DST5 - SE - Corrigé :

• Ex 1 :

① $\dfrac{3x-2}{7x-3} = 2$

L'équation existe ssi $7x - 3 \neq 0$
ssi $x \neq \dfrac{3}{7}$

$\dfrac{3x-2}{7x-3} = 2 \iff 3x - 2 = 2(7x-3)$ avec $x \neq \dfrac{3}{7}$
$\iff 3x - 2 = 14x - 6$
$\iff -2 + 6 = 14x - 3x$
$\iff 4 = 11x$
$\iff x = \dfrac{4}{11}$.

L'ensemble des solutions est $\mathcal{S} = \left\{\dfrac{4}{11}\right\}$.

② $(3x-4)^2 - (x+7)^2 = 0$
$\iff [(3x-4)+(x+7)][(3x-4)-(x+7)] = 0$
$\iff (3x - 4 + x + 7)(3x - 4 - x - 7) = 0$
$\iff (4x+3)(2x-11) = 0$
$\iff 4x + 3 = 0$ ou $2x - 11 = 0$
$\iff 4x = -3$ ou $2x = 11$
$\iff x = -\dfrac{3}{4}$ ou $x = \dfrac{11}{2}$

L'ensemble des solutions est $\mathcal{S} = \left\{-\dfrac{3}{4}; \dfrac{11}{2}\right\}$.

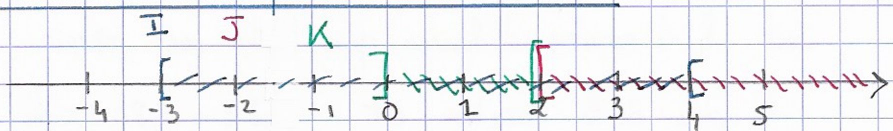
③ $4x - 7 \leq 6x + 5 \iff -7 - 5 \leq 6x - 4x$
$\iff -12 \leq 2x$
$\iff -\dfrac{12}{2} \leq x$ avec $2 > 0$
$\iff -6 \leq x$
$\iff x \geq -6$

L'ensemble des solutions est $\mathcal{S} = [-6; +\infty[$

④ $\dfrac{2-3x}{-3} > -2 \iff 2 - 3x < -3(-2)$ avec $-3 < 0$
$\iff 2 - 3x < 6$
$\iff -3x < 6 - 2$
$\iff -3x < 4$
$\iff x > -\dfrac{4}{3}$ avec $-3 < 0$

L'ensemble des solutions est $\mathcal{S} = \left]-\dfrac{4}{3}; +\infty\right[$

• Ex 2 :



1. $x \in [-3; 4[\iff -3 \leq x < 4$.

2. $I \cap J = [2; 4[$ et $I \cup J = [-3; +\infty[$.

3. $I \cap K = K$ et $J \cap K = \emptyset$.

4. $J \cup K =]0; +\infty[= \mathbb{R}_+^*$.

5. Si $x \in K$ alors $x \in I$ est vraie car tous les nombres appartenant à K appartiennent aussi à I, on a $K \subset I$.
↑ (est inclus voir chap 1).

6.a. $I \cap J \cap \mathbb{N} = \{2; 3\}$ 6.b. $I \cup \mathbb{R}_+^* = I \cup]0; +\infty[= [-3; +\infty[$.

• Ex 3 :

1. $x \in [-1; 1] \iff -1 \leq x \leq 1$

Donc $-1 \times (-2) \geq -2x \geq 1 \times (-2)$ avec $-2 < 0$, soit $2 \geq -2x \geq -2$.

D'où $3 + 2 \geq 3 - 2x \geq 3 - 2$ soit $5 \geq 3 - 2x \geq 1$ ou encore $1 \leq 3 - 2x \leq 5$.

Donc $3 - 2x \in [1; 5]$.

2. $-2 < x < 1$ donc $-1\times(-2) > -x > -1\times 1$ avec $-1 < 0$

d'où $2 > -x > -1$ ou encore $-1 < -x < 2$

Et $-3 < y < 7$ d'où $-3+(-1) < y-x < 7+2$

Ainsi $-4 < y-x < 9$ d'où $y-x \in]-4;9[$.

3. a. $7x-3 \geq 0 \iff 7x \geq 3$

positif +

$\iff x \geq \frac{3}{7}$ avec $7>0$

L'ensemble des solutions est $S_1 = [\frac{3}{7};+\infty[$

$4-3x \geq 0 \iff 4 \geq 3x$

positif +

$\iff \frac{4}{3} \geq x$ avec $3>0$

L'ensemble des solutions est $S_2 =]-\infty;\frac{4}{3}]$

b.

x	$-\infty$		$\frac{3}{7}$		$\frac{4}{3}$		$+\infty$
$7x-3$		$-$	0	$+$		$+$	
$4-3x$		$+$		$+$	0	$-$	
$(7x-3)(4-3x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

← règle des signes...

c. (I) : $(7x-3)(4-3x) < 0$

négatif donc on lit les intervalles de la dernière ligne où il y a un signe $-$.

L'ensemble S est $S =]-\infty;\frac{3}{7}[\cup]\frac{4}{3};+\infty[$.

Ex4 :

Soit h le nombre d'heures que Leïla peut prévoir.

Le prix de la location est $22 € + 2{,}80 € \times h$ soit $22 + 2{,}80h$.

Leïla a un budget maximal de $120 €$ donc on cherche h tel que

$22 + 2{,}80h \leq 120$.

On résout cette inéquation : $22 + 2{,}8h \leq 120 \iff 2{,}8h \leq 120-22$

$\iff 2{,}8h \leq 98$

$\iff h \leq \frac{98}{2{,}8}$ avec $2{,}8 > 0$

Pour faire $\frac{98}{2{,}8}$ on fait $\frac{98}{28\times 0{,}1} = \frac{98}{28} \times \frac{1}{0{,}1} = \frac{49}{14} \times 10$

$$\begin{array}{r|l} 49 & 14 \\ -42 & 3{,}5 \\ \hline 70 & \\ 0 & \end{array}$$

d'où $\frac{98}{2{,}8} = 3{,}5 \times 10 = 35$.

Ainsi $h \leq 35$.

Leïla peut donc prévoir au maximum 35 heures avec son budget.