

Universitat Politècnica de Catalunya
Facultat de Matemàtiques i Estadística

Degree in Mathematics
Bachelor's Degree Thesis

A learning approach to the FOM problem

Eudald Romo Grau

Supervised by Alberto Rodriguez Garcia and Maria Alberich Carramiñana

April, 2017

Thanks to Alberto Rodriguez for his tutoring, for providing me with the required tools and financial support to undertake this project and for hosting me in his laboratory, to Maria Alberich for her supervision and tutoring, to Francois Hogan for his ideas and the introduction he gave me to his previous work, to Maria Bauza for her insights in Machine Learning, to all the members of the MCube Lab for their thoughts on the project and their support, to Centre de Formacio Interdisciplinaria Superior for offering me the possibility and the financial support to take part in this project, to Massachusetts Institute of Technology for providing the required facilities required to develop this project and to Generalitat de Catalunya for their financial support.

Abstract

The family of modes (FOM) approach to solving model predictive control (MPC) problems is a novel heuristic technique developed at MIT to solve the time complexity of traditional MPC solving techniques. This study addresses some of the issues associated with the previous formulations of this technique by increasing the sequential robustness of the FOM and providing methodologies to choose the parameters required for the heuristic. A general simulation interface is developed together with techniques to score and compare the obtained trajectories. Then an statistics and machine learning based methodology is developed to tune the parameters is proposed and the results are compared with the original ones. Finally, experimental procedures are developed to validate the results.

Keywords

Manipulation, Online Control, MPC, FOM, Underactuation, Hybridness

1. Introduction

Recently, there has been a lot of progress in the worlds of manipulation and locomotion. ADD SOME EXAMPLES HERE. This allowed to tackle problems as state hybridness (talk about complementarity constraints). This allowed further progress into the planning branch of these problems. Unluckily, the complexity of the traditional formulations for these problems requires discretization of the time space of the problem and the algorithmic cost of the used solvers usually grows exponentially with the number of considered time steps. This has been translated into a relatively lower progress of the correspondent online control branch.

1.1 Prior Work

1.2 Model Predictive Control

1.3 Family of Modes

I have to talk about close loops and about manipulation. Then MPC, then first approach to the family of modes

En referencia al treball. Com et vaig dir, treballa estudiant les famílies de modes que el meu company va utilitzar al seu article. El problema que intenten solucionar es el de controlar una trajectoria híbrida en el pla. Tenim un dit que empeny el quadrat metàl·lic que et vaig comentar i ha d'intentar que segueixi trajectories prèviament calculades. Com que en cada iteració el sistema està en un i només un dels tres possibles estats (adherència, lliscament en una direcció o en l'altra) i cada estat té les seves propietats físiques, que prèviament linealitzem. La manera naïf de solucionar-ho seria crear un problema de Programació lineal o quadràtica per cada possible combinació d'estats present a una trajectoria. El nombre de problemes que s'han de solucionar creix exponencialment. La manera tradicional de trencar l'exponencialitat es modelar cada iteració amb les variables necessàries per descriure el sistema més una variable entera (0 o 1) per cada possible estat. Aleshores simplement es formula el problema com un problema de Programació Entera Mixta (MIP) i es soluciona amb algun programa especialitzat com ara Gurobi. Plantejar-ho com un MIP fa que, tot i que en el cas pitjor, el problema sigui sent exponencial en el nombre de variables, els mètodes de programació lineal que s'utilitzen per solucionar-ho (principalment Branch and Bound o Branch and Cut amb certes heurístiques) fan que el temps esperat sigui molt menor.

Es pot representar el conjunt de possibles problemes de programació lineal que s'han de resoldre a través d'un arbre. Cada node representa un dels tres estats possibles. L'arrel de l'arbre és un node buit i a cada pas de la trajectoria l'arbre es ramifica 3 nodes (un per cada possible estat). Cada camí des de l'arrel fins a una de les fulles defineix de manera única un problema a solucionar. La solució que nosaltres proposem és bàsicament una heurística que només explora un conjunt limitat d'aquests camins i elegeix el millor. El problema que solucionem és un problema de control, no de planificació, per tant, un cop obtenim una solució, obtenim els valors que hem de passar al controlador per executar el primer pas, l'executem, obtenim la informació necessària a través de sensors per determinar la nova nostra posició i tornem a executar l'algorisme. Això ens permet reaccionar a perturbacions externes o a errors d'execució (per exemple, podríem estar esperant que en un pas el dit robòtic es mantingues adherit, però el coeficient de fricció pot ser diferent a la zona on està en aquell moment i lliscar en comptes de mantenir-se adherit). Per tant, el que fem és solucionar el problema un problema amb un horitzó reduït repetidament a una alta freqüència (solucionar el problema en tot moment des de la posició actual fins al destí final acostuma a ser

massa costos i no es pot fer a la freqüència necessària). Aquest mètode obte solucions subòptimes, però està motivat pel fet que la solució del problema tradicional (MIP) no està repartida homogeniament entre el conjunt de camins de l'arbre de decisions, hi ha alguns camins que són molt més comuns que d'altres. L'objectiu últim d'aquesta línia d'investigació és obtenir resultats el més propers possible a l'òptim utilitzant un grup el més reduït possible de camins.

En el moment d'arribar al laboratori em vaig trobar que el mètode tenia encara defectes importants i requeria investigació en algunes direccions. Un dels defectes era el fet que en cada iteració només s'executes el primer pas de la trajectòria obtinguda. Això feia que la immensa majoria de famílies de camins fossin, a efectes pràctics, inútils. Per mostrar un exemple senzill, es pot considerar el cas en que la família conte dos camins de tres iteracions, per exemple:

$$\text{cami1} = \text{adherencia, lliscar}_a\text{munt, adherencia} \quad \text{cami2} = \text{adherencia, lliscar}_a\text{vall, adherencia}$$

. Encara que entre els dos camins es tingui en compte la totalitat dels estats possibles, el dit robòtic mai lliscarà, ja que el primer pas dels dos camins és adherència, i el controlador només executa el primer pas. Vaig estar mirant maneres de solucionar aquest problema i, si es volien mantenir camins estàtics (és a dir, executar sempre els mateixos camins en cada iteració), el nombre de camins necessaris també creixia molt ràpidament, ja que per cada camí, hauries d'afegir totes les possibles translacions periòdiques del camí. Vaig considerar camins dinàmics i vaig obtenir dues possibles solucions. La primera era principalment imaginar els camins com a camins periòdics i traslladar-los una posició al final de cada iteració. La segona era afegir un mode camaleó, que en cada iteració simulés la continuació del camí seleccionat com a solució de la iteració anterior.

Les parts que requereixen investigació són principalment les referents a la selecció dels camins que a considerar i a la quantificació del camí obtingut. Al moment d'arribar no hi havia cap manera establerta de decidir si un camí era millor que un altre. De moment he decidit utilitzar mateixos costos que s'utilitzen localment per solucionar els problemes de programació lineal en l'horitzó reduït per evaluar la solució total, ja que això em permet garantir alguns resultats teòrics, com ara que, a part d'errors numèrics al solucionar el MIP, la solució del MIP ha de ser millor que la de la família de modes.

Aquests últims mesos he estat programant un codi en MATLAB per simular els dos mètodes (família de modes i MIP) basant-me en el codi anterior del meu company de laboratori. Ell tenia un codi prototip per solucionar un cas molt concret: família de modes amb tres camins de 35 iteracions que segueix una línia recta. Ho he reestructurat tot per tal que es puguin generar camins arbitraris que combinin els estats que jo defineixi i seguir trajectòries arbitràries. Això ha de permetre, per una banda, estendre el problema a casos més complexos (trajectòries més complexes, un dit que pugui canviar la cara del cub que empeny, múltiples dits que empenyin diferents cares, etc). Per altra banda, la flexibilitat de generació de camins i la implementació del cost de la trajectòria final obtinguda ha de permetre estudiar la dependència de la qualitat de la solució obtinguda en funció dels camins base seleccionats. Això obre la porta a aplicar tècniques d'aprenentatge per seleccionar els camins base per solucionar un cert problema.

A dia d'avui, el codi base està pràcticament completat. Es poden seguir trajectòries rectilínies o circulars i es pot quantificar la solució obtinguda i mostrar-la en un vídeo. En els propers dies provare la millora entre utilitzar o no el mode camaleó amb diferents seleccions de camins base. El proper pas serà utilitzar algun algorisme aleatori (alguna cosa similar a un algorisme genètic) per intentar millorar la selecció de camins base. Aquest estudi inicial, encara que no proporcioni una manera formal d'aconseguir camins inicials, possiblement permeti tenir una noció de la correlació entre camins de la família.

Et seguire informant de futures direccions en la investigació. També t'adjunto un vídeo on es veu una simulació amb família de modes on s'intenta seguir una trajectòria circular objectiu (quadrat vermell). La

trajectoria simulada (quadrat blau) te unes condicions inicials lleugerament perturbades.

This is an example of a document using the TFG-GM.cls document class. The TFG-GM.cls document class is a modification of the Reports@SCM class with minor differences (cover page, title colors and format for references) to facilitate the submission of your work to the journal Reports@SCM.

If your plan is submitting your work to the **journal Reports@SCM**, please note that:

- The length of the core of the document should not exceed 10 pages, see the Reports@SCM web page for details.
- Further developments, explanations, codes or results are expected to be also included in this document as appendixes.
- You should not add any extra packages unless you consider it very necessary. See Section 5 to see which standard packages are considered by default.

If you do not plan submitting your work to the journal Reports@SCM, you can use this document as an example. **Using this template is not mandatory.**

In any case, **you must use the template for the main cover page** coverMAMMEmasterThesis.doc as explained in section 2.

2. Adding the MAMME cover page to your document

Regardless of the structure of the document of your TFG, you have to use the template coverTFG-GM.doc for the cover page. You can follow the following steps:

- Generate a pdf file with the document of your TFG, following or not this template
- Modify the document coverTFG-GM.doc with the data of your thesis and generate a pdf with two pages (cover and blank page)
- Use Adobe or other software to join (combine or merge) the two pdf files in one pdf file.

3. Environments

In this section you can see examples of different environments.

3.1 Theorem-like environments

Theorem 3.1. *This is an example of a theorem, numbered with the section number.*

Proposition 3.2. *This is a proposition, numbered the same way. You can reference theorems and propositions using the labels, see for instance Theorem 3.1.*

Lemma 3.3. *This is a lemma, numbered the same way.*

Corollary 3.4. *This is a corollary, numbered the same way.*

Conjecture 3.5. *This is a conjecture, numbered the same way.*

If you need any other environment, you can add it to the preamble following the examples.

3.2 Definition-like environments

Definition 3.6. This is a definition. Notice that the style is different than in theorems.

Example 3.7. This is an example. Same style as definitions.

3.3 Remark-like environments

Remark 3.8. This is a remark.

Remark. This is a remark with no numbered label. You may create other environments with no numbered label by copying from this example.

4. Figures

Please include figures using the graphics package uploaded. Fancy options can be found for example in

<http://www.kwasan.kyoto-u.ac.jp/solarb6/usinggraphicx.pdf>

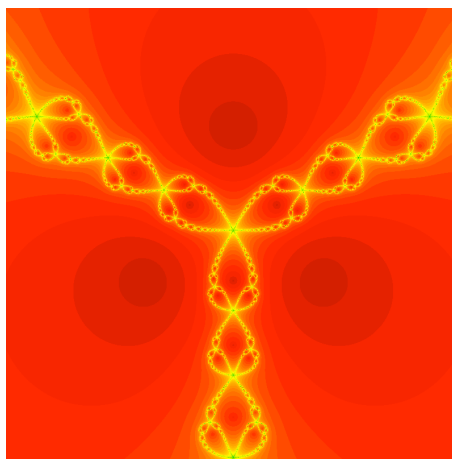


Figure 1: The caption of this figure is “Newton’s method of a cubic polynomial” .

5. Mathematics and packages

By default, the following packages are uploaded:

- (1) `enumerate`: It allows you to make list with specific somehow arbitrary labels, like this one.
- (2) `amsthm`: To make environments with different styles.
- (3) `amsmath`, `amssymb`, `amsfonts`: Multiple mathematics symbols and fonts.
- (4) `graphicx`: To include figures in a simple and intuitive way.
- (5) `amscd`: To make commutative diagram with horizontal and vertical arrows. See below.
- (6) `xy`: To make really fancy commutative arrows. See below.
- (7) `booktabs`: To make fancy tables.

You may add other standard packages if you need them but try to avoid it if at all possible.

If you need to use them, you will find information about these packages in the usual internet places.

Here are examples of two commutative diagrams, one made with the package `amscd` and the other one with `xy`.

$$\begin{array}{ccc} A & \xrightarrow{g} & B \\ \downarrow \pi & & \downarrow \pi \\ X & \xrightarrow{f} & Y \end{array}$$

6. Bibliography

You may include your references by hand using the `bibliography` (see an example below) or, alternatively, you may use a `.bib` file and use BibTeX. In any case, we ask you to use a reasonable **consistent** format for all your references. Our recommendation is using BibTeX with the style "plain" or "amsalpha".

References

- [1] S.K. Agrawal, J. Yan. 'A three-wheel vehicle with expanding wheels: differential flatness, trajectory planning, and control', *Proc. of the 2003 IEEE WRSJ, Intl. Conference on Intelligent Robots and Systems*, Las Vegas, 2003.
- [2] L. Ahlfors. *Complex analysis. An introduction to the theory of analytic functions of one complex variable*, 3rd ed. McGraw-Hill, 1978.
- [3] L. Ahlfors. *Lectures on quasiconformal mappings*, 2nd ed. University Lecture series **38**, American Mathematical Society, 2006.

- [4] L. Ahlfors and L. Bers. Riemann mapping's theorem for variable metrics, *Annals of Math.* **72** (1960), 385–404.
- [5] B. Charlet, J. Lévine, R. Marino. On dynamic feedback linearization, *System and Control Letters* **13** (1989), 143–151.

A. Title of the appendix

You can include here an appendix with details that can not be included in the core of the document. You should reference the sections in this appendix in the core document.

B. Title of the appendix

Second appendix.