

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра ИС

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА

по дисциплине «Теория принятия решений»

**Тема: Применение методов линейного и динамического
программирования для решения практических задач (по вариантам)**

ВАРИАНТ: 89

Студентка гр. 0374

Крылова Е.П.

Преподаватель

Степуленок Д.О.

Санкт-Петербург

2023

Введение

Целью данной работы является нахождение оптимального решения представленной задачи линейного программирования при помощи современного инструмента – GNU Octave.

Задача

1.1. Условие задачи

Запасы товара на трех складах торговой компании, составляют 113, 135, и 136. Компания имеет пункты реализации товара в пяти населенных пунктах, причем средние транспортные затраты на перевозку единицы товара из складов в населенные пункты, а также спрос на товар в каждом из пунктов указаны в табл. 1.

Для стимуляции спроса торговая компания может провести рекламную акцию в каждом из пунктов. Потенциальный эффект от рекламной акции (увеличение спроса на единицу стоимости рекламной акции) зависит от бюджета рекламной акции. Параметры зависимости различны для городов и сведены в табл. 2. Следует обратить внимание, что эффект характеризуется убывающей отдачей (что в определенной степени моделирует насыщение рынка). Так, например, при бюджете рекламной акции 120, увеличение спроса в первом городе будет вычисляться следующим образом: $0.5 \cdot 40 + 0.4 \cdot 60 + 0.3 \cdot (120 - 40 - 60)$.

Требуется:

1. Определить минимальные издержки на реализацию всего товара.
2. Выявить населенные пункты, требующие максимальный и минимальный рекламный бюджет.
3. Провести анализ чувствительности оптимальной стратегии к стоимости перевозок между складом 2 и населенным пунктом 3.

Таблица 1: Транспортные расходы

Склад\Город	1	2	3	4	5
1	9	5	10	7	9
2	9	8	5	10	5
3	6	8	8	6	6
Спрос	36	45	29	32	56

Таблица 2: Эффективность рекламных акций

Стоимость акции	1	2	3	4	5
до 40	0.5	0.3	0.4	0.5	0.3
до 100	0.4	0.2	0.3	0.4	0.2
более 100	0.3	0.1	0.2	0.3	0.1

1.2. Формализация задачи

Для решения этой задачи линейного программирования введем переменную x_i , отвечающую за количество перевезенного товара со склада в город, и составим таблицу, получаемую добавлением x_i к таблице транспортных расходов.

Таблица 3 – Транспортные расходы с добавлением переменной x_i .

Склад/Город	1	2	3	4	5	Запасы
1	$9(x_1)$	$5(x_2)$	$10(x_3)$	$7(x_4)$	$9(x_5)$	113
2	$9(x_6)$	$8(x_7)$	$5(x_8)$	$10(x_9)$	$5(x_{10})$	135
3	$6(x_{11})$	$8(x_{12})$	$8(x_{13})$	$6(x_{14})$	$6(x_{15})$	136
Спрос	36	45	29	32	56	

Посчитаем сумму спроса и запасов, вычислим их разницу.

Спрос = 198, запасы = 384, разница = 186.

Необходимо реализовать весь товар, поэтому повышаем спрос за счет проведения рекламных акций. Для этого составим таблицу 4, где s_i – повышенный спрос за счет p_i средств.

Таблица 4 – Повышение спроса.

Склад/Город	1	2	3	4	5
Спрос	$36 + s_1$	$45 + s_2$	$29 + s_3$	$32 + s_4$	$56 + s_5$

Функция цели:

$$F = \sum_{i=1}^{15} c_i * x_i + \sum_{i=1}^5 p_i \rightarrow \min$$

Где c_i – стоимость перевозки со склада в город, а p_i – средства, затраченные на рекламные акции.

Пропишем ограничения, опираясь на условие задачи:

1. По запасам:

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 113$$

$$X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} = 135$$

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} = 136$$

2. По спросу:

$$X_1 + X_6 + X_{11} - S_1 = 36$$

$$X_2 + X_7 + X_{12} - S_2 = 45$$

$$X_3 + X_8 + X_{13} - S_3 = 29$$

$$X_4 + X_9 + X_{14} - S_4 = 32$$

$$X_5 + X_{10} + X_{15} - S_5 = 56$$

3. Повышенный спрос и разница:

$$S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 = 186$$

4. Выпишем ограничения из таблицы эффективности рекламных акций:

1. Стоимость рекламных акций до 40, 100, больше 100 соответственно.

$$1) S_1 - 0,5P_1 \leq 0$$

$$2) S_1 - 0,4P_1 \leq 4$$

$$3) S_1 - 0,3P_1 \leq 14$$

2. Стоимость рекламных акций до 40, 100, больше 100 соответственно.

$$1) S_2 - 0,3P_2 \leq 0$$

$$2) S_2 - 0,2P_2 \leq 4$$

$$3) S_2 - 0,1P_2 \leq 14$$

3. Стоимость рекламных акций до 40, 100, больше 100 соответственно.

$$1) S_3 - 0,4P_3 \leq 0$$

$$2) S_3 - 0,3P_3 \leq 4$$

$$3) S_3 - 0,2P_3 \leq 14$$

4. Стоимость рекламных акций до 40, 100, больше 100 соответственно.

$$1) S_4 - 0,5P_4 \leq 0$$

$$2) S_4 - 0,4P_4 \leq 4$$

$$3) S_4 - 0,3P_4 \leq 14$$

5. Стоимость рекламных акций до 40, 100, больше 100 соответственно.

1) $S_5 - 0,3P_5 \leq 0$

2) $S_5 - 0,2P_5 \leq 4$

3) $S_5 - 0,1P_5 \leq 14$

Где S_i – повышенный спрос за счет p_i (затраты на рекламные акции) средств.

1.3. Решение задачи

Решение задачи реализовано в среде GNU Octave с помощью основной функции `glpk`. Определены минимальные издержки, максимальный и минимальный бюджет в городах.

Ниже представлены таблицы «Транспортные расходы», «Спрос», «Эффективность рекламных акций».

Таблица транспортные расходы:

9	5	10	7	9
9	8	5	10	5
6	8	8	6	6

Таблица спрос:

36	45	29	32	56
----	----	----	----	----

Таблица эффективности рекламных акций:

0.5	0.3	0.5	0.4	0.3
0.4	0.2	0.3	0.4	0.2
0.3	0.1	0.2	0.3	0.1

Рис. 1 – Таблицы.

Далее приведем результаты работы кода.

xmin =

0
69
0
44
0
0
0
63
0
72
80
0
0
56
0
100
100
100
100
180
60
44
24
34
68
16

Fmin = 2684

Рис. 2 - Результат поиска минимальных издержек, а также минимального и максимального бюджета.

Пояснение:

$X_2=69$; $X_4=44$; $X_8=63$; $X_{10}=72$; $X_{11}=80$; $X_{14}=56$.

Затраты на рекламные акции:

$P_1=100$; $P_2=100$; $P_3=100$; $P_4=180$; $P_5=60$.

Вывод:

Минимальные издержки на реализацию всего товара равны 2684 (значение Fmin). Населенные пункты, требующие минимальный бюджет — это город 5, а максимальный бюджет 4 в городе.

Теперь проведем анализ чувствительности оптимальной стратегии к стоимости перевозок между складом 2 и населенным пунктом 3 и приведем графики. Для решения будем изменять стоимость от 1 до 10 (т.к. 10 – максимальная стоимость перевозок в таблице, а чем выше стоимость – тем менее выгодно перевозить товар этим путем).

Посмотрим, как меняются издержки при изменении цены перевозки между складом 2 и населенным пунктом 3.

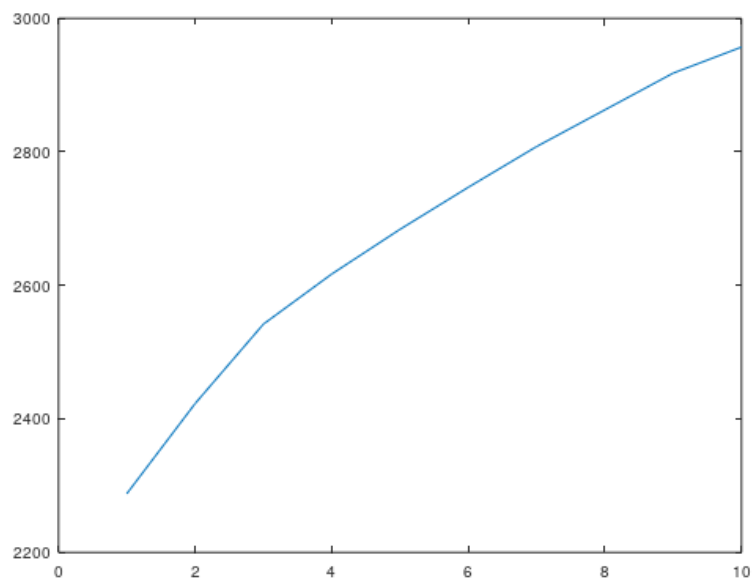


Рис. 3 – График 1 (изменение издержек).

```
Long-step dual simplex will be used  
ans = 2288  
Long-step dual simplex will be used  
ans = 2423  
Long-step dual simplex will be used  
ans = 2542  
Long-step dual simplex will be used  
ans = 2617  
Long-step dual simplex will be used  
ans = 2684  
Long-step dual simplex will be used  
ans = 2747  
Long-step dual simplex will be used  
ans = 2808  
Long-step dual simplex will be used  
ans = 2863  
Long-step dual simplex will be used  
ans = 2918  
Long-step dual simplex will be used  
ans = 2957
```

Рис. 4 – Анализ чувствительности (изменение издержек).

Из анализа и по графику видно, что издержки меняются от 2288 единицы до 2957 единиц.

Посмотрим, что происходит с перевозками при разных ценах.

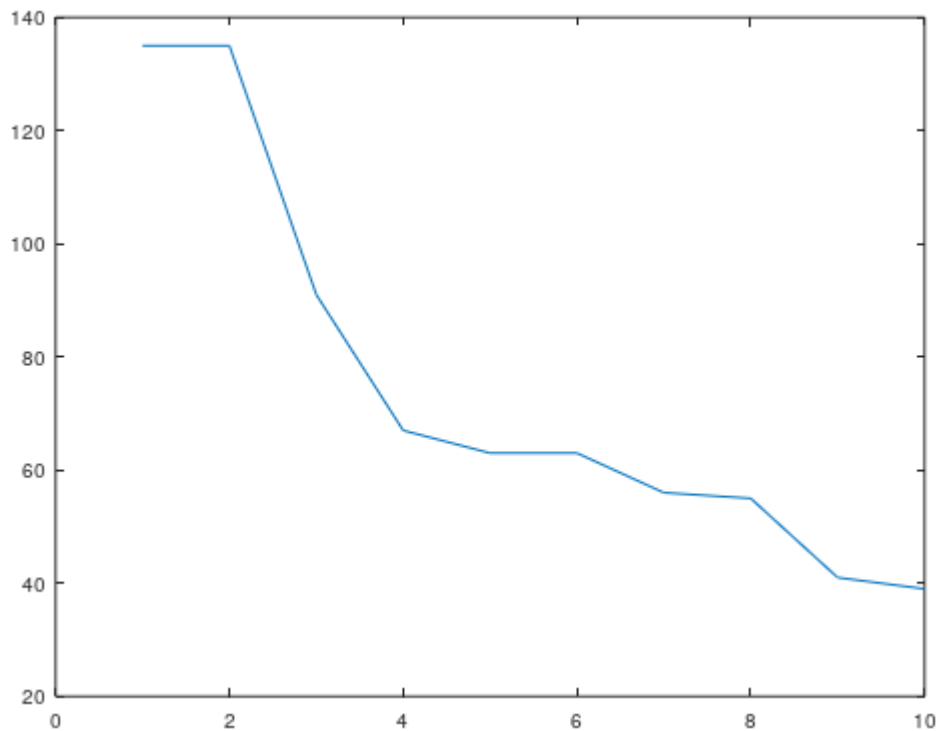


Рис. 5 - График 2 (изменение цен).

```
Long-step dual simplex will be used  
ans = 135  
Long-step dual simplex will be used  
ans = 135  
Long-step dual simplex will be used  
ans = 91  
Long-step dual simplex will be used  
ans = 67  
Long-step dual simplex will be used  
ans = 63  
Long-step dual simplex will be used  
ans = 63  
Long-step dual simplex will be used  
ans = 56  
Long-step dual simplex will be used  
ans = 55  
Long-step dual simplex will be used  
ans = 41  
Long-step dual simplex will be used  
ans = 39
```

Рис. 6 - Анализ чувствительности (изменение цен).

Видим, что при стоимости от 1 до 2 включительно, в город поставляют 135 единицы товара; при стоимости 5 – 91 единиц товара, 6 – 67, 7 – 63, 8 – 56, 9 – 56, 10 – 55, 11 – 41, 12 – 39.

Заключение

В ходе выполнения работы получили оптимальное решение поставленной задачи линейного программирования и познакомились со средой GNU Octave.