

Institut für Experimentalphysik der Technischen Universität Graz

&

Institut für Physik der Universität Graz

LABORÜBUNGEN 2: ELEKTRIZITÄT, MAGNETISMUS, OPTIK

Übungsnummer: 6

Übungstitel: Phase und Leistung im Wechselstromkreis

Betreuer/in: Clemens Diwoky

Gruppennummer: 13

Name: Sebastian Brötz

Name: Stefanie Brandstötter

Mat. Nr.: 12406478

Mat. Nr.: 12415127

Datum der Übung: 28.11.2025

WS 2025/2026

Inhaltsverzeichnis

1 Allgemeine Informationen	3
2 Effektivwert verschiedener Kurvenformen	3
2.1 Auswertung	3
2.2 Diskussion	4
3 Amplitudengang unterschiedlicher Messinstrumente	5
3.1 Messwerte	5
3.2 Auswertung	6
3.3 Diskussion	6
4 Strom und Spannung an einem Kondensator	7
4.1 Auswertung	7
4.2 Diskussion	8
5 Strom und Spannung an einer Spule	9
5.1 Auswertung	9
5.2 Diskussion	11
6 Elektrische Leistung in einer RC-Schaltung	11
6.1 Auswertung	11
6.2 Diskussion	13
7 Elektrische Leistung in einer RL-Schaltung	14
7.1 Auswertung	14
7.2 Diskussion	16
8 Blindleistungskompensation	17
8.1 Auswertung	17
8.2 Diskussion	18

1 Allgemeine Informationen

Zu Beginn des Laborberichts werden allgemeine Konventionen und Definitionen, die während der gesamten Auswertung verwendet werden angeführt. Auf diese Punkte wird im Text fortlaufend hingewiesen.

- **Software / Fits.** Alle numerischen Auswertungen, Kurvenanpassungen und Regressionsrechnungen werden mit Python durchgeführt. Für nichtlineare und lineare Fits wird die Software `scipy.optimize.curve_fit` [1] verwendet. Aus der gelieferten Kovarianzmatrix der Regressionsrechnung werden zudem die Unsicherheiten der jeweiligen Fitparameter entnommen.
- **Größtunsicherheitsmethode.** Für die Fehlerabschätzung von berechneten Größen wird die Größtunsicherheitsmethode verwendet. Sei dabei eine beliebige Zielgröße y als Funktion der Messgrößen x_i gegeben, so folgt die Unsicherheit von y aus der Größtunsicherheitsmethode mit:

$$\Delta y_{\max} = \sum_i \left| \frac{\partial y}{\partial x_i} \right| \Delta x_i, \quad (1)$$

Hier ist Δx_i die Unsicherheit der jeweiligen Messgröße.

- **Fehlerfortpflanzung bei unabhängigen Größen.** Hängt eine berechnete Größe y von mehreren unabhängigen Messgrößen x_i ab, deren Unsicherheiten statistischer Natur sind (z.B. Standardabweichung), so werden die einzelnen Beiträge wie folgt kombiniert [7]:

$$\Delta y = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2}. \quad (2)$$

Dies gewährleistet eine korrekte statistische Fehlerabschätzung bei mehreren unabhängigen Unsicherheiten.

- **Unsicherheit der Oszilloskop-Messungen.** Für die Spannungsmessungen mit dem verwendeten Oszilloskop wurde versucht, eine explizite Unsicherheit gemäß der Herstellerspezifikation [9] zu berechnen. Die Gesamtunsicherheit setzt sich dabei aus mehreren Komponenten zusammen. Für eine typische Messeinstellung von 5,00 V/div und einem maximalen Bereich von 40 V ergibt sich:

$$\begin{aligned} \Delta U &= \text{DC vertical gain accuracy} + \text{DC vertical offset accuracy} + 0,25 \% \text{ full scale} \\ &= (3 \% \text{ full scale}) + (0,1 \text{ div} + 2 \text{ mV}) + (0,25 \% \text{ full scale}) \\ &= 1,2 \text{ V} + 0,502 \text{ V} + 0,1 \text{ V} = 1,802 \text{ V}. \end{aligned}$$

Dieser Wert ist, für die im Rahmen dieses Versuchs durchgeführten Messungen, nicht aussagekräftig, da die berechnete Unsicherheit die Messwerte selbst teilweise übersteigt. Dem Datenblatt konnten keine genaueren Informationen entnommen werden. Aus diesem Grund wird für alle Messwertangaben des Oszilloskops im Folgenden eine indirekte Angabe der Unsicherheiten von $\pm 5\%$ des Messwertes angenommen, sofern nicht explizit anders angegeben.

2 Effektivwert verschiedener Kurvenformen

2.1 Auswertung

In dem ersten Versuchsteil gilt es den Effektivwert U_{eff} für verschiedene Signalformen experimentell zu bestimmen und mit den entsprechenden theoretischen Werten zu vergleichen. Hierzu werden

mit einem Funktionsgenerator drei unterschiedliche Kurvenformen (Sinus, Dreieck und Rechteck) erzeugt und mit vier verschiedenen Spannungsmessinstrumenten gemessen. Die verwendeten Messgeräte sind zwei True-RMS-Multimeter (TTi 1604 und Fluke 175), ein konventionelles Multimeter ohne True-RMS-Funktion (Metex M-4600) und ein digitales Oszilloskop (Keysight X2002A).

Die Unsicherheiten der Messwerte wurden entsprechend den Herstellerangaben aus den jeweiligen Datenblättern [5, 8, 2] berechnet. Für das verwendete Oszilloskop konnte aus dem Datenblatt keine sinnvolle Unsicherheitsangabe entnommen werden, weshalb entsprechend der Ausführungen in Kapitel 1 auf eine Unsicherheit von $\pm 5\%$ wird.

Zur theoretischen Berechnung der Effektivwerte wird die jeweilige Peak-to-Peak-Spannung U_{pp} herangezogen, die für jede Signalform mit dem Oszilloskop bestimmt wurde. Die theoretischen Effektivwerte ergeben sich für die verschiedenen Kurvenformen zu [10]:

$$U_{\text{eff}}^{\text{Sinus}} = \frac{U_{\text{pp}}}{2\sqrt{2}} \quad U_{\text{eff}}^{\text{Dreieck}} = \frac{U_{\text{pp}}}{2\sqrt{3}} \quad U_{\text{eff}}^{\text{Rechteck}} = \frac{U_{\text{pp}}}{2}. \quad (3)$$

In Tabelle 1 sind die gemessenen Effektivwerte für alle drei Signalformen und alle vier Messgeräte zusammengefasst. Zusätzlich sind die berechneten theoretischen Werte als Vergleich mit aufgeführt.

Tabelle 1: Gemessene Effektivwerte verschiedener Signalformen, aufgenommen mit vier unterschiedlichen Spannungsmessgeräten. Angeführt sind die Messwerte U_1 bis U_4 , welche den Messgeräten TTi 1604, Metex M-4600, Fluke 175 und Keysight X2002A entsprechen. Im Vergleich dazu ist außerdem der theoretische Wert U_{theo} angegeben.

Signal	U_1 / V	U_2 / V	U_3 / V	U_4 / V	U_{theo} / V
Sinus	$2,071 \pm 0,015$	$2,069 \pm 0,014$	$2,07 \pm 0,03$	$2,08 \pm 0,11$	2,12
Dreieck	$1,746 \pm 0,013$	$1,665 \pm 0,019$	$1,75 \pm 0,03$	$1,75 \pm 0,09$	1,76
Rechteck	$3,26 \pm 0,03$	$3,57 \pm 0,03$	$3,25 \pm 0,04$	$3,26 \pm 0,17$	3,35

2.2 Diskussion

Die in Tabelle 1 dargestellten Messergebnisse zeigen eine sehr gute Übereinstimmung der beiden True-RMS-Multimeter und des Oszilloskops mit den theoretisch erwarteten Effektivwerten der drei untersuchten Signalformen. Innerhalb der angegebenen Unsicherheiten stimmen die experimentell bestimmten Werte mit den Berechnungen überein, was bestätigt, dass diese Messgeräte im niederfrequenten Bereich eine zuverlässige und amplitudengetreue RMS-Bestimmung erlauben. Auffällig ist hingegen das Verhalten des konventionellen Multimeters Metex M-4600, welches bei Dreieck- und Rechtecksignalen deutliche Abweichungen liefert. Diese Beobachtung ist jedoch vollständig erwartbar, da das Gerät keine RMS-Digitalverarbeitung besitzt und den Effektivwert lediglich über eine Skalierung des gemittelten Gleichrichtwertes bestimmt. Ein solches Verfahren liefert nur für Sinusverläufe korrekte Resultate, während unsymmetrische oder nicht-sinusförmige Signalformen systematisch falsch bewertet werden. In der Gesamtheit wird die Aufgabenstellung damit erfüllt, da sowohl die Funktionsweise der Messgeräte als auch die Abhängigkeit der RMS-Bestimmung von der Signalform experimentell nachvollzogen und korrekt bewertet werden konnten.

Die verbleibenden Abweichungen lassen sich in erster Linie auf die relativ grobe Unsicherheitsangabe des Oszilloskops zurückführen, da dessen tatsächliche Genauigkeit im verwendeten Spannungsbereich nur begrenzt spezifiziert ist. Eine präzisere Bestimmung des Peak-to-Peak-Wertes wäre durch optimierte Trigger- und Skalierungseinstellungen sowie durch die Mittelung mehrerer aufeinanderfolgender Messzyklen möglich, wodurch zufällige Ableseschwankungen reduziert würden.

3 Amplitudengang unterschiedlicher Messinstrumente

3.1 Messwerte

Im zweiten Versuchsteil wird der Frequenzgang der Effektivwertmessung für die im ersten Versuch verwendeten Messgeräte untersucht. Als Eingangssignal dient eine sinusförmige Wechselspannung mit einer Effektivspannung von $U_{\text{ein}} = (2,07 \pm 0,015)$ V. Dieser Wert wurde aus den Messungen des ersten Versuchs bei einer Frequenz von $f = 50$ Hz ermittelt und dient als Bezugsgröße für den Amplitudengang. Die Frequenz des Eingangssignals wird in einem Bereich von 40 Hz bis 20 kHz variiert und für jede Frequenz die entsprechende Effektivspannung mit allen vier Messgeräten bestimmt. Die entsprechenden Messwerte sind in Tabelle 2 angeführt.

Tabelle 2: Gemessene Effektivwerte für verschiedene Frequenzen, aufgenommen mit vier unterschiedlichen Spannungsmessgeräten. Angeführt sind die Messwerte U_1 bis U_4 , welche den Messgeräten TTi 1604, Metex M-4600, Fluke 175 und Keysight X2002A entsprechen. Die Messreihe U_4 wurde mit dem Oszilloskop aufgenommen und ist mit einer Unsicherheit von $\Delta U_4 = 0,11$ V behaftet.

f / Hz	U_1 / V	U_2 / V	U_3 / V	U_4 / V
$10,000 \pm 0,008$	2,05	2,059	2,136	2,089
$20,000 \pm 0,016$	2,086	2,079	2,112	2,090
$40,00 \pm 0,03$	2,089	2,087	2,089	2,089
$60,00 \pm 0,05$	$2,094 \pm 0,015$	$2,09 \pm 0,03$	$2,09 \pm 0,03$	2,092
$50,02 \pm 0,04$	$2,091 \pm 0,015$	$2,09 \pm 0,03$	$2,10 \pm 0,03$	2,091
$80,00 \pm 0,06$	$2,088 \pm 0,015$	$2,09 \pm 0,03$	$2,08 \pm 0,03$	2,088
$100,00 \pm 0,08$	$2,089 \pm 0,015$	$2,09 \pm 0,03$	$2,08 \pm 0,03$	2,088
$200,00 \pm 0,16$	$2,087 \pm 0,015$	$2,09 \pm 0,03$	$2,07 \pm 0,03$	2,088
$400,0 \pm 0,3$	$2,087 \pm 0,015$	$2,08 \pm 0,03$	$2,08 \pm 0,03$	2,089
$500,0 \pm 0,4$	$2,09 \pm 0,03$	$2,08 \pm 0,03$	2,080	2,088
$600,0 \pm 0,5$	$2,08 \pm 0,03$	2,076	2,080	2,086
$800,0 \pm 0,6$	$2,08 \pm 0,03$	2,070	2,086	2,085
$1000,0 \pm 0,8$	$2,08 \pm 0,03$	2,062	2,098	2,085
$2000,0 \pm 1,6$	$2,07 \pm 0,03$	1,998	2,212	2,086
4000 ± 3	$2,07 \pm 0,03$	1,792	2,624	2,087
5000 ± 4	$2,07 \pm 0,05$	1,672	2,895	2,084
6000 ± 5	$2,07 \pm 0,05$	1,554	3,174	2,085
8000 ± 6	$2,07 \pm 0,05$	1,337	3,787	2,084
$10\,000 \pm 8$	$2,07 \pm 0,05$	1,154	4,415	2,084
$20\,000 \pm 16$	$2,08 \pm 0,05$	0,614	7,253	2,079
$40\,000 \pm 30$	2,122	0,3074	10,788	2,062
$50\,000 \pm 40$	2,152	0,2372	11,827	2,059
$60\,000 \pm 46$	2,177	0,1881	12,465	2,048
$80\,000 \pm 60$	2,231	0,1288	12,951	2,024
$100\,000 \pm 80$	2,326	0,0882	12,951	1,990

Die Unsicherheit der Frequenzmessung ergibt sich aus der Herstellerspezifikation des verwendeten Oszilloskops [9] und berechnet sich über die Anzahl der aufgezeichneten Perioden N . Für die Berechnung der Unsicherheit Δf werden $N = 3$ Perioden und eine Zeitunsicherheit $\Delta T = 25 \mu\text{s}$ verwendet.

$$\Delta f = f^2 \cdot \frac{\Delta T}{N} \quad (4)$$

Die Unsicherheiten der Spannungsmessungen werden entsprechend den Herstellerangaben [5, 8, 2] für die erlaubten Frequenzbereiche ermittelt. Für alle Messungen außerhalb des erlaubten Bereiches garantieren die Hersteller keinen korrekten Messwert. Die Werte des Oszilloskops sind gemäß Kapitel 1 mit einer Unsicherheit von $\pm 5\%$ zu verstehen.

3.2 Auswertung

Im ersten Schritt wird der Amplitudengang Q über das Verhältnis zwischen der gemessenen Effektivspannung U_{eff} und der Referenzspannung U_{ein} ermittelt und in die Einheit Dezibel umgerechnet.

$$Q = 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{U_{\text{eff}}}{U_{\text{ein}}} \right). \quad (5)$$

Die Unsicherheit der Amplitudenantwort $\Delta Q(f)$ folgt aus der Gaußschen Fehlerfortpflanzung (vgl. Kapitel 1) zu:

$$\Delta Q = \frac{20}{\ln(10)} \cdot \left(\frac{\Delta U_{\text{eff}}}{U_{\text{eff}}} + \frac{\Delta U_{\text{ein}}}{U_{\text{ein}}} \right). \quad (6)$$

Die grafische Darstellung des Amplitudengangs für alle vier Messgeräte ist in Abbildung 1 zu erkennen. Die berechneten Unsicherheiten sind in der Darstellung aufgrund des großen Darstellungsbereichs und der logarithmischen Skalierung kaum erkennbar, wurden jedoch für alle Messgeräte berechnet und sind im Diagramm als Fehlerbalken eingezeichnet.

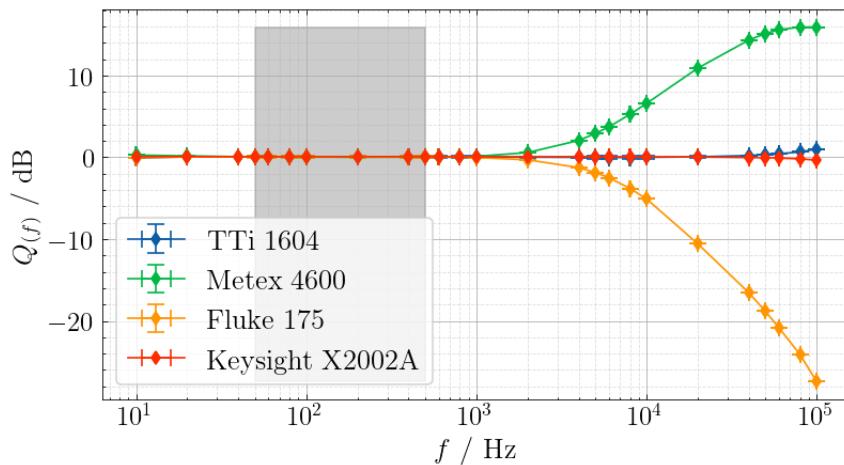


Abbildung 1: Amplitudengang Q in Dezibel als Funktion der Frequenz f für vier unterschiedliche Messgeräte. Der grau hinterlegte Bereich kennzeichnet den Frequenzbereich (50 Hz bis 500 Hz), in welchem die Multimeter für eine Messung des Effektivwerts spezifiziert sind.

Die Messergebnisse zeigen deutlich unterschiedliche Verläufe der vier Messgeräte. Das Oszilloskop weist über den gesamten Frequenzbereich einen nahezu konstanten Amplitudengang auf, während die anderen Messgeräte ab einer bestimmten Frequenz abzuweichen beginnen.

3.3 Diskussion

Der in Abbildung 1 dargestellte Amplitudengang zeigt deutliche Unterschiede zwischen den vier untersuchten Messgeräten und bestätigt damit die Erwartung, dass RMS-Messgeräte eine begrenzte Frequenzbandbreite, innerhalb der eine verlässliche Spannungsmessung möglich ist, besitzen. Das Oszilloskop weist im gesamten untersuchten Bereich von 10 Hz bis 100 kHz einen nahezu konstanten Amplitudengang auf, was für digitale Oszilloskope mit hoher Bandbreite typisch ist. Innerhalb des spezifizierten Frequenzbereiches von 50 Hz bis 500 Hz liefern alle drei Multimeter konsistente und annähernd frequenzunabhängige Messergebnisse, was die Herstellerangaben bestätigt. Oberhalb dieses Bereichs beginnen die Geräte jedoch erwartungsgemäß voneinander abzuweichen.

Während das TTi 1604 seine Stabilität bis etwa 30 kHz beibehält und damit exakt seinem angegebenen True-RMS-Frequenzbereich entspricht, zeigt das Fluke 175 ab etwa 2 kHz eine deutliche Variation seiner Messergebnisse, die sich bei höheren Frequenzen verstärkt. Das Metex M-4600 weicht bereits schon ab ca. 1 kHz ab, was sich wiederum direkt aus seiner Messmethode ergibt.

Insgesamt lässt sich feststellen, dass sämtliche Geräte das erwartete Verhalten zeigen und der Versuch erfolgreich demonstriert, wie sich der Frequenzgang unterschiedlicher RMS-Messverfahren in der Praxis unterscheidet.

Die größten Unsicherheiten entstehen bei hohen Frequenzen durch die begrenzte Bandbreite einzelner Geräte, die nichtlinear auf das Messsignal reagieren. Hinzu kommt, dass Tastkopfeinstellungen des Oszilloskops und geringe Abweichungen des Funktionsgenerators die tatsächliche Amplitude beeinflussen können.

4 Strom und Spannung an einem Kondensator

4.1 Auswertung

In diesem Versuch wird das Verhalten von Strom und Spannung an einem realen Kondensator untersucht. Hierzu werden die zeitlichen Verläufe der Spannung über einen Kondensator $C = 47 \mu\text{F}$ und über einen bekannten Widerstand $R = 68 \Omega$ mithilfe eines Oszilloskops aufgezeichnet. Weiterhin werden die Effektivwerte beider Spannungen und die Phasenverschiebung zwischen den Signalen gemessen. In Abbildung 2 sind die aufgezeichneten Spannungssignale dargestellt.

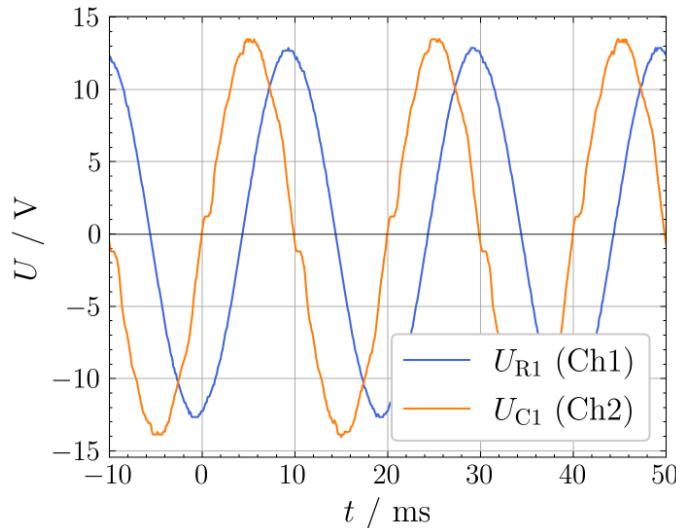


Abbildung 2: Oszilloskop-Aufnahmen des zeitlichen Verlaufs der Spannung über den Widerstand U_R (Ch1) und den Kondensator U_C (Ch2).

Mithilfe der Cursor-Funktion des Oszilloskops wird die Zeitdifferenz t_ϕ zwischen den zwei Signalen bestimmt. Die Messung ergibt einen Wert von $t_\phi = (4,2 \pm 0,3)$ ms, wobei die Ableseunsicherheit mit einem Achtel der Division abgeschätzt wird ($\Delta t_\phi = 0,25$ ms). Weiterhin beträgt die Periodendauer einer 50 Hz Wechselspannung $T = 20$ ms. Aus diesen Werten lässt sich die Phasenverschiebung φ_{mess} , sowie die Unsicherheit $\Delta\varphi_{\text{mess}}$ berechnen.

$$\varphi_{\text{mess}} = 2\pi \frac{t_\phi}{T} \quad \Delta\varphi_{\text{mess}} = \frac{2\pi}{T} \Delta t_\phi \quad (7)$$

Mit den entsprechenden Zahlenwerten ergibt sich für die gemessene Phasenverschiebung in Grad:

$$\varphi_{\text{mess}} = (76 \pm 5)^\circ$$

Als nächstes wird der Innenwiderstand R_I für das Ersatzschaltbild des realen Kondensators berechnet. Dieser lässt sich aus der bekannten Kapazität $C = 47 \mu\text{F}$, der Periodendauer T und dem

in der Angabe [4] gegebenen Verlustfaktor $\tan(\delta) = 0,05$ bestimmen:

$$R_I = \frac{T}{2\pi C \tan(\delta)} \quad (8)$$

Ausgehend von den gemessenen Effektivspannungen¹ $U_C = (8,9 \pm 0,5)$ V und $U_R = (9,3 \pm 0,5)$ V werden der Gesamtstrom I , der ohmsche Verluststrom I_R und der kapazitive Blindstrom I_C berechnet:

$$I = \frac{U_R}{R} \quad I_R = \frac{U_C}{R_I} \quad I_C = \frac{I_R}{\tan(\delta)} \quad (9)$$

Die berechneten Ströme und die Kondensatorspannung werden anschließend in einem Zeigerdiagramm visualisiert. Abbildung 3 stellt die ermittelten Größen in der komplexen Ebene dar, wobei alle Zeiger zur besseren Vergleichbarkeit auf Einheiten des Gesamtstroms I beziehungsweise der Kondensatorspannung U_C skaliert wurden.

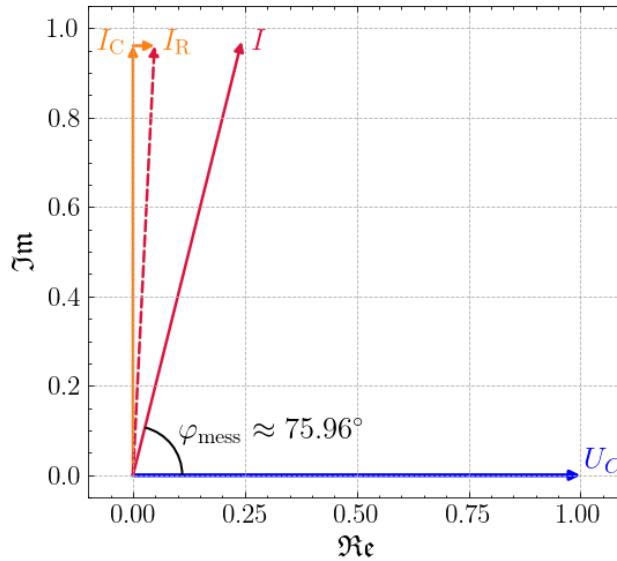


Abbildung 3: Zeigerdiagramm von Strom und Spannung an einem realen Kondensator. Dargestellt sind die Kondensatorspannung U_C (blau), der Gesamtstrom I (rot durchgezogen), der kapazitive Blindstrom I_C (orange), der ohmsche Verluststrom I_R (orange) und die vektorielle Summe aus I_C und I_R als theoretischer Gesamtstrom (rot gestrichelt). Alle Zeiger sind auf Einheiten des Gesamtstromes I beziehungsweise der Kondensatorspannung U_C skaliert.

In der Darstellung (Abbildung 3) wird die Kondensatorspannung U_C definitionsgemäß auf die reelle Achse gelegt. Der gemessene Gesamtstrom I eilt der Spannung um die Phase φ_{mess} voraus, was den theoretischen Erwartungen entspricht.

4.2 Diskussion

Die Messung der Phasenverschiebung zwischen Strom und Kondensatorspannung ergibt einen Wert von $\varphi_{\text{mess}} = (76 \pm 5)^\circ$, welcher erwartungsgemäß unter dem Idealwert von 90° liegt. Diese Abweichung resultiert unmittelbar aus dem endlichen Verlustfaktor des realen Kondensators. Das Zeigerdiagramm in Abbildung 3 zeigt, dass die gemessene Stromphasenlage daher nicht ausschließlich durch den kapazitiven Blindstrom bestimmt wird, sondern durch die Überlagerung von Blind- und Verluststrom zustande kommt. Der Unterschied zwischen dem real gemessenen Gesamtstrom (rot durchgezogen) und dem theoretisch berechneten Gesamtstrom (rot gestrichelt) ergibt sich im Wesentlichen aus zwei Effekten.

¹Die Effektivwerte wurden mit dem Oszilloskop ermittelt. Entsprechend der in Kapitel 1 angeführten Punkte wird als Unsicherheit $\pm 5\%$ vom Messwert verwendet.

Erstens basiert der theoretische Stromzeiger auf den gemessenen Effektivspannungen und dem aus der Angabe entnommenen Verlustfaktor $\tan(\delta)$. Dieser Faktor beschreibt einen realen Kondensator ausschließlich über einen ohmschen Innenwiderstand. Der reale Kondensator weist jedoch zusätzliche frequenzabhängige Verluste, einen endlichen Serienwiderstand der Anschlussdrähte sowie parasitäre Induktivitäten auf, welche im vereinfachten Ersatzschaltbild nicht vollständig erfasst werden. Dadurch stimmt der theoretische Strom zwar qualitativ, aber nicht exakt mit dem real gemessenen Gesamtstrom überein.

Zweitens wirken sich die Messunsicherheiten der Effektivspannungen und insbesondere die relativ grobe Unsicherheit der Phasenbestimmung deutlich auf den resultierenden Stromzeiger aus. Da der Verluststrom I_R im Vergleich zum Blindstrom I_C sehr klein ist, führen bereits geringe Abweichungen in U_C , U_R oder im Verlustfaktor $\tan(\delta)$ zu spürbaren Änderungen im Betrag und in der Ausrichtung des theoretischen Stromvektors. Dies erklärt, warum der theoretische Gesamtstrom leicht von dem gemessenen Stromzeiger abweicht, obwohl beide grundsätzlich denselben physikalischen Zusammenhang beschreiben.

Insgesamt zeigt das Zeigerdiagramm dennoch eine konsistente Darstellung des Verhaltens eines realen Kondensators. Der gemessene Gesamtstrom eilt der Kondensatorspannung deutlich voraus, jedoch nicht um 90° . Die berechnete Vektoraddition aus Blindstrom und Verluststrom reproduziert ebenfalls dieses Verhalten.

Eine Verbesserung der Messgenauigkeit wäre möglich, wenn die Phasenlage über eine digitale Phasenmessfunktion oder eine FFT-Auswertung bestimmt würde, da diese weniger anfällig für Ablesefehler sind.

5 Strom und Spannung an einer Spule

5.1 Auswertung

In diesem Versuch wird das Verhalten von Strom und Spannung an einer realen Spule untersucht. Hierzu werden die zeitlichen Verläufe der Spannung über die Spule U_L und über einen bekannten Widerstand $R = 68 \Omega$ mithilfe eines Oszilloskops aufgezeichnet. Weiterhin werden die Effektivwerte beider Spannungen und die Phasenverschiebung zwischen den Signalen gemessen. In Abbildung 4 sind die aufgezeichneten Spannungssignale dargestellt.

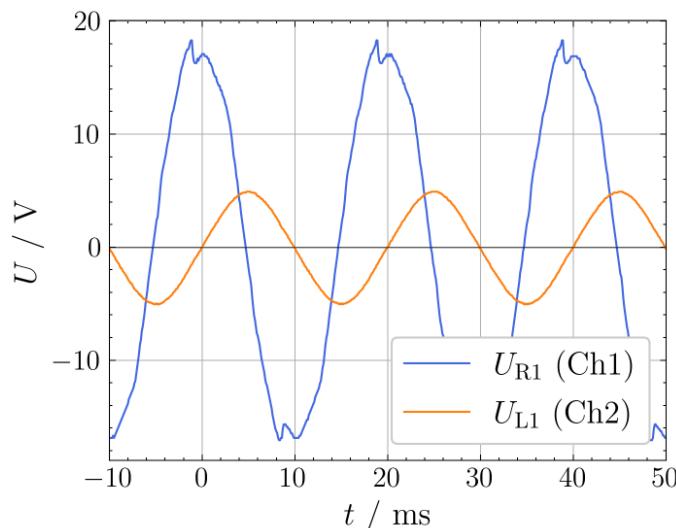


Abbildung 4: Oszilloskop-Aufnahmen des zeitlichen Verlaufs der Spannung über den Widerstand U_R (Ch1) und die Spule U_L (Ch2).

Mithilfe der Cursor-Funktion des Oszilloskops wird die Zeitdifferenz t_ϕ zwischen den zwei Signalen bestimmt und mithilfe von Gleichung 7 daraus der Phasenwinkel berechnet. Mit einer gemessenen Zeitdifferenz von $t_\phi = (4,7 \pm 0,3)$ ms, ergibt sich:

$$\varphi_{\text{mess}} = (85 \pm 5)^\circ$$

Als Nächstes wird der Innenwiderstand R_I der Spule für das Ersatzschaltbild der realen Spule zu $R_I = (18,60 \pm 0,18) \Omega$ gemessen. Aus den gemessenen Effektivspannungen² $U_L = (12,8 \pm 0,7)$ V und $U_R = (3,42 \pm 0,18)$ V werden der Gesamtstrom I , der Spannungsabfall U_{RL} am Innenwiderstand R_I sowie die induktive Blindspannung U_{XL} berechnet. Der Gesamtstrom ergibt sich über den Spannungsabfall am Messwiderstand R .

$$I = \frac{U_R}{R} \quad U_{\text{RL}} = I \cdot R_I \quad U_{\text{XL}} = \sqrt{U_L^2 - U_{\text{RL}}^2} \quad (10)$$

Die berechneten Spannungen und Ströme werden anschließend in Abbildung 5 als Zeigerdiagramm visualisiert. Der Plot zeigt die ermittelten Größen in der komplexen Ebene, wobei alle Zeiger zur besseren Vergleichbarkeit auf Einheiten des Gesamtstroms I beziehungsweise der Spulenspannung U_L skaliert wurden.

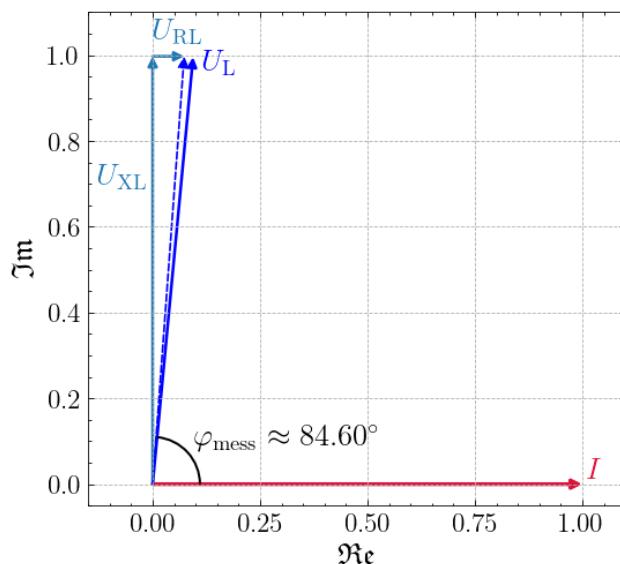


Abbildung 5: Zeigerdiagramm von Strom und Spannung an einer realen Spule. Dargestellt sind der Gesamtstrom I (rot), die gemessene Spulenspannung U_L (blau durchgezogen), der ohmsche Spannungsabfall U_{RL} (hellblau), der induktive Blindspannungsabfall U_{XL} (hellblau) und die vektorielle Summe aus U_{RL} und U_{XL} als theoretische Gesamtspannung (blau gestrichelt). Alle Zeiger sind auf Einheiten des Gesamtstromes I beziehungsweise der Spulenspannung U_L skaliert.

In der Darstellung (Abbildung 5) wird der Gesamtstrom I definitionsgemäß auf die reelle Achse gelegt. Die induktive Blindspannung U_{XL} eilt dem Strom um 90° voraus und liegt auf der imaginären Achse. Der ohmsche Spannungsabfall U_{RL} ist in Phase mit dem Strom. Die gemessene Spulenspannung U_L eilt dem Strom um die gemessene Phase φ_{mess} voraus, was der theoretischen Erwartung für eine reale Spule entspricht.

²Die Effektivwerte wurden mit dem Oszilloskop ermittelt. Entsprechend der in Kapitel 1 angeführten Punkte wird als Unsicherheit $\pm 5\%$ vom Messwert verwendet.

5.2 Diskussion

Die gemessene Phasenverschiebung von $\varphi_{\text{mess}} = (85 \pm 5)^\circ$ liegt nur geringfügig unter dem theoretischen Wert eines idealen induktiven Blindwiderstandes, weicht jedoch erwartungsgemäß ab, da reale Spulen stets ohmsche und magnetische Verluste besitzen. Diese Verluste werden im Modell durch den Innenwiderstand R_I erfasst, der zu einem in Phase zum Strom liegenden Spannungsanteil führt. Das Zeigerdiagramm in Abbildung 5 zeigt, dass die gemessene Gesamtspannung U_L sowohl im Betrag als auch in der Richtung sehr gut mit der vektoriellen Summe aus ohmscher Spannung U_{RL} und induktiver Blindspannung U_{XL} konsistent ist.

Die Abweichungen zwischen Theorie und Messung lassen sich hauptsächlich auf die begrenzte Genauigkeit der Cursor-Messung zurückführen, welche eine relativ große Winkelempfindlichkeit besitzt. Eine zusätzliche Verzerrung entsteht durch stromabhängige Änderungen der Induktivität, die bei realen Spulen unvermeidlich sind und insbesondere bei Eisenkernen auftreten.

6 Elektrische Leistung in einer RC-Schaltung

6.1 Auswertung

Die Aufgabe in diesem Abschnitt ist es die elektrische Leistung in einer RC-Serienschaltung zu untersuchen. Hierzu wurden mit einem Oszilloskop die zeitlichen Verläufe der Eingangsspannung U_E und der Spannung über den Widerstand U_{R1} aufgezeichnet. Die entsprechenden Signalverläufe sind in Abbildung 6 dargestellt.

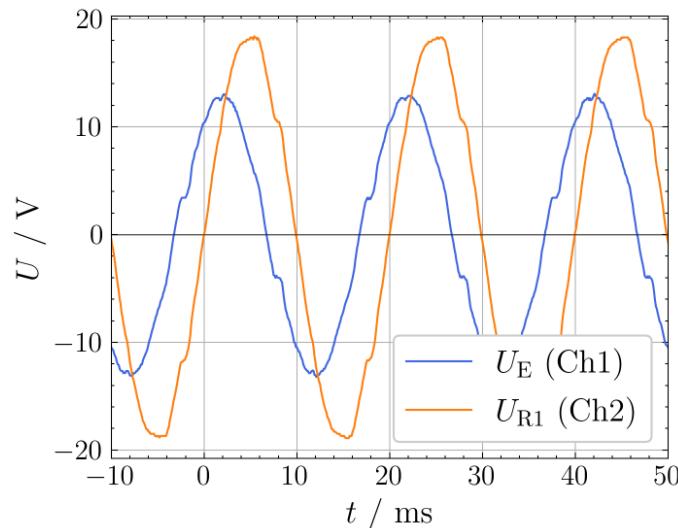


Abbildung 6: Zeitlichen Verlauf der Eingangsspannung U_E (Ch1) und der Spannung über den Widerstand U_{R1} (Ch2) in einem RC-Glied.

Mithilfe der Cursor-Funktion des Oszilloskops wird, wie in den vorigen Versuchen die Zeitdifferenz t_ϕ zwischen den beiden Signalen bestimmt. Die Messung ergibt einen Wert von $t_\phi = (3,4 \pm 0,3)$ ms, woraus gemäß Gleichung 7 eine Phasenverschiebung φ_{mess} von

$$\varphi_{\text{mess}} = (61 \pm 4)^\circ$$

folgt. Zusätzlich wurde mit einem Leistungsmessgerät [6] der Effektivwert der Eingangsspannung $U_E = (13,8 \pm 0,6)$ V sowie der Strom $I = (85,0 \pm 0,4)$ mA bestimmt. Die Effektivwerte der Spannung über den Kondensator $U_{C1} = (12,18 \pm 0,15)$ V und den Widerstand $U_{R1} = (5,74 \pm 0,06)$ V wurden mit einem digitalen Multimeter gemessen. Diese Größen sind in Abbildung 7 als Zeiger-

diagramm visualisiert, wobei alle Zeiger zur besseren Vergleichbarkeit auf Einheiten des Stroms I beziehungsweise der Eingangsspannung U_E skaliert wurden.

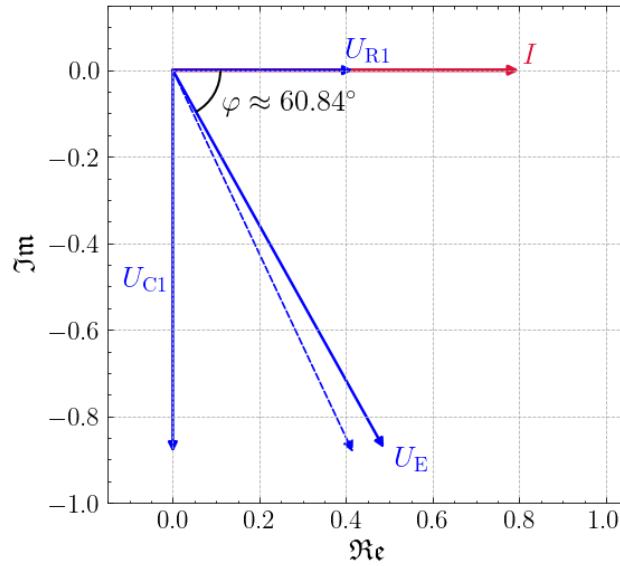


Abbildung 7: Zeigerdiagramm von Strom und Spannung in einer RC-Reihenschaltung. Dargestellt sind der Strom I in rot, die Eingangsspannung U_E , die Kondensatorspannung U_{C1} und die Spannung am Widerstand U_{R1} in blau, sowie die die vektorielle Summe von U_{C1} und U_{R1} als theoretischer Vergleichswert. Alle Zeiger sind auf Einheiten des Stromes I beziehungsweise der Eingangsspannung U_E skaliert.

Im nächsten Schritt werden aus den gemessenen Größen die elektrischen Leistungen berechnet. Die Scheinleistung S ergibt sich aus dem Produkt von Effektivspannung und Effektivstrom [3]:

$$S = U_E \cdot I \quad \Delta S = S \cdot \left(\frac{\Delta U_E}{U_E} + \frac{\Delta I}{I} \right) \quad (11)$$

Die Wirkleistung P und die Blindleistung Q folgen aus der Scheinleistung und der gemessenen Phasenverschiebung:

$$P = S \cdot \cos(\varphi_{\text{mess}}) \quad Q = S \cdot \sin(\varphi_{\text{mess}}) \quad (12)$$

Die Unsicherheiten werden gemäß der Gaußschen Fehlerfortpflanzung (vgl. Kapitel 1) berechnet. Als Zahlenwerte ergeben sich:

$$S = (1,17 \pm 0,06) \text{ VA} \quad P = (0,57 \pm 0,11) \text{ W} \quad Q = (1,02 \pm 0,10) \text{ Var}$$

Die berechneten Leistungen werden in Abbildung 8 als Leistungsdreieck dargestellt. Das Diagramm verdeutlicht den geometrischen Zusammenhang zwischen Wirk-, Blind- und Scheinleistung.

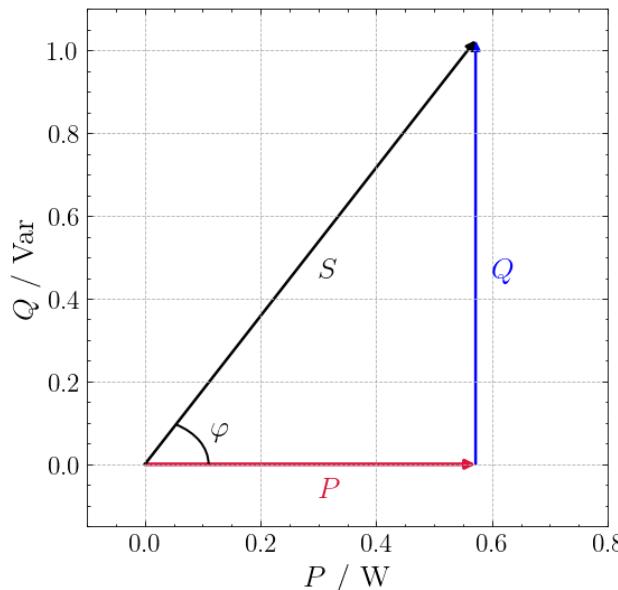


Abbildung 8: Leistungsdreieck einer RC-Reihenschaltung. Dargestellt sind die Wirkleistung P (rot), die Blindleistung Q (blau) und die Scheinleistung S (schwarz) sowie der Phasenwinkel φ_{mess} zwischen Wirk- und Scheinleistung.

Abschließend soll die berechnete Leistungen mit der gemessenen Leistung des Power-Meters verglichen werden. Bei der Durchführung des Versuches wurde versehentlich anstatt der Wirkleistung P der Leistungsfaktor $\cos(\varphi)$ mit dem Messgerät aufgezeichnet. Dementsprechend erfolgt der Vergleich der gemessenen mit den berechneten Größen über den Leistungsfaktor. Dieser kann zuerst aus der Phasenverschiebung der Oszilloskop-Messung bestimmt werden.

$$\cos(\varphi_{\text{mess}}) = 0,49 \pm 0,07 \quad (13)$$

Weiters folgt der Leistungsfaktor aus den gemessenen Spannungen am Kondensator und Widerstand über folgenden Zusammenhang:

$$\cos(\varphi) = \cos \left(\tan^{-1} \left(\frac{U_{C1}}{U_{R1}} \right) \right) = 0,43 \pm 0,03 \quad (14)$$

Der dritte Wert ergibt sich aus der direkten Messung mit dem Power-Meter.

$$\text{PF}_{\text{mess}} = 0,566 \pm 0,014 \quad (15)$$

6.2 Diskussion

Die drei bestimmten Leistungsfaktoren zeigen ein insgesamt konsistentes Bild, wobei jedoch je nach Messmethode unterschiedliche Genauigkeiten erreicht werden. Der aus der Oszilloskopmessung abgeleitete Leistungsfaktor $\cos(\varphi_{\text{mess}}) = 0,49 \pm 0,07$ weist die größte Unsicherheit auf. Dies liegt vor allem daran, dass die Cursor-basierte Bestimmung der Zeitdifferenz sehr empfindlich auf kleine Abweichungen reagiert und die Flanken der in Abbildung 6 dargestellten Signale nicht vollständig ideal verlaufen. Bereits Unsicherheiten im Bereich von wenigen Zehntel Millisekunden führen zu deutlichen Änderungen des berechneten Phasenwinkels. Der aus den Effektivspannungen berechnete Leistungsfaktor von $0,43 \pm 0,03$ zeigt dagegen eine wesentlich bessere Stabilität. Da diese Methode auf dem geometrischen Zusammenhang im Zeigerdiagramm gemäß Abbildung 7 beruht, hängt das Ergebnis vor allem von den Multimeter-Messwerten ab, welche deutlich geringere Unsicherheiten besitzen, als der gemessene Phasenwinkel. Die direkte Messung mit dem Leistungsmessgerät $\text{PF}_{\text{mess}} = 0,566 \pm 0,014$, weicht leicht von den berechneten Werten ab, berücksichtigt jedoch

als einzige tatsächlich die Momentanleistung. Da das Power-Meter die Leistung über Integration von Strom- und Spannungsverlauf bestimmt, erfasst es Signalverzerrungen und Oberwellen, die bei einer RC-Schaltung typisch sind, besonders zuverlässig.

Alle Methoden stimmen im Rahmen der Messunsicherheiten überein und bestätigen das erwartete Verhalten einer kapazitiven Last mit einem Leistungsfaktor deutlich kleiner als eins, was auch im Leistungsdreieck in Abbildung 8 klar sichtbar wird. Eine höhere Genauigkeit wäre durch eine FFT-basierte Phasenanalyse oder durch ein Leistungsmessgerät mit hochauflösender Phasenbestimmung erreichbar.

Die größten Unsicherheiten im Versuch zur RC-Schaltung ergeben sich aus der begrenzten Genauigkeit der Phasenbestimmung mit dem Oszilloskop. Da die Signale in Abbildung 6 nicht vollkommen sinusförmig sind und die Nullstellen leicht verschoben erscheinen, führt bereits eine kleine Verschiebung der Cursorposition zu einer spürbaren Änderung des berechneten Phasenwinkels. Diese Unsicherheit wirkt sich unmittelbar auf die Bestimmung des Leistungsfaktors aus. Hinzu kommt, dass die Multimeterwerte für die Effektivspannungen zwar stabil, aber dennoch durch interne Filter- und Abtastverfahren beeinflusst sind, was insbesondere bei nicht ideal sinusförmigen Strömen zu systematischen Abweichungen führt.

Da die Verschiebung im Eingangssignal vermutlich auf die Schaltung des verwendeten Trenntransformator zurückzuführen ist, würde eine andere Signalquelle, wie ein Oszilloskop im Wavegen-Modus deutlich konsistenter Ergebnisse liefern. Eine weitere Verbesserung des Versuchs wäre durch eine digitale Bestimmung der Phasenlage möglich, zum Beispiel mit einer FFT-Analyse. Auch eine direkt aufgezeichnete Momentanleistung $p(t)$ könnte eine exakte Trennung zwischen Wirk- und Blindanteilen erlauben, ohne auf die Oszilloskop-Cursor angewiesen zu sein.

7 Elektrische Leistung in einer RL-Schaltung

7.1 Auswertung

Im abschließenden Versuchsteil wird die elektrische Leistung in einer RL-Reihenschaltung untersucht. Analog zum vorigen Versuch wurden mit einem Oszilloskop die zeitlichen Verläufe der Eingangsspannung U_E und der Spannung über den Widerstand U_{R1} aufgezeichnet. Die entsprechenden Signalverläufe sind in Abbildung 9 dargestellt.

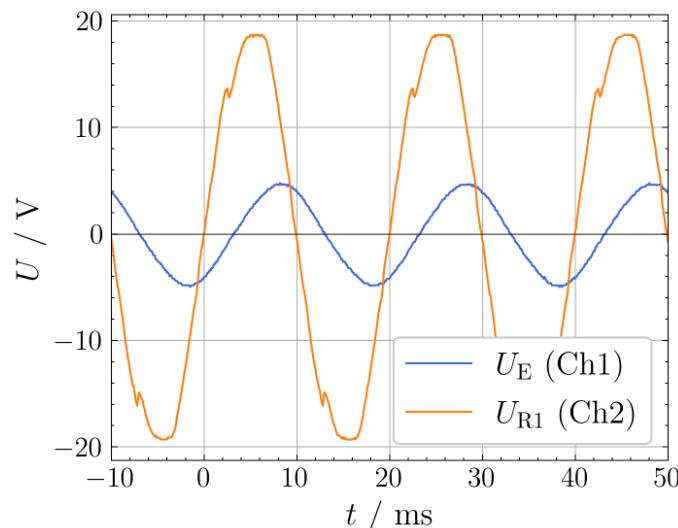


Abbildung 9: Zeitlicher Verlauf der Eingangsspannung U_E (Ch1) und der Spannung über den Widerstand U_{R1} (Ch2) in einem RL-Glied.

Mithilfe der Cursor-Funktion des Oszilloskops wird, wie in den vorigen Versuchen, die Zeitdifferenz t_ϕ zwischen den beiden Signalen bestimmt. Die Messung ergibt einen Wert von $t_\phi = (3,6 \pm 0,3)$ ms, woraus gemäß Gleichung 7 eine Phasenverschiebung φ_{mess} von

$$\varphi_{\text{mess}} = (66 \pm 4)^\circ$$

folgt. Zusätzlich wurde mit einem Leistungsmessgerät [6] der Effektivwert der Eingangsspannung $U_E = (13,9 \pm 0,6)$ V sowie der Strom $I = (50,0 \pm 0,3)$ mA bestimmt. Die Effektivwerte der Spannung über die Spule $U_{L1} = (13,13 \pm 0,17)$ V und den Widerstand $U_{R1} = (3,41 \pm 0,04)$ V wurden mit einem digitalen Multimeter gemessen. Diese Größen sind in Abbildung 10 als Zeigerdiagramm visualisiert, wobei alle Zeiger zur besseren Vergleichbarkeit auf Einheiten des Stroms I beziehungsweise der Eingangsspannung U_E skaliert wurden.

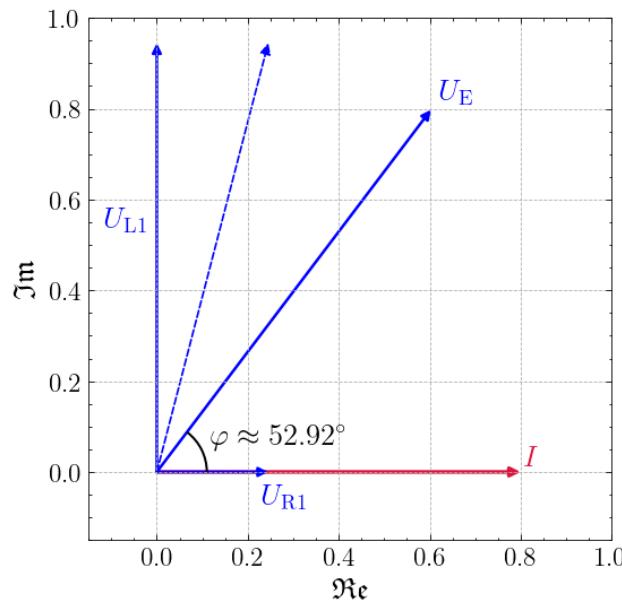


Abbildung 10: Zeigerdiagramm von Strom und Spannung in einer RL-Reihenschaltung. Dargestellt sind der Strom I in rot, die Eingangsspannung U_E , die Spulenspannung U_{L1} und die Spannung am Widerstand U_{R1} in blau, sowie die vektorielle Summe von U_{L1} und U_{R1} als theoretischer Vergleichswert. Alle Zeiger sind auf Einheiten des Stromes I beziehungsweise der Eingangsspannung U_E skaliert.

Im nächsten Schritt werden aus den gemessenen Größen die elektrischen Leistungen berechnet. Die Scheinleistung S ergibt sich gemäß Gleichung 11, die Wirkleistung P und die Blindleistung Q folgen aus den Formeln in Gleichung 12. Als Zahlenwerte ergeben sich:

$$S = (0,70 \pm 0,04) \text{ VA} \quad P = (0,29 \pm 0,07) \text{ W} \quad Q = (0,64 \pm 0,06) \text{ Var}$$

Die berechneten Leistungen werden in Abbildung 11 als Leistungsdreieck dargestellt. Das Diagramm verdeutlicht den geometrischen Zusammenhang zwischen Wirk-, Blind- und Scheinleistung.

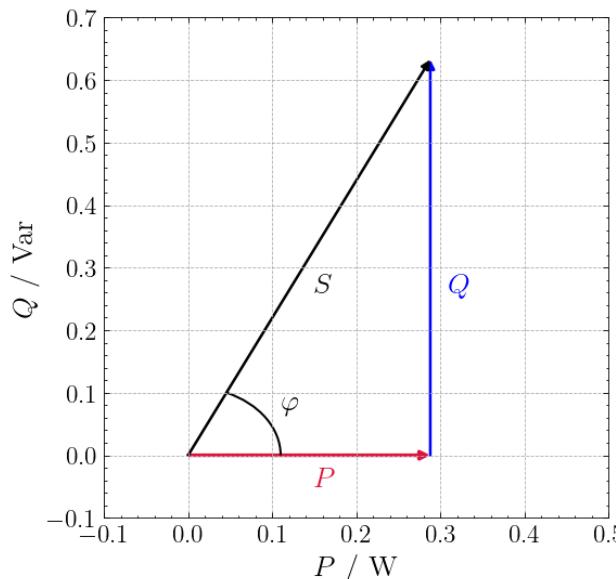


Abbildung 11: Leistungsdreieck einer RL-Reihenschaltung. Dargestellt sind die Wirkleistung P (rot), die Blindleistung Q (blau) und die Scheinleistung S (schwarz) sowie der Phasenwinkel φ_{mess} zwischen Wirk- und Scheinleistung.

Zuletzt sollen die berechneten Leistungen mit der gemessenen Leistung des Power-Meters verglichen werden. Wie auch im vorigen Versuch wurde versehentlich der Leistungsfaktor anstatt der Wirkleistung gemessen. Somit erfolgt ein Vergleich von Leistungsfaktoren, welche über unterschiedliche Methoden bestimmt werden. Zuerst ergibt sich der Leistungsfaktor aus der Phasenverschiebung der Oszilloskop-Messung:

$$\cos(\varphi_{\text{mess}}) = 0,41 \pm 0,08 \quad (16)$$

Alternativ kann der Leistungsfaktor aus den gemessenen Spannungen an der Spule und dem Widerstand über folgenden Zusammenhang bestimmt werden:

$$\cos(\varphi) = \cos \left(\tan^{-1} \left(\frac{U_{L1}}{U_{R1}} \right) \right) = 0,251 \pm 0,011 \quad (17)$$

Die direkte Messung mit dem Power-Meter liefert den dritten Wert:

$$PF_{\text{mess}} = 0,251 \pm 0,008 \quad (18)$$

7.2 Diskussion

Die drei bestimmten Leistungsfaktoren ergeben ein weitgehend konsistentes Gesamtbild, wobei die Oszilloskop-Messung erneut die größten Unsicherheiten aufweist. Der aus der Zeitdifferenz bestimmte Leistungsfaktor $\cos(\varphi_{\text{mess}}) = 0,41 \pm 0,08$ leidet unter der begrenzten Genauigkeit der Cursor-Methode. Der Verlauf der Eingangsspannung U_E in Abbildung 9 zeigt zudem geringfügige Verzerrungen der Signalform, wodurch die exakte Lage der Nulldurchgänge schwer definierbar ist. Deutlich stabiler ist der Leistungsfaktor, welcher aus den Effektivspannungen berechnet wurde, nämlich $0,251 \pm 0,011$. Dieser Wert stimmt nahezu exakt mit dem vom Leistungsmessergerät aufgezeichneten Leistungsfaktor $PF_{\text{mess}} = 0,251 \pm 0,008$ überein und bestätigt damit sowohl die korrekte Messung der Spannungen als auch das erwartete Verhalten einer stark induktiven Last. Das Zeigerdiagramm in Abbildung 10 zeigt, dass der Spannungsanteil an der Spule weit größer ist als der ohmsche Anteil, was eine deutliche Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung zur Folge hat. Die verbleibenden Abweichungen der Oszilloskopmethode sind im Wesentlichen auf die limitierte Auflösung der Phasenbestimmung sowie auf reale Verluste in der Spule zurückzuführen, etwa

durch Kupferwiderstand, Wirbelströme oder nichtlineare Induktivität bei magnetischen Bauteilen. Insgesamt bestätigen die Messergebnisse das theoretische Verhalten einer RL-Reihenschaltung und zeigen gleichzeitig die Grenzen der verschiedenen Messmethoden auf.

In der RL-Schaltung ergibt sich ein erheblicher Teil der Messunsicherheit aus der Bestimmung der Phasenverschiebung zwischen Strom- und Spannungsverlauf. Da die Oszilloskopmessung aufgrund der begrenzten zeitlichen Auflösung nur eine Genauigkeit von wenigen Zehntel Millisekunden erlaubt, führt dies bei einem relativ großen Phasenwinkel zu deutlichen Winkelfehlern. Die Signalform in Abbildung 9 weist zudem leichte Verzerrungen auf, welche durch den im Messaufbau verwendeten Transformator hervorgerufen werden. Der endliche Kupferwiderstand der Spule sowie Wirbelstromverluste tragen ebenfalls zu einer Abweichung zwischen idealem und realem Verhalten bei und beeinflussen sowohl die gemessenen Spannungen als auch die resultierende Phase.

Eine Verbesserung wäre durch die Verwendung einer anderen Wechselstromquelle oder einer Spule mit geringerem Verlustfaktor und ohne magnetischen Kern möglich, da dieser die Linearität der Induktivität beeinträchtigt.

8 Blindleistungskompensation

8.1 Auswertung

Im letzten Versuchsteil wird die Blindleistungskompensation in einem RLC-Kreis untersucht. Dabei wird mit einem Oszilloskop die Eingangsspannung U_E und die Spannung am Widerstand U_{R1} für drei verschiedene Kapazitäten aufgezeichnet. Mithilfe der Cursor-Funktion des Oszilloskops wird, wie in den vorigen Versuchen, die Zeitdifferenz t_ϕ zwischen den beiden Signalen bestimmt. Die entsprechenden Oszilloskop-Aufnahmen für die drei untersuchten Kapazitäten $C = 100 \mu\text{F}$, $C = 167 \mu\text{F}$ und $C = 177 \mu\text{F}$ sind in Abbildung 12 dargestellt.

Aus den gemessenen Zeitdifferenzen werden gemäß Gleichung 7 die jeweiligen Phasenverschiebungen berechnet und daraus der Leistungsfaktor $\cos(\varphi_{\text{mess}})$ bestimmt. Die ermittelten Werte sind in Tabelle 3 zusammengefasst.

Tabelle 3: Gemessene Zeitdifferenzen und berechnete Leistungsfaktoren für drei verschiedene Kompensationskapazitäten. Die Unsicherheit der Phasenverschiebung ergibt sich aus der Ableseunsicherheit $\Delta t_\phi = 0,25 \text{ ms}$.

$C / \mu\text{F}$	t_ϕ / ms	$\varphi_{\text{mess}} / {}^\circ$	$\cos(\varphi_{\text{mess}}) / 1$
100	$1,9 \pm 0,3$	34 ± 5	$0,83 \pm 0,05$
167	$1,0 \pm 0,3$	18 ± 5	$0,95 \pm 0,03$
177	$0,8 \pm 0,3$	15 ± 5	$0,97 \pm 0,02$

Die Messergebnisse zeigen deutlich, dass durch die Wahl einer geeigneten Kapazität die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung reduziert werden kann. Der höchste Leistungsfaktor von $\cos(\varphi_{\text{mess}}) = 0,965$ wird bei einer Kapazität von $C = 177 \mu\text{F}$ erreicht, was einer nahezu vollständigen Kompensation der induktiven Blindleistung entspricht.

Der vollständige Versuch zur Blindleistungskompensation umfasst zusätzlich eine detaillierte Betrachtung der Spannungs- und Stromverhältnisse im RLC-Kreis für jeden Kompensationsversuch. Aufgrund unvollständiger Messdaten konnte dieser Teil jedoch nicht durchgeführt werden. Da der Versuch jedoch optional ist, wird hier einfach nur die Phasenbeziehung der Blindleistungskompensation behandelt.

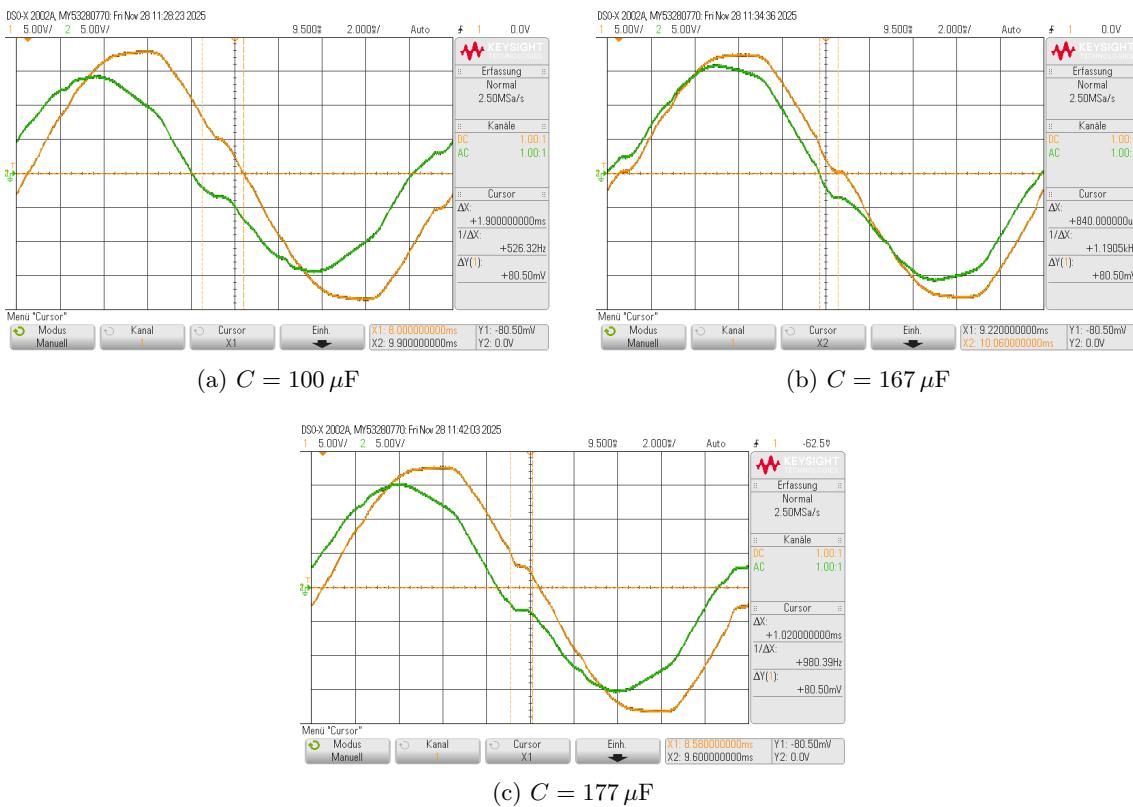


Abbildung 12: Oszilloskop-Aufnahmen der Blindleistungskompensation für drei verschiedene Kapazitätswerte. Dargestellt sind jeweils die Eingangsspannung U_E (Ch1) und die Spannung über den Widerstand U_{R1} (Ch2).

8.2 Diskussion

Unter Blindleistungskompensation versteht man die gezielte Verringerung der Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung, die in induktiven Lasten wie Spulen zwangsläufig entsteht. Durch das Zuschalten eines Kondensators wird ein kapazitiver Blindanteil erzeugt, der der induktiven Blindleistung entgegenwirkt und den Gesamtphasenwinkel des Systems reduziert. Dadurch steigt der Leistungsfaktor und der Anteil der tatsächlich nutzbaren Wirkleistung nimmt zu, ohne dass die Last selbst verändert werden muss.

Die gemessenen Werte zeigen deutlich, dass die Kompensation mit zunehmender Kapazität immer wirksamer wird. Während bei kleinen Kapazitäten noch eine deutliche Phasenverschiebung besteht, rücken Strom- und Spannungsverlauf mit Kapazitäten um etwa $167 \mu\text{F}$ oder $177 \mu\text{F}$ nahezu zusammen, was sich sehr anschaulich in den Oszilloskopaufnahmen in Abbildung 12 zeigt. Der resultierende Leistungsfaktor nähert sich dabei Werten von über 0,95, womit die Blindleistung nahezu vollständig kompensiert ist. Ein Vergleich mit der ursprünglichen RL-Schaltung (Abbildung 9) macht diesen Effekt besonders gut sichtbar, da dort die Signale noch deutlich gegeneinander verschoben sind. Durch die Kompensation verschwinden diese Versätze nahezu vollständig, was den Übergang zu einer fast rein ohmschen Last widerspiegelt.

Ein Leistungsfaktor deutlich größer als 0,95 ist jedoch nicht erstrebenswert. Wird überkompensiert, verschiebt sich die Phase in den kapazitiven Bereich und die Anlage liefert Blindleistung ins Netz zurück, was ebenso unerwünscht ist wie eine zu hohe induktive Blindleistung. Stromversorgungs- und Schutzsysteme sind im Allgemeinen auf leicht induktive oder weitgehend ohmsche Lasten ausgelegt, sodass eine Kompensation bis etwa 0,95 sinnvoll ist, während höhere Werte keinen zusätzlichen Nutzen bringen und in der Praxis sogar nachteilig sein können. Insgesamt bestätigen die Messwerte, dass die Kompensation im vorliegenden Aufbau gut funktioniert und der Übergang

zu einer kleineren Phasenverschiebung klar erkennbar ist.

Die Blindleistungskompensation weist vor allem bei kleinen Phasenwinkeln deutliche Messunsicherheiten auf, da die Zeitdifferenz zwischen den Signalverläufen dann nur wenige Millisekunden beträgt und die Oszilloskopmessung dafür keine ausreichende Genauigkeit bietet. Besonders bei den nahezu kompensierten Fällen, wie in Abbildung 12 zu sehen, genügt bereits eine minimal veränderte Cursorposition, um den Leistungsfaktor zu verschieben. Hinzu kommt, dass reale Kondensatoren parasitäre Induktivitäten und Verluste besitzen, wodurch die Kompensation nicht exakt dem theoretischen Wert entspricht. Auch die Spule weist weiterhin einen ohmschen Anteil auf, der selbst bei perfekter Blindleistungskompensation die Phase leicht beeinflusst. Die Frequenz des Netzsигals kann zudem geringfügig schwanken, was die optimale Kapazität ebenfalls verändert.

Eine Verbesserung wäre durch eine vollständig digitale Phasenbestimmung möglich, etwa über eine FFT-Analyse.

Literatur

- [1] S. community. `scipy.optimize.curve_fit`. https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.optimize.curve_fit.html, 2025. zuletzt besucht: 29.10.2025.
- [2] F. Cooperation. 170 series truerms digital multimeter, 2018. URL https://media.fluke.com/cb593913-08c5-4667-814f-b10600699782_original%20file.pdf. zuletzt besucht: 26.11.2025.
- [3] W. Demtröder. *Experimentalphysik 2 - Elektrizität und Optik*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 7 edition, 2018. ISBN 978-3-662-55790-7. zuletzt besucht: 08.11.2025.
- [4] Institut für Experimentalphysik, Technische Universität Graz and Institut für Physik, Universität Graz. Laborübung 2.05: Halbleiterdiode, 2025. Laborpraktikum Elektrizität, Magnetismus, Optik, WS 2025/26.
- [5] A. . T. T. INSTRUMENTS. 1604 40,000 Count Digital Multimeter, 2015. URL https://resources.aimtti.com/manuals/1604_Instruction_Manual-Iss12.pdf. zuletzt besucht: 26.11.2025.
- [6] H. Instruments. 8 kW Power-Meter HM8115-2, 2001. URL https://elektrotanya.com/hameg_hm8115-2_power_meter_um.pdf/download.html#dl. zuletzt besucht: 26.11.2025.
- [7] iso.org. Determining combined standard uncertainty. https://www.iso.org/sites/JCGM/GUM/JCGM100/C045315e-html/C045315e_FILES/MAIN_C045315e/05_e.html, 2025. zuletzt besucht: 16.11.2025.
- [8] Metex. Metex 4600 Serie Digital Multimeter, 2020. URL <https://www.opweb.de/en/manufacturer/metex/4600>. zuletzt besucht: 26.11.2025.
- [9] K. Technologies. InfiniiVision 2000 X-Series Oscilloscopes, 2022. URL <https://www.keysight.com/us/en/assets/7018-02733/data-sheets/5990-6618.pdf>. published in USA, May 30, 2022.
- [10] Wikipedia. Effektivwert. <https://de.wikipedia.org/wiki/Effektivwert>, 2025. zuletzt besucht: 29.05.2025.

Abbildungsverzeichnis

1	Amplitudengang Q in Dezibel als Funktion der Frequenz f für vier unterschiedliche Messgeräte. Der grau hinterlegte Bereich kennzeichnet den Frequenzbereich (50 Hz bis 500 Hz), in welchem die Multimeter für eine Messung des Effektivwerts spezifiziert sind.	6
2	Oszilloskop-Aufnahmen des zeitlichen Verlaufs der Spannung über den Widerstand U_R (Ch1) und den Kondensator U_C (Ch2).	7
3	Zeigerdiagramm von Strom und Spannung an einem realen Kondensator. Dargestellt sind die Kondensatorspannung U_C (blau), der Gesamtstrom I (rot durchgezogen), der kapazitive Blindstrom I_C (orange), der ohmsche Verluststrom I_R (orange) und die vektorielle Summe aus I_C und I_R als theoretischer Gesamtstrom (rot gestrichelt). Alle Zeiger sind auf Einheiten des Gesamtstromes I beziehungsweise der Kondensatorspannung U_C skaliert.	8
4	Oszilloskop-Aufnahmen des zeitlichen Verlaufs der Spannung über den Widerstand U_R (Ch1) und die Spule U_L (Ch2).	9
5	Zeigerdiagramm von Strom und Spannung an einer realen Spule. Dargestellt sind der Gesamtstrom I (rot), die gemessene Spulenspannung U_L (blau durchgezogen), der ohmsche Spannungsabfall U_{RL} (hellblau), der induktive Blindspannungsabfall U_{XL} (hellblau) und die vektorielle Summe aus U_{RL} und U_{XL} als theoretische Gesamtspannung (blau gestrichelt). Alle Zeiger sind auf Einheiten des Gesamtstromes I beziehungsweise der Spulenspannung U_L skaliert.	10
6	Zeitlichen Verlauf der Eingangsspannung U_E (Ch1) und der Spannung über den Widerstand U_{R1} (Ch2) in einem RC-Glied.	11
7	Zeigerdiagramm von Strom und Spannung in einer RC-Reihenschaltung. Dargestellt sind der Strom I in rot, die Eingangsspannung U_E , die Kondensatorspannung U_{C1} und die Spannung am Widerstand U_{R1} in blau, sowie die die vektorielle Summe von U_{C1} und U_{R1} als theoretischer Vergleichswert. Alle Zeiger sind auf Einheiten des Stromes I beziehungsweise der Eingangsspannung U_E skaliert.	12
8	Leistungsdreieck einer RC-Reihenschaltung. Dargestellt sind die Wirkleistung P (rot), die Blindleistung Q (blau) und die Scheinleistung S (schwarz) sowie der Phasenwinkel φ_{mess} zwischen Wirk- und Scheinleistung.	13
9	Zeitlicher Verlauf der Eingangsspannung U_E (Ch1) und der Spannung über den Widerstand U_{R1} (Ch2) in einem RL-Glied.	14
10	Zeigerdiagramm von Strom und Spannung in einer RL-Reihenschaltung. Dargestellt sind der Strom I in rot, die Eingangsspannung U_E , die Spulenspannung U_{L1} und die Spannung am Widerstand U_{R1} in blau, sowie die vektorielle Summe von U_{L1} und U_{R1} als theoretischer Vergleichswert. Alle Zeiger sind auf Einheiten des Stromes I beziehungsweise der Eingangsspannung U_E skaliert.	15
11	Leistungsdreieck einer RL-Reihenschaltung. Dargestellt sind die Wirkleistung P (rot), die Blindleistung Q (blau) und die Scheinleistung S (schwarz) sowie der Phasenwinkel φ_{mess} zwischen Wirk- und Scheinleistung.	16
12	Oszilloskop-Aufnahmen der Blindleistungskompensation für drei verschiedene Kapazitätswerte. Dargestellt sind jeweils die Eingangsspannung U_E (Ch1) und die Spannung über den Widerstand U_{R1} (Ch2).	18

Tabellenverzeichnis

1	Gemessene Effektivwerte verschiedener Signalformen, aufgenommen mit vier unterschiedlichen Spannungsmessgeräten. Angeführt sind die Messwerte U_1 bis U_4 , welche den Messgeräten TTi 1604, Metex M-4600, Fluke 175 und Keysight X2002A entsprechen. Im Vergleich dazu ist außerdem der theoretische Wert U_{theo} angegeben.	4
2	Gemessene Effektivwerte für verschiedene Frequenzen, aufgenommen mit vier unterschiedlichen Spannungsmessgeräten. Angeführt sind die Messwerte U_1 bis U_4 , welche den Messgeräten TTi 1604, Metex M-4600, Fluke 175 und Keysight X2002A entsprechen. Die Messreihe U_4 wurde mit dem Oszilloskop aufgenommen und ist mit einer Unsicherheit von $\Delta U_4 = 0,11 \text{ V}$ behaftet.	5
3	Gemessene Zeitdifferenzen und berechnete Leistungsfaktoren für drei verschiedene Kompensationskapazitäten. Die Unsicherheit der Phasenverschiebung ergibt sich aus der Ableseunsicherheit $\Delta t_\phi = 0,25 \text{ ms}$	17