00 | 36 | 61 |
| 2 | 2,25 | 35 | 59 |
| 3 | 2,50 | 32 | 57 |
| 4 | 2,75 | 31 | 55 |
| 5 | 3,00 | 30 | 52 |
| 6 | 3,25 | 29 | 50 |
| 7 | 3,50 | 27 | 47 |
| 8 | 3,75 | 26 | 46 |
| 9 | 4,00 | 25 | 45 |
| 10 | 4,25 | 24 | 44 |

5.2 Elektronen im Magnetfeld - Bestimmung spezifische Ladung des Elektrons

Durch Variation des durch die Helmholtzspulen fließenden Stromes wird die Stärke des Magnetfelds variiert und somit variiert auch die Auslenkung des Elektronenstrahls. Bei der Messung wird der Strom schrittweise erhöht und die jeweils zugehörige Auslenkung des Elektronenstrahls wird vom Schirm abgelesen. Dies wird für 2 verschiedene Anodenspannungen durchgeführt.

Tab. 3: Messergebnisse für die Auslenkung des Elektronenstrahls bei $U_A = (2,00 \pm 0,01) \text{ kV}$

s ...Auslenkung des Elektronenstrahls, $\Delta s = 1 \text{ mm}$

I ...Strom durch die Helmholtzspulen mit Unsicherheit ΔI

| Nr. | s / mm | I / mA | $\Delta I / \text{mA}$ |
|-----|-----------------|-----------------|------------------------|
| 1 | 4 | 18,9 | 0,5 |
| 2 | 6 | 33,3 | 0,6 |
| 3 | 9 | 49,5 | 0,8 |
| 4 | 12 | 62,8 | 0,9 |
| 5 | 14 | 69,0 | 1,0 |
| 6 | 16 | 76,9 | 1,1 |
| 7 | 18 | 86,3 | 1,2 |
| 8 | 20 | 97,4 | 1,3 |
| 9 | 22 | 106,1 | 1,4 |
| 10 | 25 | 118,3 | 1,5 |
| 11 | 27 | 130,2 | 1,6 |
| 12 | 31 | 147,5 | 1,8 |
| 13 | 35 | 168,3 | 2,0 |

Tab. 4: Messergebnisse für die Auslenkung des Elektronenstrahls bei $U_A = (4,00 \pm 0,01) \text{ kV}$

s ...Auslenkung des Elektronenstrahls, $\Delta s = 1 \text{ mm}$

I ...Strom durch die Helmholtzspulen mit Unsicherheit ΔI

| Nr. | s / mm | I / mA | $\Delta I / \text{mA}$ |
|-----|-----------------|-----------------|------------------------|
| 1 | 2 | 13,4 | 0,4 |
| 2 | 4 | 26,4 | 0,6 |
| 3 | 6 | 41,3 | 0,7 |
| 4 | 9 | 54,1 | 0,8 |
| 5 | 11 | 72,7 | 1,0 |
| 6 | 13 | 86,2 | 1,2 |
| 7 | 16 | 104,3 | 1,3 |
| 8 | 18 | 119,7 | 1,5 |
| 9 | 22 | 141,0 | 1,7 |
| 10 | 25 | 166,7 | 2,0 |
| 11 | 28 | 185,8 | 2,2 |
| 12 | 31 | 210,1 | 2,4 |
| 13 | 35 | 241,6 | 2,7 |

5.3 Elektronenspinresonanz

Zu Beginn wird je nach Frequenzbereich die DPPH-Probe in einer der drei Spulen platziert. Diese wird an den Schwingkreis angeschlossen. Je größer die Spule desto niedriger ist der Frequenzbereich des Oszillators. Nun werden sowohl das Helmholtz-Spulenpaar als auch der Schwingkreis mithilfe des Netzgerätes mit Spannung versorgt. Am Oszilloskop wird sowohl das Eingangs-Signal, als auch das durch die Spule, in der sich die Probe befindet, erzeugte Spannungssignal dargestellt. Aufgrund des durch das Helmholtz-Spulenpaar erzeugten magnetischen Gleichfeldes spalten sich nach 2.4 die Energieniveaus des DPPH's auf. Durch das Wechselfeld wird der Übergang von den Energieniveaus angeregt. Ist die Flussdichte des Gleichfeldes und die Phase bzw. die Amplitude des Wechselfeldes richtig eingestellt, kennzeichnet sich dies am Oszilloskop durch einen potentialtopfförmigen Spannungsverlauf bei dem die Nullpunkte des Wechselsignals bei den Spannungstiefpunkten des zu messenden Signals von der Probe liegen und die potentialtopfförmigen Muster periodisch auftreten.

Zusätzlich wird für die Bestimmung der Halbwertsbreite mit dem Digital-Oszilloskop ein Diagramm im XY-Betrieb des Oszilloskops erstellt. Auf der horizontalen Achse wird das Wechselsignal und auf der vertikalen Achse das Resonanz-Signal aufgetragen.

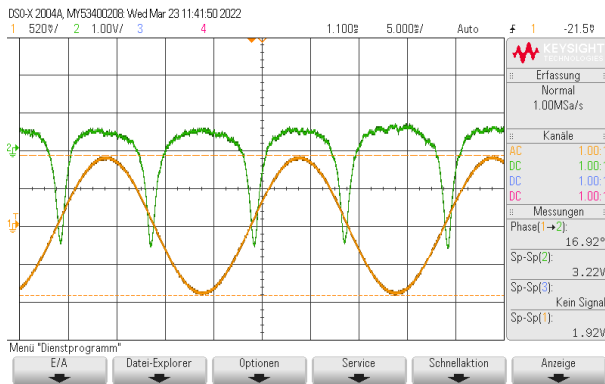


Abb. 7: Wechselsignal und Resonanz-Signal, Spannung U über der Zeit t ,
 $\Delta t = 25 \text{ ppm}$, $\Delta U = 2 \%$

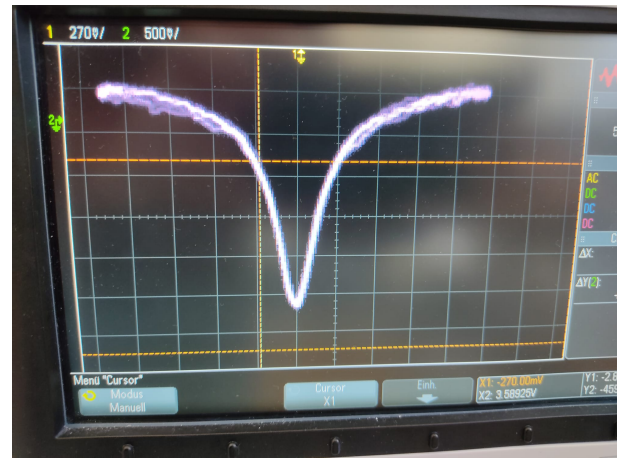


Abb. 8: Wechselsignal und Resonanz-Signal im XY-Betrieb, Spannung des Resonanz-Signals U_2 über dem Wechselsignal U_1 ,
 $\Delta U_1 = \Delta U_2 = 2 \%$

Tab. 5: Messergebnisse Resonanzbedingung ESR ν ...Frequenz des Wechselsignals, $\Delta\nu = 0.1$ MHz I_0 ...Stromstärke des Helmholtzspulenpaares, $\Delta I_0 = 0.0005$ A

| Nr. | ν / MHz | I_0 / A |
|-----|-------------|-----------|
| 1 | 18.4 | 0.173 |
| 2 | 19.9 | 0.187 |
| 3 | 25.1 | 0.222 |
| 4 | 30.2 | 0.293 |
| 5 | 35.1 | 0.324 |
| 6 | 40.1 | 0.359 |
| 7 | 45.1 | 0.397 |
| 8 | 50.1 | 0.453 |
| 9 | 55.1 | 0.495 |
| 10 | 60.7 | 0.540 |
| 11 | 64.8 | 0.572 |
| 12 | 69.7 | 0.601 |
| 13 | 75.0 | 0.645 |
| 14 | 80.4 | 0.740 |
| 15 | 85.0 | 0.733 |
| 16 | 90.1 | 0.787 |
| 17 | 95.1 | 0.834 |
| 18 | 100.2 | 0.895 |
| 19 | 105.3 | 0.941 |
| 20 | 110.2 | 0.985 |
| 21 | 115.7 | 1.030 |
| 22 | 120.1 | 1.068 |

Um aus Abbildung 7 die Halbwertsbreite des Signals zu bestimmen, wird der Wert des Wechselsignals bestimmt bei dem die Resonanzspannung in der Mitte zwischen Minimum und Maximum liegt.

$$\delta U = (0.443 \pm 0.009) \text{ V}$$

$$U_{mod} = 2.45 \pm 0.05 \text{ V}$$

$$I_{mod} = (0.152 \pm 0.0005) \text{ A}$$

$$f = (49.5 \pm 0.1) \text{ MHz}$$

6 Auswertung

6.1 Elektronenbeugung

Die Wellenlängen lassen sich mit Hilfe von (7) berechnen. Die zugehörige Unsicherheit ergibt sich über die Größtunsicherheitsmethode zu:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{2\sqrt{2me}} U_B^{-\frac{3}{2}} \cdot \Delta U_B \quad (25)$$

Die Gitterabstände lassen sich mittels (4) berechnen. Die zugehörige Unsicherheit ergibt sich über die Größtunsicherheitsmethode zu:

$$\Delta d_i = \frac{2Rn\lambda}{r_i^2} \Delta r_i + \frac{2Rn}{r_i} \Delta\lambda \quad (26)$$

wobei $r_i = \frac{a_i}{2}$ und $\Delta r_i = \frac{\Delta a_i}{2}$

Tab. 6: Messergebnisse für die Durchmesser der Beugungsringe

U_B ...Beschleunigungsspannung, $\Delta U_B = 0,01$ kV

λ ...Wellenlänge der Elektronen

d_i ...iter Netzebenenabstand

| U_B / kV | λ / m | $\Delta\lambda$ / pm | d_1 / pm | Δd_1 / pm | d_2 / pm | Δd_2 / pm |
|------------|---------------|----------------------|------------|-------------------|------------|-------------------|
| 2,00 | 27,43 | 0,07 | 206 | 6 | 121 | 2 |
| 2,25 | 25,86 | 0,06 | 199 | 6 | 118 | 2 |
| 2,50 | 24,53 | 0,05 | 207 | 7 | 116 | 2 |
| 2,75 | 23,39 | 0,04 | 204 | 7 | 115 | 2 |
| 3,00 | 22,39 | 0,04 | 202 | 7 | 116 | 2 |
| 3,25 | 21,51 | 0,03 | 200 | 7 | 116 | 3 |
| 3,50 | 20,73 | 0,03 | 207 | 8 | 119 | 3 |
| 3,75 | 20,03 | 0,03 | 208 | 8 | 118 | 3 |
| 4,00 | 19,39 | 0,02 | 209 | 9 | 116 | 3 |
| 4,25 | 18,81 | 0,02 | 212 | 9 | 115 | 3 |

Durch Bildung des Mittelwerts der d_i zu den verschiedenen Wellenlängen und Berechnung der Unsicherheit als Standardabweichung des Mittelwerts erhält man $d_1 = (205,4 \pm 1,3)$ pm und $d_2 = (117,2 \pm 0,6)$ pm.

6.2 Elektronen im Magnetfeld - Bestimmung spezifische Ladung des Elektrons

Die Krümmungsradii lassen sich mit Hilfe von (7) berechnen. Die zugehörige Unsicherheit ergibt sich über die Größtunsicherheitsmethode zu:

$$\Delta r = \frac{d^4}{2\sqrt{\frac{d^4}{s^2} - d^2 s^3}} \cdot \Delta s \quad (27)$$

Die Flussdichten lassen sich mittels (17) und (18) berechnen. Die zugehörige Unsicherheit ergibt sich über die Größtunsicherheitsmethode zu:

$$\Delta B = \mu_0 \cdot 33,8 \cdot 10^2 \text{ m}^{-1} \cdot \Delta I \quad (28)$$

Für $U_A = 2 \text{ kV}$ ergibt sich:

Tab. 7: Ergebnisse für Krümmungsradii und Felddichten

s...Auslenkung, $\Delta s = 1 \text{ mm}$

r...Krümmungsradius

B...magnetische Felddichte

| s / cm | r / cm | $\Delta r / \text{cm}$ | $B / \mu T$ | $\Delta B / \mu T$ |
|-----------------|-----------------|------------------------|-------------|--------------------|
| 4 | 228 | 60 | 80,3 | 2,1 |
| 6 | 152 | 25 | 141,5 | 2,7 |
| 9 | 101 | 11 | 210 | 3 |
| 12 | 76 | 6 | 267 | 4 |
| 14 | 65 | 5 | 293 | 4 |
| 16 | 57 | 4 | 327 | 5 |
| 18 | 50,2 | 2,8 | 367 | 5 |
| 20 | 45,1 | 2,3 | 414 | 5 |
| 22 | 40,9 | 1,9 | 451 | 6 |
| 25 | 35,8 | 1,5 | 503 | 6 |
| 27 | 33,1 | 1,3 | 553 | 7 |
| 31 | 28,6 | 1,0 | 627 | 8 |
| 35 | 25,1 | 0,8 | 715 | 8 |

Für $U_A = 4 \text{ kV}$ ergibt sich:

Tab. 8: Ergebnisse für Krümmungsradii und Felddichten

s...Auslenkung, $\Delta s = 1 \text{ mm}$

r ...Krümmungsradius

B ...magnetische Felddichte

| s / cm | r / cm | $\Delta r / \text{cm}$ | $B / \mu\text{T}$ | $\Delta B / \mu\text{T}$ |
|-----------------|-----------------|------------------------|-------------------|--------------------------|
| 456 | 228 | 56,9 | 1,8 | 2,1 |
| 228 | 57 | 112,2 | 2,4 | 2,7 |
| 152 | 25 | 175 | 3 | 3 |
| 101 | 11 | 230 | 4 | 4 |
| 83 | 8 | 309 | 4 | 4 |
| 70 | 5 | 366 | 5 | 5 |
| 57 | 4 | 443 | 6 | 5 |
| 50 | 3 | 509 | 6 | 5 |
| 41 | 2 | 599 | 7 | 6 |
| 36 | 1 | 708 | 8 | 6 |
| 32 | 1 | 789 | 9 | 7 |
| 29 | 1 | 893 | 10 | 8 |
| 25 | 1 | 1026 | 12 | 8 |

Zur Bestimmung der spezifischen Ladung wird für die beiden Anodenspannungen jeweils $1/r$ als Funktion von B geplottet.

Es ergibt sich folgende Abbildung für $U_A = (2,00 \pm 0,01) \text{ kV}$:

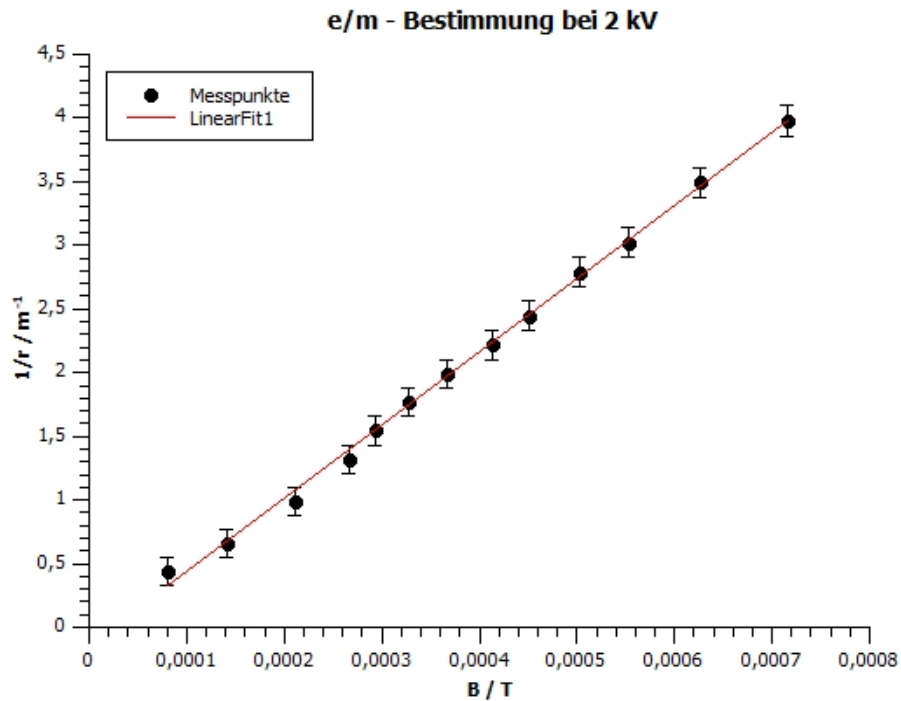


Abb. 9: $1/r$ als Funktion von B bei der Anodenspannung von $U_A = (2,00 \pm 0,01) \text{ kV}$. Die Steigung des linearen Fits ergibt einen Wert von $k = (5750 \pm 180) \text{ T}^{-1} \text{m}^{-1}$

Es ergibt sich folgende Abbildung für $U_A = (4,00 \pm 0,01) \text{ kV}$:

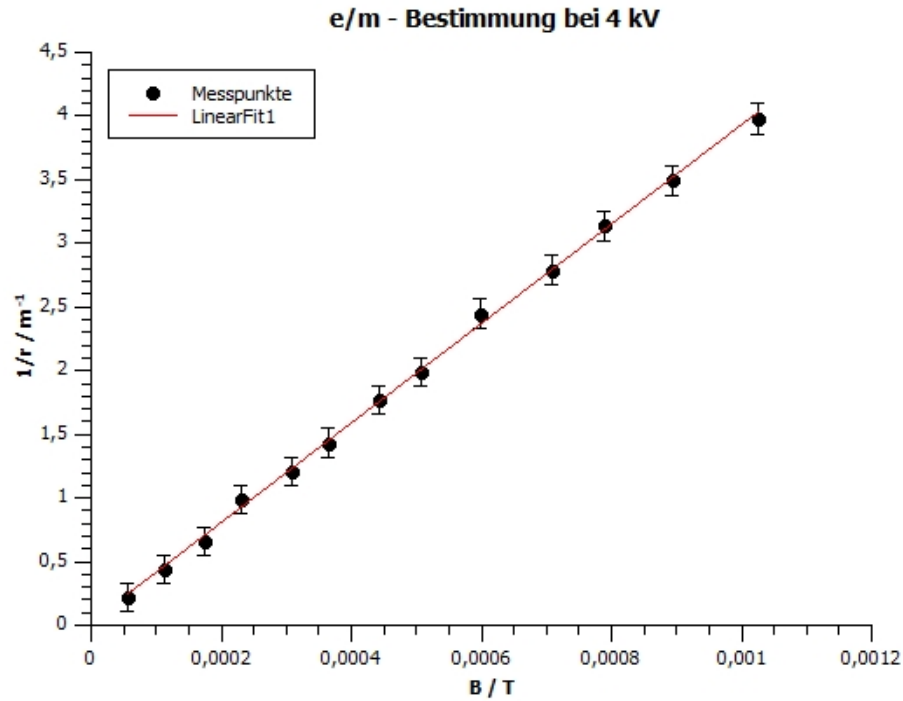


Abb. 10: $1/r$ als Funktion von B bei der Anodenspannung von $U_A = (4,00 \pm 0,01) \text{ kV}$. Die Steigung des linearen Fits ergibt einen Wert von $k = (3920 \pm 130) \text{ T}^{-1}\text{m}^{-1}$

Mit Hilfe der Steigung lässt sich nun die spezifische Elektronenladung e/m berechnen. Mittels (11) ergibt sich mit k der Steigung der Geraden die spezifische Elektronenladung zu:

$$\frac{e}{m} = 2k^2 U_A \quad (29)$$

Die Unsicherheit ergibt sich über die Größtunsicherheitsmethode zu:

$$\Delta \frac{e}{m} = 4k U_A \cdot \Delta k + 2k^2 \cdot \Delta U_A \quad (30)$$

Damit ergibt sich $e/m_{2kV} = (1,32 \pm 0,09) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$ und $e/m_{4kV} = (1,23 \pm 0,09) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$.

6.3 Elektronenspinresonanz

Zu Beginn wird mit Formel 23 die Flussdichte des Gleichfeldes berechnet.

Tab. 9: Flussdichte Gleichfeld

ν ...Frequenz des Wechselsignals, $\Delta\nu = 0.1$ MHz

B_0 ...Magnetische Flussdichte des Helmholtzspulenpaares, $\Delta B_0 = 0.004$ mT

| Nr. | ν / MHz | B_0 / mT |
|-----|-------------|------------|
| 1 | 18.4 | 0.732 |
| 2 | 19.9 | 0.791 |
| 3 | 25.1 | 0.939 |
| 4 | 30.2 | 1.239 |
| 5 | 35.1 | 1.371 |
| 6 | 40.1 | 1.519 |
| 7 | 45.1 | 1.679 |
| 8 | 50.1 | 1.916 |
| 9 | 55.1 | 2.094 |
| 10 | 60.7 | 2.284 |
| 11 | 64.8 | 2.420 |
| 12 | 69.7 | 2.542 |
| 13 | 75.0 | 2.728 |
| 14 | 80.4 | 3.130 |
| 15 | 85.0 | 3.101 |
| 16 | 90.1 | 3.329 |
| 17 | 95.1 | 3.528 |
| 18 | 100.2 | 3.786 |
| 19 | 105.3 | 3.980 |
| 20 | 110.2 | 4.167 |
| 21 | 115.7 | 4.357 |
| 22 | 120.1 | 4.518 |

Die magnetische Flussdichte wird über der Frequenz in einem Diagramm dargestellt.

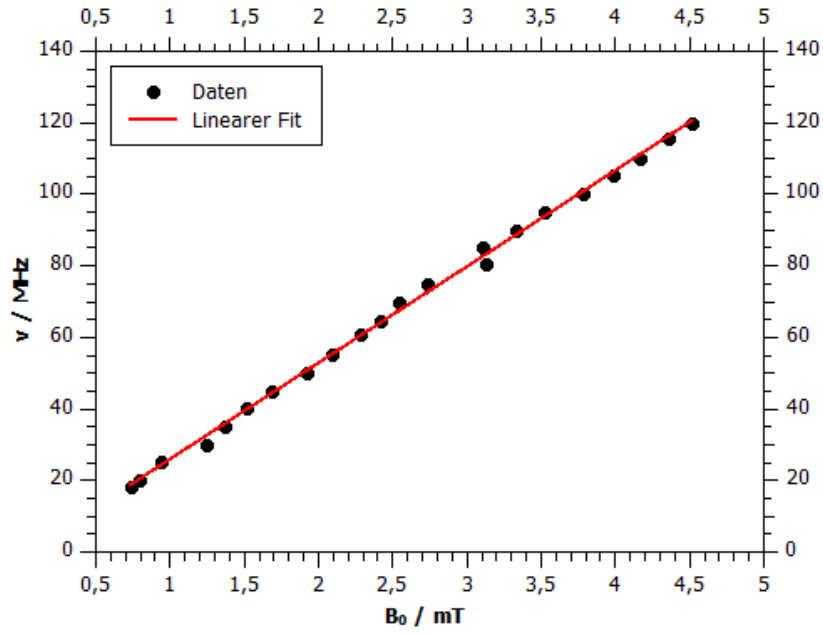


Abb. 11: Frequenz des Wechselfeldes ν über der magnetischen Flussdichte des Gleichfeldes B_0
 $\Delta B_0 = 0.004 \text{ mT}$, $\Delta \nu = 0.1 \text{ MHz}$

Die Daten im Diagramm werden durch eine lineare Funktion approximiert. Für die Steigung k der linearen Funktion ergibt sich

$$k = 26.91 \pm 0.26 \frac{\text{MHz}}{\text{mT}}$$

Aus der Steigung der Approximierten kann nach Formel 22 der Landè-Faktor bestimmt werden.

$$g = \frac{h}{\mu_B} \cdot k \quad (31)$$

$$\Delta g = \frac{h}{\mu_B} \cdot \Delta k \quad (32)$$

$$g = (1.922 \pm 0.019)$$

Aus Formel 24 lässt sich die Halbwertsbreite des Gleichfeldes berechnen.

$$\Delta \delta B_0 = 4.23 \frac{\text{mT}}{\text{A}} \cdot \frac{1}{U_{\text{mod}}} \cdot I_{\text{mod}} \cdot \Delta \delta U + 4.23 \frac{\text{mT}}{\text{A}} \cdot \frac{\delta U}{U_{\text{mod}}} \cdot \Delta I_{\text{mod}} + 4.23 \frac{\text{mT}}{\text{A}} \cdot \frac{\delta U}{U_{\text{mod}}^2} \cdot I_{\text{mod}} \cdot \Delta U_{\text{mod}} \quad (33)$$

$$\delta B_0 = (0.164 \pm 0.006) \text{ mT}$$

7 Diskussion

7.1 Elektronenbeugung

Für die Netzebenenabstände des Graphitkristalls wurden die beiden Werte $d_1 = (205,4 \pm 1,3) \text{ pm}$ und $d_2 = (117,2 \pm 0,6) \text{ pm}$ ermittelt. In der Literatur findet man hierfür die Werte $d_{Lit1} = 213 \text{ pm}$ und $d_{Lit2} = 123 \text{ pm}$ [1]. Beim Vergleich mit den oben ermittelten Werten ergibt sich, dass die Werte recht nahe beinander liegen, aber sich nicht innerhalb der Unsicherheitsspanne überschneiden. Es scheint also bei der Messung zu leichten systematischen Messabweichungen des Wertes nach unten gekommen zu sein. Am naheliegendsten scheint es hier zu sein, dass der Experimentator die Durchmesser der Beugungsringe mit der Schiebelehre systematisch etwas zu groß gemessen hat. Durch die verwendete Kleinwinkelnäherung wird auch ein systematischer Fehler gemacht. Natürlich haben auch weitere Größen wie etwa die Temperatur ebenfalls Einfluss auf den Gitterabstand. Zur genaueren Abklärung der systematischen Messabweichungen sollte das Experiment wiederholt durchgeführt werden, um herauszufinden, ob die Abweichungen etwa am Experimentator oder sonstigen Faktoren liegen.

7.2 Elektronen im Magnetfeld - Bestimmung spezifische Ladung des Elektrons

Für die spezifische Elektronenladung wurden die Werte $e/m_{2kV} = (1,32 \pm 0,09) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$ und $e/m_{4kV} = (1,23 \pm 0,09) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$ ermittelt. Der zugehörige Literaturwert beläuft sich auf $e/m = 1,759 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$ [3]. Die ermittelten Messwerte liegen unter dem Literaturwert und folglich muss es systematische Messabweichungen geben. Das Ablesen der Auslenkung des Elektronenstrahls auf der Beschriftung stellte sich als sehr ungenau heraus und vielleicht wurde hier die Unsicherheit etwas zu gering angesetzt. Jedoch sollte sich diese Unsicherheit beim Mitteln über die vielen Messwerte eigentlich herausmitteln und zu keiner systematischen Abweichung führen. Folglich scheint es an anderen Faktoren gelegen zu haben wie etwa der Homogenität des ablenkenden Magnetfelds. Annähernd homogene Magnetfelder sind sehr schwierig zu erzeugen und daher ist es naheliegend, dass die Annahme eines homogenen Magnetfelds für das im Versuch verwendete Magnetfeld nicht zutrifft und dass es hier zu den entsprechenden systematischen Messabweichungen gekommen ist. Ein Verbesserungsvorschlag an dieser Stelle wäre es in Zukunft besser auf elektrische Felder zur Auslenkung des Elektronenstrahls zu setzen, da homogene elektrische Felder viel leichter als homogene magnetische Felder zu realisieren sind.

7.3 Elektronenspinresonanz

Der Landè-Faktor für das Elektron stimmt mit den Werten aus der Literatur [4] nicht ganz im Rahmen der Unsicherheit überein. Eine wichtige Rolle für die Messergebnisse spielt dabei der Wert der magnetischen Flussdichte. Diese wird mithilfe des Spulenstroms bestimmt. Da für Formel 23 davon ausgegangen wird, dass das Feld der Helmholtzspulen homogen ist, kommt es im Experiment zu Abweichungen. Die Inhomogenitäten treten auf, da der Abstand der Spulen nicht perfekt eingehalten werden kann und die Spulen nicht parallel zueinander ausgerichtet sind. Außerdem wird in der Theorie davon ausgegangen dass der Spulendraht unendlich dünn ist. Im Experiment ist die Drahtdicke gegenüber dem Spulendurchmesser und -abstand aber ausreichend dünn, sodass dies nicht bemerkbar in die Messergebnisse einfließt. Auch die Halbwertsbreite der magnetischen Flussdichte stimmt mit den Literaturwerten überein [5]. Auch hier fließt wieder der Wert der magnetischen Flussdichte ein, sodass die oben genannte Inhomogenität zu Abweichungen führen kann.

8 Zusammenfassung

Im ersten Teilversuch wurden anhand der Beugungsringe eines Elektronenstrahls nach der Beugung an einem Graphitkristall die beiden Netzebenenabstände des Graphitkristalls mit $d_1 = (205,4 \pm 1,3) \text{ pm}$ und $d_2 = (117,2 \pm 0,6) \text{ pm}$ ermittelt.

Im zweiten Teilversuch wurde anhand der Ablenkung eines Elektronenstrahls in einem Magnetfeld die spezifische Elektronenladung mit $e/m_{2kV} = (1,32 \pm 0,09) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$ und $e/m_{4kV} = (1,23 \pm 0,09) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$ ermittelt. Dieser Wert liegt weit neben dem Literaturwert, was wahrscheinlich auf die Inhomogenität des ablenkenden Magnetfelds zurückzuführen ist.

Im dritten Teil des Experiments wurde mithilfe eines Gleich- und Wechselfeldes der Landè-Faktor für DPPH zu $g = (1,922 \pm 0,019)$ sowie die Halbwertsbreite der magnetischen Flussdichte zu $\delta B_0 = (0,164 \pm 0,006) \text{ mT}$ bestimmt.

Literatur

- [1] Aufgerufen am 28.03.2021. URL: https://moodle.uni-graz.at/pluginfile.php/1412734/mod_resource/content/1/Elektronenbeugung%5C%2Be-m-Bsp3.pdf.
- [2] Aufgerufen am 28.03.2021. URL: <https://www.fluke.com/de-de/produkt/elektrische-pruefungen/digitalmultimeter/fluke-175>.
- [3] Aufgerufen am 28.03.2021. URL: https://de.wikipedia.org/wiki/Spezifische_Ladung.
- [4] Aufgerufen am 28.03.2021. URL: <https://www.chemie.de/lexikon/Land%5C%C3%5C%A9-Faktor.html>.
- [5] Aufgerufen am 28.03.2021. URL: <https://moodle.uni-graz.at/mod/resource/view.php?id=1021548>.