

## BAB II

### KAJIAN PUSTAKA

#### A. Penalaran

Menurut O'Daffer dan Thornquist dalam Anzt dan Yaloz-Fcmia (NCTM, 1999:117), penalaran matematik adalah bagian dari berpikir matematik yang meliputi membuat generalisasi dan menarik simpulan sah tentang gagasan-gagasan dan bagaimana gagasan tersebut saling terkait. Van de Walle, Karp & Bay – Williams (2011:262) menyatakan bahwa pemikiran aljabar atau penalaran aljabar merupakan proses membentuk generalisasi dari pengalaman dengan jumlah dan perhitungan, meresmikan ide-ide dengan menggunakan sistem simbol yang bermakna dan mengeksplorasi konsep pola dan fungsi. *Curriculum and Evaluation Standards* (NCTM, 1989) memberikan tanda-tanda saat proses penalaran sedang berlangsung, yaitu bila: (a) menggunakan coba-ralat dan bekerja mundur untuk menyelesaikan masalah, (b) membuat dan menguji dugaan, (c) menciptakan argumen.

Menurut Krulik dan Rudnick (1995) penalaran merupakan proses berpikir yang meliputi berpikir dasar (*basic*), berpikir kritis (*critical*), dan berpikir kreatif (*creative*). Krulik dan Rudnick memberikan deskripsi-deskripsi dari tiap proses tersebut sebagai berikut.

1. *Basic*
  - a. *Understanding of concepts*
  - b. *Recognizing a concept when it appears in a setting*
2. *Critical*
  - a. *Examining, relating, and evaluating all aspects of a situation or problem.*
  - b. *Focusing on parts of a situation or problem.*
  - c. *Gathering and organizing information.*
  - d. *Validating and analyzing information.*
  - e. *Remembering and associating previously learned information.*
  - f. *Determining reasonableness of an answer.*
  - g. *Drawing valid conclusions.*
  - h. *Analytical and reflexive in nature.*
3. *Creative*
  - a. *Original, effective, and produces a complex product*
  - b. *Inventive*
  - c. *Synthesizing ideas*
  - d. *Generating ideas*
  - e. *Applying ideas*

Russel (NCTM, 1999:1) mengatakan penalaran matematik adalah pusat belajar matematika. Ia berpendapat bahwa matematika adalah suatu disiplin berkenaan dengan objek abstrak dan penalaran adalah alat untuk memahami abstraksi. Ia menambahkan penalaranlah yang digunakan untuk berpikir tentang sifat-sifat sekumpulan obyek matematik dan mengembangkan generalisasi yang dikenakan padanya. Pernyataan Russel ini sejalan dengan pengertian penalaran matematik dari O'Daffler dan Thornquist di atas, bahwa penalaran melibatkan beberapa keterampilan penting seperti menyelidiki pola, membuat dan menguji dugaan (*conjecture*), dan menggunakan penalaran deduktif dan induktif formal untuk memformulasikan argumen matematik.

Penalaran induktif adalah proses atau suatu aktivitas berfikir untuk menarik suatu kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru yang bersifat umum (*general*) berdasar pada beberapa pernyataan khusus yang diketahui benar.

Pendapat John Stuart Mill yang sudah diterjemahkan Soekardijo (dalam Shadiq, 2004) ke dalam Bahasa Indonesia menyatakan bahwa induksi merupakan suatu kegiatan berpikir untuk menarik kesimpulan. Jika berlaku benar untuk kasus-kasus khusus maka semua kasus yang serupa juga akan berlaku benar. Sedangkan penalaran deduktif adalah proses penarikan kesimpulan atau pembuktian yang melibatkan teorema atau rumus matematika lain yang sebelumnya sudah dibuktikan kebenarannya secara deduktif juga.

Penalaran memiliki kaitan erat dengan pemecahan masalah sebab penalaran adalah jenis khusus dari pemecahan masalah. Penalaran adalah alat untuk memahami matematika dan pemahaman matematik itu digunakan untuk menyelesaikan masalah. Pengalaman menyelesaikan masalah pada gilirannya memperkuat pemahaman dan penalaran matematik yang kemudian kembali menjadi modal untuk memecahkan masalah baru atau masalah yang lain.

Menurut NCTM (2000) bernalar matematik adalah suatu kebiasaan. Oleh karena itu penalaran matematika harus dikembangkan melalui pemakaian yang konsisten dan dalam berbagai konteks. Dalam NCTM dituliskan bahwa, seseorang yang bemalar dan berpikir secara analitik akan cenderung mengenal pola, struktur, atau keteraturan baik di dunia nyata maupun pada simbol – simbol. Orang akan gigih mencari tahu apakah pola itu terjadi secara kebetulan ataukah ada alasan tertentu. Ia membuat dugaan dan menyelidiki kebenaran atau ketidakbenaran dugaan itu. Membuat dan menyelidiki dugaan adalah hal yang sangat penting dalam matematika, karena melalui dugaan berbasis informasilah penemuan matematik sering terjadi.

Menurut Puskur Depdiknas (dalam Sukayasa, 2012) bahwa materi matematika dan penalaran matematika merupakan dua hal yang tidak dapat dipisahkan. Hal itu dikarenakan materi matematika dipahami melalui penalaran dan penalaran dapat dilatih melalui belajar matematika. Kemampuan bernalar tidak hanya dibutuhkan siswa pada saat belajar matematika, tetapi sangat dibutuhkan juga pada saat memecahkan masalah dan menentukan keputusan. Shadiq (2004) berpendapat bahwa pemecahan masalah akan menjadi hal yang akan sangat menentukan keberhasilan pendidikan matematika, sehingga pengintegrasian pemecahan masalah selama proses pembelajaran berlangsung hendaknya menjadi suatu keharusan. Dengan demikian, siswa akan terbimbing, terdorong, dan terfasilitasi untuk mengasah seluruh kemampuan penalaran matematikanya sehingga dapat tumbuh dan berkembang seperti yang diharapkan.

Berdasarkan penjelasan mengenai penalaran maka penalaran dalam penelitian ini merupakan proses berpikir siswa yang dicirikan dengan aktivitas-aktivitas yang meliputi: (a) memahami masalah, (b) mendefinisikan masalah, (c) menyusun dugaan solusi dari masalah, (d) menguji dugaan solusi dari masalah, (e) menarik kesimpulan.

## **B. Masalah Aljabar**

Masalah adalah suatu situasi atau kondisi (dapat berupa isu/pertanyaan/soal) yang disadari dan memerlukan suatu tindakan penyelesaian, tetapi tidak segera tersedia suatu cara untuk mengatasi situasi itu. Pengertian “tidak segera” dalam hal ini berarti bahwa pada saat situasi tersebut muncul, diperlukan suatu usaha untuk mendapatkan cara yang dapat digunakan semestinya.

Menurut Suherman (2003 : 92), suatu masalah biasanya memuat suatu situasi yang mendorong seseorang untuk menyelesaikannya tetapi tidak tahu secara langsung apa yang harus dikerjakan untuk menyelesaikannya. Menurut Hudojo (2005 : 123), suatu pertanyaan akan merupakan suatu masalah hanya jika seseorang tidak mempunyai aturan/hukum tertentu yang segera dapat dipergunakan untuk menemukan jawaban pertanyaan tersebut. Dalam matematika, suatu pertanyaan atau soal merupakan masalah apabila tidak terdapat aturan/hukum tertentu yang segera dapat digunakan untuk menjawab atau menyelesaikannya. Hal ini berarti bahwa soal matematika akan menjadi masalah apabila tidak segera ditemukan petunjuk pemecahan masalah berdasarkan data yang terdapat di dalam soal.

Cahya (2006:201) menjelaskan bahwa sebuah pertanyaan yang merupakan masalah bagi seseorang apabila masalah tersebut bersifat sebagai berikut.

1. Pertanyaan bersifat relatif yang berarti pertanyaan tersebut akan menjadi masalah tergantung pada situasi dan kondisi seseorang yang menghadapinya.
2. Pertanyaan tersebut tidak dapat diselesaikan secara langsung dengan prosedur rutin tetapi masih memungkinkan untuk diselesaikan melalui seleksi data informasi dan organisasi konsep yang dimiliki.
3. Pertanyaan tersebut dapat dimengerti yang berarti bahwa suatu pertanyaan pada bidang tertentu akan merupakan masalah hanya bagi mereka yang mempelajari atau berkecimpung pada bidang tersebut

Polya mengatakan bahwa terdapat dua macam masalah (Hudojo, 2005), yaitu sebagai berikut.

1. Masalah untuk menemukan, dapat teoritis atau praktis, abstrak atau konkret, termasuk teka-teki. Kita harus mencari variabel masalah tersebut, kemudian mencoba untuk mendapatkan, menghasilkan, atau mengkonstruksi semua jenis objek yang dapat dipergunakan untuk menyelesaikan masalah tersebut. Bagian utama dari masalah adalah sebagai berikut.
  - a. Apakah yang akan dicari?
  - b. Bagaimana data yang diketahui?
  - c. Bagaimana syaratnya?
2. Masalah untuk membuktikan adalah untuk menunjukkan bahwa suatu pertanyaan itu benar atau salah atau tidak kedua-duanya. Kita harus menjawab pertanyaan: "*Apakah pernyataan itu benar atau salah?*". Bagian utama dari masalah jenis ini adalah hipotesis dan konklusi dari suatu teorema yang harus dibuktikan kebenarannya.

Berdasarkan beberapa pendapat di atas, dapat disimpulkan bahwa masalah adalah suatu soal atau pertanyaan yang tidak langsung mempunyai aturan atau algoritma yang segera dapat digunakan untuk menentukan jawabannya.

Salah satu masalah dalam pembelajaran matematika yang biasanya dialami siswa adalah masalah aljabar. Aljabar adalah cabang dari matematika yang berkaitan dengan sifat-sifat umum dari bilangan dan generalisasi yang timbul dari sifat-sifat tersebut (Tanton, 2005). Kemampuan memecahkan masalah aljabar penting untuk diperhatikan dan dikembangkan. Tidak ada definisi yang pasti

mengenai apa yang dimaksud dengan kemampuan pemecahan masalah aljabar karena hal itu dapat dilihat dari perspektif yang berbeda.

Sebuah pandangan matematikawan mengenai kemampuan pemecahan masalah aljabar biasanya tidak sama dengan pandangan psikolog, seorang guru sekolah dasar atau orang yang ahli dengan pemecahan masalah aljabar. Dengan demikian pertanyaan tentang ‘*apakah yang dimaksud dengan kemampuan pemecahan masalah aljabar?*’ bukan jenis pertanyaan yang mudah dijawab oleh penelitian empiris. Namun, terdapat jenis proses aljabar yang dapat menunjukkan kemampuan dalam memecahkan masalah aljabar. Friedlander & Hershkowitz (1997) dan Swafford & Langrall (2000) menyatakan bahwa kemampuan menggunakan persamaan aljabar untuk memecahkan dan mewakili situasi masalah melibatkan sejumlah proses aljabar yang terdiri dari tiga tahap, yaitu: 1) menyelidiki pola dengan mengumpulkan data numerik; 2) merepresentasikan dan menggeneralisasikan pola ke tabel dan persamaan, dan 3) menafsirkan dan menerapkan persamaan untuk situasi terkait atau pada situasi yang baru (Lian & Yew, 2012).

Berdasarkan pemaparan di atas, dapat disimpulkan bahwa masalah aljabar adalah soal atau pertanyaan *non routine* tentang aljabar yang cara penyelesaiannya tidak langsung menemukan prosedur/algoritma untuk menjawab atau menyelesaikannya. Dalam penelitian ini, masalah aljabar merupakan soal-soal aljabar yang bersifat non rutin, yang diadaptasi dari soal-soal PISA

### C. PISA (*Program for International Students Assessment*)

PISA (*Program for International Students Assessment*) adalah studi internasional tentang prestasi literasi membaca, matematika, dan sains siswa sekolah berusia 15 tahun. Studi ini dikoordinasikan oleh OECD (*Organization Economic Cooperation and Development*) yang berkedudukan di Paris, Perancis. PISA merupakan studi yang diselenggarakan setiap tiga tahun sekali, yaitu pada tahun 2000, 2003, 2006, 2009, dan seterusnya. Indonesia mulai sepenuhnya berpartisipasi sejak tahun 2000. Pada tahun 2000 sebanyak 41 negara berpartisipasi sebagai peserta. Pada tahun 2003, jumlah Negara partisipan menurun menjadi 40 negara dan pada tahun 2006 melonjak menjadi 57 negara.

Dalam melakukan studi ini, setiap negara harus mengikuti prosedur operasi standart yang telah ditetapkan. Prosedur tersebut diantaranya yaitu: pelaksanaan uji coba dan survei, penggunaan tes dan angket, penentuan populasi dan sampel, pengelolaan dan analisis data, dan pengendalian mutu. Desain dan implementasi studi berada dalam tanggung jawab konsorsium internasional yang beranggotakan *the Australian Council for Educational Reasearch* (ACER), *the Netherlands National Institute for Educational Measurement* (Citogroep), *the National Institute for Educational Policy Reasearch in Japan* (NIER), dan WESTAT United States.

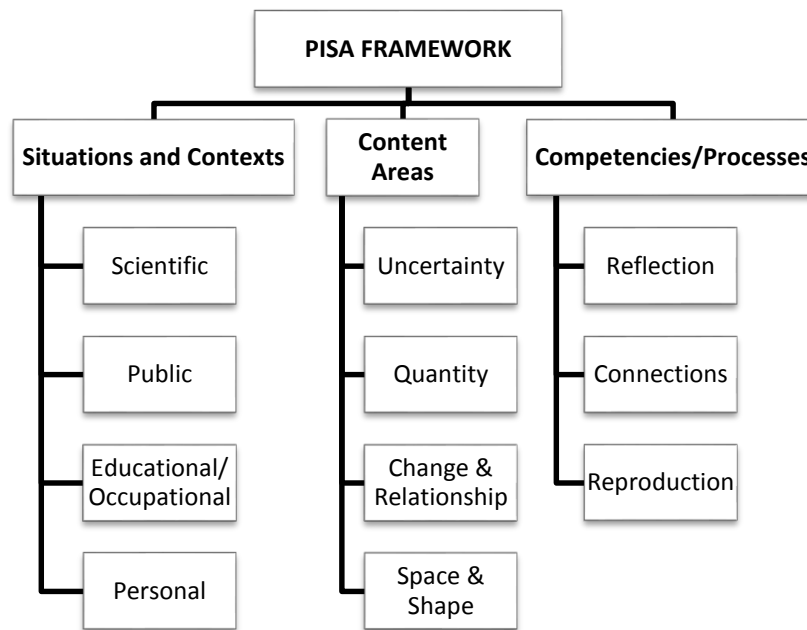
Tujuan diadakannya PISA adalah untuk mengukur prestasi literasi membaca, matematika dan sains siswa sekolah berusia 15 tahun di negara-negara peserta. Bagi Indonesia, manfaat yang dapat diperoleh antara lain adalah untuk mengetahui posisi prestasi literasi siswa Indonesia bila dibandingkan dengan prestasi literasi siswa di negara lain dan faktor-faktor yang mempengaruhinya.



Oleh karena itu hasil studi PISA diharapkan dapat digunakan sebagai masukan dalam merumuskan kebijakan untuk peningkatan mutu pendidikan, salah satunya adalah mutu pendidikan matematika.

Seseorang dianggap memiliki tingkat literasi matematika apabila ia mampu menganalisis, memberi alasan dan mengkomunikasikan pengetahuan dan keterampilan matematikanya secara efektif. Selain itu, ia juga mampu memecahkan serta menginterpretasikan permasalahan matematika dalam berbagai situasi yang berkaitan dengan penjumlahan, bentuk dan ruang, probabilitas atau konsep matematika lainnya. PISA 2009 *Assesment Framework* mendefinisikan literasi matematika sebagai kemampuan untuk mengenal dan memahami peran matematika di dunia, untuk dijadikan sebagai landasan dalam menggunakan dan melibatkan diri dengan matematika sesuai dengan kebutuhan siswa sebagai warga negara yang konstruktif, peduli dan reflektif (OECD, 2009).

Kerangka kerja PISA Matematikaberdasar pada tiga dimensi, yaitu: (1) isi atau konten matematika; (2) proses yang perlu dilakukansiswa ketika mengamati suatu gejala,menghubungkan gejala itu denganmatematika, kemudian memecahkan masalah yang diamatinya itu; dan (3) situasi dankonteks. Kerangka kerja PISA matematika seperti terlihat pada Gambar 2.1 berikut.



**Gambar 2.1 Kerangka Kerja PISA Matematika**

Konten dibagi menjadi empat bagian (Hayat & Yusuf, 2010) yaitu sebagai berikut.

- Ruang dan bentuk (*space and shape*) berkaitan dengan pokok pelajaran geometri. Soal tentang ruang dan bentuk ini menguji kemampuan siswa untuk mengenali bentuk, mencari persamaan dan perbedaan dalam berbagai dimensi representasi bentuk, serta mengenali ciri-ciri suatu benda dalam hubungannya dengan posisi benda tersebut.
- Perubahan dan hubungan (*change and relationship*) berkaitan dengan pokok pelajaran aljabar. Kalimat matematika sering dinyatakan dengan persamaan seperti penambahan, pengurangan, dan pembagian. Persamaan itu juga dinyatakan dalam berbagai simbol aljabar, grafik, bentuk geometris dan tabel. Oleh karena itu setiap representasi simbol itu memiliki tujuan dan sifatnya

masing-masing. Proses penerjemahannya sering menjadi sangat penting dan menentukan sesuai dengan situasi dan tugas yang harus dikerjakan.

- Bilangan (*quantity*) berkaitan dengan bilangan dan pola bilangan, antara lain kemampuan untuk memahami ukuran, pola bilangan dan segala sesuatu yang berhubungan dengan bilangan dalam kehidupan sehari-hari, seperti menghitung dan mengukur benda tertentu. Aktivitas-aktivitas yang termasuk dalam konten bilangan ini adalah bernalar secara kuantitatif, merepresentasikan sesuatu dalam angka, memahami langkah-langkah matematika, berhitung di luar kepala dan melakukan penaksiran.
- Probabilitas dan ketidakpastian (*uncertainty*) berhubungan dengan statistik dan probabilitas yang sering digunakan dalam masyarakat.

Untuk proses matematika, PISA mengelompokkan proses tersebut dalam tiga kelompok (Hayat & Yusuf, 2010), yaitu sebagai berikut.

1. Komponen Proses Reproduksi (*reproduction cluster*)

Dalam penilaian PISA, siswa diminta untuk mengulang atau menyalin informasi yang diperoleh sebelumnya. Misalnya, siswa diharapkan dapat mengulang kembali definisi suatu hal dalam matematika. Dari segi keterampilan, siswa dapat mengerjakan perhitungan sederhana yang mungkin membutuhkan penyelesaian yang tidak terlalu rumit dan umum dilakukan. Tentunya keterampilan seperti ini sudah sering kita lihat dalam penilaian tradisional.

2. Komponen Proses Koneksi (*connection cluster*)

Dalam proses koneksi, siswa diminta untuk membuat keterkaitan antara beberapa gagasan dalam matematika yang dipelajari dengan kehidupan nyata

di sekolah dan masyarakat sehingga siswa dapat memecahkan soal yang berkaitan dengan pemecahan masalah dalam kehidupan. Dengan demikian, siswa diharapkan dapat terlibat langsung dalam pengambilan keputusan secara matematika dengan menggunakan penalaran matematika.

### 3. Komponen Proses Refleksi (*reflection cluster*)

Komponen refleksi ini adalah komponen yang paling tinggi yang diukur kemampuannya dalam PISA, yaitu kemampuan bernalar dengan menggunakan konsep matematika. Melalui uji kompetensi ini, diharapkan setiap siswa berhadapan dengan suatu keadaan tertentu. Mereka dapat menggunakan pemikiran matematikanya secara mendalam dan menggunakannya untuk memecahkan masalah. Dalam melakukan refleksi ini, siswa melakukan analisis terhadap situasi yang dihadapi, mengidentifikasi dan menemukan ‘matematika’ dibalik situasi tersebut. Proses matematisasi ini meliputi kompetensi siswa dalam mengenali dan merumuskan keadaan dalam konsep matematika, membuat model sendiri tentang keadaan tersebut, melakukan analisis, berfikir kritis, dan melakukan refleksi atas model itu, serta memecahkan masalah dan menghubungkannya kembali pada situasi semula.

Dalam PISA, konteks matematika dibagi dalam empat situasi (Hayat & Yusuf, 2010), yaitu sebagai berikut.

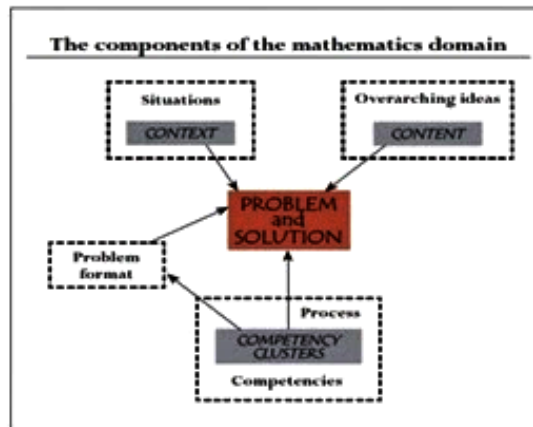
1. Konteks pribadi yang secara langsung berhubungan dengan kegiatan pribadi siswa sehari-hari. Dalam menjalani kehidupan sehari-hari tentu para siswa menghadapi berbagai persoalan pribadi yang memerlukan pemecahan

secepatnya. Matematika diharapkan dapat berperan dalam

menginterpretasikan permasalahan dan kemudian memecahkannya.

2. Konteks pendidikan dan pekerjaan yang berkaitan dengan kehidupan siswa di sekolah dan atau di lingkungan tempat bekerja. Pengetahuan siswa tentang konsep matematika diharapkan dapat membantu untuk merumuskan, melakukan klasifikasi masalah, dan memecahkan masalah pendidikan dan pekerjaan pada umumnya.
3. Konteks umum yang berkaitan dengan penggunaan pengetahuan matematika dalam kehidupan bermasyarakat dan lingkungan yang lebih luas dalam kehidupan sehari-hari. Siswa dapat menyumbangkan pemahaman mereka tentang pengetahuan dan konsep matematika untuk mengevaluasi berbagai keadaan yang relevan dalam kehidupan di masyarakat.
4. Konteks keilmuan yang secara khusus berhubungan dengan kegiatan ilmiah yang lebih bersifat abstrak dan menuntut pemahaman dan penguasaan teori dalam melakukan pemecahan masalah matematika. Konteks ini dikenal sebagai konteks *intra-mathematical*.

Setiap soal dalam PISA mencakup tiga dimensi di atas, yaitu dimensi konten, proses dan konteks. Ketiga komponen dalam PISA tersebut dapat dilihat pada Gambar 2.2 berikut.



**Gambar 2.2 Komponen PISA Matematika**

Soal PISA disusun dalam berbagai format. Ada soal yang menuntut siswa untuk menjawab pertanyaan dengan menggunakan kata-kata mereka sendiri. Pada beberapa soal, siswa diminta untuk menuliskan proses perhitungan sehingga dapat diketahui metode dan proses berpikir siswa dalam menjawab pertanyaan. Ada juga soal yang menuntut siswa untuk menjelaskan lebih jauh lagi apa yang menjadi jawaban mereka. Seperti yang tertulis pada *PISA Mathematics: A Teacher's Guide* bahwa terdapat 5 format dalam penilaian PISA yaitu: 1) *traditional multiple-choice item*, 2) *complex multiple-choice items*, 3) *closed-constructed response items*, 4) *short-response items*, dan 5) *open-constructed response items* (Shiel, et.al, 2007).

Pada penelitian ini, soal PISA yang akan digunakan adalah soal-soal yang berkaitan dengan indikator aljabar yang digunakan dalam penelitian, yaitu pola, variabel dan representasi. Soal tersebut terlebih dahulu akan diterjemahkan dalam bahasa Indonesia kemudian dimodifikasi sedemikian sehingga soal dapat dikerjakan siswa dan memunculkan variasi jawaban.

#### **D. Kemampuan Bernalar Siswa dalam Memecahkan Masalah Aljabar pada Soal PISA**

Pemecahan masalah merupakan bagian dari kurikulum matematika. Dalam proses pemecahan masalah, siswa akan memperoleh pengalaman menggunakan pengetahuan serta keterampilan yang sudah dimiliki untuk diterapkan pada pemecahan masalah yang bersifat tidak rutin. Seperti yang dinyatakan dalam NCTM (2000 : 52) bahwa pemecahan masalah merupakan proses menerapkan pengetahuan yang telah diperoleh sebelumnya pada situasi baru dan berbeda.

Berdasarkan teori belajar yang dikemukakan Gagne (dalam Suherman, 2003), bahwa keterampilan intelektual tingkat tinggi dapat dikembangkan melalui pemecahan masalah sebab pemecahan masalah merupakan tipe belajar paling tinggi dari delapan tipe yang dikemukakan Gagne, yaitu: 1) *signal learning*, 2) *stimulus-response learning*, 3) *chaining*, 4) *verbal association*, 5) *discrimination learning*, 6) *concept learning*, 7) *rule learning*, 8) *problem solving*.

Pemecahan masalah merupakan salah satu strategi pengajaran berbasis masalah dimana guru membantu siswa untuk belajar memecahkan masalah melalui pengalaman-pengalaman belajarnya. Pembelajaran dengan pemecahan masalah memiliki dua tujuan, yakni tujuan jangka pendek dan jangka panjang. Tujuan jangka pendeknya adalah agar siswa mampu memecahkan masalah dan mampu memahami konten yang ada dibalik masalah tersebut. Tujuan jangka panjangnya adalah agar siswa memahami proses pemecahan masalah dan berkembang sebagai pembelajaran *self-directed*. Melalui pembelajaran *self-direction*, siswa diberi kesempatan untuk berpikir tentang apa yang telah mereka ketahui dan apa yang harus mereka selidiki. Siswa didorong untuk mampu

merefleksikan proses-proses pemecahan masalah saat pelajaran berlangsung baik secara individual maupun dalam diskusi kelompok.

Selain itu, melalui pemecahan masalah juga dapat mengajarkan keterampilan tertentu, yang dapat digunakan siswa ketika mereka harus mengatasi masalah dan menemukan solusi dari masalah tersebut. Menurut Polya (dalam Suherman, 2003), solusi soal pemecahan masalah memuat empat langkah fase penyelesaian, yaitu: 1) memahami masalah, 2) merencanakan penyelesaian, 3) menyelesaikan masalah sesuai rencana, dan 4) melakukan pengecekan kembali terhadap semua langkah yang telah dikerjakan.

Fase pertama adalah memahami masalah. Tanpa adanya pemahaman terhadap masalah yang diberikan, siswa tidak mungkin mampu menyelesaikan masalah tersebut dengan benar. Setelah siswa dapat memahami masalah dengan benar, mereka harus mampu menyusun rencana penyelesaian masalah. Kemampuan melakukan fase kedua ini sangat tergantung pada pengalaman siswa dalam menyelesaikan masalah. Pada umumnya, semakin bervariasi pengalaman mereka, ada kecenderungan siswa lebih kreatif dalam menyusun rencana penyelesaian masalah. Jika rencana penyelesaian masalah telah dibuat, baik secara tertulis atau tidak, selanjutnya dilakukan penyelesaian masalah sesuai dengan rencana yang dianggap paling tepat. Langkah terakhir dari proses penyelesaian masalah menurut Polya adalah melakukan pengecekan atas apa yang telah dilakukan mulai dari fase pertama sampai fase ketiga. Dengan cara seperti ini maka berbagai kesalahan yang tidak perlu dapat terkoreksi kembali sehingga siswa dapat sampai pada jawaban yang benar sesuai dengan masalah yang diberikan.



Dalam menyelesaikan masalah, dibutuhkan kemampuan bernalar untuk menentukan/menemukan penyelesaian dari masalah tersebut. Sebagaimana dikemukakan oleh Krulik dan Rudnick (1995) bahwa penalaran merupakan aspek kunci dalam mengembangkan kemampuan berpikir kritis dan kreatif. Dengan berpikir kritis dan kreatif, akan mempermudah untuk menemukan penyelesaian dari suatu masalah. Pada penelitian ini, kemampuan bernalar siswa dalam memecahkan masalah aljabar pada soal PISA merupakan kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal aljabar non rutin, yang diadaptasi dari soal PISA, melalui proses berpikir yang dicirikan dengan aktivitas yang meliputi: (a) memahami masalah, (b) menyusun/merencanakan strategi pemecahan masalah, (c) melaksanakan strategi pemecahan masalah yang telah direncanakan, (d) memeriksa jawaban/penyelesaian yang diperoleh, (e) menarik kesimpulan.

#### **E. Taksonomi SOLO**

Biggs & Collis (1982) mendesain taksonomi SOLO (*Structure of Observed Learning Outcomes*) sebagai suatu alat evaluasi tentang kualitas respons siswa terhadap suatu tugas. Taksonomi tersebut terdiri dari lima level, yaitu prastruktural, unistruktural, multistruktural, relasional, dan *extended abstract*.

Biggs & Collis mendeskripsikan setiap level tersebut sebagai berikut. Siswa yang tidak menggunakan data yang terkait dalam menyelesaikan suatu tugas, atau tidak menggunakan data yang tidak terkait yang diberikan secara lengkap dikategorikan pada level *prastruktural*. Siswa yang dapat menggunakan satu penggal informasi dalam merespons suatu tugas (membentuk suatu data tunggal) dikategorikan pada *unistruktural*. Siswa yang dapat menggunakan beberapa penggal informasi tetapi tidak dapat menghubungkannya secara bersama-sama dikategorikan

pada level *multistruktural*. Siswa yang dapat memadukan penggalan-penggalan informasi yang terpisah untuk menghasilkan penyelesaian dari suatu tugas dikategorikan pada level *relasional*. Siswa yang dapat menghasilkan prinsip umum dari data terpadu yang dapat diterapkan untuk situasi baru (mempelajari konsep tingkat tinggi) dapat dikategorikan pada level *extended abstract*.

Menurut Biggs (1999) respons siswa pada level *extended abstract* dan relasional adalah fase kualitatif. Dalam hal ini, siswa merespons suatu masalah dengan cara mengintegrasikan informasi-informasi yang diberikan dengan menggunakan pola (*pattern*) struktural. Sedangkan untuk level-level di bawahnya merupakan fase kuantitatif. Siswa dalam hal ini melakukan respons terhadap tugas dengan menggunakan satu atau lebih atau bahkan tidak sama sekali dari informasi-informasi yang diberikan. Bila informasi-informasi tersebut digunakan, dia tidak melakukan pengintegrasian.

### **1) *Level Prastruktural***

Siswa yang merespons suatu tugas dengan menggunakan pendekatan yang tidak konsisten dikategorikan pada level prastruktural (Collis & Biggs, 1986). Respons yang ditunjukkan berdasarkan rincian informasi yang tidak relevan. Konsepsi yang dia munculkan bersifat personal, subjektif dan tidak terorganisasi secara intrinsik. Siswa tersebut tidak memahami tentang apa yang didemonstrasikan. Bila dikaitkan dengan bangunan suatu rumah, maka semua bahan berserakan dan tidak dapat memulai membangun rumah tersebut.

Biggs & Collis (1982) melakukan penelitian tentang bagaimana cara mengevaluasi kemampuan berpikir kritis. Dalam penelitian ini, masalah yang diajukan yaitu: “*mengapa sisi gunung yang menghadap ke pantai lebih basah dibanding sisi gunung yang menghadap ke darat?*” Dua responden pada level

prastruktural memberikan respon berbeda. Responden pertama tidak memberikan jawaban apapun, sedangkan responden kedua memberikan jawaban tetapi tidak relevan dengan masalah.

Menurut Hawkins & Hedberg (1986), pada level prastruktural, siswa diberikan masalah dan tidak ada upaya untuk memecahkan masalah tersebut. Hal ini berarti siswa tersebut tidak memahami pertanyaan atau tugas yang harus dia selesaikan. Dia melakukan sesuatu yang tidak relevan, tidak melakukan identifikasi terhadap konsep-konsep yang terkait, dan sering menuliskan fakta-fakta yang tidak ada kaitannya.

Berdasarkan uraian tersebut dapat disimpulkan bahwa, siswa pada level prastruktural tidak melakukan respons yang sesuai dengan sekumpulan pernyataan yang diberikan. Dia tidak memahami masalah yang diberikan. Dia mengabaikan pernyataan-pernyataan atau informasi-informasi yang diberikan, atau bila memberikan respon maka respon tersebut tidak relevan dengan informasi-informasi yang diberikan.

## **2) *Level Unistruktural***

Menurut Collis & Biggs (1986), siswa yang melakukan respons berdasarkan satu fakta konkret yang digunakan secara konsisten dapat dikategorikan pada level unistruktural. Untuk suatu permasalahan yang kompleks, siswa hanya memfokuskan pada satu konsep saja. Biggs (1999) menemukan respons siswa pada level unistruktural. Dalam usaha menyusun struktur tertentu, siswa hanya membuat satu hubungan sederhana, sehingga hubungan yang dibuat tersebut tidak memiliki logika yang jelas.

Hasil penelitian Hawkins & Hedberg (1986) menunjukkan bahwa apabila siswa hanya menggunakan satu model display, hanya menggunakan satu perintah

tunggal, dan ia tidak dapat memberikan penalaran terhadap respon yang diberikan maka siswa ini dapat dikategorikan pada level unistruktural.

Berdasarkan uraian tersebut, siswa pada level unistruktural memiliki karakter untuk mencoba menjawab pertanyaan secara terbatas, dengan cara memilih satu penggal informasi yang ada.

### 3) *Level Multistruktural*

Biggs & Collis (1986) mendeskripsikan bahwa pada level multistruktural, siswa dapat memecahkan masalah dengan beberapa strategi yang terpisah. Banyak hubungan yang dapat mereka buat, namun hubungan-hubungan tersebut belum tepat. Respons yang dibuat siswa pada level ini didasarkan pada hal-hal yang konkret tanpa memikirkan bagaimana interelasinya. Respons tersebut konsisten, namun belum terintegrasi dengan baik.

Penelitian Hawkins & Hedberg (1986) tentang evaluasi program computer dengan bahasa LOGO, menemukan siswa yang bekerja dengan *trial & error*. Dia dapat melihat lebih dari satu strategi, tetapi mereka tidak melakukan interelasi. Dia menggunakan model display dengan lebih dari satu perintah. Dia juga menggunakan mode teks dan berusaha membuat program namun tidak memiliki kemampuan untuk mengedit. Bila terjadi kesalahan dia akan hapus program tersebut, dan memulai dengan yang baru. Siswa dengan karakteristik seperti tersebut dapat dikategorikan pada level multistruktural.

Berdasarkan uraian di atas, dapat disimpulkan bahwa siswa pada level multistruktural memiliki kemampuan merespon masalah dengan beberapa strategi yang terpisah. Banyak hubungan yang dapat mereka buat, namun hubungan-hubungan tersebut belum tepat. Respons yang dibuat siswa pada level ini didasarkan pada hal-hal yang konkret tanpa memikirkan bagaimana interelasinya.

#### 4) *Level Relasional*

Biggs & Collis (1986) mendeskripsikan bahwa siswa pada level relasional mampu merespons suatu tugas berdasarkan konsep-konsep yang terintegrasi dan menghubungkan semua informasi yang relevan. Sedangkan penelitian Hawkins&Hedberg (1986) tentang pemrograman dengan bahasa LOGO menemukan bahwa siswa pada level relasional mampu membuat keputusan dan mengintegrasikan semua data yang ada. Dia mampu menulis program dalam model teks dan jika terjadi kesalahan, cukup diedit.

#### 5) *Level Extended Abstract*

Menurut Collis& Biggs (1986) siswa pada level ini dapat memberikan beberapa kemungkinan konklusi. Prinsip abstrak digunakan untuk menginterpretasikan fakta-fakta konkret dan respons yang tepat, yang terpisah dengan konteks. Hal ini dilakukannya secara konsisten. Sedangkan Hawkins & Hedberg (1986) mendeskripsikan bahwa siswa pada level *extended abstract* memiliki kemampuan menyusun keterkaitan antar sistem. Dia mampu menulis program dalam model teks dan mengeditnya bila perlu, dengan memunculkan variabel-variabel tertentu. Siswa pada level *extended abstract* telah berpikir secara konseptual, dan dapat melakukan generalisasi pada suatu area baru. Rincian respons yang dibangun pada suatu pola struktural dapat terintegrasi pada suatu struktur yang lain.

Berdasarkan uraian mengenai level SOLO di atas, Biggs & Tang (2007) mengemukakan kata-kata kerja yang dapat digunakan untuk menunjukkan karakter dari setiap level SOLO. Beberapa kata kerja tersebut, dapat dilihat pada Tabel 2.1 berikut.

Tabel 2.1 Beberapa Kata Kerja pada Level SOLO

<b>Unistruktural</b>	Mengingat, mengidentifikasi, mengenal, mencacah, mendefinisikan, menggambar, menemukan, melabeli, memasang, menamai, mengutip, mengeja, menyusun, menceritakan, menulis, meniru
<b>Multistruktural</b>	Mengklasifikasikan, mendeskripsikan, mendaftar, melaporkan, mendiskusikan, mengilustrasikan, menseleksi, menarasikan, menghitung, merangkai, menguraikan, memisahkan
<b>Relasional</b>	Menerapkan, mengintegrasikan, menganalisis, menjelaskan, memprediksikan, menyimpulkan, meringkas, mereview, mengusulkan, mentransfer, membuat rencana, mengkarakterisasi, membandingkan, membedakan, mengorganisasikan, memperdebatkan, membuat kasus, membangun, mereview dan menuliskan kembali, menguji, menterjemahkan, menafsirkan, memecahkan masalah.
<b><i>Extended Abstract</i></b>	Menggunakan teori, menggunakan hipotesis, menggeneralisasikan, merefleksi, membangkitkan, menciptakan, mengubah, menemukan, membuktikan dari prinsip yang pertama, membuat suatu kasus khusus, memecahkan masalah dari kasus pertama.

Tingkatan SOLO yang digunakan dalam penelitian ini adalah unistruktural, multistruktural, relasional, dan *extended abstract*. Penggunaan 4 level ini sedikit berbeda dari hasil penelitian-penelitian sebelumnya (Mooney, 2002; Groth, 2003; Wongyai & Kamol, 2004) yang menunjukkan bahwa siswa hanya merespon suatu masalah sampai pada tingkat relasional. Meskipun demikian, beberapa penelitian (Lian & Idris, 2006; Aoyama, 2007; Fujita & Yamamoto, 2011) juga telah menunjukkan bahwa siswa dapat mencapai level *extended abstract*.

## F. Pelevelan Penalaran Aljabar Berdasarkan Taksonomi SOLO

Biggs dan Collis (1982) menjelaskan bahwa guru dapat mengetahui tingkat kemampuan siswa baik individu maupun kelompok dilihat dari kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal pemecahan masalah matematika. Salah satu caranya adalah dengan melihat respon (jawaban) siswa dalam memecahkan masalah matematika dengan menggunakan Taksonomi SOLO.

Penelitian terkait dengan penalaran aljabar berdasarkan taksonomi SOLO telah dilakukan oleh Wongyai dan Kamol (2004) pada tingkat SD dan SMP. Pada penelitian tingkat SMP, Wongyai dan Kamol menggunakan 3 indikator dalam aljabar, yaitu pola, variable dan representasi. Sedangkan untuk klasifikasi Taksonomi SOLO, hanya digunakan sampai level relasional. Berikut merupakan kerangka kerja penalaran aljabar dan masalah aljabar yang digunakan oleh Wongyai dan Kamol.

**Tabel 2.2 Kerangka Kerja Wongyai & Kamol (2004) mengenai Level Penalaran Aljabar Berdasarkan Taksonomi SOLO**

	(Level 1) Prastruktural	(Level 2) Unistruktural	(Level 3) Multistruktural	(Level 4) Relasional
General Characteristic	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>No attempt is made to answer the question</i></li> <li>• <i>Hardly understand the task or fail to engage the task.</i></li> <li>• <i>Hardly remember the question or cannot bear the question in mind while he (she) is answering.</i></li> <li>• <i>No logical interrelation.</i></li> <li>• <i>Do not answer the question, or guess the answer or restate the question.</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Use only one relevant aspect or concept of the information to find the answer.</i></li> <li>• <i>Bear the question in mind while he (she) is answering and then try to relate the question and answer with at least one logical process.</i></li> <li>• <i>Give the correct answer but not consistency with each other.</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Use two or more aspects or concepts of the data to find the answer.</i></li> <li>• <i>Fail to link the aspects to each other.</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Most or all aspect of the data are applied.</i></li> <li>• <i>Show the integrated understanding of the relationship among various aspects of the data.</i></li> </ul>

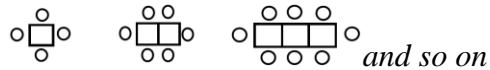
	<b>(Level 1) Prastruktural</b>	<b>(Level 2) Unistruktural</b>	<b>(Level 3) Multistruktural</b>	<b>(Level 4) Relasional</b>
Pola (Pattern)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Do not understand or confuse the pattern question.</li> <li>Know that the given data is the pattern, but do not know how to use this data to identify the characteristic of the complex pattern.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Can find the next term of the given pattern.</li> <li>Use the concrete objects to find a specific term of the given pattern rather than a general pattern description.</li> <li>Try to generalize from only one given term or only one aspect of the given pattern, but not correct</li> <li>Identify the characteristic of the complex pattern with only one aspect.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>See the given pattern as successive process, that is, describe how to move from one term in a sequence to next term.</li> <li>Do not relate between terms and their position in the given pattern.</li> <li>Identify the characteristic of the complex patterns with two aspects.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Understand the relationship between terms and their position in the given pattern.</li> <li>Explain the relationship of the given pattern verbally with a correct statement.</li> <li>Generalize the relationship of the pattern symbolically or in term of formula based on all data in the given pattern.</li> <li>Identify all aspects of the characteristic in the complex pattern and explain the relation between them.</li> </ul>
Representasi (Representation)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Do not understand or confuse with the question such as, student like to avoid the question based on the irrelevant data.</li> <li>Understand the question but do not know how to answer.</li> <li>Do not interpret the given representation.</li> <li>Can not transform the given representation to another.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Represent the given data based on the concrete information.</li> <li>Interpret the graph on the axis only.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Represent partly correct data, some data or conditions are left out.</li> <li>Interpret the graph by reading the graph on one axis only, and compare between data respect to one axis only.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Represent all correct data which recognize all conditions of the data.</li> <li>Interpret the graph with respect to both axes.</li> </ul>
Variabel	<ul style="list-style-type: none"> <li>No attempt is made to answer the question.</li> <li>Hardly understand the task or fail to engage the task.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Do not understand roles of variable as general number, using only one specific number to make general conclusion.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Do not understand roles of variable as general number, using several specific numbers to make conclusion.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Understand roles of variable as general numbers and give a complete answer.</li> </ul>



Masalah yang digunakan dalam penelitian dengan menggunakan *framework* di atas adalah sebagai berikut.

**a) Masalah 1**

*In the conference room, the tables and chairs are organized systematically as follows.*



1. *What is the next one?*
2. *What is the number of chairs for 60 tables?*
3. *Write the general rule to describe this pattern.*

**b) Masalah 2**

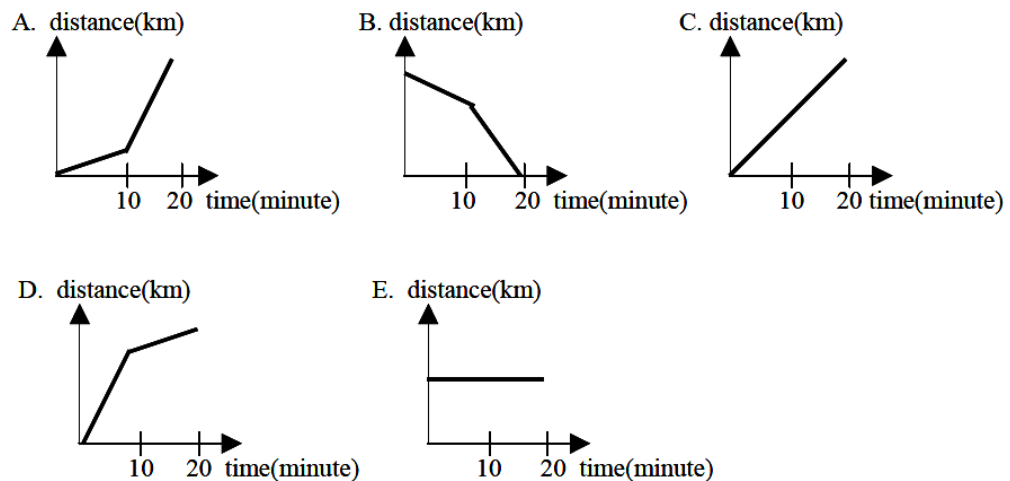
*Which is larger,  $n + n$  or  $n + 6$ ?*

**c) Masalah 3**

*What can you say about  $b$  if  $b + d = 18$  and  $b$  is less than  $d$ ?*

**d) Masalah 4**

*Big has appoinment with his friends at school. He leave home for school. He leave home for school by walking. After 10 minutes he realized that he is going to be late, so he start out running and arrives 10 minutes later. The vertical axis represents the distance and the horizontal axis represent time. Which graph best represents Big's journey?*



Pada penelitian ini, kemampuan bernalar siswa dalam menyelesaikan masalah aljabar akan dideskripsikan, diidentifikasi, dan diklasifikasikan berdasarkan kerangka kerja penalaran aljabar. Kerangka kerja level penalaran aljabar ini digunakan sebagai acuan untuk menganalisa, mengidentifikasi dan mengklasifikasikan kemampuan bernalar siswa dalam memecahkan masalah aljabar. Kerangka kerja penalaran aljabar disusun berdasarkan soal pemecahan masalah yang akan diberikan pada siswa dan mengacu pada karakteristik level-level pada Taksonomi SOLO. Klasifikasi Taksonomi SOLO yang akan digunakan adalah level unistruktural (Level 1), multistruktural (Level 2), relasional (Level 3), dan *extended abstract* (Level 4) (Susanti, dkkP, 2013). Kerangka kerja ini berisi proses bernalar siswa yang diharapkan muncul ketika memecahkan masalah aljabar. Siswa yang berada pada suatu level tertentu, menunjukkan bahwa siswa tersebut juga memenuhi level-level sebelumnya. Misalkan, siswa yang memiliki kemampuan penalaran aljabar pada Level 3, ini berarti bahwa kemampuan penalaran aljabar siswa tersebut memenuhi Level 1, Level 2, dan Level 3.

Sebelum kerangka kerja ini digunakan, terlebih dahulu akan dikonsultasikan pada dosen pembimbing dan divalidasikan pada dua validator yaitu satu dosen matematika/pendidikan matematika dan satu guru bidang studi. Berikut merupakan kerangka kerja level penalaran aljabar yang akan digunakan dalam penelitian ini.

**Tabel 2.3 Kerangka Kerja Level Penalaran Aljabar yang digunakan dalam Penelitian**

<b>Level 1 (Unistruktural)</b>	<b>Level 2 (Multistruktural)</b>	<b>Level 3 (Relasional)</b>	<b>Level 4 (Extended Abstract)</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mengungkapkan/ menjelaskan pemahamannya.</li> <li>• Mengingat dan menyatakan kembali masalah yang ditanyakan</li> <li>• Menggunakan satu informasi untuk menyusun strategi pemecahan masalah.</li> <li>• Mengidentifikasi informasi yang terdapat pada soal/masalah</li> <li>• Menuliskan kembali informasi yang diperoleh dari soal/masalah</li> <li>• Menggunakan perhitungan sederhana (mencacah)</li> <li>• Menentukan suku selanjutnya dari suatu pola</li> <li>• Menggambarkan suku selanjutnya dengan suatu pola tertentu.</li> <li>• Memasangkan suku dengan pola gambar yang bersesuaian</li> <li>• Menyusun bilangan-bilangan menjadi suatu pola tertentu.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Menggunakan lebih dari satu informasi untuk menyelesaikan masalah</li> <li>• Mengklasifikasikan jenis pola yang muncul</li> <li>• Mendaftar suku-suku dari pola bilangan yang muncul</li> <li>• Mendeskripsikan karakteristik dari pola bilangan yang muncul</li> <li>• Mengilustrasikan pola bilangan</li> <li>• Merumuskan suatu cara sederhana untuk menyelesaikan masalah</li> <li>• Menggunakan suatu metode untuk menemukan jawaban</li> <li>• Melengkapi pola bilangan dengan melakukan perhitungan</li> <li>• Menggunakan lebih dari satu informasi untuk menarik kesimpulan.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Menggunakan semua informasi yang terdapat pada soal/masalah untuk menyelesaikan masalah</li> <li>• Memprediksikan penyelesaian masalah berdasarkan informasi yang diketahui dari soal.</li> <li>• Menganalisis pola bilangan yang ditemukan</li> <li>• Membandingkan setiap suku pada pola yang terbentuk.</li> <li>• Membandingkan dua pola bilangan yang berbeda.</li> <li>• Membuktikan suatu pernyataan secara terstruktur.</li> <li>• Menguji hasil penyelesaian masalah.</li> <li>• Membuat keterkaitan antara satu informasi dengan informasi yang lain</li> <li>• Menjelaskan setiap langkah penyelesaian masalah secara terstruktur</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Menggeneralisasikan pola yang muncul dari masalah.</li> <li>• Menggunakan suatu teori dalam menyelesaikan masalah.</li> <li>• Membuat suatu hipotesis/dugaan sementara</li> <li>• Merefleksi setiap langkah pengerjaan soal.</li> <li>• Menciptakan strategi baru untuk memecahkan masalah.</li> <li>• Mengubah dan menciptakan ilustrasi baru untuk suatu pola bilangan.</li> <li>• Menciptakan suatu kasus baru.</li> </ul>

**Lanjutan Tabel 2.3**  
**Kerangka Kerja Level Penalaran Aljabar yang digunakan dalam Penelitian**

Level 1 (Unistruktural)	Level 2 (Multistruktural)	Level 3 (Relasional)	Level 4 (Extended Abstract)
<ul style="list-style-type: none"> <li>Menyusun suatu perbandingan berdasarkan informasi yang diketahui dari masalah.</li> <li>Menemukan selisih antar bilangan/ antar suku pada suatu pola bilangan.</li> <li>Menggunakan satu informasi untuk menarik kesimpulan.</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>Membuat suatu kesimpulan dengan membuat keterkaitan antara dua informasi atau lebih.</li> </ul>	

Masalah aljabar yang akan digunakan dalam penelitian ini dengan menggunakan kerangka kerja level penalaran aljabar di atas adalah sebagai berikut.

Seorang Petani akan menanam pohon jeruk dengan menggunakan pola tertentu. Untuk melindungi pohon jeruk dari angin, ia menanam pohon pinus di sekeliling pohon jeruk dengan pola sebagai berikut.

Keterangan:

⊗	: pohon jeruk
*	: pohon pinus



1 pohon jeruk      4 pohon jeruk      9 pohon jeruk



Jika petani ingin memperluas kebun jeruk tersebut, menurut pendapatmu, pohon apakah yang bertambah banyak lebih cepat? Pohon jeruk atau pohon pinus. Tunjukkan perhitunganmu.

**Gambar 2.3. Soal Pemecahan Masalah yang Akan Digunakan dalam Penelitian**

Proses mendeskripsikan, mengidentifikasi, mengklasifikasikan dan menjenjangkan kemampuan penalaran aljabar dengan berpedoman pada kerangka kerja level penalaran aljabar, dalam penelitian ini disebut sebagai proses pelevelan penalaran aljabar berdasarkan Taksonomi SOLO.