

哈尔滨工程大学

课 程 设 计

课程名称：

研究生《数值计算》

任课教师：

--

学 号：

--

姓 名：

--

完成时间：

--

题目 1：插值（20 分）

美国的人口普查每 10 年举行一次，下表列出了从 1960 年到 2020 年的人口(按千人计)。

年	1960 年	1970 年	1980 年	1990 年	2000 年	2010 年	2020 年
人口(千)	180 671	205 052	227 225	249 623	282 162	309 327	329 484

(1) 用适当 Lagrange 插值法分别求在 1950 年、2005 年和 2030 年人口的近似值。

(2) 1950 年的人口大约是 151326（千人），你认为你得到的 2005 年（据查 295,516 千人）和 2030 年（预测）的人口数字精确度如何？

(3) 用适当 Newton 插值法重做（1）和（2）。

(4) 使用适当自由三次样条插值法重做（1）和（2）。

题目 2：拟合（20 分）

生物学家 L.Schroeder Schr1 在研究天蛾幼虫的生长时采用了下面的数据确定 w (活幼虫的重量，以克计算)和 R (幼虫消耗的氧气，以毫升/小时计算)之间的关系 $R = bw^a$ 。

w	R	w	R	w	R	w	R	w	R
0.017	0.154	0.174	0.363	1.29	0.87	3.04	3.59	4.83	4.66
0.020	0.181	0.210	0.428	1.32	1.15	3.34	2.83	5.30	3.88
0.025	0.234	0.211	0.366	1.35	2.48	4.09	3.58	5.45	3.52
0.085	0.260	0.233	0.537	1.69	1.44	4.28	3.28	5.48	4.15
0.087	0.296	0.783	1.47	1.74	2.23	4.29	3.40	5.53	6.94
0.119	0.299	0.999	0.771	2.75	1.84	4.58	2.96	5.96	2.40
0.171	0.334	1.11	0.531	3.02	2.01	4.68	5.10		

- (1) 利用对数最小二乘方程 $\ln R = \ln b + a \ln w$ 拟合，确定参数 a, b 。
- (2) 计算（1）中的平方误差。
- (3) 修改（1）中的对数最小二乘方程 $\ln R = \ln b + a \ln w + c(\ln w)^2$ ，确定参数 a, b, c 。

(4) 计算 (3) 中的平方误差。

题目 3: 非线性方程求根与数值积分综合 (20 分)

求非线性方程 $\int_0^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 0.45$ 中的 x 时, 令

$$f(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt - 0.45$$

若利用 Newton 迭代格式, 需要用到计算各迭代节点的积分值 $\int_0^{x_k} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$.

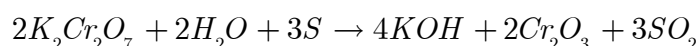
(1) 用 Romberg 求积计算迭代所需要的各项积分值;

(2) 用 Gauss-legendre 三点公式计算迭代所需要的各项积分值;

(3) 取初值 $x_0 = 0.5$, 选取 (1) 或 (2) 的各节点积分值, 用 Newton 迭代法求得该非线性方程的根.

题目 4: 常微分方程初值问题 (20 分)

2 个分子的固态重铬酸钾($K_2Cr_2O_7$)、2 个分子的水(H_2O)和 3 个原子的固态硫磺(S)结合生成 3 个分子的气态二氧化硫(SO_2)、4 个分子的固态氢氧化钾(KOH)和 2 个分子的固态氧化铬(Cr_2O_3). 此不可逆的化学反应可以由计量方程式符号化地表示为



如果 n_1 个分子的 $K_2Cr_2O_7$ 、 n_2 个分子的 H_2O 和 n_3 个分子的 S 最初是可以得到的, 下述的微分方程描述了在 t 时间后 KOH 的数量 $x(t)$

$$\frac{dx}{dt} = k(n_1 - \frac{x}{2})^2(n_2 - \frac{x}{2})(n_3 - \frac{3x}{4})^3$$

其中, k 是反应的速度常数.

如果 $k = 6.22 \times 10^{-19}$, $n_1 = n_2 = 2 \times 10^3$, $n_3 = 3 \times 10^3$, 则在 $0.2s$ 后将形成多少单位的氢氧化钾?

以上 4 个具体大作业题目的作答应包含以下部分 (不限)

- ① 摘要（问题描述）；
- ② 数学原理（格式规范，公式必须使用 Mathtype 输入）；
- ③ 程序设计（必须对输入变量、输出变量进行说明；编程无语言要求，但程序要求通过）；
- ④ 结果分析（对结果要求有具体分析）；
- ⑤ 完成题目的体会与收获.

题目 5：课程思政案例（20 分）

在本学期的研究生《数值计算》学位课程学习中，主要包含数值逼近、数值代数和常微分方程初值问题等具体内容，请写出一个在自己研究经历中的能够包含上述数值计算内容或思想的应用思政案例.

完整的应用思政案例应包括以下框架（不限）：

- ① 摘要（应包含问题背景，问题来源等信息（勿包含涉密信息））；
- ② 数学模型或方程（包含完整的信息模型或者方程）；
- ③ 数值求解（编程无语言要求，但程序要求通过）；
- ④ 结果分析（对结果要求有具体分析）；
- ⑤ 具体应用方向；
- ⑥ 课程内容相关学习心得或思政元素等.

大作业要求

- 1. 使用统一封皮；
- 2. 提交大作业的时间：截止到考完试后的第二周周六（11 月 5 日），过期不计入成绩；
- 3. 提交方式：（1）打印纸质版 1 份，按照五个题目的要求整理，无需将源码附在附录中，由班长收齐交给任课老师；（2）同时将 word 电子版及程序源码打包发给任课教师指定邮箱，打包文件名及邮件主题命名必须是“学号（S 大写）+ 姓名”。