

На правах рукописи



Нгуен Тху Хыонг

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ КОМПЬЮТЕРНОГО
ЗРЕНИЯ И МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ
ВЫЯВЛЕНИЯ И КЛАССИФИКАЦИИ
ДЕФЕКТОВ**

Специальность 05.13.18 — Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Иркутск — 2018

Работа выполнена в ФГБОУ ВО

«Иркутский национальный исследовательский технический университет»

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, доцент
Сидоров Денис Николаевич

Официальные оппоненты: ,
 , ,
 ,
 , ,

Ведущая организация:

Защита состоится на заседании диссертационного совета на базе по адресу: .

Автореферат разослан .

Ученый секретарь диссертационного совета,

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Диссертация посвящена разработке методов машинного обучения для решения задач обнаружения, классификации и оценки характеристик объектов на динамических изображениях в режиме, близком к реальному времени.

Актуальность исследования. Развитие информационных технологий (ИТ) в части сбора и хранения многомерных данных сделало возможным создание информационных систем (ИС). Глубокие исследования предметной области приводят к необходимости обобщения хранимой информации при помощи алгоритмов машинного обучения (МО). МО – область искусственного интеллекта, направленная на разработку алгоритмов поиска закономерностей в данных. МО используется поисковыми системами Google и Яндекс для настройки выдачи к свойствам конкретного пользователя. Социальные сети накапливают персональные данные клиентов, а результаты их анализа используют в рекламных кампаниях. МО и компьютерное зрение применяются для выявления и прогнозирования развития патологий (А. Criminisi, 2016; M. D. Bruijne, 2016), распознавания голоса в системах безопасности (L. Deng, 2013; C. C. Chen, 2011), обнаружения вирусов и распознавания мошеннических действий в системах информационной безопасности в учреждениях (M. L. Shyu, 2003; D. Mladenic, 1999).

Для содержания и планирования ремонтов дорог, дорожные компании нуждаются в точной и своевременной информации о дефектах дорог. В мире миллионы дорог, которые необходимо проверять каждый год. Ранее периодические проверки проводились вручную инженерами. Этот метод требует много времени и небезопасен для людей. За последние несколько лет было проведено множество успешных исследований в области автоматического обнаружения и классификации дефектов дорожного покрытия (M. Gavilan, 1999; H. G. Zhang, 2004; A. Ouyang, 2011). При этом решалась задача оптимизации планирования проведения дорожных ремонтных работ с использованием алгоритмов построения оптимальных покрытий (А. Лемперт, 2014, 2016). Имеются программы, которые автоматически обнаруживают и классифицируют дефекты дорожного покрытия, такие как RoadCrack vehicle, система дорожной разметки ARAN. Но в этих исследованиях основное внимание уделяется только дефектам типа «трещина», не было проведено исследований, в которых

обнаруживали различные типы дефектов, как для отдельных изображений, так и для видеопоследовательностей. Поэтому представляется необходимым повысить точность обнаружения и классификации различных типов дефектов дорожных покрытий.

Задача обнаружения дефектов в виде пузырей возникает в таких важных областях, как изучение фазовых переходов (А. Levin, 2016), медицинские технологии (К. Randiha, 2010), фармацевтический контроль процесса (Е. Filho, 2010), нефтяная промышленность (R. A. Dominguez, 2011). Применение методов МО позволяет разрабатывать эффективные алгоритмы обнаружения пузырьков. Особенно в двухфазных средах входные изображения весьма разнообразны и часто имеют сложный фон изображения. С другой стороны, такой объект, как пузырь, редко существуют в одиночку, они всегда взаимосвязаны или частично скрыты. Поэтому обнаружение и вычисление их характеристик - непростая задача.

Таким образом, выбор и применение алгоритмов компьютерного зрения в комбинации с методами МО для решения вышеуказанных проблем очень важны.

Цель и задачи исследования. Диссертация посвящена разработке моделей МО, численных методов и программного обеспечения для обнаружения, классификации и оценки параметров объектов на изображениях. Решены следующие задачи:

Задача 1. Обнаружение и классификация дефектов дорожного покрытия (ОКДП). На основе изображений дорожного покрытия необходимо выявить, классифицировать различные дефекты, возникающие при их эксплуатации. Дефекты разделяются на три класса (глубокие трещины, сеть трещин, выбоины), а также определяется их расположение.

Задача 2. Обнаружение и классификация формы пузырьков на изображениях (ОКФП) для автоматизации средств изучения динамики фазовых переходов. На статическом изображении жидкостей требуется определить в заданной области количество пузырьков, их диаметр, выделить пересекающиеся пузырьки, а также распределение их размеров.

Для каждой задачи необходимо:

1) разработать и реализовать основные этапы обработки и анализа изображений: предобработка, сегментация, анализ и извлечение признаков, формирование базы данных изображений; провести анализ эффективности созданных программных модулей;

2) выбрать и усовершенствовать методы обнаружения объектов в соответствии с различными условиями их регистрации;

3) разработать алгоритмы обработки изображений для извлечения признаков объектов на изображениях при наличии шума;

4) разработать методы и алгоритмы машинного обучения для классификации данных;

5) оценить качество и эффективность работы программного обеспечения на тестовых изображениях. Предложить средства для повышения эффективности работы.

Методы исследования. Методы теоретических исследований: алгоритмы обнаружения и классификации объектов на изображениях. Методы прикладных исследований: исследование и применение алгоритмов и методов машинного обучения для задачи автоматического обнаружения и классификации дефектов дорожного покрытия и задачи обнаружения и классификации пузырьков; разработка программных обеспечений; тестирование программ, оценка и анализ результатов.

Научная новизна результатов диссертационной работы заключается в следующем:

1) предложены новые математические модели процессов обнаружения, анализа признаков и классификации объектов (дефектов дорожного покрытия и пузырьков) на основе технологий компьютерного зрения и методов МО;

2) разработаны алгоритмы улучшения изображений, комплексные алгоритмы извлечения признаков с учетом свойств освещения и шума;

3) предложены численные методы алгоритмов машинного обучения: комбинация марковских случайных полей и разрезов на графах для улучшения качественных характеристик сегментации изображений; алгоритм случайного леса для классификации объектов;

4) использован признак частоты на основе вейвлет-преобразования для обнаружения пузырьков;

5) разработанные алгоритмы и методы реализованы в виде программного обеспечения.

Практическую ценность диссертации представляет разработанное программное обеспечение выявления, анализа признаков и классификации дефектов дорожного покрытия и мониторинга фазовых переходов, реализующее вышеперечисленные методы, а также приложений в решении практических задач ОКДДП и ОКФП. Результаты исследования применены в лаборатории динамики парогенерирующих систем в ИСЭМ, получен акт о внедрении. По результатам диссертации оформлено три свидетельства о Государственной регистрации программ для ЭВМ.

Апробация работы. Работа выполнена на кафедре вычислительной техники института высоких технологий ИРНИТУ. Результаты диссертационной работы обсуждались и докладывались на следующих симпозиумах, семинарах и конференциях: Всероссийские молодежные научно-практические конференции «Винеровские чтения» (ИРНИТУ, г. Иркутск. 2014, 2015); XIX Байкальская всероссийская конференция «Информационные и математические технологии в науке и управлении» (г. Улан-Удэ. 2014); XVI Байкальская международная школа-семинар «Методы оптимизации и их приложения» (о. Ольхон, г. Иркутск. 2014); The 4th, 5th International Conference on Analysis of Images, Social Networks, and Texts (г. Екатеринбург. 2015, 2016); V Научно-практическая Internet-конференция «Междисциплинарные исследования в области математического моделирования и информатики» (г. Тольятти. 2015); XIII Всероссийская конференция молодых ученых «Моделирование, оптимизация и информационные технологии» (г. Иркутск – Старая Ангасолка. 2017); XVII Байкальская международная школа-семинар «Методы Оптимизации и их Приложения» (с.Максимиха, Бурятия. 2017). Работа выполнена при поддержке Министерства образования и подготовки кадров Социалистической Республики Вьетнам и программы развития ФГБОУ ВО ИРНИТУ.

Личный вклад автора. Основные результаты выносимые на защиту получены автором лично. Постановки задач и анализ результатов осуществлены совместно с научным руководителем д.ф.-м.н. Д. Н. Сидоровым. Автор благодарен А. В. Жукову, Т. Л. Нгуен и А. И. Дрегля за поддержку и ценные советы. Конфликта интересов с соавторами нет.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 16 научных работ, 8 из которых – в рецензируемых научных журналах и изданиях, рекомендованных ВАК РФ, 3 свидетельства регистрации программы на ЭВМ, 2 статьи опубликованы в журналах, индексируемых Web of Science и 3 статьи опубликованы в журналах, индексируемых Scopus.

Структура и объем работы. Диссертация содержит введение, четыре главы, заключение и список использованной литературы, содержащий 185 наименований. Общий объем диссертации составляет 124 страниц машинописного текста, иллюстрированного 55 рисунками и 13 таблицами.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, определена научная и практическая новизна, представлено краткое содержание диссертационной работы по главам.

В **первой главе** представлен подход к обнаружению и классификации дефектов на изображении с использованием методов и алгоритмов машинного обучения. Рассмотрены дефекты дорожного покрытия (согласно стандартам Р 50597, РФ ГОСТ; 13108-46 EN; 1472/QD-BGTVT) и свойства пузырьков в жидкости. Дан обзор приложений МО в решении указанных задач, проведен анализ алгоритмов, методов МО, представлены результаты исследований в этой области. На основании этого сформулирована постановка задачи диссертационного исследования. Представлен предлагаемый автором подход для решения задачи автоматического обнаружения и классификации дефектов дорожного покрытия, задачи обнаружения и измерения пузырьков.

Во **второй главе** представлены математические модели и численные методы решения поставленных задач, используя методы МО и компьютерного зрения. Работа сфокусирована на решении следующих задачах: предварительная обработка изображений для улучшения качества входных данных, сегментация изображений, обнаружение и классификация дефектов. Предложенный подход к МО состоит из четырех основных этапов (рис.1).

В **п. 2.1** представлен процесс обработки изображений, составляющий основу разработанных систем. Методы обработки обеспечивают поддержку различного разрешения исходных изображений и функционируют в режиме, близком к режиму реального времени. Усовершенствованы методы фильтрацию шума, улучшения качественного изображения, выявления признаков объ-



Рис. 1. Этапы обнаружения и классификация на основе методов МО

ектов на изображении, преобразования изображения в полутонное изображение. Условия освещения влияют на значения пикселей различных областей изображения. Эти проблемы решены при помощи адаптивной балансировки гистограмм, также использован авторский метод, который на основе математической морфологии для повышения качества анализируемых изображений.

В п. 2.2 рассмотрена модель изображения. Изображение Y размера $M \times N$ задается множеством всех позиций пикселей $S = \{s\}$, при этом $s(i, j)$ - позиция пикселя. Для каждой позиции s задано состояние $x_s = \{0; 1\}$. Результатом сегментации являются наборы ROI¹: $\bigcup s_{i,j} | x_{s_{i,j}} = 1$.

П. 2.2.1 посвящен численным методам сегментации изображений в системе ОКДП. Метод разрезов на графах применен для решения задач сегментации изображений сложной структуры на основе анализа соотношения компонентной связности между пикселями. Полученная сегментация представляет собой карту дефектов дорожного покрытия, где пиксель со значением 1 обозначает часть изображения, относящееся к дефекту, 0 – отсутствие дефекта. Сегментация выполняется в 3 шага:

- Шаг 1.** Используя метод разреза на графах изображение сегментируется, извлекается ROI.
- Шаг 2.** Результат сегментации дефектов в ROI улучшается с использованием модели марковских случайных полей.
- Шаг 3.** Построение полной карты дефектов путем сравнения и замены пиксельных меток, которые получены на шагах 1 и 2.

В П. 2.2.2. изложены численные методы сегментации изображений в системе ОКФП. Процесс извлечения признаков объектов в изображениях на основе вейвлет-преобразования Хаара выполняется алгоритмом 1.

Для обнаружения пузырей в изображении проведено сравнение полученных значений вейвлет-преобразования Хаара с универсальным порогом $T = \sigma\sqrt{2 \ln n}$, где σ - среднее абсолютное отклонение, а n – количество вы-

¹Region of interest, область интереса

Исходные данные: N изображений.

Результат: Значения вейвлет-преобразования Хаара (коэффициенты)

Шаг 1. Преобразование изображения RGB в полутоновое изображение;

Шаг 2. Изменить размер изображения на (128×128) ;

Шаг 3. Предварительная обработка (фильтрация шума, морфологическая обработка);

Шаг 4. Вейвлет-преобразование для создания вектора $\vec{I}_i, i = 1..N$;

Шаг 5. Среднее значение: $I_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I_i$;

Шаг 6. Расчет для каждого объекта: $\vec{u}_i = \sum_{k=1}^N V_{ik} \phi_k, i = 1..N$,
 $\phi_k = \vec{I}_i - \vec{I}_N$: вычитание среднего изображения из каждого
изображения; V_{ik} : вектор каждой матрицы $W^t W, W = \{\vec{\phi}_1, \dots, \vec{\phi}_N\}$.

Алгоритм 1: Извлечение признаков пузырей вейвлет-преобразованием Хаара

борок конкретных коэффициентов вейвлет-преобразования. Частота дискретизации и масштаб вейвлет-разложения фиксированы $T = k\sigma$, где $k = \sqrt{2 \ln n}$ является параметром.

В п. 2.3 рассмотрены математические модели классификации объектов в системе ОКДП. Пусть $S = \{X, Y\}$ – множество N обучающих выборок, $X = \{x_i | i = 1, \dots, 5\}$ – набор дефектов дорожного покрытия признаков, $Y = \{y_i | i = 1, \dots, 3\}$ – набор меток классов. Классификатор – это функция $H : X \rightarrow Y$, которая отображает x в элемент y из Y .

Классификатор H строится в результате обработки обучающей выборки и соответствующих меток Y при помощи алгоритма случайного леса. Классы дефектов Y кодируют сети трещин, глубокие трещины, выбоины, и т. п. Таким образом, каждое дерево строится на множестве N_t , это множество случайным образом выводится из N . Данные обучения N_p узла p делятся на два набора: N_l – слева и N_r – справа на основе порогового значения c вектора признаков v в функции f :

$$N_l = \{n \in N_p | f(v_n) > c\}; N_r = N_p / N_l. \quad (1)$$

На каждом узле создается набор m -функций, который случайным образом предлагается для функции f и находит все возможные значения c и выбирается из них значение. Чтобы получить самый высокий индекс Джини – критерий информативности построения решающих деревьев:

$$\Delta I_G(N_p) = I_G(N_p) - \frac{|N_l|}{|N_p|} I_G(N_l) - \frac{|N_r|}{|N_p|} I_G(N_r), \quad (2)$$

где $I_G(N)$ – индекс Джини² для данных обучающей выборки N .

Численный метод классификации, представленный в п. 2.3.2, основан на алгоритме случайного леса (алгоритм 2). Метод классифицирует дефекты дорожных покрытий в системе ОКДДП.

Исходные данные: T – количество деревьев; N – количество выборок из набора данных.

Результат: $y(x_i)$ – метка для объекта

for $t := 1$ **to** T **do**

Создать новый шаблон данных M размера n из исходного набора данных N ;

Создать дерево классификаторов для каждого M ;

for $i := 1$ **to** b **do**

Получить набор случайных m_{try} признаков из случайных образов;

Выбор лучшего m_{try} ;

end

$y(x_t) :=$ метка t дерева;

end

Вернуть $y(x_i) = \{y(x_t)\}^T$ – большинство голосования;

Алгоритм 2: Классификация объектов на основе алгоритма случайного леса

В рис. 2 описана классификация объектов в системе ОКДДП, основанная на методе обучения с учителем – алгоритм случайного леса.

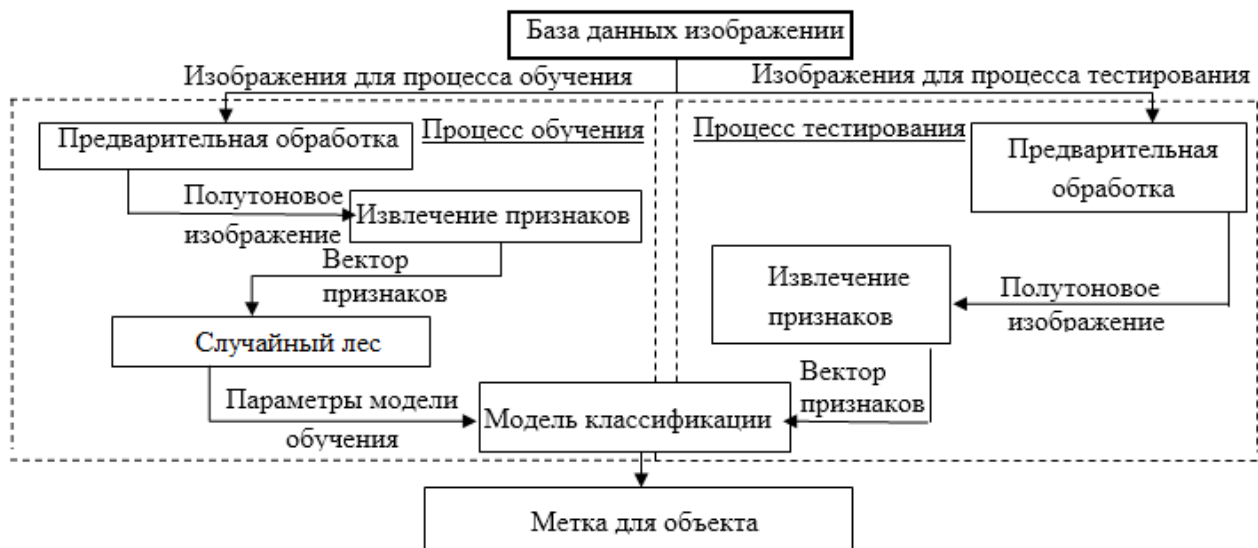


Рис. 2. Блок-схема классификации объектов в системе ОКДДП

²Louppe, Gilles and Wehenkel, Louis and Sutera, Antonio, Understanding Variable Importances in Forests of Randomized Trees, Proceedings of the 26th International Conference on Neural Information Processing Systems, Curran Associates Inc., USA, V. 1, N. 9, P. 431–439, 2013

В **третьей главе** дается описание реализации алгоритмов и методов МО для построения систем ОКДДП и ОКФП для которых в главе 2 были разработаны соответствующие математические модели. Описана структура программ ОКДДП (рис. 3) и ОКФП (рис. 4), приведены результаты экспериментов для оценки разработанного метода обнаружения и классификации данных на изображении. Проанализирована эффективность предлагаемого метода в сравнении с другими передовыми методами.

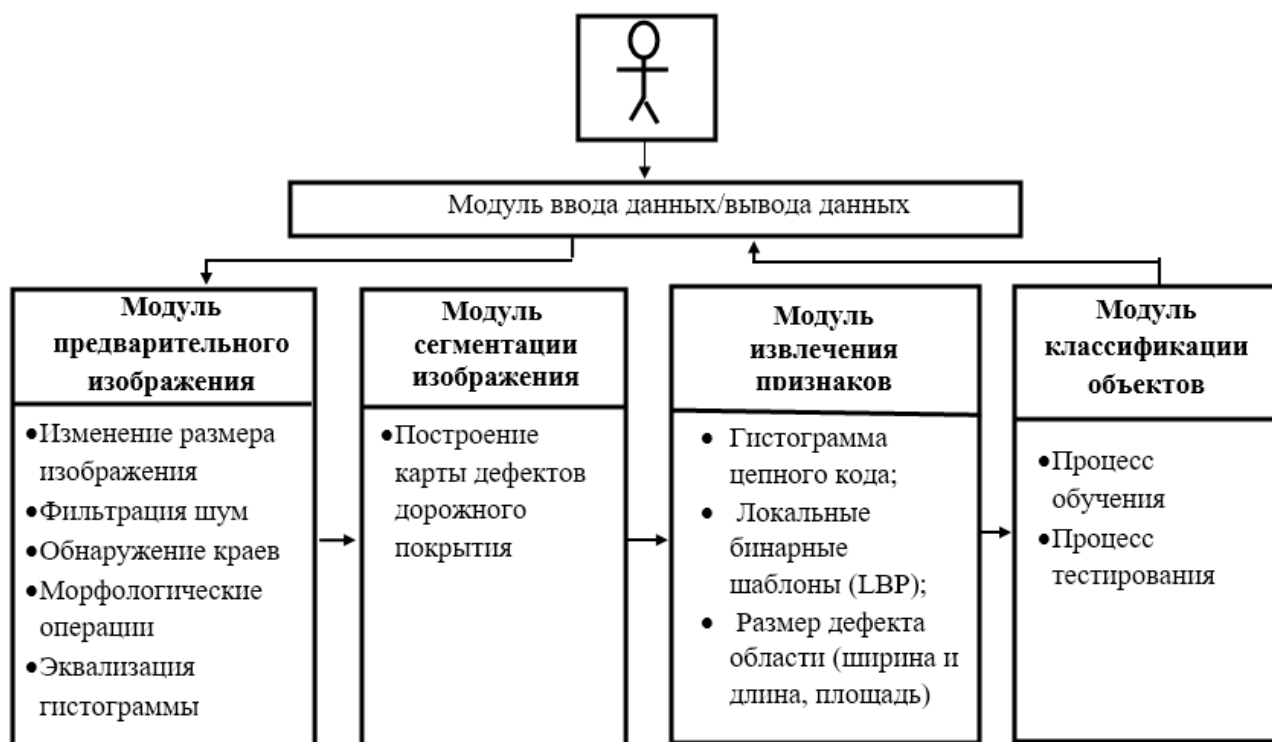


Рис. 3. Структура ПО системы ОКДДП

Проведены эксперименты по классификации дефектов дорожного покрытия. Эти эксперименты показали (рис. 5), что предлагаемые алгоритмы обладают, с высокой эффективностью по критериям (время обучения, проверка ошибок, СКО), в том числе на изображениях с шумом и ограниченным освещением, что особенно важно для их практического использования. Результаты экспериментов продемонстрировали эффективность классификации различных типов дефектов. Сравнение полученных результатов с результатами других алгоритмов МО подтвердило стабильность системы, точность и приемлемое время выполнения.

В **четвертой главе** представлены инструменты для разработки систем распознавания и классификации объектов: язык программирования Matlab и открытая библиотека OPENCV. Программные средства реализованы в виде

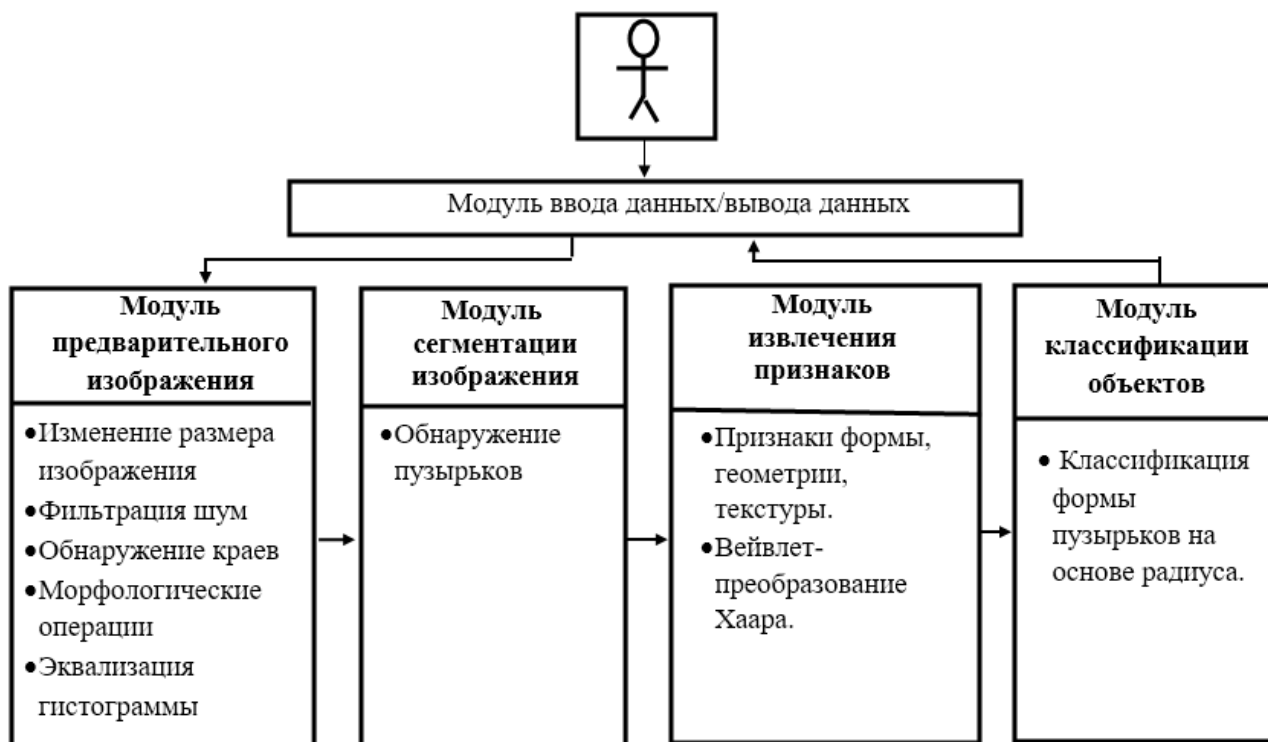


Рис. 4. Структура ПО системы ОКФП

	ОКДДП			
	Случайный лес		Boosting (GBTs)	
	Количество Деревьев: 50 Глубина: 2	Количество Деревьев: 100 Глубина: 5	Количество Деревьев: 50 Глубина: 2	Количество Деревьев: 100 Глубина: 5
Время обучения	150	257	140	278
Проверка ошибок (%)	88.57	93.29	80.5	85.47
СКО	0.393	0.366	0.3	0.516

Рис. 5. Время обучения, истинная скорость и проверка ошибок алгоритмов классификации

окононого приложения ОС Windows 10. Характеристики ПК: процессор ноутбука Intel Core i3 350M (2.26 ГГц, 35 Вт), частота шины ноутбука 2500 МГц, кэш L3 процессора ноутбука 3 Мб, количество ядер 2. Описаны структуры программного обеспечения для решения задач ОКДДП и ОКФП. Получено свидетельство о внедрении в лаборатории динамики парогенерирующих систем в ИСЭМ.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

1. Предложены математические модели и численные методы сегментации изображений, позволяющих обнаруживать дефекты дорожного покрытия на динамических изображениях, а также пузырьков во время фазового перехода. Модели основываются, соответственно, на комбинации алгоритмов разреза на графах и Марковского случайного поля, и комбинации метода разреза на графах с вейвлет-преобразованием Хаара.
2. Проведен анализ и извлечение соответствующих признаков для обнаруживаемых объектов, особое внимание уделено признаку текстуры, геометрическому признаку и вейвлет-преобразованию.
3. Разработан метод МО, основывающийся на алгоритме случайного леса, направленный на решение задачи классификации объектов в представленных задачах.
4. Созданы программные модули ОКДДП и ОКФП, реализующие обнаружение, классификацию и выявление характеристик объектов на изображениях в режиме, близком к реальному времени.
5. Проведен сравнение и анализ производительности и стабильности разработанных модулей. Результаты эксперимента показали, что по критерию производительности алгоритмы случайного леса и Boosting; по критерию точности (проверка ошибок); по критерию стабильности (время обучения), обеспечивая обработку изображений с шумом в режиме, близком к реальному времени.

СПИСОК ОСНОВНЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Издания, входящие в Перечень ВАК РФ

1. **Нгуен Т. Х.** О распознавании и классификации дефектов дорожного покрытия на основе изображений / Т. Х. Нгуен, Т. Л. Нгуен // Вестник Иркутского гос. технического ун-та. – 2016. – № 10 (117). – С. 111–118.
2. **Nguyen T. H.** A Robust Approach for Defects Road Pavement Detection and Classification / D. N. Sidorov, T. H. Nguyen, T. L. Nguyen // Journal of Computational and Engineering Mathematics. – 2016. – V. 3. – No. 3. – P. 40–52.
3. **Nguyen T. H.** On Road Defects Detection and Classification / T. H. Nguyen, T. L. Nguyen, A. Zhukov // CEUR Workshop Proceedings. – 2016. – V. 1710, – P. 266–278.
4. **Nguyen T. H.** Machine learning algorithms application to road defects classification / T. H. Nguyen, T. L. Nguyen, D. N. Sidorov, A. I. Dreglea // Intelligent Decision Technologies. – 2017. – V. Preprint. – No. Preprint. – P. 1–8.
5. **Nguyen T. H.** Robust Approach to Detection of Bubbles Based on Images Analysis / T. H. Nguyen, T. L. Nguyen, A. I. Dreglea // International Journal of Artificial Intelligence. – 2018. – V. 16. – No. 1. – P. 167–177.
6. **Нгуен Т. Х.** Об автоматизации извлечения и классификации антропометрических признаков / Т. Л. Нгуен, Т. Х. Нгуен // Вестник Иркутского гос. технического ун-та. – 2015. – № 4 (99). – С. 17–23.
7. **Nguyen T.H.** Studies of Anthropometrical Features using Machine Learning Approach / T. L. Nguyen, T. H. Nguyen, A. Zhukov // CEUR Workshop Proceedings. – 2015. – V. 1452. – P. 96–105.
8. **Nguyen T.H.** Automatic Anthropometric System Development Using Machine Learning / T. L. Nguyen, T. H. Nguyen // BRAIN. Broad Research in Artificial Intelligence and Neuroscience. – 2016. – V. 7. – P. 5–15.

Свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ

9. **Нгуен Т. Х.** Обнаружение и классификация пузырьков на цифровых изображениях / Д. Н. Сидоров, Т. Х. Нгуен, Т. Л. Нгуен // Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ. № 2018612096 от 12 февраля 2018 г. М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности. 2018.
10. **Нгуен Т. Х.** Программа автоматического обнаружения и классификации дефектов дорожного покрытия / Д. Н. Сидоров, Т. Х. Нгуен, Т. Л. Нгуен // Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ. № 2016619386 от 18 августа 2016 г. М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности. 2016.
11. **Нгуен Т. Х.** Программа бесконтактной антропометрии для смартфонов на операционной системе Андроид / Д. Н. Сидоров, Т. Л. Нгуен, Т. Х. Нгуен // Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ. № 2016611475 от 03 февраля 2016 г. М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности. 2016.

Прочие издания

12. **Нгуен Т. Х.** Автоматизация антропометрических измерений и извлечение признаков из 2D-изображений / Т. Л. Нгуен, Т. Х. Нгуен // XVI Байкальская международная школа-семинар «методы оптимизации и их приложения». О. Ольхон, Иркутск 2014г. – С. 153.
13. **Нгуен Т. Х.** Построение программы для обнаружения контуров человека в изображении с помощью методов математической морфологии / Т. Л. Нгуен, Т. Х. Нгуен // Материалы всероссийской молодежной научно-практической конференции «Винеровские чтения 2014». Иркутск: Изд-во Иркутск, 2014. – С. 10.
14. **Нгуен Т. Х.** Классификация и кластерный анализ антропометрических признаков / Т. Л. Нгуен // Материалы всероссийской молодежной научно-практической конференции «Винеровские чтения 2015». Иркутск: Изд-во Иркутск, 2015. – С. 8.
15. **Нгуен Т. Х.** Методы математической морфологии в цифровой обработке изображений / Т. Л. Нгуен, Т. Х. Нгуен // Труды XIX Байкальской Всероссийской конференции «информационные и математические технологии в науке и управлении». Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2014. – С. 75–81.

16. **Нгуен Т. Х.** Анализ антропометрических признаков с использованием методов машинного обучения / Т. Л. Нгуен, Т. Х. Нгуен // Междисциплинарные исследования в области математического моделирования и информатики . Ульяновск: Изд-во SIMJET, 2015. – С. 204–210.

Подписано в печать XX.XX.2018. Формат 60 х 90 / 16.

Бумага офсетная. Печать цифровая. Усл. печ. л. 1,25.

Тираж 100 экз. Заказ XXX. Поз. плана 10н.

Отпечатано в типографии Издательства
ФГБОУ ВО «Иркутский национальный
исследовательский технический университет»
664074, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 83.