

Seconde XXXX

Année 2025 – 2026

Nom :
Prénom :

DST DE MATHÉMATIQUES N° 5

Corrigé

La rédaction des raisonnements et des résultats comptera pour une part importante dans l'appréciation des copies.

La calculatrice est interdite.

Exercice 1 :

(5 points)

$$\textcircled{1} \quad \frac{3x - 2}{7x - 3} = 2.$$

L'équation est définie ssi $7x - 3 \neq 0$ ssi $x \neq \frac{3}{7}$.

$$\begin{aligned} \frac{3x - 2}{7x - 3} = 2 &\iff 3x - 2 = 2(7x - 3) \quad \text{avec } x \neq \frac{3}{7} \\ &\iff 3x - 2 = 14x - 6 \\ &\iff -2 + 6 = 14x - 3x \\ &\iff 4 = 11x \\ &\iff x = \frac{4}{11}. \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions est $S = \left\{ \frac{4}{11} \right\}$.

$$\textcircled{2} \quad (3x - 4)^2 - (x + 7)^2 = 0.$$

$$\begin{aligned} (3x - 4)^2 - (x + 7)^2 = 0 &\iff [(3x - 4) + (x + 7)][(3x - 4) - (x + 7)] = 0 \\ &\iff (3x - 4 + x + 7)(3x - 4 - x - 7) = 0 \\ &\iff (4x + 3)(2x - 11) = 0 \\ &\iff 4x + 3 = 0 \quad \text{ou} \quad 2x - 11 = 0 \\ &\iff x = -\frac{3}{4} \quad \text{ou} \quad x = \frac{11}{2}. \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions est $S = \left\{ -\frac{3}{4}; \frac{11}{2} \right\}$.

$$\textcircled{3} \quad 4x - 7 \leqslant 6x + 5.$$

$$\begin{aligned}
 4x - 7 \leqslant 6x + 5 &\iff -7 - 5 \leqslant 6x - 4x \\
 &\iff -12 \leqslant 2x \\
 &\iff \frac{-12}{2} \leqslant x \quad \text{avec } 2 > 0 \\
 &\iff -6 \leqslant x \\
 &\iff x \geqslant -6.
 \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions est $S = [-6 ; +\infty[.$

④ $\frac{2 - 3x}{-3} > -2.$

$$\begin{aligned}
 \frac{2 - 3x}{-3} > -2 &\iff 2 - 3x < -3 \times (-2) \quad \text{avec } -3 < 0 \\
 &\iff 2 - 3x < 6 \\
 &\iff -3x < 6 - 2 \\
 &\iff -3x < 4 \\
 &\iff x > -\frac{4}{3} \quad \text{avec } -3 < 0.
 \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions est $S = \left] -\frac{4}{3} ; +\infty \right[.$

Exercice 2 :

(6 points)

1. $x \in [-3 ; 4[\iff -3 \leqslant x < 4.$
2. $I \cap J = [2 ; 4[$ et $I \cup J = [-3 ; +\infty[.$
3. $I \cap K = K$ et $J \cap K = \emptyset.$
4. $J \cup K =]0 ; +\infty[= \mathbb{R}_+^*.$
5. L'affirmation suivante : « Si $x \in K$, alors $x \in I$ » est vraie car tous les nombres appartenant à K appartiennent aussi à I , on a $K \subset I$.
(Inclus voir chapitre 1.)
6. ① $I \cap J \cap \mathbb{N} = \{2 ; 3\}.$
② $I \cup \mathbb{R}_+^* = I \cup]0 ; +\infty[= [-3 ; +\infty[.$

Exercice 3 :

(6 points)

1. $x \in [-1 ; 1] \iff -1 \leqslant x \leqslant 1.$
Donc $-1 \times (-2) \geqslant -2x \geqslant 1 \times (-2)$ avec $-2 < 0$, soit $2 \geqslant -2x \geqslant -2$.
D'où $3 + 2 \geqslant 3 - 2x \geqslant 3 - 2$ soit $5 \geqslant 3 - 2x \geqslant 1$ ou encore $1 \leqslant 3 - 2x \leqslant 5$.
Donc $3 - 2x \in [1 ; 5].$
2. $-2 < x < 1$ donc $-1 \times (-2) > -x > -1 \times 1$ avec $-1 < 0$,
d'où $2 > -x > -1$ ou encore $-1 < -x < 2$.
Et $-3 < y < 7$ d'où $-3 + (-1) < y - x < 7 + 2$.
Ainsi $-4 < y - x < 9$ d'où $y - x \in] -4 ; 9[.$

3. On veut résoudre l'inéquation (I) : $(7x - 3)(4 - 3x) < 0$.

a. On a :

$$\begin{aligned} 7x - 3 \geqslant 0 &\iff 7x \geqslant 3 & 4 - 3x \geqslant 0 &\iff 4 \geqslant 3x \\ &\iff x \geqslant \frac{3}{7} \quad \text{avec } 7 > 0. & &\iff \frac{4}{3} \geqslant x \quad \text{avec } 3 > 0 \\ & & &\iff x \leqslant \frac{4}{3}. \end{aligned}$$

b. Tableau de signes :

x	$-\infty$	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{3}$	$+\infty$
$7x - 3$	-	0	+	+
$4 - 3x$	+		0	-
$(7x - 3)(4 - 3x)$	-	0	+	-

c. (I) : $(7x - 3)(4 - 3x) < 0$.

L'inéquation est négative donc on lit les intervalles de la dernière ligne où il y a un signe $-$.

L'ensemble des solutions est $S = \left] -\infty ; \frac{3}{7} \right[\cup \left] \frac{4}{3} ; +\infty \right[$.

Exercice 4 :

(3 points)

Soit h le nombre d'heures que Leïla peut prévoir.

Le prix de la location est $22 \text{ €} + 2,80 \text{ €} \times h$ soit $22 + 2,80h$.

Leïla a un budget maximal de 120 € donc on cherche h tel que $22 + 2,80h \leqslant 120$.

On résout cette inéquation :

$$\begin{aligned} 22 + 2,8h \leqslant 120 &\iff 2,8h \leqslant 120 - 22 \\ &\iff 2,8h \leqslant 98 \\ &\iff h \leqslant \frac{98}{2,8} \quad \text{avec } 2,8 > 0. \end{aligned}$$

Pour calculer $\frac{98}{2,8}$ on fait $\frac{98}{2,8} = \frac{98}{28 \times 0,1} = \frac{98}{28} \times \frac{1}{0,1} = \frac{49}{14} \times 10$.

D'où $\frac{98}{2,8} = 3,5 \times 10 = 35$.

Ainsi $h \leqslant 35$.

Leïla peut donc prévoir au maximum 35 heures avec son budget.