

Seconde XXXX

Année 2025 – 2026

Nom :

Prénom :

DST DE MATHÉMATIQUES N° 5

Corrigé

La rédaction des raisonnements et des résultats comptera pour une part importante dans l'appréciation des copies.

*La calculatrice est **interdite**.*

Exercice 1 :

(5 points)

$$\textcircled{1} \frac{3x-2}{7x-3} = 2.$$

L'équation est définie ssi $7x-3 \neq 0$ ssi $x \neq \frac{3}{7}$.

$$\begin{aligned} \frac{3x-2}{7x-3} = 2 &\iff 3x-2 = 2(7x-3) \quad \text{avec } x \neq \frac{3}{7} \\ &\iff 3x-2 = 14x-6 \\ &\iff -2+6 = 14x-3x \\ &\iff 4 = 11x \\ &\iff x = \frac{4}{11}. \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions est $S = \left\{ \frac{4}{11} \right\}$.

$$\textcircled{2} (3x-4)^2 - (x+7)^2 = 0.$$

$$\begin{aligned} (3x-4)^2 - (x+7)^2 = 0 &\iff [(3x-4) + (x+7)][(3x-4) - (x+7)] = 0 \\ &\iff (3x-4+x+7)(3x-4-x-7) = 0 \\ &\iff (4x+3)(2x-11) = 0 \\ &\iff 4x+3 = 0 \quad \text{ou} \quad 2x-11 = 0 \\ &\iff x = -\frac{3}{4} \quad \text{ou} \quad x = \frac{11}{2}. \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions est $S = \left\{ -\frac{3}{4}; \frac{11}{2} \right\}$.

$$\textcircled{3} 4x-7 \leq 6x+5.$$

$$\begin{aligned}
4x - 7 \leq 6x + 5 &\iff -7 - 5 \leq 6x - 4x \\
&\iff -12 \leq 2x \\
&\iff \frac{-12}{2} \leq x \quad \text{avec } 2 > 0 \\
&\iff -6 \leq x \\
&\iff x \geq -6.
\end{aligned}$$

L'ensemble des solutions est $S = [-6; +\infty[$.

$$\textcircled{4} \quad \frac{2-3x}{-3} > -2.$$

$$\begin{aligned}
\frac{2-3x}{-3} > -2 &\iff 2-3x < -3 \times (-2) \quad \text{avec } -3 < 0 \\
&\iff 2-3x < 6 \\
&\iff -3x < 6-2 \\
&\iff -3x < 4 \\
&\iff x > -\frac{4}{3} \quad \text{avec } -3 < 0.
\end{aligned}$$

L'ensemble des solutions est $S = \left] -\frac{4}{3}; +\infty \right[$.

Exercice 2 :

(6 points)

1. $x \in [-3; 4[\iff -3 \leq x < 4$.
2. $I \cap J = [2; 4[$ et $I \cup J = [-3; +\infty[$.
3. $I \cap K = K$ et $J \cap K = \emptyset$.
4. $J \cup K =]0; +\infty[= \mathbb{R}_+^*$.
5. L'affirmation suivante : « Si $x \in K$, alors $x \in I$ » est vraie car tous les nombres appartenant à K appartiennent aussi à I , on a $K \subset I$.
(Inclus voir chapitre 1.)
6. ① $I \cap J \cap \mathbb{N} = \{2; 3\}$.
② $I \cup \mathbb{R}_+^* = I \cup]0; +\infty[= [-3; +\infty[$.

Exercice 3 :

(6 points)

1. $x \in [-1; 1] \iff -1 \leq x \leq 1$.
Donc $-1 \times (-2) \geq -2x \geq 1 \times (-2)$ avec $-2 < 0$, soit $2 \geq -2x \geq -2$.
D'où $3 + 2 \geq 3 - 2x \geq 3 - 2$ soit $5 \geq 3 - 2x \geq 1$ ou encore $1 \leq 3 - 2x \leq 5$.
Donc $3 - 2x \in [1; 5]$.
2. $-2 < x < 1$ donc $-1 \times (-2) > -x > -1 \times 1$ avec $-1 < 0$,
d'où $2 > -x > -1$ ou encore $-1 < -x < 2$.
Et $-3 < y < 7$ d'où $-3 + (-1) < y - x < 7 + 2$.
Ainsi $-4 < y - x < 9$ d'où $y - x \in]-4; 9[$.

3. On veut résoudre l'inéquation (I) : $(7x - 3)(4 - 3x) < 0$.

a. On a :

$$\begin{aligned}
 7x - 3 \geq 0 &\iff 7x \geq 3 & 4 - 3x \geq 0 &\iff 4 \geq 3x \\
 &\iff x \geq \frac{3}{7} \text{ avec } 7 > 0. & &\iff \frac{4}{3} \geq x \text{ avec } 3 > 0 \\
 & & &\iff x \leq \frac{4}{3}.
 \end{aligned}$$

b. Tableau de signes :

x	$-\infty$	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{3}$	$+\infty$
$7x - 3$	-	0	+	+
$4 - 3x$	+	+	0	-
$(7x - 3)(4 - 3x)$	-	0	0	-

c. (I) : $(7x - 3)(4 - 3x) < 0$.

L'inéquation est négative donc on lit les intervalles de la dernière ligne où il y a un signe -.

L'ensemble des solutions est $S = \left] -\infty ; \frac{3}{7} \right[\cup \left] \frac{4}{3} ; +\infty \right[$.

Exercice 4 :

(3 points)

Soit h le nombre d'heures que Leïla peut prévoir.

Le prix de la location est $22 \text{ €} + 2,80 \text{ €} \times h$ soit $22 + 2,80h$.

Leïla a un budget maximal de 120 € donc on cherche h tel que $22 + 2,80h \leq 120$.

On résout cette inéquation :

$$\begin{aligned}
 22 + 2,8h \leq 120 &\iff 2,8h \leq 120 - 22 \\
 &\iff 2,8h \leq 98 \\
 &\iff h \leq \frac{98}{2,8} \text{ avec } 2,8 > 0.
 \end{aligned}$$

Pour calculer $\frac{98}{2,8}$ on fait $\frac{98}{2,8} = \frac{98}{28 \times 0,1} = \frac{98}{28} \times \frac{1}{0,1} = \frac{49}{14} \times 10$.

D'où $\frac{98}{2,8} = 3,5 \times 10 = 35$.

Ainsi $h \leq 35$.

Leïla peut donc prévoir au maximum 35 heures avec son budget.