

Hochpass, Tiefpass, Schwingkreis

In dieser Übung untersuchen Sie das Verhalten von einfachen passiven linearen Netzwerken wie Hochpass, Tiefpass und Schwingkreis im Wechselstromkreis.

Aufgabenstellung

1. Untersuchung des Frequenzverhaltens eines CR-Hochpasses
 - 1.1 Aufnahme des Bodediagramms
 - 1.2 Option: Aufnahme der Sprungantwort
 - 1.3 Option: Hochpass als Differenzierglied
2. Untersuchung des Frequenzverhaltens eines RC-Tiefpasses
 - 2.1 Aufnahme des Bodediagramms
 - 2.2 Option: Aufnahme der Sprungantwort
 - 2.3 Option: Tiefpass als Integrierglied
3. Untersuchung des Schwingverhaltens eines RLC-Parallelschwingkreises
 - 3.1 Aufnahme der Sprungantwort
4. Untersuchung des Frequenzverhaltens eines RLC-Serienschwingkreises
 - 4.1 Aufnahme der Resonanzkurve
 - 4.1.1 für den Dämpfungswiderstand R_{2A}
 - 4.1.2 Option: für R_{2B}
 - 4.2 Option: Maximale Spannungsüberhöhung

Hinweise

Die Außenleiter (Schirmung) der BNC-Eingangsbuchsen eines Oszilloskops sind in der Regel intern miteinander und mit der Schutz Erde des Netzanschlusses verbunden. Dies gilt auch für BNC-Buchsen eines Funktionsgenerators. In den Schaltbildern ist dies durch strichpunktierte Linien und dem Erdungszeichen PE gekennzeichnet. Das Bezugspotential der Schaltungen – jenes mit dem Symbol 0V – ist mit PE zu verbinden.

Verwenden Sie für die Signalübertragung zwischen Steckbrett, Oszilloskop und Funktionsgenerator BNC-Kabel. Dadurch wird das Bezugspotential in der Schaltung automatisch richtig platziert.

Die mit dem Oszilloskop zu messenden Größen sollen als „single-shot“ gespeichert und über die USB-Schnittstelle als ASCII-Datenfile (.csv) in ein Speichermedium (USB-Stick) übertragen werden. Die Auswertung soll mit einem geeigneten Programm (z. Bsp. „Excel“ oder „QtiPlot“) erfolgen.

Fall erforderlich oder auch nur für Dokumentationszwecke kann ein „screen-shot“ der gespeicherten Messung angefertigt und in gleicher Weise als Bild (.bmp oder .png) in ein Speichermedium übertragen werden.

Stellen Sie das **Abschwächungsverhältnis** für alle Kanäle auf **1:1**! Der Scheitelwert der verwendeten Signale entspricht dem halben „Spitze-Spitze-Wert“.

Die in der Aufgabenstellung als Option gekennzeichneten Übungen können auf freiwilliger Basis **nach** Absolvierung der geforderten Untersuchungen durchgeführt werden.

Bauteile und Steckbrett

Für den Aufbau der Schaltung wird das Steckbrett in Abbildung 1 verwendet.

Jeweils fünf Kontakte der Steckermatrix sind als Gruppe vertikal miteinander verbunden (**hellblaue** Linien) jedoch horizontal voneinander isoliert. Der Schaltungsaufbau erfolgt durch elektrische Verbindung dieser Gruppen.

Die **rote**, **schwarze** und **grüne** 4mm-Buchse ist mit einem horizontalen Segment (**rote**, **schwarze** und **grüne** Linien) verbunden.

Die Signalübertragung zum und vom Steckbrett erfolgt über die drei BNC-Buchsen. Die Innenleiter (Signalleiter) der BNC-Buchsen sind als langes Kabel mit Steckkontakt ausgeführt. Die Außenleiter (Schirmung) der BNC-Buchsen sind mit der **grünen** 4mm-Laborbuchse und dadurch mit den beiden inneren **grün** gekennzeichneten horizontalen Segmenten verbunden. Diese haben das Bezugspotential 0V der Schaltungen. Sie erhalten eine Box, in der sich neben einigen der unten angeführten Bauteile weitere Utensilien zur Durchführung des Versuches befinden.

Widerstände: $R1 = 2.7\text{k}\Omega / 3.3\text{k}\Omega / 3.9\text{k}\Omega \pm 5\%$

$R2A = 15\Omega / 22\Omega / 33\Omega \pm 5\%$, $R2B = 47\Omega / 68\Omega \pm 5\%$

$R3 = 4.7\text{k}\Omega \pm 5\%$

Kapazität: $C = 100\text{nF} \pm 10\%$

Induktivität: $L = 10\text{mH} \pm 10\%$

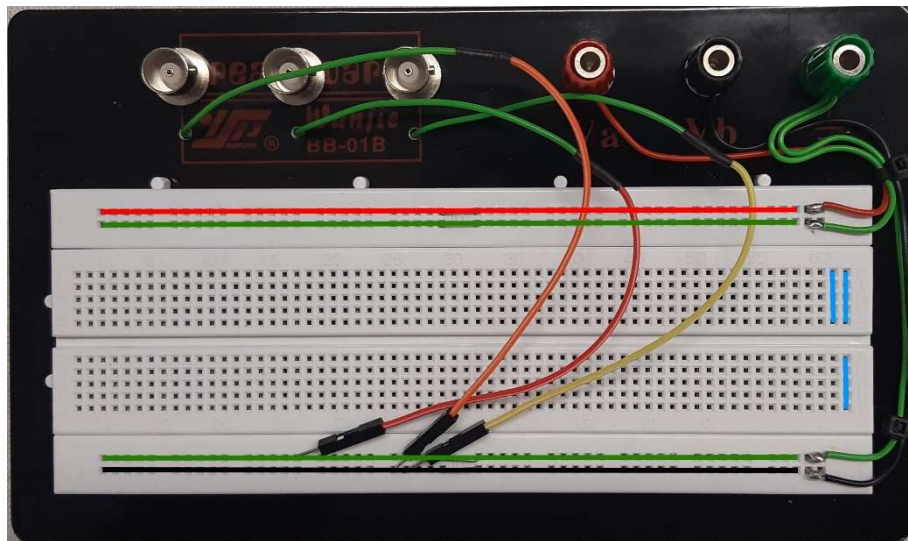


Abbildung 1: Steckbrett mit BNC- und 4mm-Buchsen

Danksagung

Ich danke Herrn assoz. Univ.-Prof. Dr. Andreas Hohenau für die Vorschläge und kritische Diskussion dieses Übungsbeispiels.

Versuchsanleitung

zu 1. Untersuchung des Frequenzverhaltens eines CR-Hochpasses

Ein Hochpass ist ein Filter, welches Signale mit Frequenzen oberhalb seiner Grenzfrequenz annähernd ungeschwächt passieren lässt, jene mit Frequenzen unterhalb dieser jedoch unterdrückt. In seiner einfachsten Ausführung als Hochpass erster Ordnung kann er in der Elektronik als Serienschaltung sowohl eines Kondensators mit einem Widerstand (CR-Hochpass) als auch eines Widerstandes mit einer Spule (RL-Hochpass) realisiert werden. Da die für den hier interessierenden Frequenzbereich benötigte Induktivität etwas voluminöser ausfallen würde, beschränkt sich dieser Versuch auf die Verwendung eines CR-Gliedes.

In diesem Versuch ermitteln Sie das Frequenzverhalten eines Hochpasses 1. Ordnung durch Aufnahme des Bodediagramms. Weiters untersuchen Sie die Sprungantwort des Filters auf Speisung mit einem rechteckförmigen Eingangssignal und versuchen, die differenzierenden Eigenschaften des Hochpasses zu erfassen.

Bestimmen Sie die Werte der Ihnen ausgehändigten Bauteile und berechnen Sie die Grenzfrequenz f_G des Filters. Im Zuge der Auswertung berechnen Sie für diese Bauteilwerte auch das Bodediagramm – siehe Grundlagen.

Durchführung: Aufbau gemäß Abbildung 2.

Als Signalquelle dient der 50Ω - Ausgang des im Oszilloskop *DSO-X2004A* integrierten Funktionsgenerators *WAVEGEN*. Schließen Sie die beiden Messkanäle CH1 und CH2 des Oszilloskops wie in Abbildung 2 gezeigt an die zu untersuchende Schaltung.

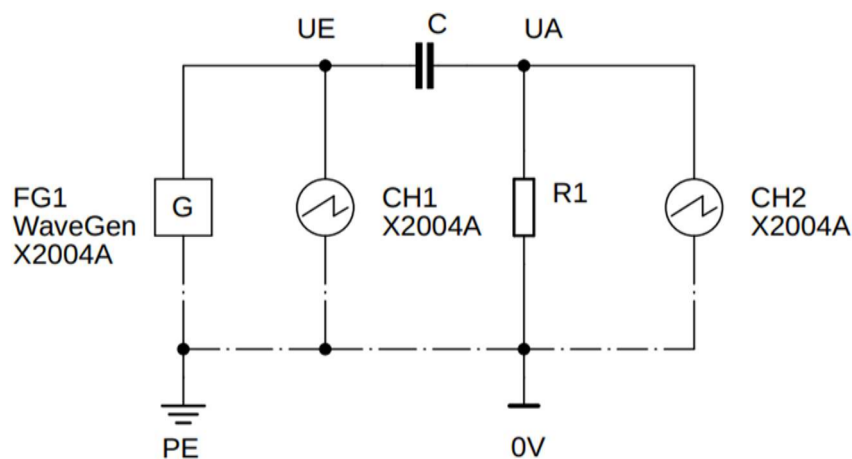


Abbildung 2: CR-Hochpass

1.1 Aufnahme des Bodediagramms

Für die Darstellung des Amplitudengangs im Bodediagramm benötigen Sie das Verhältnis von Eingangssignal $UE = CH1$ zu Ausgangssignal $UA = CH2$ und die Signalfrequenz f , für den Phasengang neben der Signalfrequenz f den Phasenwinkel φ_{EA} zwischen UE und UA . Verwenden Sie die „measure“-Funktionen des Oszilloskops, um diese Werte am Gerät numerisch anzuzeigen. Die Anzeige der Spannungen als „Spitze-Spitze-Wert“ wird empfohlen.

Der interessierende Frequenzbereich orientiert sich an der berechneten Grenzfrequenz f_G und

erstreckt sich über mindestens jeweils eine Dekade ober- und unterhalb dieser Kenngröße. Erweitern Sie diese Bereiche bis zur nächsten Zehnerstelle und legen Sie insgesamt ca. 20 Frequenzen als Messpunkte fest. **Berücksichtigen Sie in Ihrer Einteilung die Besonderheiten der logarithmischen Darstellung der Frequenzachse (siehe Abbildung 19).**

Wählen Sie für die Messung einen symmetrischen, sinusförmigen Verlauf der Generatorspannung (ohne Gleichspannungsanteil = dc-Offset = 0V) mit ca. $2V_{SS}$ („Spitze-Spitze-Wert“, nach aktueller Normung in DIN 5483-1:1983 als „Spitze-Tal-Wert“ bezeichnet).

Nehmen Sie die zur Darstellung des Bodediagramms benötigten Größen UE, UA, φ_{EA} in Abhängigkeit von f auf.

Gesucht: Grafische Darstellung des Bodediagramms des Hochpasses (Amplitudengang doppelt logarithmisch, Phasengang einfach logarithmisch) mit charakteristischen Größen, Vergleich des „gemessenen“ mit dem „berechneten“ Bodediagramm.

1.2 Aufnahme der Sprungantwort

Für die Darstellung der Sprungantwort beaufschlagen Sie den Eingang des Hochpasses mit einem sich sprunghaft ändernden Spannungssignal. Mit dem Oszilloskop stellen Sie neben dem zeitlichen Verlauf des Eingangssignals auch das Signal am Ausgang des Filters dar.

Wählen Sie für die Messung einen symmetrischen, rechteckförmigen Verlauf der Generatorspannung (dc-Offset = 0V) mit ca. $2V_{SS}$ und einer Frequenz von ca. einem Fünftel der Grenzfrequenz des verwendeten Hochpasses.

Nehmen Sie die zur Darstellung der Sprungantwort benötigten Größen UE und UA auf. Betreiben Sie dazu das Oszilloskop im „single-shot“-Modus und speichern Sie Ihre Messung als Bild ab.

Verringern Sie die Frequenz des Eingangssignales auf ein Fünfzigstel der Grenzfrequenz bei gleichbleibender Amplitude und wiederholen Sie die Messung. Passen Sie die Einstellungen am Oszilloskop für Vertikal- und Horizontalablenkung entsprechend an.

Gesucht: Grafische Darstellung und Kommentierung der Sprungantworten des Hochpasses bei verschiedenen Frequenzen des Eingangssignals.

1.3 Hochpass als Differenzierglied

Zur Überprüfung der differenzierenden Eigenschaften des Hochpasses ändern Sie die Form des symmetrischen Eingangssignals von rechteck- auf dreieckförmig bei gleichbleibender Amplitude bzw. Frequenz und wiederholen Sie die Messung bei Anpassung der Einstellungen am Oszilloskop.

Gesucht: Grafische Darstellung und Kommentierung des differenzierten Eingangssignals. Berechnung der Kapazität des Kondensators anhand der Ergebnisse der Messungen am Hochpass als Differenzierglied.

zu 2. Untersuchung des Frequenzverhaltens eines RC-Tiefpasses

Ein Tiefpass ist ein Filter, welches Signale mit Frequenzen unterhalb seiner Grenzfrequenz annähernd ungeschwächt passieren lässt, jene mit Frequenzen oberhalb dieser jedoch unterdrückt. In seiner einfachsten Ausführung als Tiefpass erster Ordnung kann er in der Elektronik als Serienschaltung sowohl eines Widerstandes mit einem Kondensator (RC-Tiefpass) als auch einer Spule mit einem Widerstand (LR-Tiefpass) realisiert werden. Da die für den hier interessierenden Frequenzbereich benötigte Induktivität etwas voluminöser ausfallen würde, beschränkt sich dieser Versuch auf die Verwendung eines RC-Gliedes.

In diesem Versuch ermitteln Sie das Frequenzverhalten eines Tiefpasses 1. Ordnung durch Aufnahme des Bodediagramms. Weiters untersuchen Sie die Sprungantwort des Filters auf Speisung mit einem rechteckförmigen Eingangssignal und versuchen, die integrierenden Eigenschaften des Tiefpasses zu erfassen.

Arbeiten Sie mit den für die Übung 1 ausgehändigten Bauteilen und berechnen Sie die Grenzfrequenz f_G des Filters. Im Zuge der Auswertung berechnen Sie für diese Bauteilwerte auch das Bodediagramm – siehe Grundlagen.

Durchführung: Aufbau gemäß Abbildung 3.

Als Signalquelle dient der 50Ω - Ausgang des im Oszilloskop *DSO-X2004A* integrierten Funktionsgenerators *WAVEGEN*. Schließen Sie die beiden Messkanäle CH1 und CH2 des Oszilloskops wie in Abbildung 3 gezeigt an die zu untersuchende Schaltung.

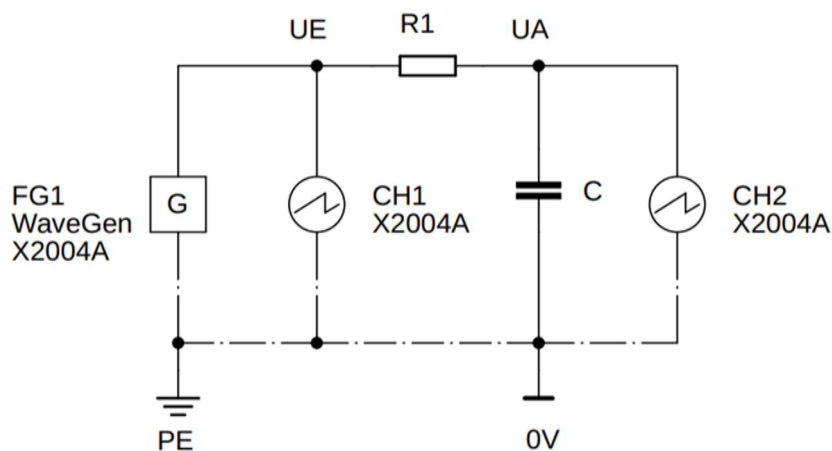


Abbildung 3: RC-Tiefpass

2.1 Aufnahme des Bodediagramms

Für die Darstellung des Amplitudengangs im Bodediagramm benötigen Sie das Verhältnis von Eingangssignal $UE = CH1$ zu Ausgangssignal $UA = CH2$ und die Signalfrequenz f , für den Phasengang neben der Signalfrequenz f den Phasenwinkel φ_{EA} zwischen UE und UA . Verwenden Sie die „measure“-Funktionen des Oszilloskops, um diese Werte am Gerät numerisch anzuzeigen. Die Anzeige der Spannungen als „Spitze-Spitze-Wert“ wird empfohlen.

Der interessierende Frequenzbereich orientiert sich an der berechneten Grenzfrequenz und erstreckt sich über mindestens jeweils eine Dekade ober- und unterhalb dieser Kenngröße. Erweitern Sie diese Bereiche bis zur nächsten Zehnerstelle und legen Sie insgesamt ca. 20

Frequenzen als Messpunkte fest. **Berücksichtigen Sie in Ihrer Einteilung die Besonderheiten der logarithmischen Darstellung der Frequenzachse (siehe Abbildung 19).**

Wählen Sie für die Messung einen symmetrischen, sinusförmigen Verlauf der Generatorspannung (dc-Offset = 0V) mit ca. $2V_{SS}$.

Nehmen Sie die zur Darstellung des Bodediagramms benötigten Größen U_E , U_A , φ_{EA} in Abhängigkeit von f auf.

Gesucht: Grafische Darstellung des Bodediagramms des Tiefpasses (Amplitudengang doppelt logarithmisch, Phasengang einfach logarithmisch) mit charakteristischen Größen, Vergleich des „gemessenen“ mit dem „berechneten“ Bodediagramm.

2.2 Aufnahme der Sprungantwort

Für die Darstellung der Sprungantwort beaufschlagen Sie den Eingang des Tiefpasses mit einem sich sprunghaft ändernden Spannungssignal. Mit dem Oszilloskop stellen Sie neben dem zeitlichen Verlauf des Eingangssignals auch das Signal am Ausgang des Filters dar.

Wählen Sie für die Messung einen symmetrischen, rechteckförmigen Verlauf der Generatorspannung (dc-Offset = 0V) mit ca. $2V_{SS}$ und einer Frequenz von ca. einem Fünftel der Grenzfrequenz des verwendeten Tiefpasses.

Nehmen Sie die zur Darstellung der Sprungantwort benötigten Größen U_E und U_A auf. Betreiben Sie dazu das Oszilloskop im „single-shot“-Modus und speichern Sie Ihre Messung als Bild ab.

Gesucht: Grafische Darstellung und Kommentierung der Sprungantwort des Tiefpasses.

2.3 Tiefpass als Integrierglied

Zur Überprüfung der integrierenden Eigenschaften des Tiefpasses erhöhen Sie die Frequenz des Eingangssignales auf das Zehnfache der Grenzfrequenz bei gleichbleibender Amplitude und wiederholen Sie die Messung bei Anpassung der Einstellungen für Vertikal- und Horizontalablenkung am Oszilloskop.

Für eine weitere Messung ändern Sie die Form des symmetrischen Eingangssignals von rechteck- auf sinusförmig bei gleichbleibender Amplitude und Frequenz.

Gesucht: Grafische Darstellung und Kommentierung der integrierten Eingangssignale. Berechnung der Kapazität des Kondensators anhand der Ergebnisse der Messungen am Tiefpass als Integrierglied.

zu 3. Untersuchung des Schwingverhaltens eines RLC-Parallelschwingkreises

Da ein RLC-Parallelschwingkreis von den Strömen, die in den parallelen Zweigen fließen, beeinflusst wird, ist es zweckmäßig, für die Fremdanregung eine Stromquelle zu verwenden. Die im allgemeinen vorhandenen Signalgeneratoren sind meist als Spannungsquelle ausgeführt. Deren niedriger Ausgangswiderstand belastet den Parallelschwingkreis so stark, dass keine erkennbare Stromresonanz entsteht. Durch die Verwendung eines hochohmigen Widerstandes R_3 in Serie zum Funktionsgenerator verhält sich dieser annähernd wie eine Stromquelle.

In diesem Versuch ermitteln Sie das Schwingverhalten eines RLC-Parallelschwingkreises durch Aufnahme der Sprungantwort. Anhand Ihrer Messungen berechnen Sie die Dämpfung als Kenngröße dieser Schaltung.

Berechnen Sie mit den Werten der ausgehändigten Bauteile die Resonanzfrequenz f_0 des Parallelschwingkreises.

Durchführung: Aufbau gemäß Abbildung 4.

Als Signalquelle dient der 50Ω - Ausgang des im Oszilloskop *DSO-X2004A* integrierten Funktionsgenerators *WAVEGEN*. Schließen Sie die beiden Messkanäle CH1 und CH2 des Oszilloskops wie in Abbildung 4 gezeigt an die zu untersuchende Schaltung.

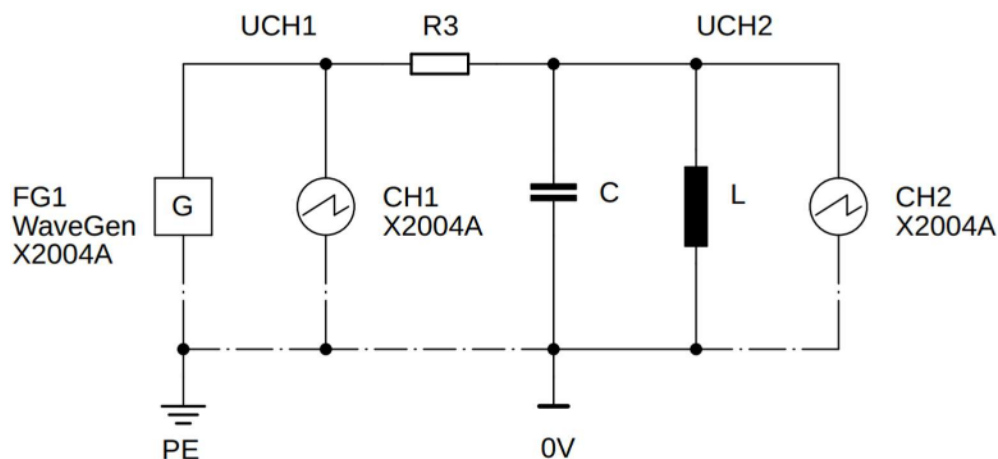


Abbildung 4: RLC-Parallelschwingkreis

3.1 Aufnahme der Sprungantwort

Für die Darstellung der Sprungantwort beaufschlagen Sie den Parallelschwingkreis mit einem sich sprunghaft ändernden Stromsignal. Mit dem Oszilloskop stellen Sie neben dem zeitlichen Verlauf des vom Funktionsgenerator erzeugten Spannungssignals auch das Spannungssignal an den parallelen Komponenten des Schwingkreises dar.

Wählen Sie für die Messung einen symmetrischen, rechteckförmigen Verlauf der Generatorspannung (dc-Offset = 0V) mit ca. $2V_{SS}$ und einer Frequenz von ca. einem Fünzigstel der Resonanzfrequenz f_0 .

Nehmen Sie die zur Darstellung der Sprungantwort benötigten Größen U_{CH1} und U_{CH2} auf. Verwenden Sie die Rechenfunktion des Oszilloskops für die Berechnung des Spannungsabfalls am Widerstand ($U_{CH1} - U_{CH2}$) und stellen Sie dessen zeitlichen Verlauf am Oszilloskop dar. Betreiben Sie das Oszilloskop im „single-shot“-Modus und speichern Sie Ihre

Messung sowohl als Bild als auch als ASCII-Datensatz ab.

Gesucht: Grafische Darstellung der Sprungantwort des Parallelschwingkreises. Messen Sie die Periodendauer der Sprungantwort und vergleichen Sie sie mit der berechneten. Grafische Darstellung und Interpretation des zeitlichen Verlaufes der Stromaufnahme des Schwingkreises $i = (u_{CH1} - u_{CH2})/R_3$. Berechnen Sie Dämpfung bzw. Güte des Schwingkreises anhand des logarithmischen Dekrements und vergleichen Sie die Werte mit jenen, die Sie anhand der Bauteilwerte berechnet haben. Kommentieren Sie die Ergebnisse mit Bezug auf eventuell auftretende Abweichungen.

zu 4. Untersuchung des Frequenzverhaltens eines RLC-Serienschwingkreises

Für die Fremdanregung eines RLC-Serienschwingkreises wird eine Spannungsquelle verwendet. Die vorhandenen Signalgeneratoren besitzen einen niedrigen Ausgangswiderstand, sodass diese unmittelbar für diesen Versuch einsetzbar sind.

In diesem Versuch ermitteln Sie das Frequenzverhalten eines RLC-Serienschwingkreises durch Aufnahme der Amplituden- und Phasenverläufe der Spannungen an den verwendeten Bauteilen. Sie werten Ihre Messungen grafisch aus und berechnen die Güte als Kenngröße dieser Schaltung.

Berechnen Sie mit den Werten der ausgehändigten Bauteile die Resonanzfrequenz f_0 des Serienschwingkreises.

Durchführung: Aufbau gemäß Abbildung 5

Als Signalquelle dient der 50Ω - Ausgang des im Oszilloskop *DSO-X2004A* integrierten Funktionsgenerators *WAVEGEN*. Schließen Sie die Messkanäle CH1, CH2 und CH3 des Oszilloskops wie in Abbildung 5 gezeigt an die zu untersuchende Schaltung.

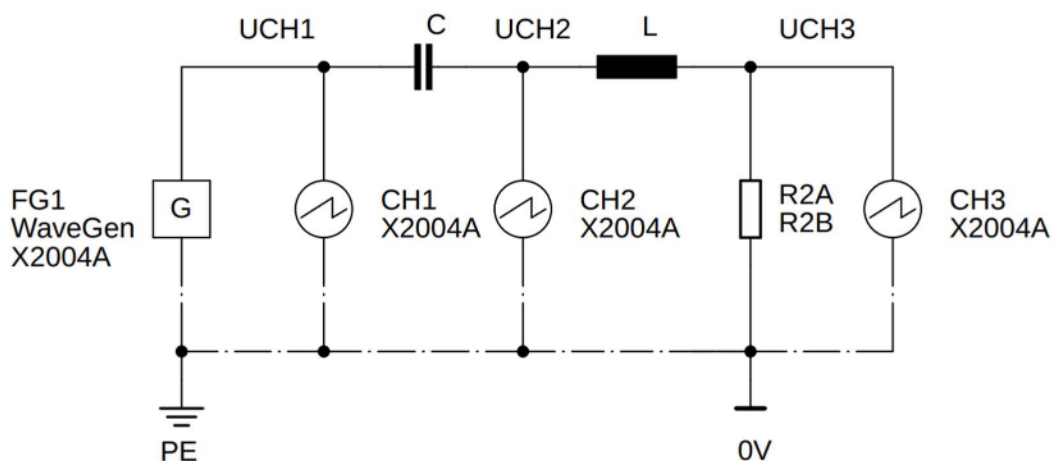


Abbildung 5: RLC-Serienschwingkreis

4.1 Aufnahme der Resonanzkurve

In diesem Versuch sollen neben den Amplitudengängen der Spannungen an den drei Bauteilen R, L und C auch der Phasengang des Stromes im Serienschwingkreis ermittelt werden. Da es für das Oszilloskop nur einen Bezugspunkt ($PE = 0V$) gibt, können bei Beschaltung nach Abbildung 5 nur die Eingangsspannung $U_E = U_{CH1}$ und die Spannung am Widerstand R mit $U_R = U_{CH3}$ direkt gemessen werden. Die beiden verbleibenden interessierenden Spannungsabfälle U_C am Kondensator C sowie U_L an der Spule L werden durch Subtraktion gebildet:

$$U_C = U_{CH1} - U_{CH2} \quad \text{und} \quad U_L = U_{CH2} - U_{CH3}$$

Dies kann durch die Verwendung der mathematischen Funktionen des Oszilloskops und einer zeitkontinuierlichen Darstellung am Bildschirm derselben erfolgen.

Die interessierenden Größen sind neben den Spannungen an den Bauteilen die Phasenverschiebung φ_{UI} des Stromes I zur Eingangsspannung U_E in Abhängigkeit von der Signalfrequenz f . Die Messung der Phasenverschiebung kann zwischen den Spannungen U_E

und UR durchgeführt werden, da der ohmsche Widerstand im Wechselspannungsnetz keine Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung bewirkt und somit der zeitliche Verlauf der Spannung jenem des Stromes entspricht. Der proportionale Zusammenhang zwischen diesen Größen ist über das ohmsche Gesetz definiert.

Verwenden Sie die „measure“-Funktionen des Oszilloskops, um diese Werte am Gerät numerisch anzuzeigen. Die Anzeige der Spannungen als „Spitze-Spitze-Wert“ wird empfohlen.

Der interessierende Frequenzbereich orientiert sich an der berechneten Resonanzfrequenz f_0 und erstreckt sich über mindestens jeweils eine Dekade ober- und unterhalb dieser Kenngröße. Erweitern Sie diese Bereiche bis zur nächsten Zehnerstelle und legen Sie insgesamt ca. 20 Frequenzen als Messpunkte fest. Berücksichtigen Sie in Ihrer Einteilung die Besonderheiten der logarithmischen Darstellung der Frequenzachse.

Wählen Sie für die Messung einen symmetrischen, sinusförmigen Verlauf der Generatorspannung (dc-Offset = 0V) mit ca. $2V_{SS}$. Da der Gesamtwiderstand des Schwingkreises frequenzabhängig ist und den Ausgang des Frequenzgenerators belastet, wird die Spannung UE im Zuge dieses Versuches nicht konstant bleiben. Um die Spannung zwischen den einzelnen Messpunkten nicht ständig neu einstellen zu müssen, werden in der Auswertung alle Spannungen relativ zur vorherrschenden Eingangsspannung angegeben.

Die Anzahl der am Oszilloskop darstellbaren numerischen Werte ist auf vier begrenzt. Da auch immer nur eine mathematische Funktion $f(t)$ darstellbar ist, wird die Messung in zwei Schritten durchgeführt. Im ersten Durchgang empfiehlt sich Aufnahme von UE, UC gerechnet als $f(t)$, UR und f, im zweiten Durchgang die Größen UE, UL gerechnet als $f(t)$, φ_{UI} und wiederum f als Führungsgröße. Da die Amplitude der Eingangsspannung UE für die Auswertung essenziell ist, wird sie zur Kontrolle in beiden Messzyklen aufgenommen.

4.1.1 Aufnahme der Resonanzkurve für R2A

Nehmen Sie die zur Darstellung der Amplitudengänge und des Phasenganges benötigten Größen UE, UC, UL, UR und φ_{UI} in Abhängigkeit von f mit dem Dämpfungswiderstand R2A auf.

4.1.2 Aufnahme der Resonanzkurve für R2B

Tauschen Sie den Dämpfungswiderstand R2A gegen R2B aus. Nehmen Sie die zur Darstellung der Amplitudengänge und des Phasenganges benötigten Größen UE, UC, UL, UR und φ_{UI} in Abhängigkeit von f mit dem Dämpfungswiderstand R2B auf. Verwenden Sie die gleichen Frequenzen als Messpunkte wie unter 4.1.1.

Gesucht: Für R2A und R2B: Grafische Darstellung des Amplitudengänge der Spannungen an den Bauteilen und des Phasenganges des Stromes zur Eingangsspannung (Amplitudengang doppelt logarithmisch, Phasengang einfach logarithmisch), Darstellung des Verlaufes der Impedanzen R_{2x} , X_L , X_C und Z_{ges} über die Frequenz (doppelt logarithmisch). Berechnung der Güte des Schwingkreises. Vergleich von „gemessenen“ und „berechneten“ Kurvenverläufen, Kommentierung der Ergebnisse mit Bezug auf eventuell auftretende Abweichungen.

4.2 Maximale Spannungsüberhöhung

Bei einem reellen Serienschwingkreis finden die maximalen Spannungsüberhöhungen an den beiden Blindwiderständen bei unterschiedlichen Signalfrequenzen statt und fallen auch nicht mit der Resonanzfrequenz f_0 zusammen. In diesem Versuch sollen diese Frequenzen f_C und f_L bestimmt werden.

4.2.1 Aufnahme der maximalen Spannungsüberhöhung am Kondensator

Dazu muss die Spannung am Kondensator C in Abhängigkeit von der Signalfrequenz gemessen werden, was im Prinzip schon bei der Übung 4.1 getan wurde. Da der interessierende Frequenzbereich im Vergleich zum bisher verwendeten recht klein ist, wird er nach rechnerischer Abschätzung mit höherer Auflösung der Signalfrequenzen neu vermessen. Die Auswirkungen des Einbruchs der Signalspannung auf Grund der veränderlichen Gesamtimpedanz des Schwingkreises können bei dieser Aufgabe nur durch manuelles Nachregeln der Amplitude kompensiert werden, und nicht – wie in den vorangegangenen Übungen – durch den Bezug der Kondensatorspannung auf die Signalspannung. Die Rechenfunktionen des Oszilloskops berücksichtigen die zeitlichen Signalverläufe, womit sich nicht definierte Stellen ergeben (Division durch null).

Durchführung: Aufbau gemäß Abbildung 6. Verwenden Sie den Dämpfungswiderstand R_{2B} der letzten Übung. Sie können den Versuchsaufbau der vorhergehenden Übung direkt übernehmen. Berechnen Sie mit den Werten der verwendeten Bauteile die zu erwartende Frequenz f_C aus (40) und legen Sie den interessierenden Frequenzbereich fest ($0,95f_C < f_C < 1,05f_C$).

Als Signalquelle dient der 50Ω - Ausgang des im Oszilloskop *DSO-X2004A* integrierten Funktionsgenerators *WAVEGEN*. Schließen Sie die Messkanäle CH1, CH2 und CH3 des Oszilloskops wie in Abbildung 6 gezeigt an die zu untersuchende Schaltung.

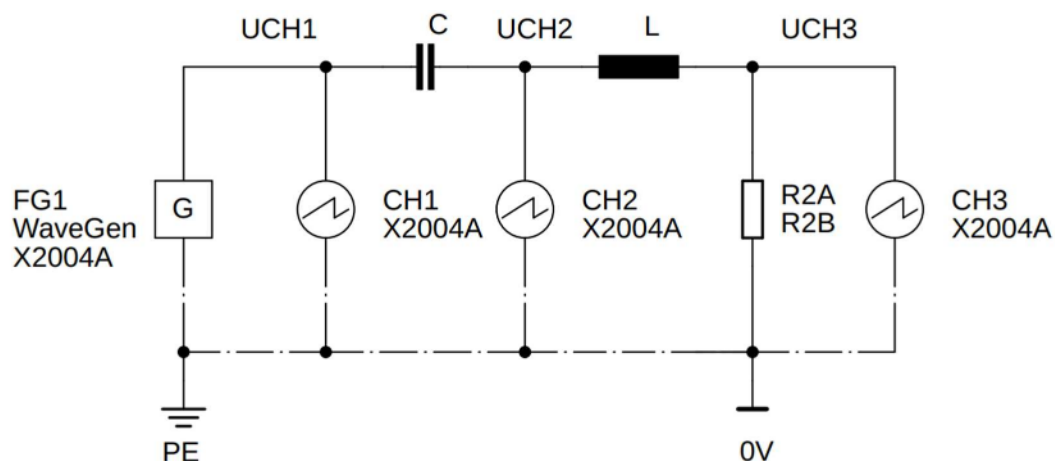


Abbildung 6: maximale Spannungsüberhöhung am Kondensator

Die benötigte Spannung $U_E = U_{CH1}$ wird direkt gemessen, die Spannung am Kondensator U_C wird mit Hilfe der mathematischen Funktionen des Oszilloskops aus der Differenz von U_{CH1} und U_{CH2} berechnet und deren zeitlicher Verlauf dargestellt. Zeigen Sie die Spitze-Spitze-Werte von U_E und U_C (Kanal „Math.: $f(t)$ “) numerisch am Bildschirm an. Wählen Sie

für die Messung einen symmetrischen, sinusförmigen Verlauf der Generatorspannung (dc-Offset = 0V) mit ca. $2V_{SS}$.

Stellen Sie die Resonanzfrequenz f_R , bei der die Phase φ gleich null ist, ein. Verringern Sie die Frequenz von UE und Sie werden feststellen, dass UC größer wird. Allerdings verändert sich aufgrund der Frequenzabhängigkeit des Gesamtwiderstandes der Schaltung und der daraus resultierenden „Überlastung“ des Signalgenerators auch die Amplitude von UE. Regeln Sie die Amplitude von UE am Signalgenerator nach, sodass diese wieder den Wert bei f_R aufweist. Suchen Sie auf diese Weise das Maximum von UC.

Gesucht: Frequenz f_C , bei der das Verhältnis von UC zu UE maximal wird. Vergleich von „gemessenen“ und „berechneten“ Werten, Kommentierung der Ergebnisse mit Bezug auf eventuell auftretende Abweichungen.

4.2.2 Aufnahme der maximalen Spannungsüberhöhung an der Spule

Die in 4.2.1 angeführten Überlegungen gelten mit geringfügigen Anpassungen auch für diese Übung. Berechnen Sie mit den Werten der verwendeten Bauteile die zu erwartende Frequenz f_L aus (44) und legen Sie den interessierenden Frequenzbereich fest ($0,95f_L < f_L < 1,05f_L$).

Durchführung: Aufbau gemäß Abbildung 7. Übernehmen Sie die Einstellungen aus der vorherigen Übung. Berechnen Sie U_L mit „Math.: $f(t)=CH2-CH3$ “ und zeigen Sie die Spitze-Spitze-Werte von UE und U_L am Bildschirm numerisch an.

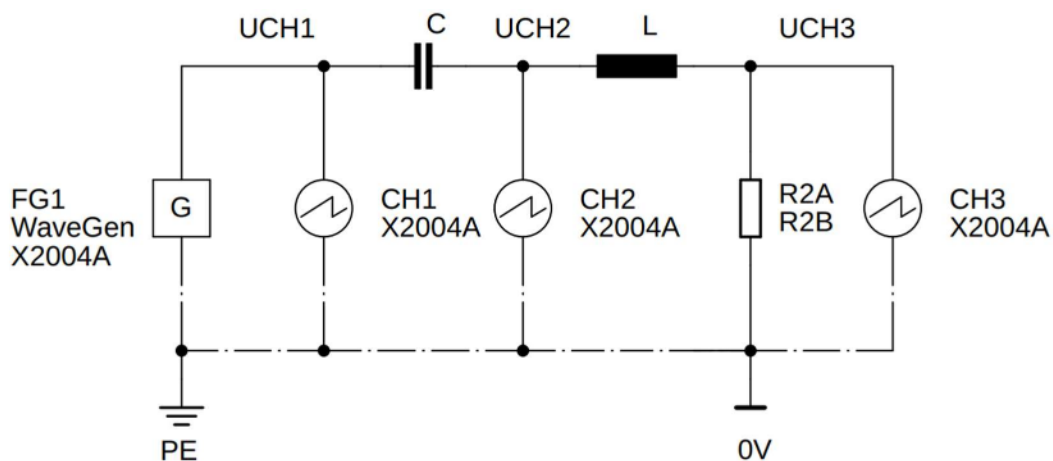


Abbildung 7: maximale Spannungsüberhöhung an der Spule

Beginnen Sie wieder mit f_R für $\varphi = 0$, nun erhöhen Sie aber die Signalfrequenz. Die weitere Vorgehensweise entspricht jener der Übung 4.2.1.

Gesucht: Frequenz f_L , bei der das Verhältnis von U_L zu U_E maximal wird. Vergleich von „gemessenen“ und „berechneten“ Werten, Kommentierung der Ergebnisse mit Bezug auf eventuell auftretende Abweichungen.

Grundlagen Hoch- und Tiefpass

Die hier behandelten passiven Hoch- und Tiefpässe sind einfache Spannungsteiler, welche neben einem ohmschen Widerstand auch aus einem Bauteil mit frequenzabhängigem Widerstand bestehen. Dies kann sowohl eine Spule mit ihrem induktiven (X_L) als auch ein Kondensator mit seinem kapazitiven Widerstand (X_C) sein. Je nach Anordnung der Komponenten zeigen die Schaltungen unterschiedliches Frequenzverhalten und werden als passive Filter erster Ordnung bezeichnet. Die nachfolgenden Überlegungen gelten für ideale, unbelastete Filter.

Hochpass

Dieser besteht aus der Serienschaltung eines Kondensators mit einem ohmschen Widerstand, wobei das Eingangssignal über beide Bauteile angelegt, das Ausgangssignal am Widerstand abgegriffen wird. Unter Berücksichtigung dieser Anordnung spricht man von einem CR-Hochpass.

Eine weitere Möglichkeit der Realisierung ist die Serienschaltung eines ohmschen Widerstandes mit einer Spule. Auch hier wird das Eingangssignal über beide Bauteile angelegt, der Abgriff des Ausgangssignals erfolgt an der Spule. Diese Anordnung wird als RL-Hochpass bezeichnet.

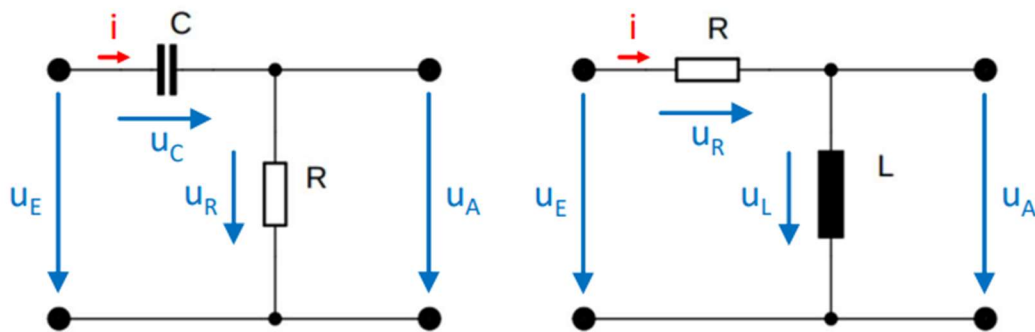


Abbildung 8: Schaltbild CR- bzw. RL-Hochpass

Ein beispielhaftes Zeigerdiagramm mit den im CR- bzw. RL-Hochpass auftretenden elektrischen Größen zeigt Abbildung 9. Der Strom als Bezugsgröße in einer Serienschaltung zeigt hier nach rechts, die Spannung am Widerstand ist in Phase mit dem Strom. Die Spannung am Kondensator eilt dem Strom um 90° nach, die Spannung an der Spule dem Strom um 90° vor. Die vektorielle Addition der beiden Bauteilspannungen im CR- bzw. RL-Hochpass ergibt die Eingangsspannung, der Phasenwinkel wird zwischen Ein- und Ausgangsspannung abgelesen.

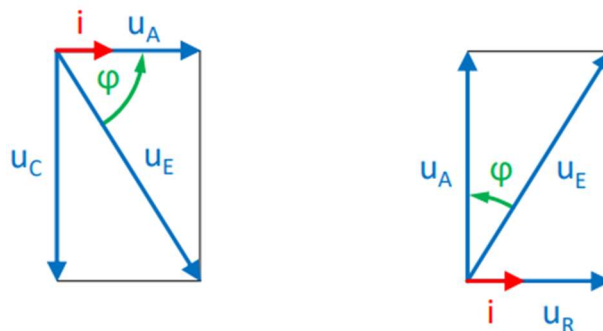


Abbildung 9: Zeigerdiagramm CR- bzw. RL-Hochpass

Die Größenverhältnisse im Zeigerdiagramm ändern sich trotz konstanter Amplitude des Eingangssignals mit der Signalfrequenz.

So nimmt der kapazitive Widerstand X_C mit steigender Frequenz ab, was im CR-Hochpass zur Folge hat, dass der Spannungsabfall am Kondensator immer kleiner und damit der Spannungsabfall am ohmschen Widerstand, welcher ja parallel zum Ausgang liegt, zwangsläufig größer wird.

Der induktive Widerstand X_L nimmt dagegen mit steigender Frequenz zu. Da im RL-Hochpass die Spule parallel zum Ausgang liegt, wird in beiden Fällen das Ausgangssignal mit steigender Frequenz größer.

Damit ist das grundlegende Verhalten eines Hochpasses beschrieben – sein Ausgangssignal wird mit zunehmender Signalfrequenz immer größer und nähert sich der konstanten Amplitude des Eingangssignals an. Umgekehrt kann gefolgert werden, dass Signale mit abnehmender Frequenz am Ausgang immer stärker gedämpft erscheinen.

Die Berechnung des Übertragungsverhaltens für sinusförmige Signale erfolgt mit Hilfe der komplexen Wechselstromrechnung und den Gleichungen eines Spannungsteilers. Für die komplexe Übertragungsfunktion $\underline{G}_{j\omega}$ des CR-Hochpasses gilt:

$$\underline{G}_{j\omega} = \frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E} = \frac{R}{\underline{Z}} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 - j\left(\frac{1}{\omega RC}\right)} \quad (1)$$

Dieser Ansatz wird erweitert und umgeformt, sodass über die Darstellung von Real- und Imaginärteil die Bestimmungsgleichungen für den Amplituden- und Phasengang gefunden werden.

$$|\underline{G}_{j\omega}| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega RC)^2}}} \quad \text{Amplitudengang CR – Hochpass} \quad (2)$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{1}{\omega RC}\right) \quad \text{Phasengang CR – Hochpass} \quad (3)$$

Analog dazu findet sich für den RL-Hochpass:

$$|\underline{G}_{j\omega}| = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \quad \text{Amplitudengang RL – Hochpass} \quad (4)$$

$$\varphi = \operatorname{arccot}\left(\omega \frac{L}{R}\right) \quad \text{Phasengang RL – Hochpass} \quad (5)$$

Eine charakteristische Kenngröße des Hochpasses ist seine Grenzfrequenz f_G . Sie ist jene Frequenz des Eingangssignals, bei der die Widerstandswerte der beiden Komponenten des Spannungsteilers und damit auch die Spannungsabfälle an ihnen gleich groß sind. Diesen Umstand in den obigen Bestimmungsgleichungen berücksichtigt, ergibt sich bei einem Eingangssignal mit Grenzfrequenz für beide Varianten des Hochpasses

$$|\underline{G}_{j\omega_G}| = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{und} \quad \varphi_G = 45^\circ$$

Dies lässt sich auch aus dem Zeigerdiagramm erkennen, welches bei Grenzfrequenz ein Quadrat darstellt. Somit kann die Grenzfrequenz folgendermaßen berechnet werden:

$$f_G = \frac{1}{2\pi RC} \quad \text{für } CR - \text{Hochpass} \quad (6) \quad \text{bzw.} \quad f_G = \frac{R}{2\pi L} \quad \text{für } RL - \text{Hochpass} \quad (7)$$

Die Beschreibung der Übertragungseigenschaften eines Hochpasses mit Hilfe von Integralgleichungen erfolgt unter Berücksichtigung der Kirchhoffschen Regeln und den Strom-Spannungs-Beziehungen an den Bauteilen.

So gilt für den CR-Hochpass aus Abbildung 8:

$$u_E(t) = u_C(t) + u_R(t) \quad (8)$$

Mit $u_C(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$ und $i(t) = \frac{u_R(t)}{R}$ ergibt sich die Integralbeziehung

$$u_E(t) = \frac{1}{RC} \int u_R(t) dt + u_R(t) \quad (9)$$

Durch Differenzieren und Umstellung erhält man

$$u_R(t) = RC \frac{d(u_E(t) - u_R(t))}{dt} \quad (10)$$

Da der ohmsche Widerstand parallel zum Ausgang liegt, entspricht $u_R(t)$ der Ausgangsspannung $u_A(t)$.

Für den RL-Hochpass aus Abbildung 8 gilt mit $u_L(t) = L \frac{di}{dt}$ und $i(t) = \frac{u_E(t) - u_L(t)}{R}$ analog:

$$u_L(t) = \frac{L}{R} \frac{d(u_E(t) - u_L(t))}{dt} \quad (11)$$

Da die Induktivität parallel zum Ausgang liegt, entspricht $u_L(t)$ der Ausgangsspannung $u_A(t)$.

An beiden Ergebnissen sieht man, dass das Ausgangssignal $u_A(t)$ proportional zum Differential der Differenz zwischen Eingangssignal $u_E(t)$ und Ausgangssignal $u_A(t)$ ist. Wenn $u_A(t)$ sehr klein gegenüber $u_E(t)$ ist, gilt näherungsweise $u_A(t) \sim \frac{du_E(t)}{dt}$. Dazu muss der Widerstand im oberen Zweig des Spannungsteilers jenem der Komponente parallel zum Ausgang bei Weitem überwiegen. Dies ist bei Eingangssignalen, deren Periodendauer sehr groß gegenüber der Zeitkonstante des Hochpasses ist, der Fall. Die Schaltung kann dann als Differenzierglied betrachtet werden.

Tiefpass

Dieser besteht aus der Serienschaltung eines ohmschen Widerstandes mit einem Kondensator, wobei das Eingangssignal über beide Bauteile angelegt, das Ausgangssignal am Kondensator abgegriffen wird. Unter Berücksichtigung dieser Anordnung spricht man von einem RC-Tiefpass.

Eine weitere Möglichkeit der Realisierung ist die Serienschaltung einer Spule mit einem ohmschen Widerstand. Auch hier wird das Eingangssignal über beide Bauteile angelegt, der Abgriff des Ausgangssignals erfolgt am Widerstand. Diese Anordnung wird als LR-Tiefpass bezeichnet.

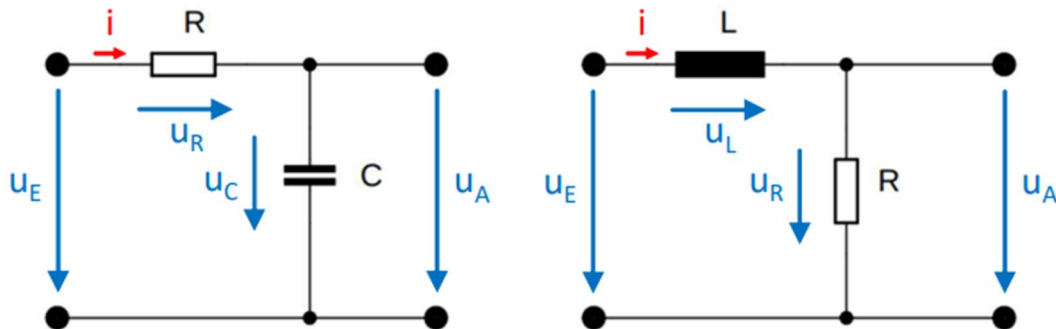


Abbildung 10: Schaltbild RC- bzw. LR-Tiefpass

Ein Zeigerdiagramm mit den im RC- bzw. LR-Tiefpass auftretenden elektrischen Größen zeigt Abbildung 11. Der Strom als Bezugsgröße in einer Serienschaltung zeigt hier nach rechts, die Spannung am Widerstand ist in Phase mit dem Strom. Die Spannung am Kondensator eilt dem Strom um 90° nach, die Spannung an der Spule dem Strom um 90° vor. Die vektorielle Addition der beiden Bauteilspannungen im RC- bzw. LR-Tiefpass ergibt die Eingangsspannung, der Phasenwinkel wird zwischen Ein- und Ausgangsspannung abgelesen.

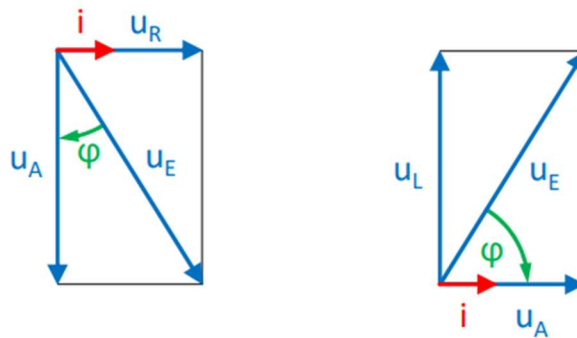


Abbildung 11: Zeigerdiagramm RC- bzw. LR-Tiefpass

Die Größenverhältnisse im Zeigerdiagramm ändern sich trotz konstanter Amplitude des Eingangssignals mit der Signalfrequenz.

So nimmt der kapazitive Widerstand X_C mit steigender Frequenz ab, was im RC-Tiefpass zur Folge hat, dass der Spannungsabfall am Kondensator immer kleiner wird. Da der Kondensator parallel zum Ausgang liegt, nimmt das Ausgangssignal ab.

Der induktive Widerstand X_L nimmt dagegen mit steigender Frequenz zu. Damit wird der Spannungsabfall am ohmschen Widerstand immer kleiner. Da im LR-Tiefpass der Widerstand parallel zum Ausgang liegt, wird auch in diesem Fall das Ausgangssignal mit steigender Frequenz kleiner.

Damit ist das grundlegende Verhalten eines Tiefpasses beschrieben – sein Ausgangssignal wird mit zunehmender Signalfrequenz immer kleiner und geht trotz konstanter Amplitude des Eingangssignals gegen Null. Umgekehrt kann gefolgert werden, dass die Dämpfung von Signalen mit abnehmender Frequenz am Ausgang immer geringer wird. Bei sehr geringer Frequenz passieren sie den Tiefpass ungedämpft.

Die Berechnung des Übertragungsverhaltens für sinusförmige Signale erfolgt mit Hilfe der komplexen Wechselstromrechnung und den Gleichungen eines Spannungsteilers. Für die komplexe Übertragungsfunktion $\underline{G}_{j\omega}$ des RC-Tiefpasses gilt:

$$\underline{G}_{j\omega} = \frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E} = \frac{\underline{X}_C}{\underline{Z}} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} \quad (12)$$

Dieser Ansatz wird erweitert und umgeformt, sodass über die Darstellung von Real- und Imaginärteil die Bestimmungsgleichungen für den Amplituden- und Phasengang gefunden werden.

$$|\underline{G}_{j\omega}| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \quad \text{Amplitudengang RC – Tiefpass} \quad (13)$$

$$\varphi = -\arctan(\omega RC) \quad \text{Phasengang RC – Tiefpass} \quad (14)$$

Analog dazu findet sich für den LR-Tiefpass:

$$|\underline{G}_{j\omega}| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\omega \frac{L}{R}\right)^2}} \quad \text{Amplitudengang LR – Tiefpass} \quad (15)$$

$$\varphi = -\arctan\left(\omega \frac{L}{R}\right) \quad \text{Phasengang LR – Tiefpass} \quad (16)$$

Eine charakteristische Kenngröße des Tiefpasses ist seine Grenzfrequenz f_G . Sie ist jene Frequenz des Eingangssignals, bei der die Widerstandswerte der beiden Komponenten des Spannungsteilers und damit auch die Spannungsabfälle an ihnen gleich groß sind. Diesen Umstand in den obigen Bestimmungsgleichungen berücksichtigt, ergibt sich bei einem Eingangssignal mit Grenzfrequenz für beide Varianten des Tiefpasses

$$|\underline{G}_{j\omega_G}| = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{und} \quad \varphi_G = -45^\circ$$

Dies lässt sich auch aus dem Zeigerdiagramm erkennen, welches bei Grenzfrequenz ein Quadrat darstellt. Somit kann die Grenzfrequenz folgendermaßen berechnet werden:

$$f_G = \frac{1}{2\pi RC} \quad \text{für RC – Tiefpass} \quad (17) \quad \text{bzw.} \quad f_G = \frac{R}{2\pi L} \quad \text{für LR – Tiefpass} \quad (18)$$

Die Beschreibung der Übertragungseigenschaften eines Tiefpasses mit Hilfe von Differentialgleichungen erfolgt unter Berücksichtigung der Kirchhoffschen Regeln und den

Strom-Spannungs-Beziehungen an den Bauteilen.

So gilt für den RC-Tiefpass aus Abbildung 10:

$$u_E(t) = u_R(t) + u_C(t) \quad (19)$$

Mit $u_R(t) = R i(t)$ und $i(t) = C \frac{du_C}{dt}$ ergibt sich die Differentialgleichung

$$u_E(t) = RC \frac{du_C}{dt} + u_C(t) \quad (20)$$

Durch Integration und Umstellung erhält man

$$u_C(t) = \frac{1}{RC} \int (u_E(t) - u_C(t)) dt \quad (21)$$

Da der Kondensator parallel zum Ausgang liegt, entspricht $u_C(t)$ der Ausgangsspannung $u_A(t)$.

Für den LR-Tiefpass aus Abbildung 10 gilt mit $u_L(t) = L \frac{di}{dt}$ und $i(t) = \frac{u_R(t)}{R}$ analog:

$$u_R(t) = \frac{R}{L} \int (u_E(t) - u_R(t)) dt \quad (22)$$

Da der ohmsche Widerstand parallel zum Ausgang liegt, entspricht $u_R(t)$ der Ausgangsspannung $u_A(t)$.

An beiden Ergebnissen sieht man, dass das Ausgangssignal $u_A(t)$ proportional zum Integral der Differenz zwischen Eingangssignal $u_E(t)$ und Ausgangssignal $u_A(t)$ ist. Wenn $u_A(t)$ sehr klein gegenüber $u_E(t)$ ist, gilt näherungsweise $u_A(t) \sim \int u_E(t) dt$. Dazu muss der Widerstand im oberen Zweig des Spannungsteilers jenem der Komponente parallel zum Ausgang bei Weitem überwiegen. Dies ist bei Eingangssignalen, deren Periodendauer sehr klein gegenüber der Zeitkonstante des Tiefpasses ist, der Fall. Die Schaltung kann dann als Integrierglied betrachtet werden.

Grundlagen Schwingkreis

Die hier behandelten elektrischen Schwingkreise bestehen aus einem ohmschen Widerstand, einer Spule mit induktivem (X_L) und einem Kondensator mit kapazitivem Widerstand (X_C). Diese Blindwiderstände sind Energiespeicher, welche in der Lage sind, die in ihnen gespeicherte Energie periodisch auszutauschen.

Je nach Anordnung der Komponenten zeigen die Schaltungen unterschiedliches Frequenzverhalten und werden auch als Resonanzkreis bezeichnet. Die nachfolgenden Überlegungen gelten für ideale Bauteile in unbelasteten Schaltungen. Bei der Berücksichtigung realer Bedingungen wird explizit darauf hingewiesen.

LC-Parallelschwingkreis

Dieser besteht im Idealfall aus der Parallelschaltung eines Kondensators mit einer Spule.

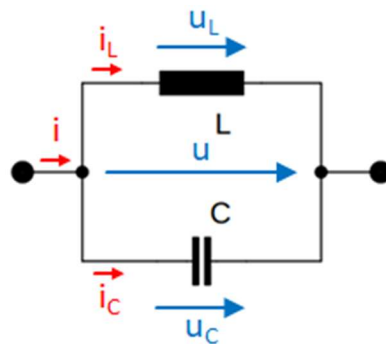


Abbildung 12: verlustloser Parallelschwingkreis

Zur gedanklichen Erklärung des Wirkprinzips schließen wir eine elektrische Energiequelle kurz an den Schwingkreis. Zwischen den Elektroden des Kondensators baut sich ein elektrisches Feld auf, welches die gesamte Energie des Schaltkreises beinhaltet und deren Feldkraft nach dem Abklemmen der Energiequelle als elektrische Spannung an diesen messbar ist. Der Kondensator entlädt sich über die parallelgeschaltete Spule, der jetzt zu fließen beginnende Strom baut in der Spule ein Magnetfeld auf, welches die Feldenergie des Kondensators übernimmt. Erreicht die Energie des Magnetfeldes das Maximum, ist der Kondensator entladen und der Stromfluss kommt zum Erliegen. Die Spule wirkt der Stromänderung entgegen und versucht, den Stromfluss aufrecht zu erhalten. Mit Selbstinduktion nach dem Induktionsgesetz und der Lenzschen Regel baut sie ihr Magnetfeld ab und lädt den Kondensator mit einem Strom umgekehrten Vorzeichens wieder auf. Ist die Energie des Magnetfeldes abgebaut, erliegt der Stromfluss und die gesamte Energie ist wieder im elektrischen Feld des Kondensators gespeichert. Nach einem nochmaligen Umladevorgang ist der Ausgangszustand wieder hergestellt und kann sich periodisch weiter fortsetzen.

Da der Schwingkreis verlustlos und damit ungedämpft ist, setzen sich diese Vorgänge unendlich fort. Mit Hilfe der Kirchhoffschen Regeln und den Strom-Spannungs-Beziehungen an den Bauteilen gilt

$$u_C(t) + u_L(t) = 0 \quad u_L(t) = L \frac{di_L}{dt} \quad u_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i_C(t) dt \quad i_L = i_C = i \quad (23)$$

Eingesetzt, differenziert und umgeformt erhält man die Differentialgleichung eines ungedämpften Parallelschwingkreises

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{1}{LC} i(t) = 0 \quad (24)$$

Mit dem Ansatz $i(t) = \hat{I} \cos(\omega_0 t)$ findet man die Thomsonsche Schwingungsgleichung

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (25)$$

mit der sich die Eigenfrequenz des Parallelschwingkreises berechnen lässt. Diese Frequenz, mit der die Eigenschwingungen ausgeführt werden, ist eine charakteristische Größe des Systems. Im vorliegenden Fall des verlustlosen und somit ungedämpften Parallelschwingkreises entspricht die Eigenfrequenz der Resonanzfrequenz.

Im Falle harmonischer Schwingungen kann die Berechnung des Schwingkreises mit Hilfe der komplexen Rechnung vereinfacht werden. Der komplexe Gesamtwiderstand dieses Parallelschwingkreises berechnet sich über die Summe der Leitwerte mit

$$\underline{Z} = \frac{1}{\underline{Y}} = \frac{1}{\underline{Y}_L + \underline{Y}_C} = \frac{1}{\frac{1}{j\omega L} + j\omega C} = \frac{j}{\frac{1}{\omega L} - \omega C} \quad (26)$$

In den Zeigerdiagrammen in Abbildung 13 sind die Zusammenhänge der elektrischen Größen für unterschiedliche Frequenzen ω dargestellt.

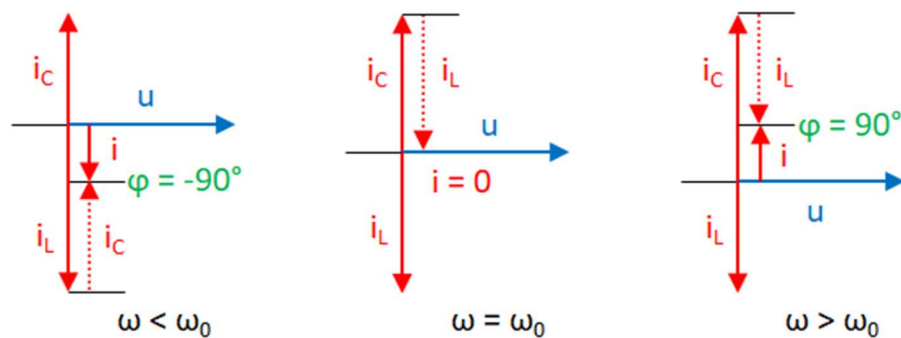


Abbildung 13: Zeigerdiagramme idealer Parallelschwingkreis

Bei Frequenzen unterhalb der Resonanzfrequenz ist die Gesamtimpedanz induktiv, bei jenen oberhalb der Resonanzfrequenz der kapazitiv. Da bei Resonanzfrequenz die Beträge der Leitwerte von Kondensator und Spule gleich sind ($\frac{1}{\omega_0 L} = \omega_0 C$), wird bei ω_0 der Gesamtwiderstand unendlich groß. Es kann kein Strom von außen in die Schaltung fließen, da die beiden Teilströme i_C und i_L gegenphasig sind und sich im Knotenpunkt zu Null ergänzen. Der Parallelschwingkreis wird deshalb auch als „Sperrkreis“ bezeichnet. Man spricht bei Resonanz von einer Stromüberhöhung, da i gegen null geht und i_C bzw. i_L hohe Werte annehmen.

verlustbehafteter „R“LC-Parallelschwingkreis

In der Realität sind die Verluste des Kondensators und der Spule durch entsprechende ohmsche Widerstände zu berücksichtigen. Der Serienwiderstand R_L repräsentiert den ohmschen Wicklungswiderstand der Spule, mit dem Parallelwiderstand R_{isol} werden die Isolationsverluste durch die fließenden Leckströme berücksichtigt. Weitere Leitungs- und Umpolungsverluste des Kondensators können mit einem zusätzlichen ohmschen Serienwiderstand ESR (*equivalent series resistance*) erfasst werden. Die erst bei hohen Frequenzen wirksame parasitäre Induktivität findet in der Serieninduktivität ESL (*equivalent series inductance*) ihren Ausdruck.

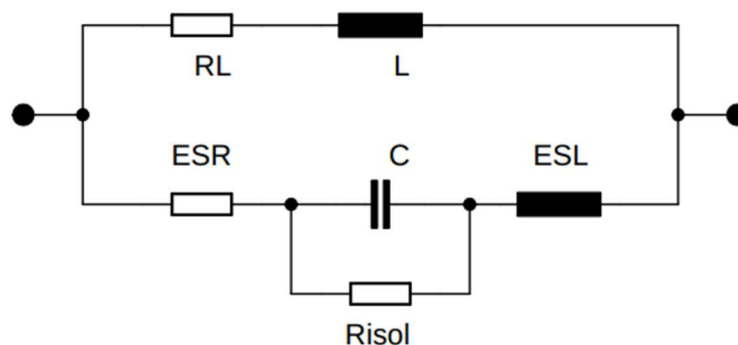


Abbildung 14: verlustbehafteter Parallelschwingkreis

Zur Vereinfachung finden diese beiden in Reihe zum Kondensator geschalteten Ersatzbauelemente ESR und ESL in den folgenden Überlegungen keine Berücksichtigung. Somit wird der Kondensator mit den Parallelkomponenten C und R_C beschrieben. Abbildung 15 zeigt die Komponenten der vereinfachten Ersatzschaltung des verlustbehafteten Parallelschwingkreises.

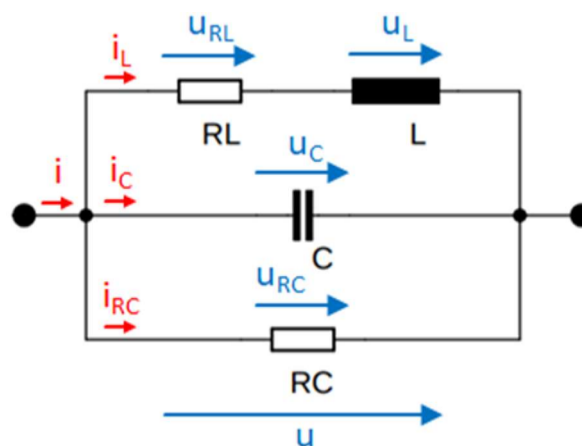


Abbildung 15: Ersatzschaltung des verlustbehafteten Parallelschwingkreises

Aus dieser lässt sich der Gesamtleitwert \underline{Y} für die Resonanzfrequenz ω_R in komplexer Schreibweise wie folgt ermitteln.

$$\underline{Y} = \frac{1}{R_C} + j\omega_R C + \frac{1}{R_L + j\omega_R L} = \frac{1}{R_C} + j\omega_R C + \frac{R_L - j\omega_R L}{R_L^2 + (\omega_R L)^2} \quad (27)$$

Im Resonanzfall geht der komplexe Anteil des Gesamtleitwertes gegen Null

$$\operatorname{Im}\{\underline{Y}(\omega_R)\} = \omega_R C - \frac{\omega_R^2 L}{R_L^2 + (\omega_R L)^2} = 0 \quad (28)$$

Da eine messtechnisch praktikable Lösung der quadratischen Gleichung mit $\omega_R = 0$ ausgeschlossen werden kann, ergibt sich die Resonanzfrequenz mit

$$\omega_R = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R_L}{L}\right)^2} = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{R_L}{L}\right)^2} \quad (29)$$

Der ohmsche Wicklungsanteil R_L der Spule verringert die Resonanzfrequenz des verlustbehafteten Parallelschwingkreises (ω_R) gegenüber jener des idealen Schwingkreises (ω_0).

Für den reellen Anteil des Gesamtleitwertes im Resonanzfall gilt

$$\operatorname{Re}\{\underline{Y}(\omega_R)\} = \frac{1}{R_C} + \frac{R_L}{R_L^2 + (\omega_R L)^2} \quad (30)$$

(29) in (30) eingesetzt führt zum Wirkleitwert G des verlustbehafteten Parallelschwingkreises im Resonanzfall mit

$$G(\omega_R) = \frac{1}{R_C} + \frac{C}{L} R_L \quad (31)$$

Dieser bewirkt den Strom i als vektorielle Summe aller Teilströme, welcher bei Resonanzfrequenz ω_R von der Signalquelle aufgebracht werden muss. Der Phasenwinkel φ zwischen der Spannung u und diesem Strom i ist in diesem Fall null.

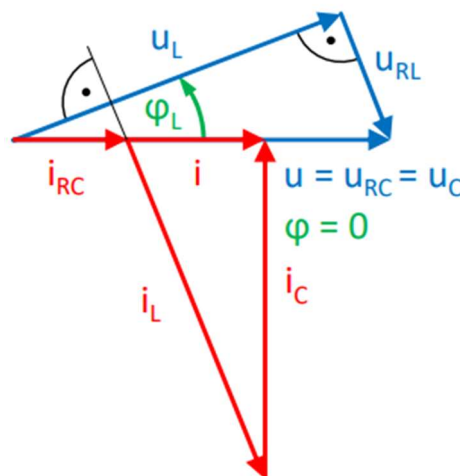


Abbildung 16: Zeigerdiagramm des verlustbehafteten Parallelschwingkreises bei Resonanz

Es zeigt sich, dass durch die ohmschen Widerstände im realen Parallelschwingkreis eine Dämpfung auftritt, welche neben der Belastung der Schaltung durch angeschlossene Signalquellen und Messgeräte zu einer Vergrößerung der Bandbreite führt.

Grenzfrequenzen, Bandbreite und Güte im Parallelschwingkreis

Als Grenzfrequenz bezeichnet man jene Frequenz, bei der die Amplitude der Spannung (bitte beachten Sie, dass der Parallelschwingkreis von einer **Stromquelle** gespeist wird) um 3dB gegenüber ihrem maximalen Wert bei Resonanzfrequenz ω_0 abgesunken ist. Dies entspricht dem Faktor $1/\sqrt{2}$ oder ca. 70,7%. In der Resonanzkurve findet man zwei solcher Frequenzen, welche ober- und unterhalb der Resonanzfrequenz liegen und deshalb als obere und untere Grenzfrequenz (ω_{go} und ω_{gu}) bezeichnet werden. Sie stellen charakteristische Größen des Schwingkreises dar.

Die Grenzfrequenzen können auch über den Verlauf der Gesamtadmittanz gefunden werden. Sie liegen dort, wo die Gesamtadmittanz um den Faktor $1/\sqrt{2}$ oder ca. 70,7% größer als der Wert bei Resonanzfrequenz ist.

Die Bandbreite B ist die Differenz der beiden Grenzfrequenzen (52).

Die Güte Q des Schwingkreises wird in erster Linie von der Güte der Spule bestimmt und ist definiert als Kehrwert der Dämpfung d (54).

Die Gütegleichung des Parallelschwingkreises entspricht dem Kehrwert jener des Serienschwingkreises (55).

Es wird an dieser Stelle auf die Ausführungen „Grenzfrequenzen, Bandbreite und Güte im Serienschwingkreis“ ab Seite 27 verwiesen.

RLC-Serienschwingkreis

Dieser besteht im Idealfall aus der Serienschaltung eines Kondensators mit einer Spule und stellt mit diesen beiden Energiespeichern ein schwingungsfähiges Gebilde dar. Die elektromagnetische Energie pendelt zwischen den beiden Speichern, wobei sie im Kondensator als elektrische Energie und in der Spule als magnetische Energie gespeichert wird. Nach Anregung würde diese Energie bei idealen Komponenten endlos zwischen den beiden Energiespeichern pendeln.

Um die in der Realität auftretenden Verluste mathematisch beschreiben zu können, wird ein ohmscher Widerstand R in Serie zu Kondensator und Spule integriert. Dieser Widerstand umfasst die inneren Verluste von Kondensator (R_C) und Spule (R_L), sodass mit idealer Kapazität und Induktivität gerechnet werden kann. Dieser resultierende Widerstand R ist ein Schwingungsdämpfer, da in ihm elektromagnetische Energie in Wärme umgewandelt und damit dem System entzogen wird. Er bewirkt, dass die Amplituden der nach Anregung mit Eigenfrequenz schwingenden elektrischen Größen Strom und Spannungen mit der Zeit abklingen.

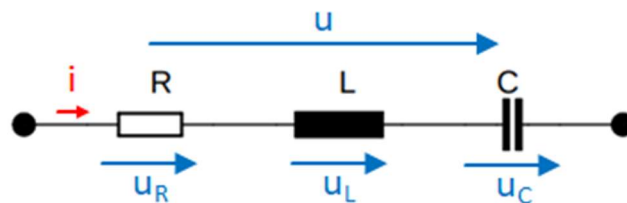


Abbildung 17: Serienschwingkreis

Mit Hilfe der Kirchhoffschen Regeln und den Strom-Spannungs-Beziehungen an den Bauteilen gilt

$$u_R(t) + u_L(t) + u_C(t) = u(t) \quad u_R(t) = i(t)R \quad u_L(t) = L \frac{di}{dt} \quad u_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt$$

$$i(t)R + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt = u(t) \quad (32)$$

Durch Differenzieren nach der Zeit ergibt sich die lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten.

$$R \frac{di}{dt} + L \frac{d^2i}{dt^2} + \frac{1}{C} i(t) = \frac{du}{dt} \quad (33)$$

Die homogene Lösung charakterisiert die Eigenschwingungen des Serienschwingkreises, während die partikuläre Lösung das Übertragungsverhalten des Systems als eine durch ein angelegtes externes Signal erzwungene Schwingung beschreibt.

Im Falle des Vorliegens harmonischer Schwingungen kann auch hier zur einfacheren Berechnung des Schwingkreisverhaltens die komplexe Rechnung herangezogen werden. Der

komplexe Gesamt Widerstand \underline{Z} des Serienschwingkreises aus Abbildung 17 ist die Summe seiner Einzelwiderstände

$$\underline{Z} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \quad (34)$$

Bei Resonanzfrequenz ω_0 sind die Beträge der beiden Blindwiderstände X_L und X_C gleich groß. Da beide vom selben Strom durchflossen werden, sind auch die Spannungsabfälle an ihnen gleich groß, jedoch um 180° zueinander phasenverschoben. Dadurch heben sich diese Spannungen auf.

$$\begin{aligned} |X_L| &= |X_C| \quad \text{und} \quad \underline{U}_L = -\underline{U}_C \\ \text{aus } \omega_0 L &= \frac{1}{\omega_0 C} \quad \text{ergibt sich} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \end{aligned} \quad (35)$$

Mit den gleichen Bauteilwerten für L und C dimensionierte Serien- und Parallelschwingkreise haben die gleiche Resonanzfrequenz ω_0 . Die Wirkungen der beiden Blindwiderstände heben sich in diesem Fall auf, sodass deren Summe Null ist. Der von außen sichtbare Gesamt Widerstand \underline{Z} der Schaltung hat bei Resonanz ein Minimum, beschränkt sich auf den ohmschen Anteil R und ist somit rein reell. Der Strom erreicht ein Maximum, die Phasenverschiebung φ wird Null. Dieser Resonanzfall ist im Zeigerdiagramm in Abbildung 18 dargestellt.

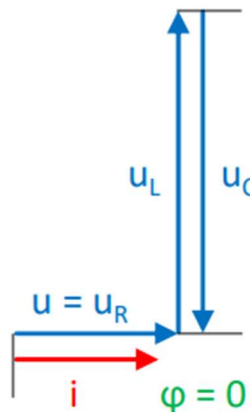


Abbildung 18: Zeigerdiagramm des Serienschwingkreises bei Resonanz

Die außen sichtbare Summe der beiden Blindwiderstände ist bei ω_0 null, deren Beträge sind aber um ein Vielfaches höher als der Wirkwiderstand R. Da der Strom maximal wird, sind auch die Spannungsabfälle an den Blindwiderständen maximal. Dies führt zur Spannungsüberhöhung an Spule und Kondensator, die ein Vielfaches der Speisespannung über die gesamte Schaltung betragen kann. Diese Eigenschaft der Resonanzüberhöhung ist in Abbildung 18 dargestellt. Die Bauteile müssen in der praktischen Ausführung der Schaltung eine entsprechende Spannungsfestigkeit besitzen.

Die nachfolgenden Berechnungen von Strom I und Spannungen U in Abhängigkeit von der Frequenz ω gelten für deren Effektivwerte. Da es sich hier um sinusförmige Signalverläufe handelt, gelten folgende Zusammenhänge:

$$I = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} \quad \text{und} \quad U = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}} \quad (36)$$

Die Abhängigkeit des Stromes I von der Frequenz ω lässt sich über das ohmsche Gesetz berechnen. In dieses fließt der Betrag des komplexen Gesamt Widerstandes $|\underline{Z}|$ des Serienschwingkreises aus Abbildung 17 ein und ergibt

$$I(\omega) = \frac{U}{|\underline{Z}|} = \frac{U}{\sqrt{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 + R^2}} \quad (37)$$

Da sich bei Resonanzfrequenz ω_0 die Blindwiderstände aufheben ($\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$), hat der Strom I sein Maximum mit

$$I(\omega_0) = \frac{U}{R} \quad (38)$$

Unter der Annahme, dass der Kondensator verlustfrei ist (seine tatsächlichen Verluste finden sich ja im Dämpfungswiderstand R berücksichtigt), kann die auftretende Spannung $U_C(\omega)$ ähnlich berechnet werden.

$$U_C(\omega) = \frac{I(\omega)}{\omega C} = \frac{U}{\sqrt{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 R^2 C^2}} \quad (39)$$

Eine Extremwertbetrachtung dieser Funktion zeigt, dass sie bei der Frequenz ω_C ein Maximum besitzt. Die erste Ableitung nach ω auf null gesetzt ergibt

$$\omega_C^2 = \omega_0^2 \left(1 - \frac{R^2 C}{2L}\right) \quad \text{mit} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (40)$$

Bei dieser Frequenz ω_C lässt sich der Maximalwert der Spannung U_C am Kondensator ausdrücken.

$$U_C(\omega_C) = \frac{U \cdot L}{RC \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{4}}} \quad (41)$$

Dieses Maximum tritt also nicht bei der Resonanzfrequenz ω_0 sondern bei der Frequenz ω_C auf und fällt nicht mit jener des Strommaximums zusammen. Bei einem verlustarmen Serienschwingkreis mit einem kleinen ohmschen Widerstand R liegen die beiden Frequenzen ω_0 und ω_C nah beieinander.

Die Ersatzschaltung einer realen Spule besteht aus einer Induktivität und einem seriellen ohmschen Widerstand, der u.a. den Wicklungswiderstand repräsentiert. Der Spannungsabfall an dieser seriellen RL-Kombination in komplexer Schreibweise ist

$$\underline{U}_{RL} = \underline{U}_R + \underline{U}_L \quad (42)$$

Der Effektivwert dieser frequenzabhängigen Spannung berechnet sich aus deren Betrag mit dem ohmschen Gesetz

$$|\underline{U}_{RL}(\omega)| = \underline{U}_{RL}(\omega) = I(\omega) \cdot |\underline{Z}_{RL}| = \frac{U}{|\underline{Z}|} \cdot |\underline{Z}_{RL}| = U \cdot \frac{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (43)$$

Eine Extremwertbetrachtung dieser Funktion zeigt, dass sie bei der Frequenz ω_L ein Maximum besitzt. Die erste Ableitung nach ω auf null gesetzt ergibt

$$\omega_L^2 = \omega_0^2 \frac{1 + \sqrt{1 + 2R^2 \frac{C}{L}}}{2} \quad \text{mit} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (44)$$

Bei ω_L hat die Spannung an der Spule ihr Maximum mit

$$U_{RL}(\omega_L) = U \cdot \frac{\sqrt{1 + 2R^2 \frac{C}{L}} + R^2 \frac{C}{L} + 1}{\sqrt{1 + 2R^2 \frac{C}{L}} + R^2 \frac{C}{L} - 1} \quad (45)$$

Dieses Maximum tritt also nicht bei der Resonanzfrequenz ω_0 sondern bei der Frequenz ω_L auf und fällt nicht mit jener des Strommaximums zusammen. Bei einem verlustarmen Serienschwingkreis mit einem kleinen ohmschen Widerstand R liegen die beiden Frequenzen ω_0 und ω_L nah beieinander.

Die Frequenzen der Spannungsmaxima am Kondensator $U_C(\omega_C)$ und der Spule $U_{RL}(\omega_L)$ liegen unter- und oberhalb der Frequenz des Strommaximums ω_0 und fallen im idealen Serienschwingkreis ($R = 0\Omega$) mit ihr zusammen.

$$\omega_C \leq \omega_0 \leq \omega_L \quad (46)$$

Grenzfrequenzen, Bandbreite und Güte im Reihenschwingkreis

Als Grenzfrequenz bezeichnet man jene Frequenz, bei der die Amplitude des Stromes um 3dB gegenüber ihrem maximalen Wert bei Resonanzfrequenz ω_0 abgesunken ist. Dies entspricht dem Faktor $1/\sqrt{2}$ oder ca. 70,7%. In der Resonanzkurve findet man zwei solcher Frequenzen, welche ober- und unterhalb der Resonanzfrequenz liegen und deshalb als obere und untere Grenzfrequenz (ω_{go} und ω_{gu}) bezeichnet werden. Sie stellen charakteristische Größen des Schwingkreises dar und können aus vorliegenden Messdaten leicht eruiert werden.

Die Grenzfrequenzen können auch über den Verlauf der Gesamtimpedanz gefunden werden. Sie liegen dort, wo die Gesamtimpedanz um den Faktor $1/\sqrt{2}$ oder ca. 70,7% größer als der Wert bei Resonanzfrequenz ist.

Nach der Definition beträgt bei den Grenzfrequenzen der Betrag des Phasenwinkels $\varphi = 45^\circ$, der Betrag des Blindwiderstandes entspricht jenem des ohmschen Widerstandes. Das

Vorzeichen wird durch den bei dieser Frequenz vorherrschenden Charakter der Schaltung bestimmt.

$$R = X_C - X_L \quad \text{kapazitiv bei } \omega_{gu} \quad (47)$$

$$R = X_L - X_C \quad \text{induktiv bei } \omega_{go} \quad (48)$$

Aus (47) ergibt sich für die untere Grenzfrequenz

$$R = \frac{1}{\omega_{gu} C} - \omega_{gu} L \quad (49)$$

Mit (35) erhält man als Lösung

$$\omega_{gu} = \sqrt{\omega_0^2 + \left(\frac{R}{2L}\right)^2} - \frac{R}{2L} \quad (50)$$

Mit dem gleichen Ansatz ergibt sich aus (48)

$$\omega_{go} = \sqrt{\omega_0^2 + \left(\frac{R}{2L}\right)^2} + \frac{R}{2L} \quad (51)$$

Die Bandbreite B ist die Differenz der beiden Grenzfrequenzen:

$$B = \omega_{go} - \omega_{gu} \quad (52)$$

(50) und (51) in (52) eingesetzt ergeben

$$B = \frac{R}{L} \quad \text{für } \omega \quad \text{bzw.} \quad B = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{R}{L} \quad \text{für } f \quad (53)$$

Die Güte Q des Schwingkreises wird in erster Linie von der Güte der Spule bestimmt und ist definiert als Kehrwert der Dämpfung d mit

$$Q = \frac{1}{d} = \frac{\omega_0}{B} \quad (54)$$

(35) und (53) in (54) ergeben die Gütegleichung des Serienschwingkreises mit

$$Q = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{R} \quad (55)$$

Der Dämpfungswiderstand R beeinflusst die Güte des Serienschwingkreises. Gemäß der Thomsonschen Schwingungsgleichung (35) lässt sich theoretisch eine unendliche Anzahl von passenden LC-Kombinationen für eine Resonanzfrequenz finden. Bei gegebenem R führt jedoch nur eine Kombination von hoher Induktivität mit kleiner Kapazität zu einer hohen Güte des Schwingkreises.

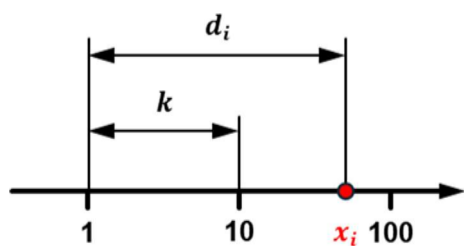
Logarithmische Skalierung im Bodediagramm – Wahl von Messbereich und Messpunkten

Da in dieser Übung bei der Aufnahme der benötigten elektrischen Größen häufig die Frequenz des Eingangssignals als Führungsgröße auftritt, ist eine richtige Wahl dieser Signalfrequenzen für eine Auswertung der Messungen in Form einer aussagefähigen grafischen Darstellung von großer Bedeutung. Bei der Darstellung des Bodediagramms ist die Frequenzachse logarithmisch skaliert - dies ist bei der Festlegung der Messpunkte zu berücksichtigen.

Für die Bestimmung des Messbereiches wird von einer für die zu untersuchende Schaltung charakteristischen Größe ausgegangen (Grenzfrequenz f_G oder Resonanzfrequenz f_0). Diese kann anhand der Bauteilwerte leicht ermittelt werden. In den Angaben zur Versuchsdurchführung finden sich Hinweise zur Festlegung des Messbereiches (z. Bsp. ± 1 Dekade um f_G plus jeweilige Erweiterung zur nächstliegenden Zehnerstelle).

Die Wahl der Messpunkte (Signalfrequenzen) erfolgt hier nach zwei Gesichtspunkten:

- Um eine gleichmäßige Verteilung der Punkte x_i (Äquidistanz auf Abszisse) zu erhalten, können diese mit Hilfe von (56) berechnet werden.



$$x_i = 10^{\frac{d_i}{k}} \quad (56)$$

Sie wählen k [mm], legen danach d_i [mm] entsprechend der Erfordernisse fest und berechnen x_i .

Abbildung 19: Festlegung Signalfrequenzen

Die Zahlenfolge 1,00; 1,26; 1,59; 2,00; 2,52; 3,18; 4,00; 5,03; 6,34; 7,98 und 10,0 zeigt zehn Werte x_i für eine äquidistante Unterteilung einer Dekade mit einer Schrittweite $\Delta d = 0,1$. Diese Werte x_i können als Faktor für die Berechnung der Signalfrequenzen verwendet werden.

- Ermitteln Sie aus Ihren vorbereiteten Grafiken jene Frequenzbereiche, in denen sich die Antworten des Systems rascher ändern. Im Allgemeinen sind dies Bereiche um die charakteristische Größe. Hier lohnt es sich, die Messpunkte / Signalfrequenzen etwas dichter zu setzen.

Sie können diese Bereiche auch experimentell bestimmen: Speisen Sie die fertig aufgebaute Schaltung mit dem Eingangssignal mit geforderter Form und Amplitude. Stellen Sie die berechnete Frequenz f_G oder f_0 ein und messen Sie eine aussagefähige Systemantwort mit dem Oszilloskop (z. Bsp. U_A bei Hoch/Tiefpass oder U_R beim Schwingkreis). Nun variieren Sie die Signalfrequenz, beobachten das dargestellte Signal und können so jenen Frequenzbereich festlegen, in dem sich das Signal besonders stark ändert.

Abbildungsverzeichnis:

Abbildung 1: Steckbrett mit BNC- und 4mm-Buchsen	2
Abbildung 2: CR-Hochpass	3
Abbildung 3: RC-Tiefpass	5
Abbildung 4: RLC-Parallelschwingkreis	7
Abbildung 5: RLC-Serienschwingkreis	9
Abbildung 6: maximale Spannungsüberhöhung am Kondensator.....	11
Abbildung 7: maximale Spannungsüberhöhung an der Spule	12
Abbildung 8: Schaltbild CR- bzw. RL-Hochpass	13
Abbildung 9: Zeigerdiagramm CR- bzw. RL-Hochpass.....	13
Abbildung 10: Schaltbild RC- bzw. LR-Tiefpass	16
Abbildung 11: Zeigerdiagramm RC- bzw. LR-Tiefpass	16
Abbildung 12: verlustloser Parallelschwingkreis	19
Abbildung 13: Zeigerdiagramme idealer Parallelschwingkreis.....	20
Abbildung 14: verlustbehafteter Parallelschwingkreis	21
Abbildung 15: Ersatzschaltung des verlustbehafteten Parallelschwingkreises.....	21
Abbildung 16: Zeigerdiagramm des verlustbehafteten Parallelschwingkreises bei Resonanz.....	22
Abbildung 17: Serienschwingkreis	24
Abbildung 18: Zeigerdiagramm des Serienschwingkreises bei Resonanz	25
Abbildung 19: Festlegung Signalfrequenzen.....	29

Vorbereitung

Hoch- und Tiefpass:

Berechnung und grafische Darstellung des Bodediagramms.

Legen Sie für je einen Hoch- und Tiefpass - gebildet aus Widerstand und Kondensator - eine Grenzfrequenz im Bereich zwischen 0,1kHz und 1kHz fest und ermitteln Sie daraus die Werte von R und C. Orientieren Sie sich an den ungefähren Größenordnungen der auf Seite 2 angeführten Bauteilwerte für R1 und C.

Beispiel: f_G sei 500Hz - bei Verwendung eines Kondensators mit 100nF wird nach (6) ein Widerstand von 3183Ω benötigt (Praxishinweis: der laut Widerstands-Normreihe E12 am nächsten liegende Widerstandswert ist 3300Ω).

Berechnen und zeichnen Sie für einen Frequenzbereich von ca. ± 2 Dekaden um die Grenzfrequenz das Bodediagramm, wobei die Frequenzachse (Abszisse) immer im logarithmischen Maßstab dargestellt wird. Der Amplitudengang zeigt auf der Ordinate das Verhältnismaß in [dB] – sohin ebenso im logarithmischen Maßstab. Folgende Darstellungsform unter Verwendung des Leistungsmaßes $Q_{(F)}$ in *deziBel* [dB] hat sich hier durchgesetzt:

$$Q_{(F)} = 20 \cdot \log \left(\frac{U_A}{U_E} \right) \quad (56) \quad \begin{array}{l} U_A \dots \text{Ausgangssignal} \\ U_E \dots \text{Eingangssignal} \end{array}$$

Die Ordinate des Phasenganges weist hingegen einen linearen Maßstab auf.

Tragen Sie in Ihren Diagrammen die charakteristischen Größen und Kennwerte ein.

Schwingkreis:

Berechnung und grafische Darstellung des Verlaufes der Impedanz und der Phasenverschiebung über die Frequenz.

Legen Sie für einen Serienschwingkreis die Resonanzfrequenz im Bereich zwischen 1kHz und 10kHz fest und ermitteln Sie daraus die Werte von L und C. Orientieren Sie sich an den ungefähren Größenordnungen der auf Seite 2 angeführten Bauteilwerte. Der Spulen- (Dämpfungs-) widerstand R sei 10Ω und 50Ω .

Berechnen und zeichnen Sie für einen Frequenzbereich von ca. ± 2 Dekaden um die Resonanzfrequenz für den Serienschwingkreis den Verlauf der Impedanzen R, X_C , X_L und Z, wobei beide Achsen im logarithmischen Maßstab dargestellt werden. Berechnen Sie auch die Phasenverschiebung φ und zeichnen Sie diese mit einem zweiten linearen Ordinatenmaßstab ein. Stellen Sie die Verläufe sowohl für $R = 10\Omega$ als auch $R = 50\Omega$ dar!

Berechnen Sie den Gesamtwiderstand dieser Serienschaltung aus den Teilwiderständen unter Berücksichtigung der komplexen Rechenregeln. Ein Zeigerdiagramm der Impedanzen veranschaulicht die „geometrischen“ Zusammenhänge.

Tragen Sie in Ihren Diagrammen die charakteristischen Größen und Kennwerte ein.

Hinweis:

Arbeiten Sie computerunterstützt und verwenden Sie z. Bsp. „QtiPlot“ oder „Excel“.

Kontrollfragen

- Warum werden die Hoch- und Tiefpässe dieser Übung als solche bezeichnet?
- Warum gilt die Grenzfrequenz als charakteristische Größe?
- Wie ist die Grenzfrequenz definiert?
- Zeichnen Sie ein Zeigerdiagramm eines RC-Tiefpasses bei $f \ll f_G$; $f = f_G$; $f \gg f_G$!
- Zeichnen Sie ein Zeigerdiagramm eines RL-Hochpasses bei $f \ll f_G$; $f = f_G$; $f \gg f_G$!
- Unter welchen Voraussetzungen verhält sich ein Tiefpass wie ein Integrator?
- Unter welchen Voraussetzungen verhält sich ein Hochpass wie ein Differentiator?
- Skizzieren Sie das Bodediagramm eines LR-Tiefpasses!
- Skizzieren Sie das Bodediagramm eines CR-Hochpasses!
- Wann gilt eine Signalfrequenz im Zusammenhang mit Filtern als „hoch“ oder „niedrig“?
- Wofür können Hoch- und Tiefpässe eingesetzt werden?
- Warum werden elektrische Schwingkreise als solche bezeichnet?
- Erklären Sie die Begriffe „Impedanz“ und „Admittanz“!
- Warum gilt die Resonanzfrequenz als charakteristische Größe?
- Wie ist die Resonanzfrequenz definiert?
- Zeichnen Sie ein Zeigerdiagramm eines Parallelschwingkreises bei $f \ll f_0$; $f = f_0$; $f \gg f_0$!
- Zeichnen Sie ein Zeigerdiagramm eines Serienschwingkreises bei $f \ll f_0$; $f = f_0$; $f \gg f_0$!
- Skizzieren Sie den Verlauf der Impedanz / Admittanz eines Serien- bzw. Parallelschwingkreises über die Frequenz!
- Was versteht man unter der Spannungs- bzw. Stromüberhöhung bei elektrischen Schwingkreisen?
- Wie wirkt sich ein ohmscher Widerstand im realen Parallelschwingkreis aus?
- Wie wirkt sich ein ohmscher Widerstand im realen Serienschwingkreis aus?
- Was besagt die Güte bzw. Dämpfung eines Schwingkreises?
- Erklären Sie den Begriff „logarithmisches Dekrement“!
- Wofür können elektrische Schwingkreise eingesetzt werden?

Hinweise zur Erstellung des Laborberichtes

- Aufgabenstellung
- Voraussetzungen und Grundlagen: *Kurze Beschreibung der Eigenschaften der zu untersuchenden Schaltungen. Führen Sie die für die Auswertung benötigten formelmäßigen Zusammenhänge an. Fassen Sie sich kurz (insgesamt maximal 2 Seiten) und zitieren Sie (Bücher aber keine Skripten)!*
- Geräteliste (Bauteile und Messinstrumente, Angabe der Toleranzen bzw. Unsicherheiten)
- Für jedes der durchgeführten Experimente:
 - Beschreibung der Versuchsanordnung: *Skizze der Schaltpläne (die Schaltpläne aus diesem Skriptum können verwendet werden) und Beschreibung der Funktion: Was wollen Sie herausfinden, was messen Sie und wie kann man die Messungen auswerten.*
 - Versuchsdurchführung/Messergebnisse
- Auswertung: ***Unsicherheitsanalyse*** und Diskussion allfälliger Abweichungen von zu erwartenden Ergebnissen bei allen Punkten.
 - zu 1.: *Grafische Darstellung des Bodediagramms des Hochpasses (Amplitudengang doppelt logarithmisch, Phasengang einfach logarithmisch) mit charakteristischen Größen, Vergleich des „gemessenen“ mit dem „berechneten“ Bodediagramm. Grafische Darstellung und Kommentierung der Sprungantworten des Hochpasses bei verschiedenen Frequenzen des Eingangssignals. Grafische Darstellung und Kommentierung des differenzierten Eingangssignals. Berechnung der Kapazität des Kondensators anhand der Ergebnisse der Messungen am Hochpass als Differenzierglied.*
 - zu 2.: *Grafische Darstellung des Bodediagramms des Tiefpasses (Amplitudengang doppelt logarithmisch, Phasengang einfach logarithmisch) mit charakteristischen Größen, Vergleich des „gemessenen“ mit dem „berechneten“ Bodediagramm. Grafische Darstellung und Kommentierung der Sprungantwort des Tiefpasses. Grafische Darstellung und Kommentierung der integrierten Eingangssignale. Berechnung der Kapazität des Kondensators anhand der Ergebnisse der Messungen am Tiefpass als Integrierglied.*
 - zu 3.: *Grafische Darstellung der Sprungantwort des Parallelschwingkreises. Vergleich der gemessenen mit der berechneten Periodendauer. Grafische Darstellung und Interpretation des zeitlichen Verlaufes der Stromaufnahme des Schwingkreises $i = (u_{CH1} - u_{CH2})/R$. Berechnung der Dämpfung bzw. Güte des Schwingkreises anhand des logarithmischen Dekrements und Vergleich mit den theoretischen Werten.*
 - zu 4.: *Für R2A und R2B: Grafische Darstellung des Amplitudengänge der Spannungen an den Bauteilen und des Phasenganges des Stromes zur Eingangsspannung (Amplitudengang doppelt logarithmisch, Phasengang einfach logarithmisch), Darstellung des Verlaufes der Impedanzen X_L , X_C und Z_{ges} über die Frequenz (doppelt logarithmisch). Vergleich von „gemessenen“ und „berechneten“ Kurvenverläufen.*

*Berechnung der Güte des Schwingkreises anhand der Messwerte und der Bauteilwerte.
Angabe der Frequenz f_C , bei der die Spannungsüberhöhung am Kondensator maximal wird. Vergleich von „gemessenen“ und „berechneten“ Werten.
Angabe der Frequenz f_L , bei der die Spannungsüberhöhung an der Spule maximal wird. Vergleich von „gemessenen“ und „berechneten“ Werten.*

- Diskussion: Kurze Reflexion über die durchgeführten Arbeiten und deren Ergebnisse.
- Zusammenfassung: Angabe aller wesentlichen Messergebnisse mit Unsicherheiten; Verweise auf wesentliche Diagramme (Abbildung Nr., Seite).
- Ev. Literaturverzeichnis und Quellenangabe

Literatur

- *Experimentalphysik 2*, W. Demtröder, Springer Verlag, 4. Auflage, Kap. 5.2 „Wechselstrom“, Seite 146 ff.
- *Experimentalphysik 2*, W. Demtröder, Springer Verlag, 4. Auflage, Kap. 5.4 „Wechselstromkreise mit komplexen Widerständen; Zeigerdiagramme“, Seite 151 ff.
- *Experimentalphysik 2*, W. Demtröder, Springer Verlag, 4. Auflage, Kap. 5.5 „Lineare Netzwerke; Hoch- und Tiefpässe; Frequenzfilter“, Seite 153 ff.
- <https://de.wikipedia.org/wiki/Hochpass>
- <https://de.wikipedia.org/wiki/Tiefpass>
- <https://de.wikipedia.org/wiki/Schwingkreis>