



KARL-FRANZENS-UNIVERSITÄT GRAZ  
INSTITUT FÜR PHYSIK

23S PHY.L02UB FORTGESCHRITTENPRAKTIKUM 2  
678 Bachelorstudium Physik, UG2002/2021W

**I. Compton Effekt &  
Röntgenfluoreszenzanalyse**

Wachmann Elias      Zach Andreas  
12004232            12004790  
Gruppe 12

Betreut von  
Thomas Georg BONÉ, BSc MSc

17.03.2023

## Inhaltsverzeichnis

<b>1 Aufgabenstellung . . . . .</b>	<b>3</b>
<b>2 Grundlagen . . . . .</b>	<b>3</b>
2.1 Compton-Effekt . . . . .	3
2.2 Röntgenfluoreszenzanalyse . . . . .	5
2.3 Unsicherheitsanalyse . . . . .	6
<b>3 Geräteliste . . . . .</b>	<b>6</b>
<b>4 Versuchsaufbau . . . . .</b>	<b>8</b>
<b>5 Versuchsdurchführung . . . . .</b>	<b>8</b>
<b>6 Auswertung . . . . .</b>	<b>8</b>
6.1 Röntgenfluoreszenzanalyse . . . . .	12
6.2 Unbekannte Proben . . . . .	15
<b>7 Diskussion . . . . .</b>	<b>15</b>
7.1 Compton-Streuung . . . . .	15
7.2 Röntgenfluoreszenzanalyse . . . . .	15
7.3 Unbekannte Proben . . . . .	16
<b>8 Zusammenfassung . . . . .</b>	<b>16</b>

## 1 Aufgabenstellung [1, 2]

Die vorliegende Laboreinheit teilt sich in zwei Teilversuche:

- **Compton-Effekt**
  - Aufnahme des Primärspektrums und Energiekalibrierung des Detektors
  - Bestimmung der Energie als Funktion des Streuwinkels
- **Röntgenfluoreszenzanalyse**
  - Aufnahme und Kalibrierung eines Röntgenenergiespektrums
  - Zeigen der Gültigkeit des Moseley'schen Gesetzes Ermitteln der jeweiligen Abschirmkonstanten der K-Linien
  - Analyse der Zusammensetzung mehrerer unbekannter Proben

## 2 Grundlagen

### 2.1 Compton-Effekt [1]

Der Compton-Effekt beschreibt die Streuung von Photonen an freien Elektronen und ist ein wichtiger Prozess in der Wechselwirkung von Licht und Materie. Er wurde erstmals von Arthur Compton im Jahr 1923 entdeckt. Bestrahlt man beliebiges Material mit Röntgenstrahlung der Wellenlänge  $\lambda_0$ , so findet man in der Streustrahlung außer der erwarteten Wellenlänge  $\lambda_0$  (aufgrund elastischer Streuung) auch Anteile mit größerer Wellenlänge  $\lambda_S > \lambda_0$  (aufgrund elastischer Stöße). Dies lässt sich wie folgt erklären (siehe auch Abbildung 2.1):

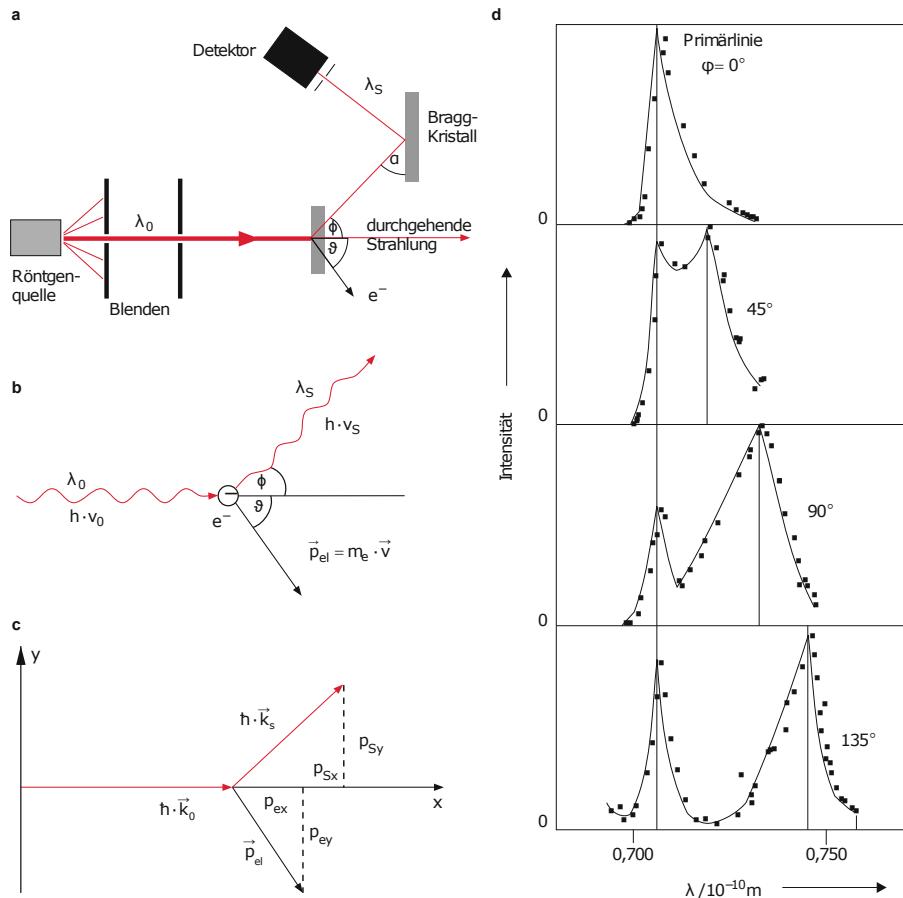
Wenn ein Photon auf ein Elektron trifft, kann es idealisiert gesehen elastisch gestreut oder gestoßen werden. Im Falle des Stoßprozesses gibt es einen Teil seiner Energie und Impuls an das Elektron ab. Durch diesen Impulstransfer ändert sich die Richtung und kinetische Energie des Photons. Aufgrund des Zusammenhangs der Energie  $E$  eines quantenmechanischen Teilchens mit seiner Frequenz  $\nu$  (bzw. Wellenlänge  $\lambda$ )

$$E = h\nu = h\frac{c}{\lambda} \quad (1)$$

über das Planck'sche Wirkungsquantum  $h$  wird ersichtlich, dass sich beim Verlust von Energie auch die Frequenz verringern bzw. die Wellenlänge des Teilchens erhöhen muss. Der Impuls des Photons genügt folgenden Zusammenhängen:

$$\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k} \quad (2)$$

$$\|\mathbf{p}\| = \frac{h}{\lambda} \quad (3)$$



**Abbildung 2.1:** Comptoneffekt: (a) Experiment; (b) Schema; (c) Vektordiagramm; (d) Wellenlängen  $\lambda_S$  als Funktion des Streuwinkels für die Streuung der  $K_\alpha$ -Strahlung von Mo in Graphit gemessen 1923 von Compton. Quelle: [3]

wobei  $\mathbf{k}$  der Wellenvektor des Photons ist und  $\hbar$  das reduzierte Planck'sche Wirkungsquantum. In relativistischer Betrachtung lautet der Energiesatz somit:

$$E_{\text{kin}} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2 \quad (4)$$

Für den Impuls folgt:

$$\hbar \mathbf{k}_0 = \hbar \mathbf{k}_S + \frac{m_0 \mathbf{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (5)$$

Daraus folgt:

$$\Delta\nu = \nu_0 - \nu_S = \frac{h}{m_0 c^2} \nu_0 \nu_S (1 - \cos(\varphi)) \quad (6)$$

Und die Compton-Streuformel:

$$\lambda_S - \lambda_0 = 2 \underbrace{\frac{h}{m_0 c}}_{\text{Compton-Wellenlänge}} \sin^2 \left( \frac{\varphi}{2} \right) \quad (7)$$

Führt man diese Formeln zusammen, erhält man die Energie der gestreuten Strahlung  $E_S$

$$E_S = \frac{E_0}{1 + \frac{E_0}{m_0 c^2} (1 - \cos(\varphi))} \quad (8)$$

Die Wellenlängenänderung des Photons hängt also vom Streuwinkel und der Energie des Photons ab. Je größer der Streuwinkel, desto größer ist die Wellenlängenverschiebung des Photons. Die Energie des Photons ist proportional zur Frequenz und umgekehrt proportional zur Wellenlänge. Daher führt der Compton-Effekt zu einer Abnahme der Energie des Photons und einer Zunahme seiner Wellenlänge.

## 2.2 Röntgenfluoreszenzanalyse [2]

Werden Atome mit hochenergetischer Röntgenstrahlung bestrahlt, so können durch die zugeführte Energie Elektronen aus den inneren Schalen herausgeschlagen werden. Die Lücken in den inneren Schalen füllen sich dann durch Elektronen aus äußeren Schalen auf. Dabei verlieren diese Elektronen Energie, die wiederum in Form von Röntgenstrahlung emittiert wird. Dieses Phänomen wird als *Röntgenfluoreszenz* bezeichnet. Werden Elektronen aus der innersten Schale (K-Schale) herausgeschlagen, so entsteht das sogenannte K-Spektrum (die K-Spektralserie). Der griechische Buchstabe einer Übergangslinie codiert aus einer wie viel energetisch höheren Schale das auffüllende Elektron stammt. Springt das Elektron nur eine Schale nach unten (also in diesem Fall von L nach K), so schreibt man ein  $\alpha$ . Bei einem Sprung von der zweithöheren Schale (M nach K) schreibt man ein  $\beta$  usw. Analog entsteht das L-Spektrum, wenn Elektronen auf die 2. Schale (L-Schale) zurückfallen. Die Energie der emittierten Strahlung einer Schale ist abhängig von der Kernladungszahl (Moseley'sches Gesetz).

$$\sqrt{\frac{E}{R_y}} = (Z - \sigma_{2,1}) \sqrt{n_1^{-2} - n_2^{-2}} \quad (9)$$

Dabei beschreiben  $n_1$  und  $n_2$  die Hauptquantenzahlen der Schalen beim Übergang von  $n_2$  nach  $n_1$ ,  $\sigma_{2,1}$  die mittlere Abschirmkonstante bei diesem Übergang,  $Z$  die Kernladungszahl,  $R_y = 13,6 \text{ eV}$  die angepasste Rydberg-Frequenz und  $E$  die Energie der Röntgenstrahlung. Für die  $K_\alpha$ -Linien leichterer Elemente ( $Z < 30$ ) ist die Abschirmkonstante  $\sigma_{2,1} = 1$  und somit

$$\sqrt{\frac{E}{R_y}} = (Z - 1) \sqrt{\frac{3}{4}} \quad (10)$$

Dies ermöglicht die eindeutige Bestimmung der Kernladungszahl eines Elements und war historisch ein wichtiger Bestandteil für die Vervollständigung des Periodensystems. Jedes Element (mit jeweils einer anderen Kernladungszahl) emittiert Röntgenstrahlung mit einer

charakteristischen Energie. Die Energie ist dabei praktisch unabhängig von der Bindungsform des Elements, weil die inneren Elektronen nicht zur chemischen Bindung beitragen. So kann durch Röntgenfluoreszenzanalyse die Zusammensetzung von Materialien bestimmt werden, auch wenn diese in chemisch verschiedenen Formen vorliegen. Das Röntgenfluoreszenzspektrum einer homogenen Probe mit mehreren Komponenten ist in erster Näherung eine Addition der Einzelspektren. Deshalb kann mit dieser Methode die Zusammensetzung von beliebigen Proben qualitativ bestimmt werden. Dafür werden zunächst alle im Fluoreszenzspektrum vorhandenen Signale den Elementen zugeordnet. Dies geschieht mit Hilfe von Tabellenwerten für die Energien der charakteristischen Linien. Für die Zuordnung wird auch das Muster jeder Spektralserie berücksichtigt: Zu jeder  $K_{\alpha}$ -Linie gehört eine  $K_{\beta}$ -Linie mit ca. fünf- bis zehnfach geringerer Intensität.

### 2.3 Unsicherheitsanalyse

Die Fehlerfortpflanzung der berechneten Werte basiert auf der Größtunsicherheitsmethode nach Gauß. Um diese Berechnungen zeiteffizient durchführen zu können, wird für jeden Unterpunkt der Laborübung ein Skript in **Python** implementiert. Kernstück dessen ist das package **uncertainties** [4], das intern die Fehlerfortpflanzung berechnet. Gerundet wird nach den Angaben des Skriptums der Lehrveranstaltung „Einführung in die physikalischen Messmethoden“ [5].

## 3 Geräteliste

Für den praktischen Aufbau und die Messungen der geforderten Größen wurden die in Tabelle 3.1 aufgelisteten Geräte und Hilfsmittel verwendet.

**Tabelle 3.1:** Verwendete Geräte und wichtige Materialien

Gerät	Hersteller	Modell	Messbereich / Unsicherheit	Inventar-Nr.
Laser	Thorlabs	CPS532	$\lambda = 532 \text{ nm}$	22442-S01
diverse Spiegel	Thorlabs	KM100	-	-
Graufilter	Thorlabs	NX1N/M	-	-
Doppelpalte	Phywe	0852300	-	-
Gitter	Phywe	0852400	-	-
Optischer Tisch	-	-	-	-
diverse Halterungen	Thorlabs	-	-	-
Sammellinse	Thorlabs	FMP1/M	$f = 40 \text{ mm}$	-
Zerstreuungslinse	Thorlabs	FMP1/M	$f = -16 \text{ mm}$	-
Shearing- Interferometer	Thorlabs	nicht vorhanden	-	-
Lichtintensitäts- messer	Sauter	SO 200k	$\Delta I = (\pm 3\% \text{rdg} \pm 0,5\% \text{fs}) \cdot I$	51152203
Polarisationsfolie	Nitto denko	-	-	-
Maßband	Schuller Eh klar	Power Tape 3 m	Klasse II	-
Michelson Interferometer	-	-	-	-
Rohr	-	-	-	-
diverse Abbil- dungsschirme	Wand, Papier, Tür, etc.	-	-	-
Mobiltelefon	OnePlus	8 Pro	-	-

**Anmerkung zu den Unsicherheiten:** Zur Unsicherheitsangabe werden die jeweiligen Unsicherheitsmaße der Geräte, welche aus den Datenblättern (sofern vorhanden) entnommen werden, verwendet. Für die analogen Messgeräte wird eine kombinierte Ablese- und Messunsicherheit von  $\pm 1$  Skalenstrich verwendet.

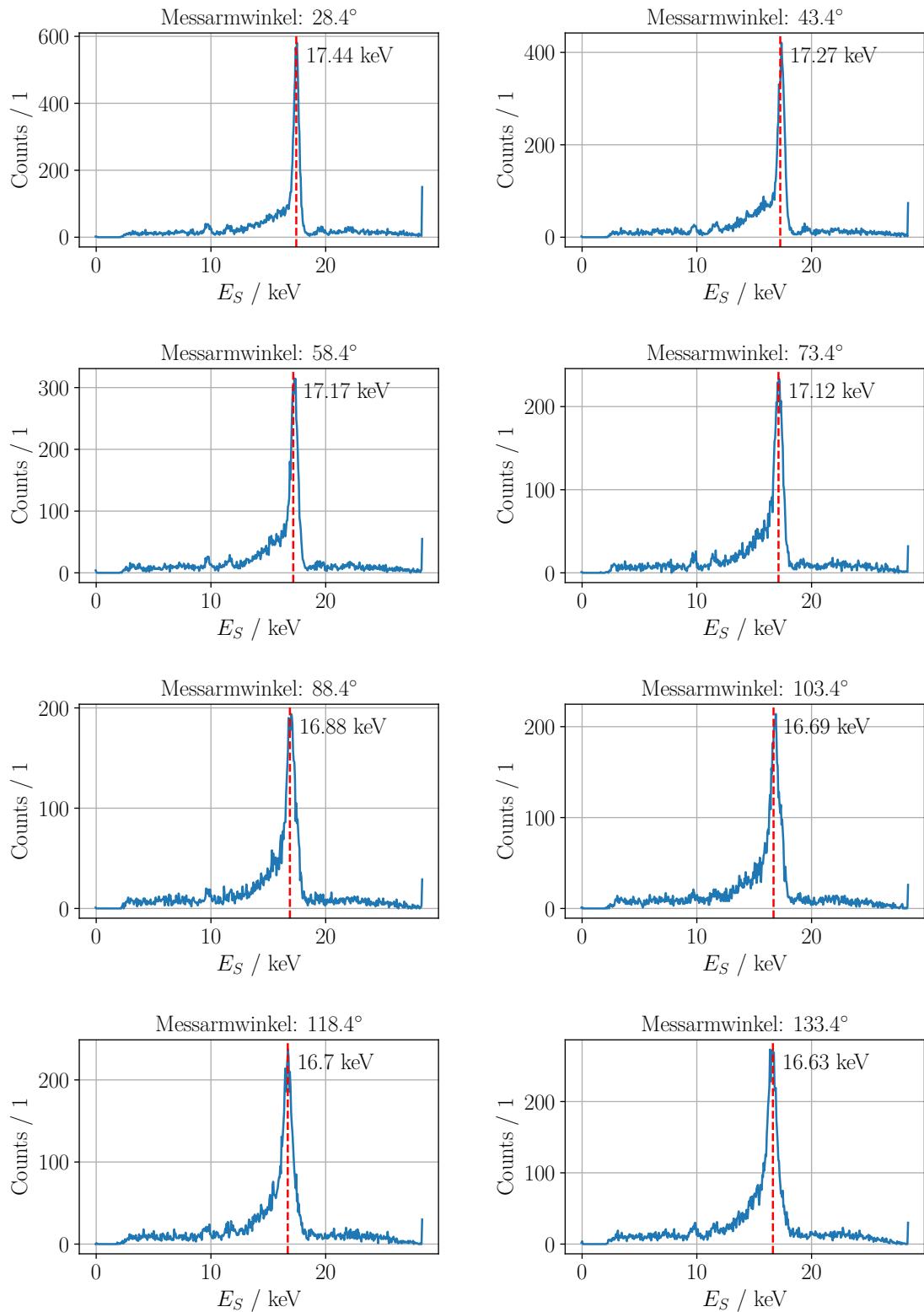
Alle Teilversuche wurden bei einer Umgebungstemperatur von  $(24 \pm 1)^\circ\text{C}$  einem Luftdruck von  $(1000 \pm 10) \text{ hPa}$  und einer relativen Luftfeuchtigkeit von  $(33 \pm 1)\%$  durchgeführt.

## 4 Versuchsaufbau

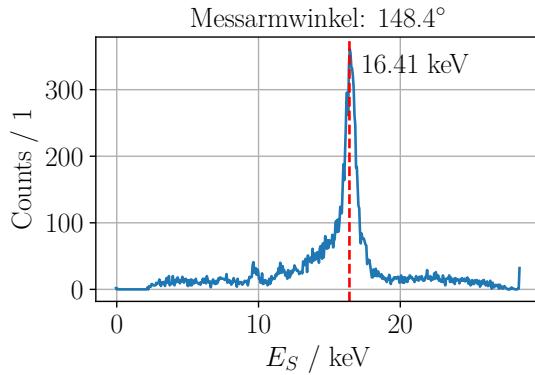
## 5 Versuchsdurchführung

## 6 Auswertung

Die gegeben der Beschreibung in ?? erhaltenen Messwerte in **.csv** - Form werden nun für die jeweiligen Stellungen des Messarms in ?? und ?? dargestellt.



**Abbildung 6.1:** Messwerte bei gegebenem Winkel des Messarms ?? (1)



**Abbildung 6.2:** Messwerte bei gegebenem Winkel des Messarms ?? (2)

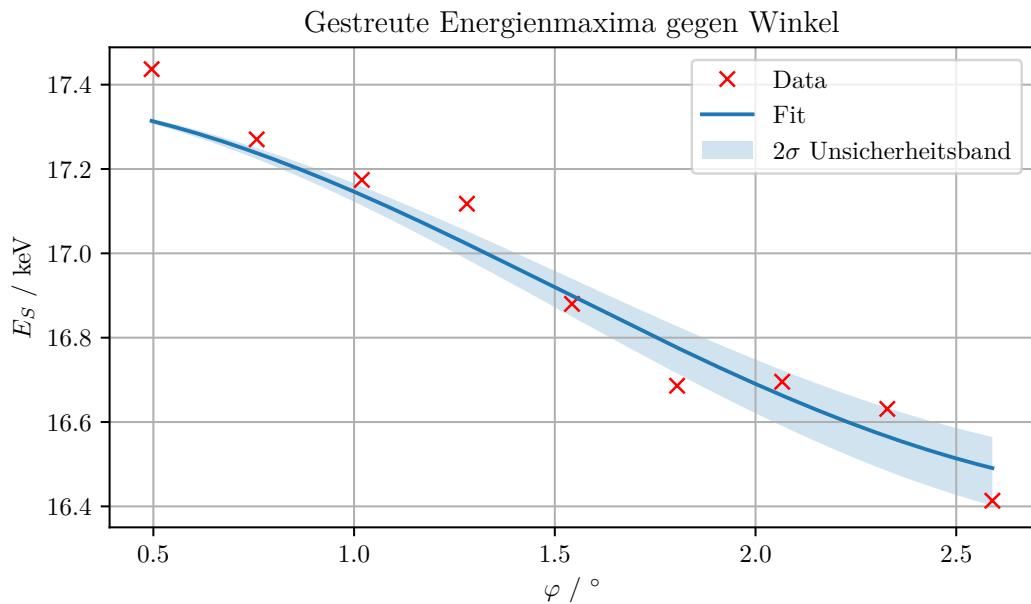
Anschließend werden jeweiligen Maxima in den Daten ausgewertet, diese ergeben sich zu folgenden Werten in Tabelle 6.1.

**Tabelle 6.1:** Energie  $E_S$  der Countmaxima der Compton-Streuung (mit  $\Delta E_S = 0,2 \text{ keV}$ ) für verschiedene Winkel  $\varphi$  (mit  $\Delta\varphi = 0,1^\circ$ ) des Messarms. Zudem ist der Winkel zur Probenoberfläche  $\vartheta$  (mit  $\Delta\vartheta = 0,1^\circ$ ) angegeben. Der Winkel des Probentisches mit  $\Psi$  wird bei  $20^\circ$  konstant gehalten.

$\varphi / {}^\circ$	$E_S / \text{keV}$	$\vartheta / {}^\circ$
28,4	17,4	6,8
43,4	17,3	21,8
58,4	17,2	36,8
73,4	17,1	51,8
88,4	16,9	66,8
103,4	16,7	81,8
118,4	16,7	96,8
133,4	16,6	111,8
148,4	16,4	126,8

Die so erhaltenen Daten werden nun mittels ?? in Abbildung 6.3 gefittet um auf diesem Wege die Elektronenmasse zu bestimmen. So ergibt sich im vorliegenden Versuch die Elektronenmasse zu

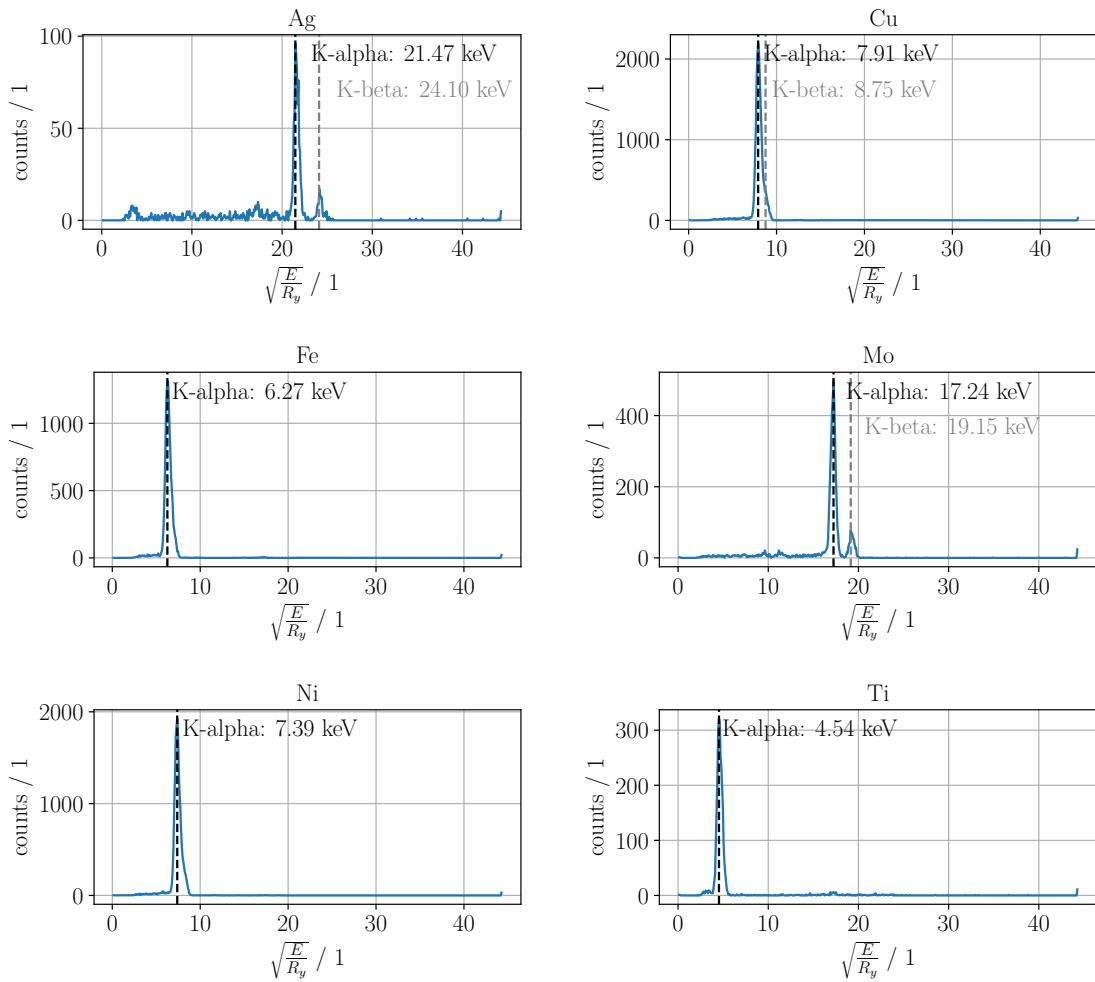
$$m_e = (1,07 \pm 0,11) \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$



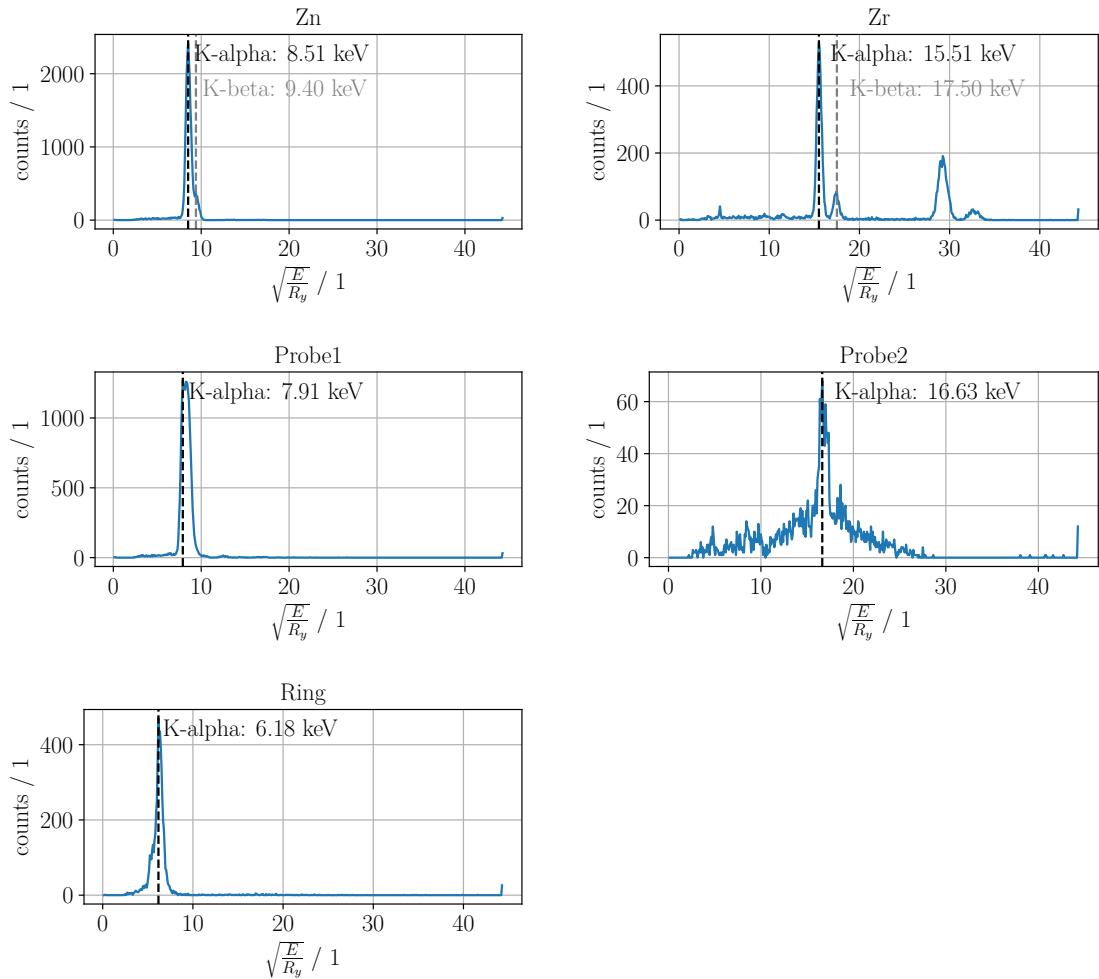
**Abbildung 6.3:** Gestreute Energie  $E_S$  aus Tabelle 6.1 aufgetragen gegen den Winkel  $\varphi$  des Messarms. Fitkurve mit 2- $\sigma$ -Unsicherheitband.

## 6.1 Röntgenfluoreszenzanalyse

Auch für den zweiten Teilversuch liegen die Daten in **.csv** - Form vor. Diese werden nun in Abbildung 6.4 und Abbildung 6.5 für die benutzten zu untersuchenden Materialien dargestellt. Zusätzlich sind die Energien der bestimmten  $K_{\alpha}$ - und  $K_{\beta}$  - Linien ebenfalls in den beiden Abbildungen angeführt.



**Abbildung 6.4:** Messwerte und  $K_{\alpha}$ - und  $K_{\beta}$ -Linien für die zu untersuchenden bekannten und unbekannten Materialien. (1)



**Abbildung 6.5:** Messwerte und  $K_{\alpha}$ - und  $K_{\beta}$ -Linien für die zu untersuchenden bekannten und unbekannten Materialien. (2)

Die ermittelten Werte für die  $K_{\alpha}$ - und  $K_{\beta}$ -Linien werden in Tabelle 6.2 nochmals angeführt.

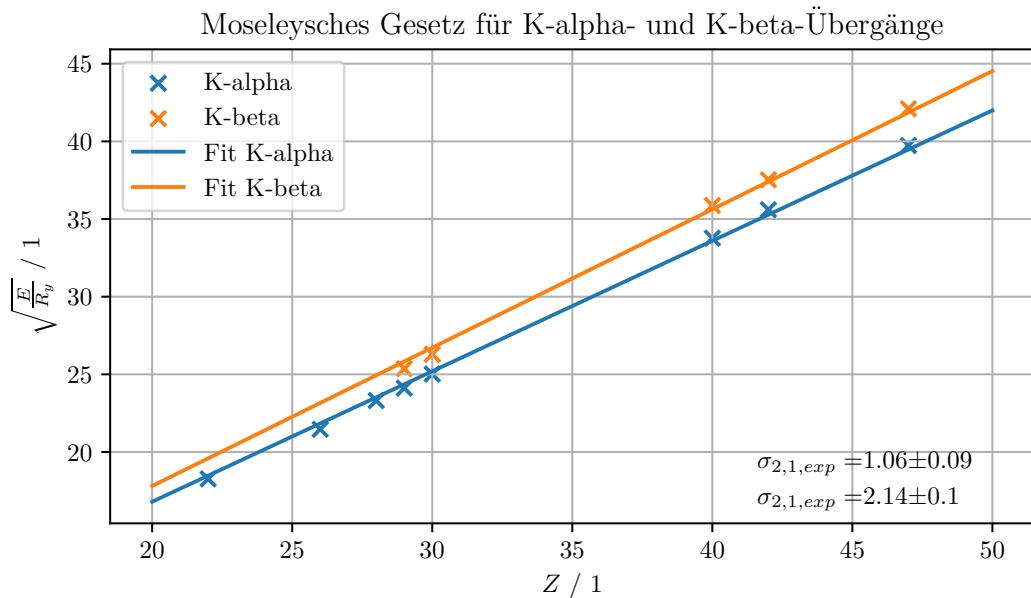
**Tabelle 6.2:** Bestimmte  $K_{\alpha}$ - und  $K_{\beta}$ -Linien aus Abbildung 6.4 und Abbildung 6.5. Die Unsicherheit der bestimmten Energien in beiden Fällen  $\Delta E = 0,1 \text{ keV}$ .

Ordnungszahl	Elementformel	$E_{K_{\alpha}}$ / keV	$E_{K_{\beta}}$ / keV
47	Ag	21,47	24,10
29	Cu	7,91	8,75
26	Fe	6,27	
42	Mo	17,24	19,15
28	Ni	7,39	
22	Ti	4,54	
30	Zn	8,51	9,40
40	Zr	15,51	17,50
	Probe1	7,91	
	Probe2	16,63	
	Ring	6,18	

Trägt man nun die charakteristischen Übergangsenergien aus Tabelle 6.2 – leicht modifiziert als  $\sqrt{E/R_y}$ ,  $R_y$  meint dabei die Rydbergkonstante – gegen die Ordnungszahl auf, so kann über die Steigung eines linearen Fits die Abschirmkonstante ermittelt werden. In Abbildung 6.6 ist dieser Fit für die  $K_{\alpha}$ -Linien und  $K_{\beta}$ -Linien dargestellt. Die Abschirmkonstanten für die  $K_{\alpha}$ -Linien und  $K_{\beta}$ -Linien wurden somit zu:

$$\sigma_{2,1,\text{exp}} = 1,06 \pm 0,09$$

$$\sigma_{3,1,\text{exp}} = 2,14 \pm 0,10$$



**Abbildung 6.6:** Mosley-Gesetz für die  $K_\alpha$ - und  $K_\beta$ -Linien.  $\sqrt{E/R_y}$  gegen die Ordnungszahl aufgetragen. Die Abschirmkonstante wird aus der Steigung der beiden Fits ermittelt.

## 6.2 Unbekannte Proben

TODO

## 7 Diskussion

### 7.1 Compton-Streuung

Die Ergebnisse des Compton-Streuungs-Teilversuchs zeigen, dass die gemessenen Energien der gestreuten Photonen in Tabelle 6.1 in guter Übereinstimmung mit den theoretischen Erwartungen des Compton-Effekts stehen. Die Abhängigkeit der gestreuten Energie von dem Winkel des Messarms wurde in Abbildung 6.3 dargestellt, und es zeigt sich eine klare Tendenz, die dem Compton-Effekt entspricht.

### 7.2 Röntgenfluoreszenzanalyse

Die Ergebnisse der Röntgenfluoreszenzanalyse zeigen, dass die gemessenen Energien der  $K_\alpha$ - und  $K_\beta$ -Linien in guter Übereinstimmung mit den theoretischen Erwartungen stehen. Bei genauerer Betrachtung der Abbildung 6.6 erkennt man, dass ein Fit der ersten

paar Punkte – mit Kernladungszahlen  $< 35$  – zu einer Gerade mit höherer Steigung führen würde als einer, welcher lediglich durch die Elemente höherer Ordnungszahlen gegeben wäre. Hier spielt der Einfluss der äußeren Elektronen, welche sich mit steigender Schalenzahl immer weiter von dem Kern entfernen, eine Rolle. Die Abschirmkonstante für die  $K_\alpha$ -Linien und  $K_\beta$ -Linien ist eben nur eine Näherung, wie jedoch auch der Abbildung ersichtlich wird, für viele Fälle eine Gute.

### 7.3 Unbekannte Proben

**TODO unbekannte Proben**

## 8 Zusammenfassung

Im ersten Teilversuch, der Compton-Streuung, wurden die Energien der Compton-Streuung für verschiedene Winkel gemessen. Die Messwerte sind in Tabelle 6.1 dargestellt. Aus den Messwerten wurde mittels einer Fitkurve in Abbildung 6.3 die Elektronenmasse bestimmt:  $m_e = (1,07 \pm 0,11) \cdot 10^{-30} \text{ kg}$ . Der Literaturwert der Elektronenmasse beträgt etwa  $9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ , was zeigt, dass der ermittelte Wert in der richtigen Größenordnung liegt.

Im zweiten Teilversuch, der Röntgenfluoreszenzanalyse, wurden die  $K_\alpha$ - und  $K_\beta$ -Linien für verschiedene Elemente und Proben untersucht. Die Messwerte und bestimmten Energien sind in Tabelle 6.2 aufgeführt. Durch Auftragen von  $\sqrt{E/R_y}$  gegen die Ordnungszahl und Anpassung einer linearen Fitkurve in Abbildung 6.6 wurden die experimentellen Abschirmkonstanten für die  $K_\alpha$ -Linien und  $K_\beta$ -Linien ermittelt:  $\sigma_{2,1,\text{exp}} = 1,06 \pm 0,09$  und  $\sigma_{3,1,\text{exp}} = 2,14 \pm 0,10$ . Die ermittelten Abschirmkonstanten zeigen eine gute Übereinstimmung mit den bekannten Literaturwerten, die in der Regel nahe bei 1 und 2 liegen.

**TODO unbekannte Proben**

## Literaturverzeichnis

- [1] G. Koller. „Compton-Effekt: Messung der Energie der gestreuten Photonen in Abhängigkeit vom Streuwinkel“. In: o.D.
- [2] G. Koller. „Röntgenfluoreszenzanalyse und Moseley'sches Gesetz“. In: o.D.
- [3] W. Demtröder. Experimentalphysik 3 - Atome, Moleküle und Festkörper. Springer, 2016.
- [4] E. O. Lebigot. Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties. Website. o. D. URL: <https://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [5] R. Dämon u. a. Einführung in die physikalischen Messmethoden. 2021.

## Abbildungsverzeichnis

2.1	Compton-Effekt . . . . .	4
6.1	Messwerte bei gegebenem Winkel des Messarms ?? (1) . . . . .	9
6.2	Messwerte bei gegebenem Winkel des Messarms ?? (2) . . . . .	10
6.3	Gestreute Energie $E_S$ aus Tabelle 6.1 aufgetragen gegen den Winkel $\varphi$ des Messarms. Fitkurve mit 2- $\sigma$ -Unsicherheitband. . . . .	11
6.4	Messwerte und $K_\alpha$ - und $K_\beta$ -Linien für die zu untersuchenden bekannten und unbekannten Materialien. (1) . . . . .	12
6.5	Messwerte und $K_\alpha$ - und $K_\beta$ -Linien für die zu untersuchenden bekannten und unbekannten Materialien. (2) . . . . .	13
6.6	Mosley-Gesetz für die $K_\alpha$ - und $K_\beta$ -Linien. . . . .	15

## Tabellenverzeichnis

3.1	Geräteliste . . . . .	7
6.1	Messwerte Compton-Energiemaxima . . . . .	10
6.2	Bestimmte $K_\alpha$ - und $K_\beta$ -Linien . . . . .	14