

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра Информационных систем

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА

по дисциплине «Теория принятия решений»

**Тема: Применение методов линейного и динамического программирования
для решения практических задач (по вариантам) Вариант: 90**

Студент гр. 0374

Лях Г.С.

Преподаватель

Степуленок Д.О.

Санкт-Петербург

2023

1. ЗАДАЧА ОБ ИНВЕСТИЦИЯХ¹

1.1. Условие задачи

Транспортная компания, специализирующаяся на перевозках грузов, имеет множество терминалов, расположенных в «стратегических» точках страны. Когда грузы поступают на терминал, они сортируются: часть груза поступает локальным потребителям, остальной груз отправляется к следующему терминалу. Терминалы обслуживают как постоянные, так и временные работники, набираемые по найму. Постоянным работникам гарантирована 40- часовая рабочая неделя.

Они работают в одну из двух стандартных смен (с 7:00 до 15:00 и с 15:00 до 23:00) непрерывно в течение пяти дней, но их рабочая неделя может начаться в любой день недели. Временные работники нанимаются на любое количество рабочих часов при пиковых поступлениях грузов, превышающих возможности их обработки постоянными работниками.

Изучение статистических данных показывает, что распределение поступления грузов примерно одинаково каждую неделю. Соответственно, известна примерная потребность в работниках в течение недели (см. табл. 1). Стоимость одного постоянного работника составляет (с учетом всех отчислений) 52800 руб. в месяц. Почасовая стоимость временного работника — 430 руб.

Требуется:

1. Составить оптимальный план привлечения работников, включающий определение количества постоянных работников, распределение их по сменам, а также план привлечения временных работников.
2. Проанализировать чувствительность построенного плана к возможному увеличению потребности в работниках утром в субботу.

1.2. Формализация задачи

Это – задача линейного программирования.

Выделим переменные.

Задачу можно записать как

$$x_{1,1} + x_{7,1} + x_{6,1} + x_{5,1} + x_{4,1} + t_{1,1} \geq 8$$

$$x_{1,1} + x_{7,1} + x_{6,1} + x_{5,1} + x_{4,1} + t_{1,2} \geq 8$$

$$x_{1,2} + x_{7,2} + x_{6,2} + x_{5,2} + x_{4,2} + t_{1,3} \geq 7$$

$$x_{1,2} + x_{7,2} + x_{6,2} + x_{5,2} + x_{4,2} + t_{1,4} \geq 6$$

И так далее для каждого дня (это для понедельника). У x индекс i – день недели, когда постоянный рабочий вышел на работу, а j – смена. У t – то же самое, но для временных рабочих. По правую сторону неравенств необходимое количество работников в j -ю смену.

Целевая функция в итоге будет выглядеть так

$$4 \sum_{i=1}^{i=7} \sum_{j=1}^{j=4} x_{i,j} + 430 * 4 \sum_{i=1}^{i=7} \sum_{j=1}^{j=4} t_{i,j} \rightarrow \min$$

Все $x_{i,j}$, $t_{i,j} \geq 0$ и целочисленные (нельзя нанять меньше нуля людей, или половину человека). В левой части суммы $54000/4$, потому что все x – это расчет на неделю.

1.3. Решение задачи

Составляем модель в Excel

В ячейках B2:H3 – искомые переменные, сколько постоянных рабочих работает в каждую смену (дни и время работы указано в таблице). Они совпадают с $x_{i,j}$ из нашей модели.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Смены	Пн-Пт	Вт-Сб	Ср-Вс	Чт-Пн	Пт-Вт	Сб-Ср	Вс-Чт		Сумма
2	до 15	1	1	1	1	1	1	1		7
3	после 15	1	1	1	1	1	1	1		7
4										

Далее снизу находим:

- 1) Сколько у нас всего постоянных рабочих по дням недели
- 2) Выписываем, сколько рабочих требуется
- 3) Определяем, сколько нужно временных рабочих (требуется – постоянные)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Смены	Пн-Пт	Вт-Сб	Ср-Вс	Чт-Пн	Пт-Вт	Сб-Ср	Вс-Чт
2	до 15	1	1	1	1	1	1	1
3	после 15	1	1	1	1	1	1	1
4								
5		Наличие постоянных работников						
6	Смены	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
7	7.00-11.00	5	5	5	5	5	5	5
8	11.00-15.00	5	5	5	5	5	5	5
9	15.00-19.00	5	5	5	5	5	5	5
10	19.00-23.00	5	5	5	5	5	5	5
11								
12		Потребность в рабочих						
13	Смены	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
14	7.00-11.00	8	6	6	5	7	9	6
15	11.00-15.00	8	5	5	6	8	8	5
16	15.00-19.00	7	4	4	6	8	7	4
17	19.00-23.00	6	5	4	7	9	6	4
18								
19		Найм временных работников						
20	Смены	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
21	7.00-11.00	3	1	1	0	2	4	1
22	11.00-15.00	3	0	0	1	3	3	0
23	15.00-19.00	2	-1	-1	1	3	2	-1
24	19.00-23.00	1	0	-1	2	4	1	-1

Ячейки В7-Н10 – иксы из пункта 1.2. В14-Н17 – правая, а В21-Н24 – т.

Дале находим расходы:

- 1) для постоянных рабочих: 52800 руб. * число рабочих / 4 недели
- 2) для временных рабочих: 4 часа * 430 руб. * число временных рабочих
- 3) суммарные затраты

Затраты				
184800	постоянные (52800/4 в неделю)			
56760	временные (4 часа * 430 руб.)			
241560	всего			

(В итоге получится столько же, но тут он считает с тем, что временных работников может быть меньше 0).

Далее используем функцию Excel'a – поиск решения:

Параметры поиска решения

Оптимизировать целевую функцию:

До: ☐ Максимум ☒ Минимум ☐ Значения:

Изменяя ячейки переменных:

В соответствии с ограничениями:

☒ Сделать переменные без ограничений неотрицательными

Выберите метод решения:

Метод решения

Добавить
Изменить
Удалить
Сбросить
Загрузить/сохранить

Получаем

Смены	Пн-Пт	Вт-Сб	Ср-Вс	Чт-Пн	Пт-Вт	Сб-Ср	Вс-Чт	Сумма
до 15	3	0	2	0	2	0	0	7
после 15	3	0	1	2	1	0	0	7
Наличие постоянных работников								
Смены	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс	Затраты
7.00-11.00	5	5	5	5	7	4	4	184800
11.00-15.00	5	5	5	5	7	4	4	56760
15.00-19.00	6	4	4	6	7	4	4	241560
19.00-23.00	6	4	4	6	7	4	4	
Потребность в рабочих								
Смены	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс	
7.00-11.00	8	6	6	5	7	9	6	
11.00-15.00	8	5	5	6	8	8	5	
15.00-19.00	7	4	4	6	8	7	4	
19.00-23.00	6	5	4	7	9	6	4	
Найм временных работников								
Смены	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс	
7.00-11.00	3	1	1	0	0	5	2	
11.00-15.00	3	0	0	1	1	4	1	
15.00-19.00	1	0	0	0	1	3	0	
19.00-23.00	0	1	0	1	2	2	0	

Excel также автоматически строит отчет об устойчивости, что и нужно для следующего пункта.

Ограничения

Ячейка	Окончательное Имя	Значение	Тень Цена	Ограничение Правая сторона	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение
\$B\$7	7.00-11.00 Пн	5,5	0	8	1E+30	2,5
\$C\$7	7.00-11.00 Вт	5	0	6	1E+30	1
\$D\$7	7.00-11.00 Ср	5	0	6	1E+30	1
\$E\$7	7.00-11.00 Чт	5	-2000	5	1	0,333333333
\$F\$7	7.00-11.00 Пт	7	0	7	0,5	2
\$G\$7	7.00-11.00 Сб	5	0	9	1E+30	4
\$H\$7	7.00-11.00 Вс	5	0	6	1E+30	1

Это значит, что можно увеличить нагрузку в субботу утром и это не повлияет на оптимальный план (дополнительных постоянных работников нанимать не потребуется).