

# Gitter

## Stichworte zur Vorbereitung

Interferenz, Beugung, Huygen'sches Prinzip, Auflösungsvermögen, Wellenlänge, Spektrometer, Gitterkonstante, Transmissions-/Reflexionsgitter

## 1 Grundlagen

### 1.1 Beugung und Interferenz am Gitter

Ein ebenes Strichgitter besteht aus lichtdurchlässigen Öffnungen und lichtundurchlässigen Balken, welche in genau gleichen Abständen abwechselnd aufeinander folgen (Abb. 1).

Praktisch wird ein solches Gitter z.B. durch eine Glasplatte realisiert, in welche mit einem Diamanten auf einer äußerst präzise arbeitenden Teilungsmaschine genau äquidistante Linien eingeritzt werden. Ein Gitter ist umso leistungsfähiger, je größer die geteilte Fläche und je kleiner die regelmäßige Teilung ist. Fällt Licht auf ein solches Gitter, so wird es gebeugt. Von jedem Punkt einer Öffnung gehen nach dem Huygens'schen Prinzip Kugelwellen aus, die sich je nach der Richtung und der Wellenlänge durch Interferenz verstärken oder abschwächen. Ein Bündel parallelen Lichtes falle senkrecht auf das Gitter (Abb. 1). In der Richtung  $\varphi$  wird ein Maximum der Lichtintensität beobachtet, wenn der Gangunterschied  $\Delta$  zwischen zwei von benachbarten Gitteröffnungen ausgehenden Elementarwellen gerade ein ganzes Vielfaches der Wellenlänge  $\lambda$  ist.

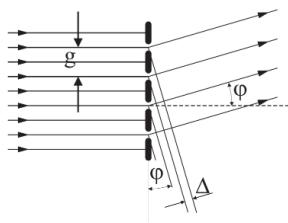


Abbildung 1: Paralleles Licht am Gitter.  
 $\Delta = g \sin \varphi$ .

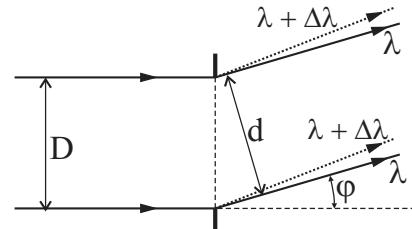


Abbildung 2: Zur Benennung der Variablen am Gitter.

Ist  $g$  der Öffnungsabstand, die sogenannte Gitterkonstante, so ist der Gangunterschied:

$$\Delta = g \sin \varphi \quad (1)$$

Somit lautet die Bedingung für ein Helligkeitsmaximum der Wellenlänge  $\lambda$ :

$$z\lambda = g \sin \varphi \quad (2)$$

$z$  ist eine ganze Zahl, und wird als Ordnungszahl des Beugungsmaximums bezeichnet. Fällt Licht auf das Gitter, welches sich aus verschiedenen Wellenlängen zusammensetzt, so entsteht in verschiedenen Richtungen gegen den einfallenden Strahl für jede Wellenlänge ein eigenes

Beugungsmaximum. Eine Folge solcher Maxima, die zu verschiedenen Wellenlängen, d.h. Farben gehören, bezeichnet man als Spektrum. Den Ordnungszahlen  $z = 1, 2, 3, \dots$  entsprechen die Spektren 1., 2., 3., ... Ordnung. Sie liegen bei senkrechtem Einfall des Lichtes symmetrisch zur Einfallsrichtung und entstehen unter umso größerem Winkel  $\varphi$ , je höher die Ordnungszahl  $z$  ist. Spektren verschiedener Ordnung können sich teilweise überdecken, da nach Gl. (2) zum gleichen Winkel  $\varphi$  Beugungsmaxima verschiedener Ordnung für verschiedene Wellenlängen gehören.

## 1.2 Dispersion und Auflösungsvermögen des Gitters

Die Maxima der beiden um  $\Delta\lambda$  verschiedenen Wellenlängen  $\lambda$  und  $\lambda + \Delta\lambda$  werden durch das Gitter um den Winkel  $\Delta\varphi$  getrennt (Abb. 2). Ein Maß für die Auffächerung des Lichtes ist die Winkeldispersion. Sie ist definiert durch:

$$\lim_{\Delta\lambda \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta\lambda} = \frac{d\varphi}{d\lambda} \quad (3)$$

Für das Gitter erhält man

$$\frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{z}{g \cos \varphi} \quad (4)$$

indem man Gl. (2) nach  $\varphi$  differenziert, und den Kehrwert bildet.

Eine ebenfalls wichtige Eigenschaft optischer Geräte ist ihr Auflösungsvermögen. Dieses gibt für dispergierende Systeme – hier ist es das Gitter – an, welche Wellenzüge mit der Wellenlänge  $\lambda$  und  $\lambda + \Delta\lambda$  gerade noch aufgelöst, d.h. getrennt wahrgenommen werden können. Das Auflösungsvermögen ist umso größer, je kleiner das beobachtbare  $\Delta\lambda$  ist, und ist definiert durch  $\lambda/\Delta\lambda$ . Die Grenze des optischen Auflösungsvermögens wird beim Gitter nicht nur durch die Dispersion sondern auch entscheidend durch die Begrenzung des durch das Gitter hindurchtretenden Strahlenbündels beeinflußt. Das Licht wird nämlich an der Begrenzung des Bündels gebeugt. Es entsteht daher auch ohne Gitter, allein durch die begrenzte Breite  $D$  des zur Verfügung stehenden Lichtbündels (Abb. 2) Beugung und Interferenz, und daher eine Folge von Maxima und Minima. Die stärkste Begrenzung ist nach Abb. 2 durch die Breite  $d$  gegeben.

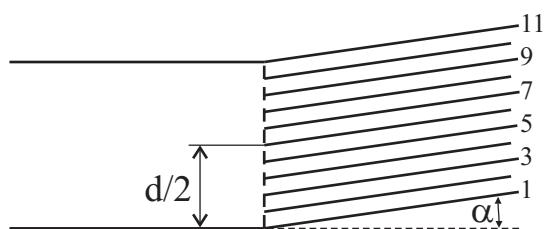


Abbildung 3: Aufspaltung am Gitter.

Das erste Minimum findet man unter dem Winkel  $\alpha$ , wobei gilt

$$\lambda = d \sin \alpha \quad (5)$$

denn die Teilstrahlenbündel 1–6, 2–7, 3–8 usw. (s. Abb. 3) heben sich gegenseitig auf, wenn ihr Gangunterschied  $(d/2) \sin \alpha$  gleich  $\lambda/2$  ist.

Es ist nicht möglich, das Parallelstrahlenbündel eines Gegenstandspunktes exakt in einem Bildpunkt zu vereinigen. Das Bild eines Punktes hat vielmehr eine Intensitätsverteilung wie sie Abb. 4 zeigt.

Bei großer Bündelbreite  $d$  ist nach Gl. (5) der Abstand des ersten Minimums vom Hauptmaximum klein, sodaß für viele Zwecke die Abbildung punktförmig angesehen werden kann. Wegen der Kleinheit von  $\alpha$  bei großem  $d$  kann  $\sin \alpha \approx \alpha$  gesetzt werden und Gl. (5) durch

$$\alpha = \lambda/d \quad (6)$$

ersetzt werden.

Zwei gegeneinander geneigte Lichtstrahlenbündel werden erfahrungsgemäß dann noch in zwei getrennt wahrnehmbare Bildpunkte A und B abgebildet, wenn das Hauptmaximum des einen

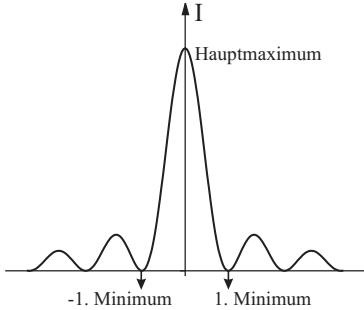


Abbildung 4: Intensitätsverlauf eines Lichtbündels am Gitter.

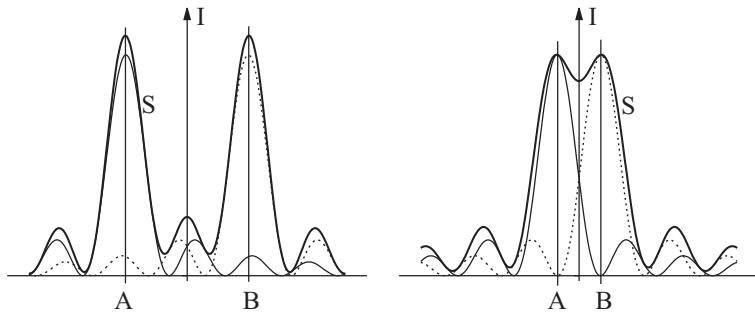


Abbildung 5: Intensitätsverläufe zweier gegeneinander geneigter Lichtbündel am Gitter, eines an der Auflösungsgrenze. Die Punkte werden so lange getrennt wahrgenommen, bis das Maximum von A am Ort des ersten Minimums von B ist.

Punktes mit dem ersten Minimum des zweiten Punktes zusammenfällt. Die Helligkeitskurve S (s. Abb. 5) als Summe der beiden Intensitätskurven von Punkt A und B zeigt nämlich eine noch erkennbare Abschwächung in der Mitte. Die Strahlenbündel A und B in Abb. 2 können daher dann noch getrennt beobachtet werden, wenn

$$\Delta\varphi \geq \alpha \quad (7)$$

Da  $\Delta\varphi$  durch die Winkeldispersion des Gitters festliegt

$$\Delta\varphi = \frac{d\varphi}{d\lambda} \Delta\lambda \quad (8)$$

erhält man mit Gl. (6):

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = d \frac{d\varphi}{d\lambda} \quad (9)$$

Die Breite  $d$  des gebeugten Bündels hängt vom Winkel  $\varphi$  ab, unter dem es das Gitter verläßt (s. Abb. 2):

$$d = D \cos \varphi \quad (10)$$

Mit Gl. (4) und (10) nimmt Gl. (9) folgende Gestalt an:

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{zD}{g} \quad (11)$$

$D/g$  stellt die Anzahl  $N$  aller vom Licht getroffenen Gitterstriche dar. Man erhält schließlich:

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = zN \quad (12)$$

Die Größe  $\lambda/\Delta\lambda$  wird Auflösungsvermögen genannt. Sie nimmt proportional mit der Strichzahl  $N$  des Gitters und der Ordnung des Spektrums zu.

## 2 Versuchsaufbau

Vor den Spalt SP des Kollimatorrohres K eines Spektrometers (Abb. 6) wird eine Lichtquelle L gebracht. Das vom Kollimator kommende Parallelstrahlenbündel wird am Gitter G gebeugt, und die Interferenzbilder im Fernrohr F beobachtet. Der Spektrometertisch T besitzt eine Gradeinteilung W, sodaß die Stellung des Fernrohres mit Hilfe eines Nonius N abgelesen werden kann. Der Nonius ist mit dem Fernrohr verbunden. Er enthält 10 Teilstriche auf einer Teilungslänge

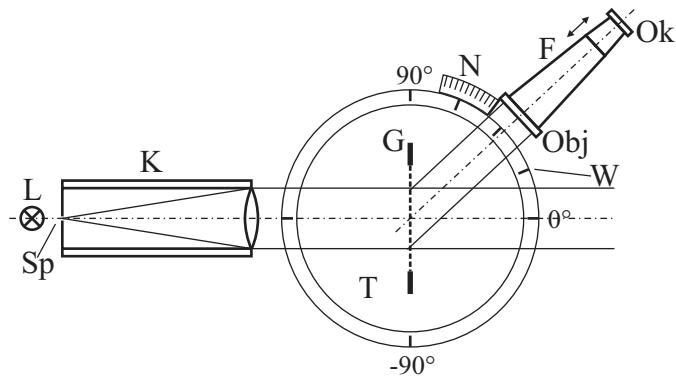


Abbildung 6: Aufbau zur Messung mit dem Gitter.

von 9 Skalenteilen. Dadurch unterscheiden sich die beiden Skalen  $W$  und  $N$  um 0.1 Teilstrich pro Skalenteil. Deckt sich der  $i$ -te Teilstrich des Nonius mit einem Skalenstrich der Teilung  $W$ , so bedeutet dies, daß  $0.1i$  Skalenteile zum Skalenwert  $c$  hinzuzuzählen sind.

Zur Bestimmung der Gitterkonstanten bringt man eine Lichtquelle bekannter Wellenlänge vor den Spalt des Kollimators, und mißt den Ablenkungswinkel  $\varphi$ . Die Messung wird mit zunehmender Ordnung  $z$  genauer, denn die relative Unsicherheit von  $\varphi$  verkleinert sich mit zunehmendem Winkel, da man in jeder Stellung mit einer gleichbleibenden Ableseunsicherheit  $\Delta\varphi$  rechnen kann. Durch Wahl von  $z$  und Messung des Winkels  $\varphi$  kann nach Gl. (1) bei bekannter Wellenlänge die Gitterkonstante berechnet werden. Bei bekannter Gitterkonstante  $g$  kann nun Gl. (1) zur Wellenlängenmessung benutzt werden.

**ACHTUNG: Gitter nicht mit den Fingern berühren!!**

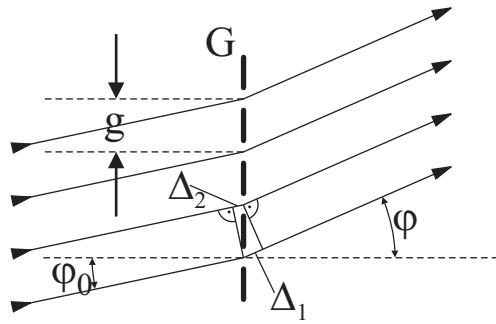
### 3 Fragen

1. In welcher Reihenfolge erscheinen die Farben bei zunehmendem Beugungswinkel?
2. Angenommen, es stehen für die Untersuchung einer Spektrallampe folgende Gitter zur Verfügung:  

$$g = 20\,000 \text{ \AA} \quad L = 1.5 \text{ cm} \quad L \text{ Länge des Gitters}$$

$$g = 1 \mu\text{m} \quad L = 7.5 \text{ cm}$$

Welches Gitter werden Sie wählen?
3. Wie ändert sich bei schrägem Lichteinfall auf das Gitter (Abb. 7)
  - (a) die Lage der Spektrallinien?
  - (b) die Winkeldispersion?
  - (c) das Auflösungsvermögen?



$$\begin{aligned}\Delta_1 &= g \sin \varphi \\ \Delta_2 &= g \sin \varphi_0\end{aligned} \implies \Delta = \Delta_1 - \Delta_2 = g(\sin \varphi - \sin \varphi_0)$$

Bedingung für maximale Intensität:

$$z\lambda = g(\sin \varphi - \sin \varphi_0)$$

Abbildung 7: Schräger Lichteinfall am Gitter.

## 4 Aufgaben

1. Justieren des Spektrometers.
2. Bestimmung der Gitterkonstante mittels einer Na-Dampflampe.  
Unsicherheitsangabe!  
Die Wellenlängen<sup>1</sup> der gelben Na-Doppellinien sind 5889.95 Å und 5895.92 Å.
3. Bestimmung der Wellenlängen<sup>1</sup> der gut sichtbaren Linien einer Spektrallampe. Die Messunsicherheit ist anzugeben.
4. Berechnung des Auflösungsvermögens der Messanordnung.

Führen Sie die Berechnung von  $g$  und  $\lambda$  mit Hilfe eines Tabellenbuches bzw. Rechners durch.

---

<sup>1</sup>Die Wellenlängen hängen vom Ausbreitungsmedium ab. Sie beziehen sich hier auf Luft unter Normalbedingungen.

$$\lambda = \lambda_{\text{Luft}} = \frac{\lambda_{\text{Vakuum}}}{n_{\text{Luft,normal}}}$$

## Brechungsindex eines Prismas

### Stichworte zur Vorbereitung

Snellius'sches Brechungsgesetz, Brechungsindex, Dispersion, Wellenlänge, Angström

## 1 Grundlagen

### 1.1 Brechung und Dispersion

Der Brechungsindex  $n$  eines Mediums ist das Verhältnis der Lichtgeschwindigkeit  $c$  im Vakuum zur Lichtgeschwindigkeit  $u$  im Medium:

$$n = \frac{c}{u} \quad (1)$$

Der Gang eines monochromatischen (einfarbigen) Lichtstrahles der Frequenz  $\nu$  durch verschiedene, nicht absorbierende, homogene und isotrope optische Medien wird durch ihre Brechungsindizes, sowie die geometrische Form und die Lage ihrer Begrenzungsflächen eindeutig festgelegt. An der Grenze zweier Medien mit verschiedenen Brechungsindizes  $n_1$  und  $n_2$  tritt stets Reflexion und Brechung auf (Abb. 1). Während der reflektierte Strahl  $R$  mit dem Lot  $L$  stets denselben Winkel  $\alpha$  bildet wie der einfallende Strahl  $E$ , lässt sich der Winkel  $\beta$  zwischen gebrochenem Strahl  $G$  und Lot nach dem Brechungsgesetz von Snellius berechnen.

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta \quad (2)$$

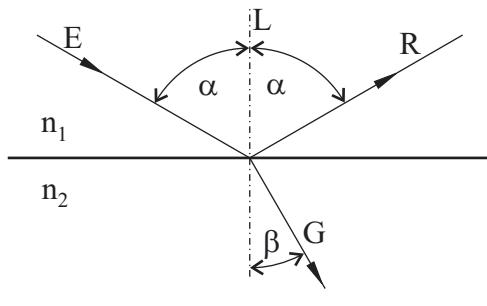


Abbildung 1: Reflexion und Brechung an einer Grenzfläche.

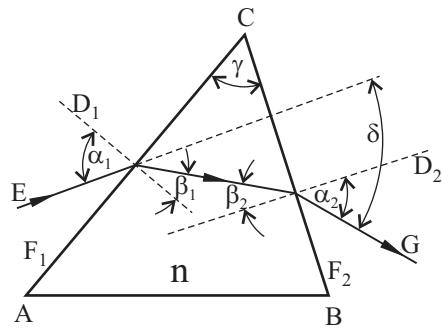


Abbildung 2: Strahlengang im Prisma.

Der Berechnungsindex von Vakuum wird willkürlich durch  $n_0 = 1$  definiert. Daher tritt der Lichtstrahl aus dem Vakuum in das zweite Medium so ein, daß

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \quad (3)$$

gilt.

Diese Form gilt in guter Näherung auch für den Übergang des Lichtes aus einem gasförmigen Medium in ein flüssiges oder festes, da der Brechungsindex von Gasen nur sehr wenig von 1 verschieden ist. Die Abhängigkeit  $n = n(\lambda)$  des Brechungsindex von der Wellenlänge in Luft

(unter Normalbedingungen) bezeichnet man als Dispersionsrelation. Infolge der Dispersion der Brechungsindizes hängt der Brechungswinkel  $\beta$  nicht nur vom Einfallswinkel, sondern auch von der Wellenlänge des Lichtes ab. Mehrfarbiges Licht wird daher bei der Brechung stets in seine Bestandteile aufgespalten, d.h. spektral zerlegt.

Als Dispersion  $D$  bezeichnet man den Ausdruck

$$D = \frac{dn}{d\lambda} \quad (4)$$

also die Steigung der Dispersionskurve. Das Auflösungsvermögen eines Prismas ist durch

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = t \frac{dn}{d\lambda} \quad (5)$$

gegeben, mit  $t$  der Basislänge des wirksamen Strahlenbündels im Prisma.

## 1.2 Strahlengang im Prisma

Diese Übung befasst sich mit dem Strahlengang und der Dispersion eines Glasprismas in Luft (Abb. 2). Ein monochromatischer Lichtstrahl  $E$  fällt unter dem Winkel  $\alpha_1$  auf der einen Seite  $F_1$  (brechende Fläche) des Prismas ein, und verlässt das Prisma nach zweimaliger Brechung unter dem Winkel  $\alpha_2$  aus der Fläche  $F_2$ . Der Lichtstrahl hat dabei eine Richtungsänderung um den Winkel  $\delta$  erfahren. Der Winkel  $\gamma$  zwischen  $F_1$  und  $F_2$  heißt brechender Winkel. Der Ablenkungswinkel wird durch den brechenden Winkel  $\gamma$  und den Einfallswinkel  $\alpha_1$  sowie den Brechungsindex  $n$  bestimmt.

$$\delta = \delta(\gamma, \alpha_1, n) \quad (6)$$

Wegen der Dispersion ist er auch noch von der Farbe des Lichts abhängig. Durch Messung von  $\delta, \gamma, \alpha_1$  bei einer gegebenen Wellenlänge  $\lambda$  kann daher

$$n(\lambda) = f(\delta, \gamma, \alpha_1) \quad (7)$$

ermittelt werden, wenn die Funktion  $f(\delta, \gamma, \alpha_1)$  bekannt ist. Beim Ein- und Austritt des Strahls gilt das Brechungsgesetz:

$$\sin \alpha_1 = n \sin \beta_1 \quad , \quad \sin \alpha_2 = n \sin \beta_2 \quad (8)$$

Die Winkel  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \delta, \gamma$  sind außerdem durch rein geometrische Beziehungen miteinander verknüpft:

$$\beta_1 + \beta_2 = \gamma \quad (9)$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 = \delta + \gamma \quad (10)$$

Die Winkel des Dreiecks  $D_1CD_2$  sind  $90^\circ - \beta_1$ ,  $90^\circ - \beta_2$  und  $\gamma$ , und, da die Winkelsumme im Dreieck  $180^\circ$  beträgt, folgt aus  $90^\circ - \beta_1 + 90^\circ - \beta_2 + \gamma = 180^\circ$  Gl. (9).

Der Ablenkungswinkel beim Eintritt in das Prisma ist durch  $\alpha_1 - \beta_1$  gegeben. Beim Austritt erfolgt eine weitere Ablenkung um  $\alpha_2 - \beta_2$ . Die gesamte Ablenkung

$$\delta = \alpha_1 - \beta_1 + \alpha_2 - \beta_2 \quad (11)$$

liefert unter Berücksichtigung von Gl. (9) die Beziehung Gl. (10). Um Gl. (6) zu finden, müssen die Gleichungen (8) (9) (10) verwendet werden. Addiert man die Gleichungen (8), so erhält man durch trigonometrische Umrechnung:

$$\sin \alpha_1 + \sin \alpha_2 = 2 \sin \left( \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \right) \cos \left( \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} \right) \quad (12)$$

wegen  $\sin \alpha_1 = n \sin \beta_1$  und  $\sin \alpha_2 = n \sin \beta_2$  ist:

$$\sin \alpha_1 + \sin \alpha_2 = n(\sin \beta_1 + \sin \beta_2) = n2 \sin\left(\frac{\beta_1 + \beta_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\beta_1 - \beta_2}{2}\right) \quad (13)$$

Setzt man Gl. (9) und (10) ein, so gilt

$$\sin\left(\frac{\delta + \gamma}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}\right) = n \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) \cos\left(\frac{\beta_1 - \beta_2}{2}\right) \quad (14)$$

oder

$$\sin\left(\frac{\delta + \gamma}{2}\right) = n \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) \frac{\cos\left(\frac{\beta_1 - \beta_2}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}\right)} \quad (15)$$

Um diese Gleichungen auf die Form nach Gl. (6) zu bringen, müsste  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  und  $\alpha_2$  durch  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\alpha_1$  und  $n$  ausgedrückt werden. Dies würde auf eine komplizierte Formel führen. Im Sonderfall des symmetrischen Strahlenganges

$$\alpha_1 = \alpha_2 \quad , \quad \beta_1 = \beta_2 \quad (16)$$

erhält man jedoch die einfache Gleichung

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\gamma + \delta}{2}\right)}{\sin(\gamma/2)} \quad (17)$$

Der symmetrische Strahlengang ist durch einen minimalen Ablenkungswinkel gekennzeichnet. Es sei  $\alpha_1 > \alpha_2$ , dann ist wegen Gl. (9) auch  $\beta_1 > \beta_2$ . Somit gilt die Ungleichung  $\alpha_1 + \beta_1 > \alpha_2 + \beta_2$ . Da eine Ungleichung nach Äquivalenzumformungen erhalten bleibt, gilt auch  $\alpha_1 - \alpha_2 > \beta_2 - \beta_1$  und  $\cos(\alpha_1 - \alpha_2) < \cos(\beta_2 - \beta_1)$ . Da die Kosinusfunktion symmetrisch ist, gilt:

$$\cos(\alpha_1 - \alpha_2) < \cos(\beta_2 - \beta_1) \quad (18)$$

Diese Ungleichung gilt auch für  $\alpha_1 < \alpha_2$ . Der Bruch auf der rechten Seite von Gl. (15) ist daher im allgemeinen größer als 1. Sein minimaler Wert ist eins bei symmetrischem Strahlendurchgang. Es hat dann auch die linke Seite von Gl. (15) ein Minimum:

$$\sin\left(\frac{\delta + \gamma}{2}\right) = \min \quad (19)$$

Da die Sinusfunktion zwischen  $0^\circ$  und  $90^\circ$  monoton steigend ist, kann in diesem Bereich ein Minimum nur auftreten, wenn das Argument ein Minimum hat:  $(\gamma + \delta)/2 = \min$ . Der brechende Winkel liegt fest, somit kann nur der Ablenkungswinkel den minimalen Argumentwert bewirken.

$$\delta = \min \quad (20)$$

Für den Bereich  $90^\circ$  bis  $270^\circ$  ist die Sinusfunktion monoton fallend. Ihr Minimum müßte daher durch ein Maximum des Arguments hervorgerufen werden. Da aber  $\gamma + \delta \leq 180^\circ$  ( $\alpha_1 \leq 90^\circ$ ), ist dieser Fall physikalisch nicht realisierbar.

Aufgrund von Gl. (17) läßt sich der Brechungsindex  $n$  eines Prismas als Funktion der Wellenlänge  $\lambda$ , d.h. der Farbe des Lichts einfach messen, indem man den brechenden Winkel  $\gamma$ , und für verschiedene Farben den minimalen Ablenkungswinkel ermittelt:

$$n(\lambda) = f(\delta, \gamma) \quad , \quad \delta = \min \quad (21)$$

Ein Vergleich mit Gl. (1) zeigt, dass das Aufsuchen der minimalen Ablenkung die Messung des Einfallswinkel  $\alpha_1$  ersetzt.

## 2 Messmethode

### 2.1 Messung des brechenden Winkels

Das Prisma wird so auf den fixierten Spektrometertisch T gestellt, daß der zu messende Winkel  $\gamma$  auf das Spaltrohr K hinweist (Abb. 3). Dann wird das Fernrohr F abwechselnd nach links und nach rechts so weit geschwenkt, bis man das Spiegelbild des mit der Lampe L beleuchteten Spaltes Sp im Fernrohr sieht, und mit dem Fadenkreuz zusammenfällt. Man liest die zugehörigen Stellungen der reflektierten Spaltbilder  $S_1$  und  $S_2$  an der Winkelteilung W des Spektrometertisches mit Hilfe des Nonius N ab. Durch diese beiden Ablesungen ist der Winkel zwischen den beiden reflektierten Strahlenbündeln bestimmt. Aus der geometrischen Anordnung und dem Reflexionsgesetz: Einfallswinkel = Reflexionswinkel folgt:

$$\gamma = \epsilon/2 \quad (22)$$

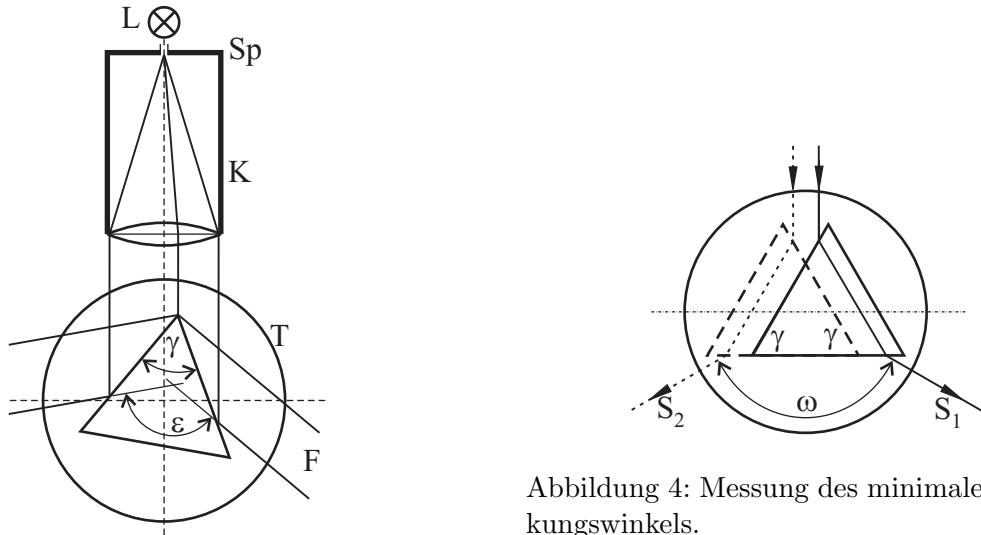


Abbildung 3: Messung des brechenden Winkels. L Lampe, Sp Spalt, K Kollimator, T Teilkreis, F zum Fernrohr.

Abbildung 4: Messung des minimalen Ablenkungswinkels.

### 2.2 Messung des minimalen Ablenkungswinkels

Man stellt das Prisma so auf den Spektrometertisch, daß das vom Spaltrohr kommende Licht auf eine der brechenden Flächen  $F_1$  und  $F_2$  einfällt, und sucht den gebrochenen Strahl. Man dreht nun das Prisma langsam und verfolgt die Bewegung des gebrochenen Strahles mit dem Fernrohr. Im Moment, in dem die Stellung minimaler Ablenkung durchlaufen wird, kehrt der Drehsinn des gebrochenen Strahles um. Durch Hin- und Herschwenken des Prismas lässt sich die genaue Minimumeinstellung sehr leicht feststellen. Diese besondere Lage  $S_1$  des gebrochenen Strahles wird an der Winkelteilung des fixierten Spektrometertisches abgelesen (Abb. 4). Man könnte nun das Prisma entfernen, und mit dem Fernrohr den ungebrochenen Strahl  $S_0$  aufsuchen. Der Winkel  $\delta$  zwischen diesen Lagen ist der gesuchte Ablenkungswinkel. Man führt die Messung jedoch besser in zwei zum einfallenden Strahl symmetrischen Lagen des Prismas durch. Man dreht daher das Prisma bei fixiertem Spektrometertisch, bis das Licht auf die zweite brechende Fläche fällt, und sucht wieder die Lage minimaler Ablenkung  $S_2$ . Der Winkel  $\omega$  zwischen diesen beiden Lagen ist aus Symmetriegründen gleich der doppelten minimalen Ablenkung. Es gilt

daher:

$$\delta = \omega/2 \quad (23)$$

Diese Methode liefert genauere Werte für  $\delta$ . Die absolute Unsicherheit der Winkelmessung kann bei beiden Methoden gleich angenommen werden, der relative Unsicherheit der Messung von  $\omega$  ist jedoch halb so groß.

### 3 Fragen

1. Zeigen Sie, dass die Ungleichung (18) auch für  $\alpha_1 < \alpha_2$  gilt!
2. Leiten Sie Gl. (22) ab!
3. Licht einer bestimmten Farbe kann man durch seine Frequenz  $\nu$  oder durch seine Wellenlänge  $\lambda$  charakterisieren. Warum ist bei der Charakterisierung durch  $\lambda$  die zusätzliche Angabe des Mediums, in dem sich das Licht ausbreitet, erforderlich?
4. Das Brechungsgesetz Gl. (3) gilt nur für homogene isotrope Medien, d.h. nur für Medien, in denen in jeder Richtung die Lichtausbreitung mit gleicher Geschwindigkeit erfolgt. Allgemeiner kann die Lichtausbreitung durch das Fermat'sche Prinzip beschrieben werden. Wie lautet dieses Prinzip? Leiten Sie das Brechungsgesetz Gl. (3) aus dem Fermat'schen Prinzip ab.

### 4 Aufgaben

1. Justieren des Spektrometers.
2. Bestimmen Sie den brechenden Winkel des Prismas durch Messung des Reflexionswinkels. Die Messung ist fünfmal zu wiederholen, der Mittelwert für  $\gamma$  ist zu berechnen und die Unsicherheit von  $\gamma$  mit Hilfe der Meßreihe anzugeben.
3. Bestimmen Sie den Brechungsindex  $n(\lambda_0)$  des Prismas für die sichtbaren Linien einer Hg-Dampflampe nach der Methode der minimalen Ablenkung, und zeichnen Sie die Dispersionskurve. Für die kürzeste und längste Wellenlänge ist die Messung 5 mal zu wiederholen. Die relative Unsicherheit der zugehörigen Brechungsindizes ist mittels der Messreihe anzugeben.

Tabelle 1: Gut sichtbare Spektrallinien von Hg.  
Wellenlänge  $\lambda_0$  in Luft unter Normalbedingungen.

| Farbe     | Intensität  | $\lambda_0 / \text{\AA}$ |
|-----------|-------------|--------------------------|
| dunkelrot | schwach     | 6908                     |
| rot       | schwach     | 6234                     |
| gelb      | stark       | 5791                     |
| gelb      | stark       | 5770                     |
| grün      | stark       | 5461                     |
| blaugrün  | mittelstark | 4916                     |
| indigo    | stark       | 4358                     |
| violett   | mittelstark | 4078                     |
| violett   | mittelstark | 4045                     |

4. Berechnen Sie das Auflösungsvermögen der Messanordnung für eine der beiden gelben Linien mittels der ermittelten Dispersionskurve.