Некоторые пациенты P/1 любят L/2 всех докторов D/1

$$A_1 = \exists e P(e) \& (\forall y D(y) \to L(e, y));$$

Ни один из пациентов не любит знахарей Q/1.

$$A_2 = \neg [\exists x P(x) \& (\exists y Q(y) \& L(x, y))];$$

Следовательно, не существует доктора, который является знахарем.

$$C = \neg [\exists x P(x) \& Q(x)].$$

Теорема и ее отрицание:

$$T = A_1 \& A_2 \to C; \qquad \neg T = A_1 \& A_2 \& \neg C.$$

Представление задачи (отрицания теоремы) в языке ΠO -формул:

$$\forall : True - \exists e : P(e) - \begin{cases} \forall y : D(y) - \exists : L(e,y), \\ \forall x : P(x) - \exists : True - \\ -\forall y : Q(y), L(x,y) - \exists : False, \\ \forall : True - \exists z : D(z), Q(z). \end{cases}$$

Шаг 1 логического вывода $\neg T$:

$$\forall : True - \exists e : P(e) - \begin{cases} \forall y : D(y) - \exists : L(e, y), \\ \forall x : P(x) - \exists : True - \\ -\forall y : Q(y), L(x, y) - \exists : False, \\ \forall : True - \exists z : D(z), Q(z). \end{cases}$$

Пустая подстановка $\Theta = \emptyset$ в третий вопрос.

$$\forall : True - \exists e, z : \mathcal{B} - \begin{cases} \forall y : D(y) - \exists : L(e, y), \\ \forall x : P(x) - \exists : True - \\ - \forall y : Q(y), L(x, y) - \exists : False. \end{cases}$$

$$\mathcal{B} = P(e), D(z), Q(z).$$

Шаг 2 логического вывода $\neg T$:

$$\forall : True - \exists e, z : \mathcal{B} - \begin{cases} \forall y : D(y) - \exists : L(e, y), \\ \forall x : P(x) - \exists : True - \\ -\forall y : Q(y), L(x, y) - \exists : False. \end{cases}$$

$$\mathcal{B} = P(e) D(x) Q(y)$$

Подстановка $\Theta = \{x \to e\}$ во второй вопрос.

$$\forall : True - \exists e, z : \mathcal{B} - \begin{cases} \forall y : D(y) - \exists : L(e, y), \\ \forall x : P(x) - \exists : True - \\ -\forall y : Q(y), L(x, y) - \exists : False; \\ \forall y : Q(y), L(e, y) - \exists : False. \end{cases}$$

$$\mathcal{B} = P(e), D(z), Q(z).$$

Шаг 3 логического вывода $\neg T$:

$$\forall : True - \exists e, z : \mathcal{B} - \begin{cases} \forall y : D(y) - \exists : L(e, y), \\ \forall x : P(x) - \exists : True - \\ - \forall y : Q(y), L(x, y) - \exists : False; \\ \forall y : Q(y), L(e, y) - \exists : False. \end{cases}$$

$$\mathcal{B} = P(e), D(z), Q(z)$$

Подстановка $\Theta = \{y \to z\}$ в первый вопрос.

$$\forall : True - \exists e, z \colon \mathcal{B} - \begin{cases} \forall y \colon D(y) - \exists \colon L(e,y), \\ \forall x \colon P(x) - \exists \colon True - \\ - \forall y \colon Q(y), L(x,y) - \exists \colon False; \\ \forall y \colon Q(y), L(e,y) - \exists \colon False. \end{cases}$$

$$\mathcal{B} = P(e), D(z), Q(z), L(e, z)$$

Шаг 4 логического вывода $\neg T$:

$$\forall : True - \exists e, z : \mathcal{B} - \begin{cases} \forall y : D(y) - \exists : L(e, y), \\ \forall x : P(x) - \exists : True - \\ - \forall y : Q(y), L(x, y) - \exists : False; \\ \forall y : Q(y), L(e, y) - \exists : False. \end{cases}$$

$$\mathcal{B} = P(e), D(z), Q(z), L(e, z).$$

Подстановка $\Theta = \{y \to z\}$ в третий вопрос.

$$\forall : True - \exists e, z : \mathcal{B} - \begin{cases} \forall y : D(y) - \exists : L(e, y), \\ \forall x : P(x) - \exists : True - \\ - \forall y : Q(y), L(x, y) - \exists : False; \\ \forall y : Q(y), L(e, y) - \exists : False. \end{cases}$$

$$\mathcal{B} = P(e), D(z), Q(z), L(e, z), False.$$