МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра АСОИУ

КУРСОВАЯ РАБОТА

по дисциплине «Теория принятия решений»

Вариант 14

Студент гр. 0362 ____________________ Овсянникова С.О.

Преподаватель ____________________ Степулёнок Д.О.

Санкт-Петербург
2023

СОДЕРЖАНИЕ

1. ЗАДАЧА №1

1.1. Постановка задачи

В цехах N1 и N2 предприятия производится продукт Y, который в дальнейшем используется в качестве исходного материала для производства изделий в цехе N3. Суммарная производительность цехов N1 и N2 зависит от вложения дополнительных средств X. При работе цехов N1 и N2 в течение одного месяца эта зависимость может быть приближенно представлена в виде функций:

N1: y=5+(x+40)^(2/3);

N2: y=7+(x+30)^(1/2);

Функции остатка средств в течение месяца:

N1: 0.87x;

N2: 0.92x.

Средства, выделяемые на оба цеха в течение квартала (3 месяца), составляют 137 единиц; перераспределение производится помесячно. Требуется распределить средства на планируемый квартал с целью получения максимального количества продукта Y.

1.2. Формальная постановка

Выигрыш в данной задаче соответствует доходу, который зависит от производительности цеха (W_i).

Управление – решение о том, сколько средств необходимо вложить в цех за месяц (x_i).

Состояние. В каждой точке принятия решения управляемая система описывается одним параметром k-количество оставшихся средств (k_i).

Используя введенные переменные, запишем основное функциональное уравнение динамического программирования (ДП):

$$W_i(k_i) = \max_{x_i}\left\{\left(5 + (x + 40)^{\frac{2}{3}}\right) + \left(7 + (x + 30)^{\frac{1}{2}}\right) + W_{i+1}\big(0{,}87 \times x_i + 0{,}92 \times (k_i - x_i)\big)\right\}, \text{где}$$

$\left(5 + (x + 40)^{\frac{2}{3}}\right) + \left(7 + (x + 30)^{\frac{1}{2}}\right)$ − *функция выигрыша на i-ом шаге*

$\varphi(k_i) = 0{,}87 \times x_i + 0{,}92 \times (k_i - x_i)$ − *функция изменения состояния для i-ого шага под влиянием управления.*

1.3. Решение задачи

Последним этапом принятия решения является четвертый. Традиционно, для последнего этапа функциональное уравнение ДП модифицируется исключением слагаемого Wi+1, снимающего рекуррентный характер этого уравнения. Раз уравнение модифицируется, то для последнего этапа придется определить отдельную функцию вычисления условного оптимального выигрыша.

$W_3(k_3) = \max_{x_3}\left\{\left(5 + (x_3 + 40)^{\frac{2}{3}}\right) + \left(7 + ((k_3 - x_3) + 30)^{\frac{1}{2}}\right)\right\}$, при

$k_3 \in [0{,}87^2 \cdot 137; 0{,}92^2 \cdot 137] = [103{,}6953;\ 115{,}9568]$

Построим график зависимости оптимального условного выигрыша от управления на третьем этапе при различных остатках к третьему этапу (рис. 1).

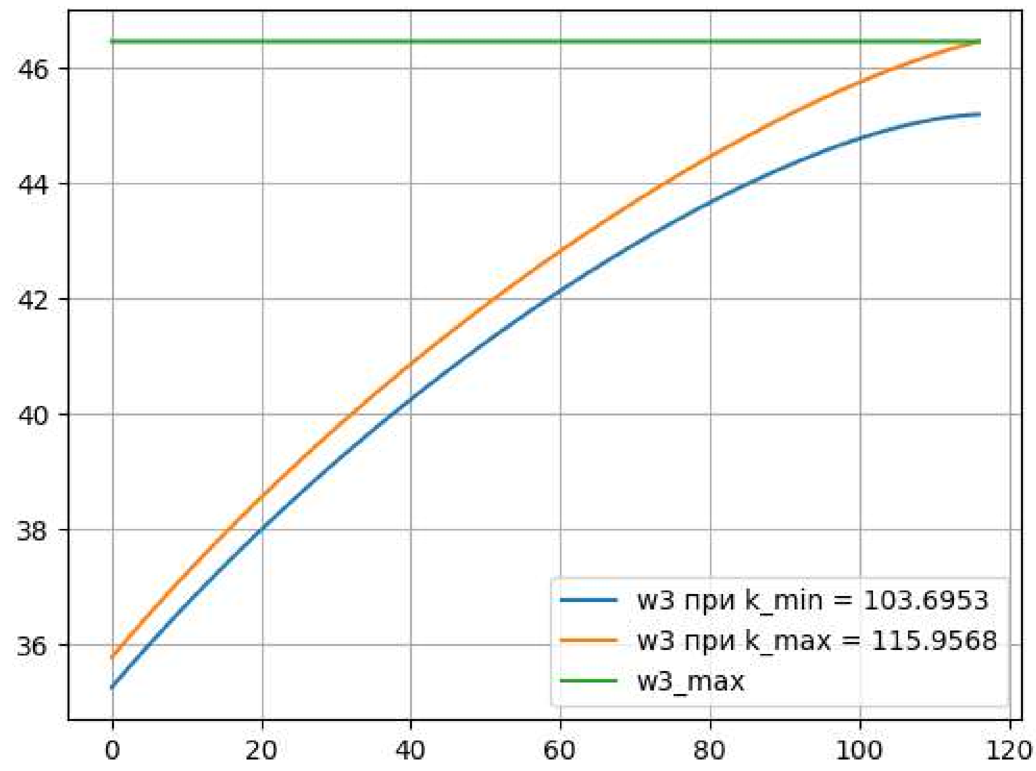

Рис. 1

Найдем максимумы функции W_3 (k_3,x_3), для каждого k_3 (табл.1)

k_3	W_3max
103.6953	45.18533357093222
104.92145	45.328462715574894
106.1476	45.467035158092735
107.37375	45.60146023553121
108.5999	45.73208943891712
109.82605	45.85922724924944
111.0522	45.983139495471576
112.27835	46.10405989373425
113.5045	46.222195229460226
114.73065	46.33772951138883

Табл.1

$W_2(k_2) = \max_{x_2}\left\{\left(5 + (x_2 + 40)^{\frac{2}{3}}\right) + \left(7 + ((k_2 - x_2) + 30)^{\frac{1}{2}}\right) + W_3(k_3)\right\}$, при

$k_3 \in [0{,}87^1 \cdot 137; 0{,}92^1 \cdot 137] = [119.19, 126.04]$

Построим график зависимости оптимального условного выигрыша от управления на втором этапе при различных остатках к второму этапу (рис. 2).

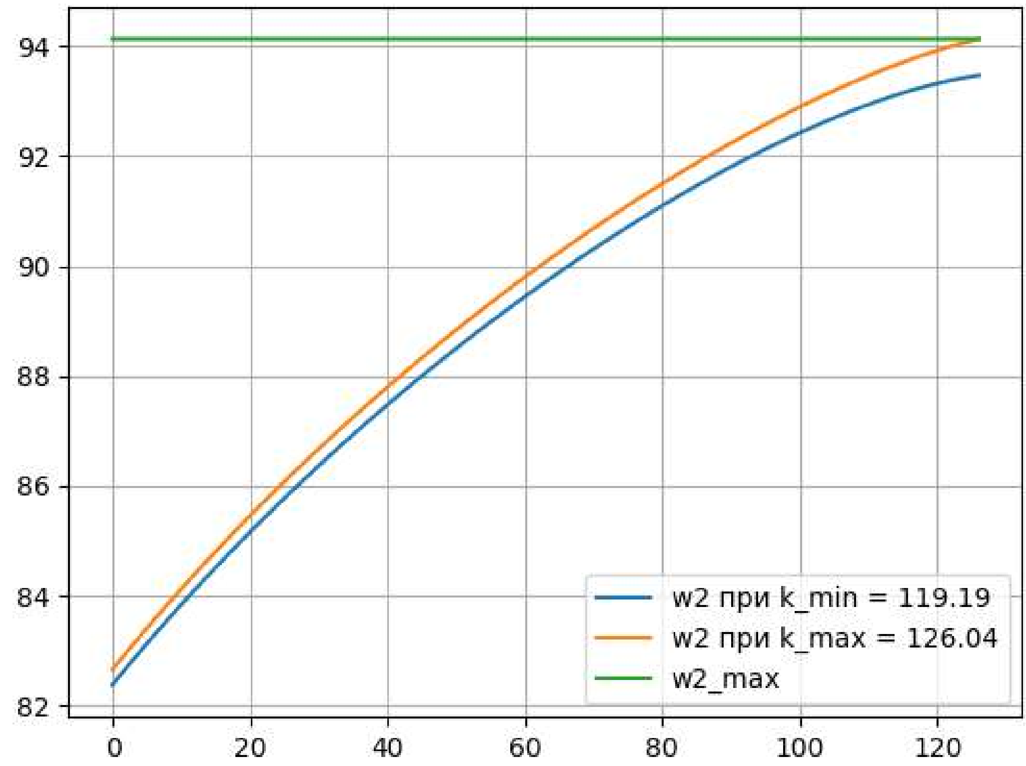

Рис. 2

Найдем максимумы функции W_2 (k_2, x_2), для каждого k_2 (табл.2)

k_2	$W_2 max$
119.19	93.47163495024594
119.875	93.54229895613851
120.56	93.61195467726407
121.245	93.68064408092968
121.93	93.74840630148178
122.615	93.81527790102018
123.3	93.88129310005158
123.985	93.94648398221327
124.67	94.01088067654321
125.355	94.07451152023503

Табл.2

$$W_1(k_1) = \max_{x_1}\left\{\left(5 + (x_1 + 40)^{\frac{2}{3}}\right) + \left(7 + ((k_1 - x_1) + 30)^{\frac{1}{2}}\right) + W_2(k_2)\right\},$$ при $k_3 = 137$

Построим график зависимости оптимального условного выигрыша от управления на первом этапе при остатке к первому этапу (рис. 3).

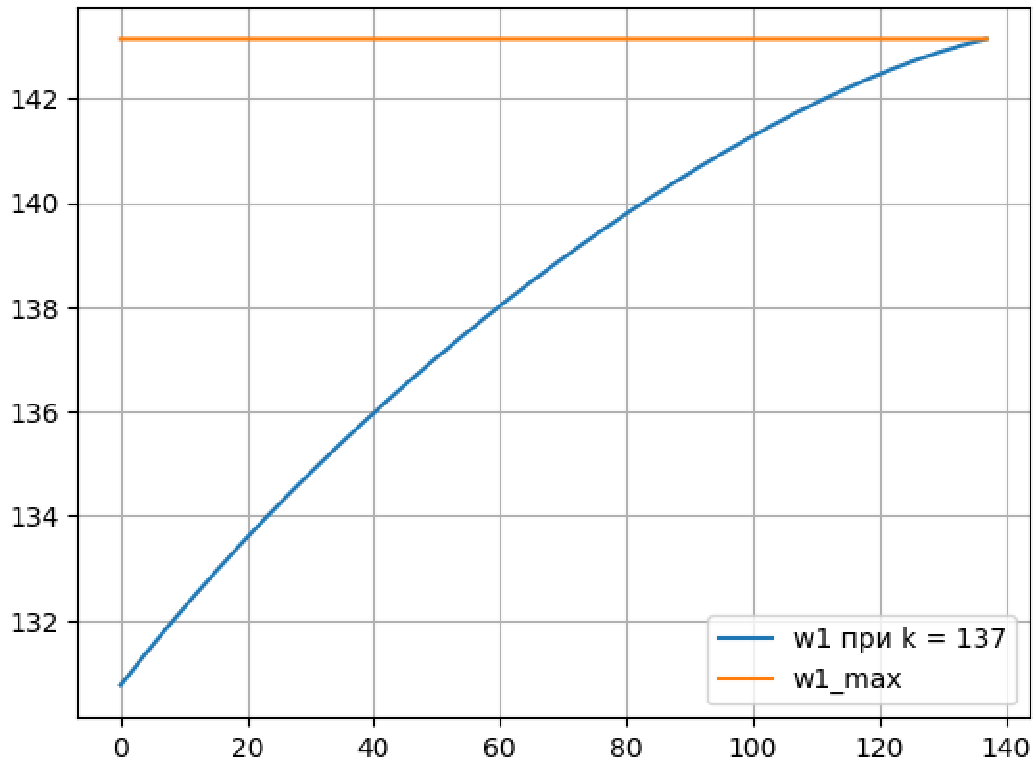

Рис. 3

Найдем максимум функции W_1 (k_1, x_1), для каждого k_1 (табл.3)

k_1	$W_1 max$
137	143.13914757829707

Табл.3

Осуществим прямую прогонку решения задачи, для этого определим на единственной кривой графика W_1 (k_1, x_1), максимум. Находим оптимальное управление на первом шаге x_1 = 137, показывающее, сколько средств надо вкладывать в первый цех, и соответствующую максимальную производительность за месяц W_1 = 143.13914757829707, а также количество средств вкладываемые во второй цех:

$x_{1(2)} = k_1 - x_1 = 137 - 137 = 0;$

Находим соответствующий запас средств к концу первого шага:

$k_2 = x_1 \times 0.95 + x_{1(2)} \times 0.8 = 119.19.$

Найдем оптимальное управление на втором шаге, показывающее сколько средств нужно вкладывать в первый цех:

x_2 = 126.041;

А также количество средств вкладываемых во второй цех:

$x_{2(2)} = k_2 - x_2 = 10.959;$

Остаток средств к концу второго шага будет равен:

$k_3 = x_2 \times 0.95 + x_{2(2)} \times 0.8 = 119.73795.$

Найдем оптимальное управление на третьем шаге,показывающее сколько средств нужно вкладывать в первый цех:

x_4 = 115.957;

А также количество средств вкладываемых во второй цех:

$x_{4(2)} = k_4 - x_4 = 21.043.$

Таким образом, можно сформулировать следующие рекомендации по оптимальному распределению средств. Из имеющегося в начале месяца запаса средств k = 137 усл. ед. и остающихся средств в конце каждого месяца нужно вкладывать по месяцам в цеха I и II следующие суммы (табл. 4):

Недели	1-ый	2-ой	3-ий
I цех	137	126.041	115.957
II цех	0	10.959	21.043

Табл.4

При таком планировании будет получена максимальная производительность за месяц, равная $W_{1max} \approx 143$ усл. ед.

Определим остаток средств на конец месяца: 115.957·0.87+21.043·0.92≈120 усл. ед.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1. ПРОГРАММА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ 1

```
# imports
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd
# Константы условия
rem_1 = 0.87
rem_2 = 0.92
rem_max = rem_2
rem_min = rem_1
funds_num = 137
month_num = 3

def w(x, k, w_next):
  return 5 + (x + 40) ** (2/3) + 7 + ((k - x) + 30) ** (1/2) + w_next

# Шаг 3
k_min = rem_min ** 2 * funds_num
k_max = rem_max ** 2 * funds_num

x3 = np.arange(0, k_max + 0.001, 0.001)

w_min = w(x3, k_min, 0)
w_max = w(x3, k_max, 0)

w3 = max(max(w_min), max(w_max))

plt.plot(x3, w_min)
plt.plot(x3, w_max)
plt.plot(x3, [w3] * len(x3))
plt.legend((f'w3 при k_min = {k_min}', f'w3 при k_max = {k_max}',
'w3_max'))
plt.grid()
plt.show()

print(f'''
k3 = [{k_min}, {k_max}];
w3 = {w3};
''')

k_range = np.arange(k_min, k_max, (k_max - k_min) / 10)
for k in k_range:
  print(k, max(w(x3, k, 0)))
# Шаг 2
k_min = rem_min ** 1 * funds_num
k_max = rem_max ** 1 * funds_num

x2 = np.arange(0, k_max + 0.001, 0.001)
```

```
w_min = w(x2, k_min, w3)
w_max = w(x2, k_max, w3)

w2 = max(max(w_min), max(w_max))

plt.plot(x2, w_min)
plt.plot(x2, w_max)
plt.plot(x2, [w2] * len(x2))
plt.legend((f'w2 при k_min = {k_min}', f'w2 при k_max = {k_max}',
'w2_max'))
plt.grid()
plt.show()

print(f'''
k2 = [{k_min}, {k_max}];
w2 = {w2};
''')

k_range = np.arange(k_min, k_max, (k_max - k_min) / 10)
for k in k_range:
  print(k, max(w(x2, k, w3)))
# Шаг 1
k = funds_num

x1 = np.arange(0, k + 0.001, 0.001)

w1 = max(w(x1, k, w2))

plt.plot(x1, w(x1, k, w2))
plt.plot(x1, [w1] * len(x1))
plt.legend((f'w1 при k = {k}', 'w1_max'))
plt.grid()
plt.show()

print(f'''
k1 = {k};
w1 = {w1};
''')

print(k, max(w(x1, k, w2)))
# Прямая перегонка решения
x1_1 = x1[np.argmax(w(x1, k, w2))]
x1_2 = funds_num - x1_1
k_1 = x1_1 * rem_1 + x1_2 * rem_2
print(k_1)

x2_1 = x2[np.argmax(w(x2, k_1, w3))]
x2_2 = funds_num - x2_1
k_2 = x2_1 * rem_1 + x2_2 * rem_2
print(k_2)
```

```
x3_1 = x3[np.argmax(w(x3, k_2, 0))]
x3_2 = funds_num - x3_1
k_3 = x3_1 * rem_1 + x3_2 * rem_2

d = {'1-ый': [x1_1, x1_2], '2-ой': [x2_1, x2_2], '3-ий': [x3_1, x3_2]}
df = pd.DataFrame(data=d)
df.index = ['I цех', 'II цех']

print(df)
print(f'''
Максимальная производительность за месяц: {w1}
Остаток средств на конец месяца: {k_3}
''')
```