

Программные технологии для эффективного поиска логического вывода в исчислении позитивно-образованных формул

Ларионов Александр Александрович

Иркутский государственный университет

Научный руководитель: Черкашин Е.А.

Специальность: 05.13.17 Теоретические основы информатики

Актуальность работы

1

Полуразрешимость исчислений первого порядка.

2

Существующие версии систем автоматического доказательства теорем (АДТ) для исчисления позитивно-образованных формул (ПО-формул) или узкоспециализированны, или неэффективны, или носят демонстрационный характер.

3

Не все предметные области покрыты эффективными системами АДТ.

4

Системы АДТ активно применяются для решения задач.
Новый подход – новое решение.

Актуальность работы

Особенности ПО-формул:

Разработано академиком С.Н.Васильевым и к.ф-м.н А.К. Жерловым.

1

Единственное правило вывода и единственная схема аксиом.

2

Крупноблочная структура формулы и крупноблочное правило вывода.

3

Нет необходимости в процедуре сколемизации.

4

Эвристическая структура исходной формулы сохраняется.

Объект и предмет исследования

Объект исследования

Исчисление позитивно-образованных формул и логический вывод в этом исчислении.

Предмет исследования

Свойства языка и исчисления ПО-формул, современных структур данных и алгоритмов поиска ЛВ в исчислениях первого порядка, разработка структур данных и алгоритмов, обеспечивающих создание новых программных систем и технологий эффективного поиска ЛВ в исчислениях ПО-формул.

Цель

Разработка программной системы для эффективного поиска логического вывода в исчислении позитивно-образованных формул.

Задачи

1

Разработка эффективных структур данных представления ПО-формул в памяти компьютера.

2

Создание оригинальных методик (стратегий) эффективного поиска ЛВ в исчислении ПО-формул.

3

Адаптация существующих методик АДТ для исчисления ПО-формул с целью повышения эффективности поиска ЛВ.

4

Разработка эффективной программной системы АДТ, создание инструментальных средств для программирования систем АДТ в исчислении ПО-формул.

5

Апробация разработанных программных средств на решении тестовых и практических задач. Сравнение с другими системами АДТ.

Научная новизна

1

Предложена методика управления поиском ЛВ в исчислении ПО-формул, базирующаяся на обобщении стратегии k-опровержения (k,m-ограничение). Впервые предложены и реализованы подходы обработки неограниченных переменных, структуры данных ориентированных на совместное использование общих участков оперативной памяти (data sharing) базовыми подформулами.

2

Впервые, для исчисления ПО-формул успешно применены широко используемые подходы: индексирование термов, параллельные схемы алгоритмов поиска ЛВ, разделение данных термов, кэширование результатов поиска подстановок.

3

Значительно расширен класс решаемых задач при помощи систем АДТ, базирующихся на исчислении ПО-формул. Построены новые варианты решения задач АДТ по сравнению с другими методами АДТ.

Научная и практическая значимость

1

Созданы система АДТ и инструментальная среда разработки систем АДТ, направленные на построение ЛВ в исчисления ПО-формул первого порядка.

2

Выделены классы задач, для которых созданная система является более эффективной, чем современные высокопроизводительные системы АДТ и предложены специальные стратегии, повышающие эффективность поиска ЛВ.

3

Реализована инфраструктура тестирования разработанных алгоритмов и программного обеспечения АДТ на тестовых задачах из библиотеки TRTP.

Научная и практическая значимость

Исследования поддержаны:

1

Федеральная целевая программа “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009-2013 годы, госконтракт № П696.

2

Базовые проекты научно-исследовательской работы ИДСТУ СО РАН, Проект IV.31.2.4., № гос. регистрации: 01201001350, программа IV.31.2., Проект IV.32.1.2., № гос. Регистрации: 01201001346.

3

РФФИ, № 08-07-98005-р_Сибирь_а.

4

Программа “Университетский кластер”.

Разработанные программные средства используются в учебном процессе в Институте математики, экономики и информатики Иркутского государственного университета (ИМЭИ ИГУ), Национальном исследовательском Иркутском Государственном техническом университете (НИ ИрГТУ).

Результаты выносимые на защиту

1

Разработаны новые программные методики и технологии эффективного поиска ЛВ в исчислении ПО-формул: специальные структуры представления ПО-формул, стратегии поддержки неограниченных переменных, k, m -ограничение, алгоритмическая поддержка предиката равенства без явного использования аксиом равенства. Разработанные методики реализуют полезные свойства исчислений ПО-формул в программных системах АДТ.

2

Успешно адаптированы и применены существующие методики повышения эффективности поиска ЛВ для исчисления ПО-формул: индексирование термов, параллельные схемы алгоритмов, разделение данных для термов. Адаптация сохраняет полезные свойства исчислений ПО-формул.

3

Реализована новая версия программной системы для эффективного поиска ЛВ в исчислении ПО-формул первого порядка с функциональными символами и предикатом равенства. Создан программный инструментарий и технологии разработки специализированных версий программы АДТ, направленные на решение определенных классов задач АДТ.

4

Разработана инфраструктура тестирования алгоритмов и стратегий ЛВ для созданной программной системы АДТ на задачах из библиотеки TRTP. Выделены классы задач, которые система решает эффективнее, чем другие передовые системы АДТ. Значительно расширен класс успешно решаемых задач по сравнению с предыдущими системами АДТ, базирующимися на исчислении ПО-формул.

Публикации (всего 14)

1

Давыдов А.В., Ларионов А.А., Черкашин Е.А. Об исчислении позитивно-образованных формул для автоматического доказательства теорем // Моделирование и анализ информационных систем. 2010.Т. 17, N 4, С. 60-69.

2

Ларионов А.А., Черкашин Е.А., Терехин И.Н. Системные предикаты для управления логическим выводом в системе автоматического доказательства теорем для исчисления позитивно-образованных формул // Вестник Бурятского государственного университета, 2011, выпуск 9. Серия Математика. Информатика. с. 94-98.

3

Ларионов А.А., Черкашин Е.А. Параллельные схемы алгоритмов автоматического доказательства теорем в исчислении позитивно-образованных формул // Дистанционное и виртуальное обучение. Февраль 2012. No. 2, С. 93-100.

4

Davydov A.V., Larionov A.A., Cherkashin E.A. On the calculus of positively constructed formulas for automated theorem proving // Automatic Control and Computer Sciences (AC&CS). 2011. Volume 45, Issue 7, pp.402-407.

Публикации

5

A.A. Larionov, E.A. Cherkashin, A.V. Davydov. Theorem Proving Software, Based on Method of Positively-Constructed Formulae // MIPRO-2011. 34-th International convention on information and communication technology, electronics and microelectronics. May 23-27, 2011. Croatia, Opatija. Vol. III. pp. 365-368.

6

А.В. Давыдов, А.А. Ларионов. Об исчислении позитивно-образованных формул для автоматического доказательства теорем // Труды 5-го Международного симпозиума по компьютерным наукам в России. Семинар “Семантика, спецификация и верификация программ: теория и приложения”. 14-15 июня 2010. Казань. С. 109-116.

7

Ларионов А.А., Черкашин Е.А., Давыдов А.В. Программная система для автоматического доказательства теорем в исчислении позитивно-образованных формул // Труды IV Всероссийской конференции “Винеровские чтения”. Часть II. Иркутск: ИрГТУ, 2011. С. 190-197.

8

Ларионов А.А., Терехин И.Н., Черкашин Е.А., Давыдов А.В. Программная система КВАНТ/4 для автоматического доказательства теорем // Труды ИМЭИ ИГУ. Математика и информатика: сборник научных трудов / под ред.: Королькова Ю.Д. [и др.]. Иркутск: Изд-во ИГУ. 2011. Вып. 1. С. 77-85.

Апробация

Международная конференция “Мальцевские чтения”, 24-28 августа 2009 г., г. Новосибирск;

Семинар ИДСТУ СО РАН “Ляпуновские чтения”, ИДСТУ СО РАН, г. Иркутск, 21-23 декабря 2009 г.;

Всероссийская конференция молодых ученых “Математическое моделирование и информационные технологии”, 15-21 марта 2010 г., г. Иркутск;

Международная конференция “Облачные вычисления. Образование. Исследования. Разработки”, 15-16 апреля 2010 г., г. Москва;

Международный симпозиум по компьютерным наукам в России. Семинар “Семантика, спецификация и верификация программ: теория и приложения”, 14-15 июня 2010 г., г. Казань;

4-я Всероссийская конференция “Винеровские чтения”, 9-14 марта 2011 г., г. Иркутск;

34-й Международный симпозиум “MIPRO”, 23-27 мая 2011 г., г. Опатия, Хорватия;

4-я Всероссийская мультikonференция по проблемам управления, 3-8 октября 2011 г., с. Дивноморское;

13-я Национальная конференция по искусственному интеллекту с международным участием (КИИ-2012), 16-20 октября 2012 г., г. Белгород.

Личный вклад автора

1

Разработка оригинальных стратегий эффективного поиска ЛВ в исчислении ПО-формул [1,2,5,7,8].

2

Адаптация существующих методик эффективного поиска ЛВ в исчислении ПО-формул [1,3,6,7].

3

Реализация структур данных для представления ПО-формул [1,5,7,8].

4

Реализация программной системы АДТ ПО-формул [2,3,5,7,8].

5

Тестирование разработанной системы АДТ на задачах из библиотеки TRTP [2,5,7].

Соответствие паспорту специальности

Материал диссертации соответствует формуле специальности 05.13.17 - Теоретические основы информатики. Диссертация посвящена исследованию процессов создания, накопления и обработки информации, представленной в виде фактов и знаний; созданию и исследованию новых моделей знаний, методов представления и обработки знаний; исследованию принципов создания и функционирования программных средств автоматизации представления обработки знаний.

В диссертации получены результаты по следующим пунктам “Области исследований”:

2. Исследование информационных структур, разработка и анализ моделей информационных процессов и структур;

8. Исследование и когнитивное моделирование интеллекта, включая моделирование поведения, **моделирование рассуждений различных типов**, моделирование образного мышления.

Результаты диссертации имеют научное и народнохозяйственное значение для решения проблем повышения производительности обработки знаний в ПО-исчислении, они позволяют развить научные основы современных информационных технологий обработки формализованных знаний средствами вычислительной техники и в ускорении на этой основе научно-технического прогресса.

Структура и содержание работы

Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения, приложений и списка литературы из 95 наименований. Общий объём работы - 163 страницы, из которых 121 страница - основной текст, включающий 14 рисунков и 7 таблиц.

Введение

Глава 1. Теоретический базис исследования

Глава 2. Методики повышения эффективности поиска ЛВ

Глава 3. Реализация алгоритмов программной системы

Глава 4. Тестирование и сравнение программной системы

Заключение

Приложения

Исчисление ПО-формул

$$\forall : T \{ \exists : A(k), B(f(e)) \} \begin{cases} \forall x : D(x) \{ \exists : False \\ \forall x, y : P(x, y) \{ \exists : False \\ \forall x, y : A(x), B(y) \begin{cases} \exists : D(y) \\ \exists z : P(x, z) \end{cases} \end{cases}$$

Формулы имеют древовидную структуру, поэтому можно пользоваться соответствующей терминологией.

1. Узел уровня 0 – **корень**.
2. Узлы уровня 1 – **базы**.
3. Узлы уровня 2 – **вопросы** к базе.
4. Более глубокие узлы – **консеквенты**.
5. Если у вопроса более одного дочерних узла, то вопрос обладает **дизъюнктивным ветвлением**.
6. Если глубина больше 3, то подформула называется **глубокой**.
7. Вопросы с False называются **целевыми**.
8. Подстановки для вопроса называются **ответными**.

Вопрос: $\forall \bar{y} : Q(\tilde{y})$

База: $\exists \bar{x} : B(\tilde{x})$

Ответ: $\theta : \bar{y} \rightarrow H^\infty$ если $Q(\tilde{y})\theta \subseteq B(\tilde{x})$

Правило вывода: ω

Глава 2

1

Стратегии экономии памяти.

2

Неограниченные переменные.

3

Индексирование выражений.

4

k,m-ограничение.

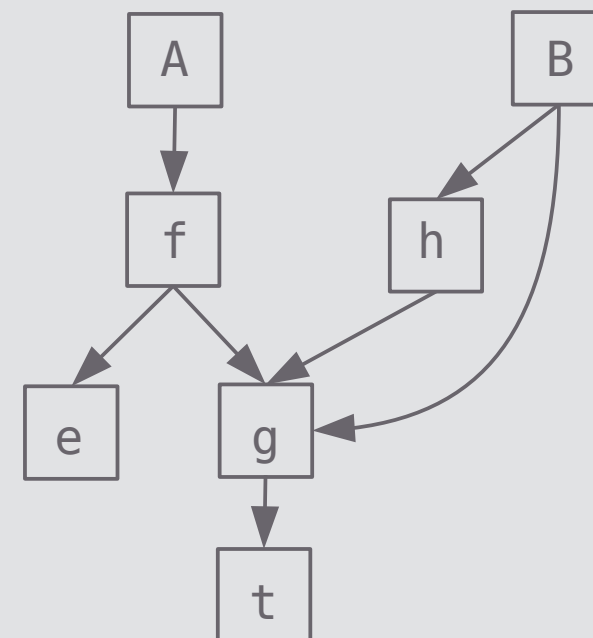
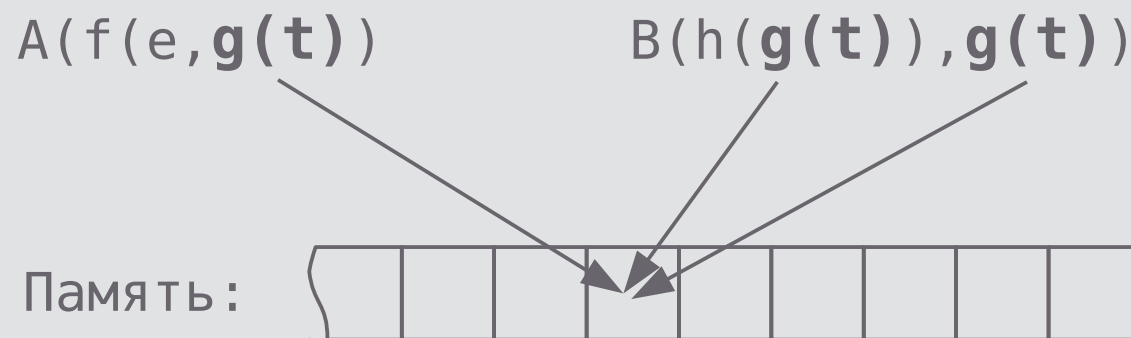
5

Параллельные схемы алгоритмов.

Стратегии экономии памяти

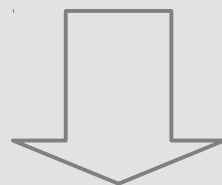
Разделение термов

Одинаковые термы имеют один адрес в памяти



Разделение базовых подформул

$$\exists: A(a) - \left\{ \forall x: A(x) \left\{ \begin{array}{l} \exists: B(x) - \left\{ \forall y: B(y) - \left\{ \exists: False \right. \right. \\ \exists: C(y) - \left\{ \forall y: C(y) - \left\{ \exists: False \right. \right. \end{array} \right. \right.$$

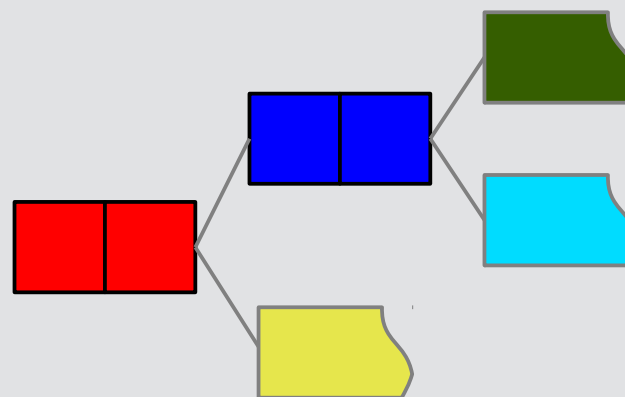
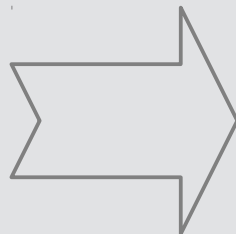
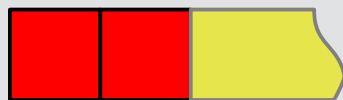
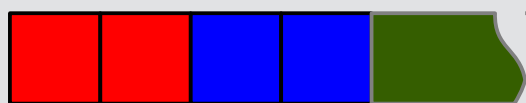


$$\left\{ \begin{array}{l} \exists: A(a), B(a) - \left\{ \begin{array}{l} \forall x: A(x) \left\{ \begin{array}{l} \exists: B(x) - \left\{ \forall y: B(y) - \left\{ \exists: False \right. \right. \\ \exists: C(y) - \left\{ \forall y: C(y) - \left\{ \exists: False \right. \right. \end{array} \right. \\ \forall y: B(y) - \exists: False \end{array} \right. \\ \exists: A(a), C(a) - \left\{ \begin{array}{l} \forall x: A(x) \left\{ \begin{array}{l} \exists: B(x) - \left\{ \forall y: B(y) - \left\{ \exists: False \right. \right. \\ \exists: C(y) - \left\{ \forall y: C(y) - \left\{ \exists: False \right. \right. \end{array} \right. \\ \forall y: C(y) - \exists: False \end{array} \right. \end{array} \right.$$

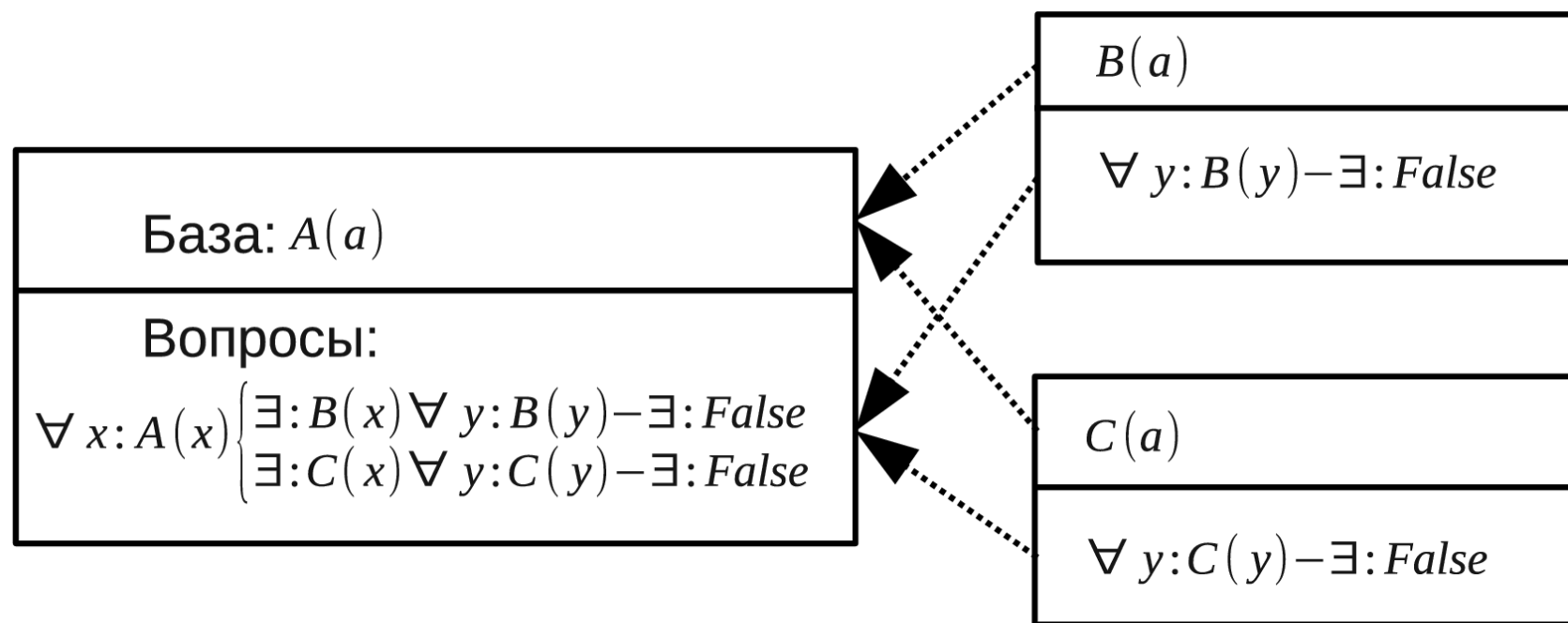
Разделение базовых подформул

Одинаковые подформулы имеют один адрес в памяти

Базовые подформулы



Разделение базовых подформул



Удаление неиспользуемых выражений

Неиспользуемые выражения (факты, вопросы, опровергнутые подформулы) удаляются.

$$\forall : T \left\{ \exists : A(n, m), B(f(e)) \left\{ \begin{array}{l} \forall x, y : A(x, y) \{ \exists : A(f(m), f(m)) \\ \forall x : A(x, x) \{ \exists : False \end{array} \right. \right.$$

Очевидно, факт $B(f(e))$ никогда не используется. Его можно удалить.

Формулы наименьшего веса

Выбор таких ответов, исполнение которых приводит к выражениям наименьшего веса. Под весом понимается количество узлов в древовидном представлении выражения.

Неограниченные переменные

$$\forall : T \{ \exists v : A(v) \left\{ \begin{array}{l} \forall x, y : C(x, y), Q(t(e, e)) \{ \exists : False \\ \forall x, \textcircled{y} : A(x) \{ \exists : C(x, y), Q(y) \end{array} \right. \}$$

Эрбранов универс: $H^\infty = \{e, t(e, e), t(e, t(e, e)), t(t(e, e), e) \dots\}$

Ответ: $\theta : \{x \rightarrow v, y \rightarrow ?\}$

Подстановкой для неограниченной переменной может быть любой элемент, в общем случае бесконечного эрбранова универсума. **Какой именно элемент выбрать?**

Ленивая конкретизация

Идея

Вместо конкретного элемента эрбранова универсума выбирается неопределённый эрбанов элемент (НЭЭ), который конкретизируется позднее по мере необходимости.

Пример:

$$\forall : True \{ \exists : True \left\{ \begin{array}{l} \forall x : True \{ \exists : A(x) \\ \forall x : A(f(x)) \{ \exists : B(f(x)) \\ \forall : B(f(a)) \{ \exists : False \end{array} \right. \}$$

$$H^{\infty} = \{a, f(a), f(f(a)) \dots\}$$

Ответ на первый вопрос: $\{x \rightarrow h_1\}$

Ответ на второй вопрос: $\{h_1 \rightarrow f(h_2)\}$

Ответ на третий вопрос: $\{h_2 \rightarrow a\}$

h_1 и h_2 являются неопределёнными эрбрановыми элементами (НЭЭ)

Ограничения

1

Ограничение на одинаковые конкретизации НЭЭ. Ограничивается количество одинаковых конкретизаций для НЭЭ, полученных в качестве подстановки для одной и той же переменной.

$$\forall : True \{ \exists : A(e) \{ \forall x : True \{ \exists : B(x) \quad \begin{array}{l} x \rightarrow h_1 \\ x \rightarrow h_2 \\ x \rightarrow h_3 \end{array}$$

2

Вместо конкретизации производить порождение конкретизованного терма, с сохранением исходного.

Пусть дан атом с НЭЭ: $A(h_1)$

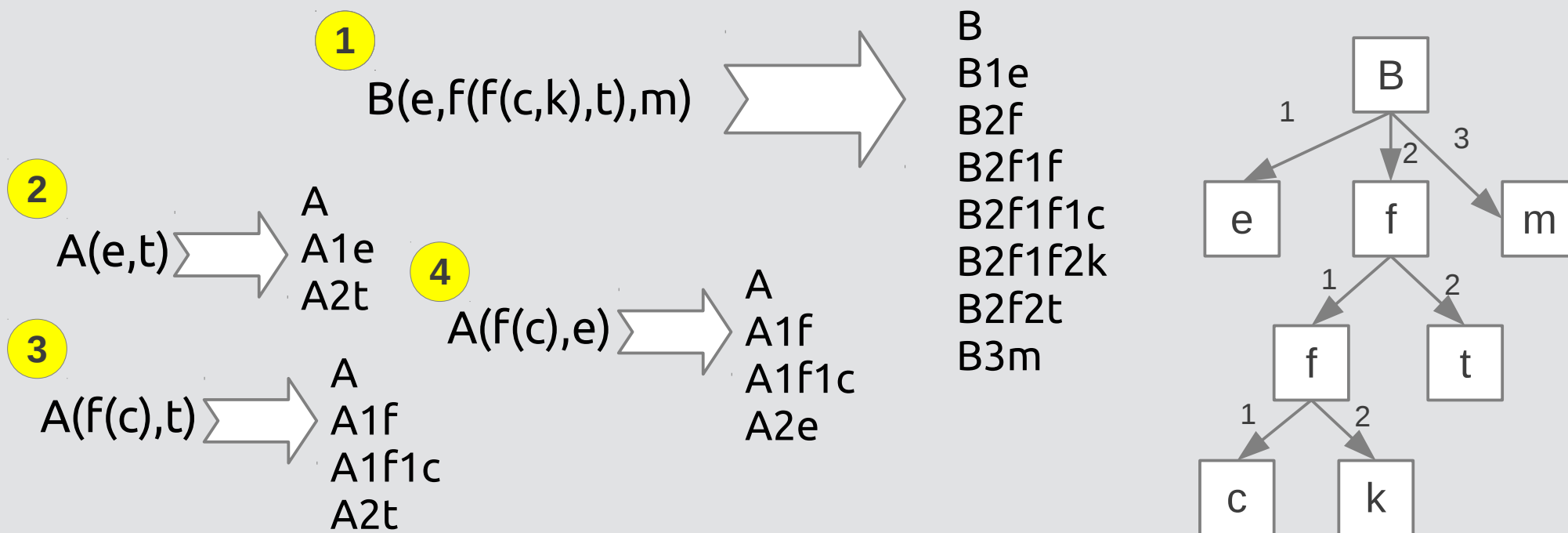
Производится конкретизация: $h_1 \rightarrow t$

Вместо конкретизации на месте: $A(t)$ порождается конкретизированный элемент с сохранением исходного выражения: $A(h_1), A(t)$

Индексирование данных

Индексирование путями (path indexing)

Каждый терм представляется как список так называемых путей

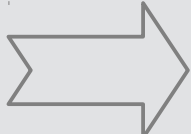


Каждый путь указывает на множества соответствующих термов

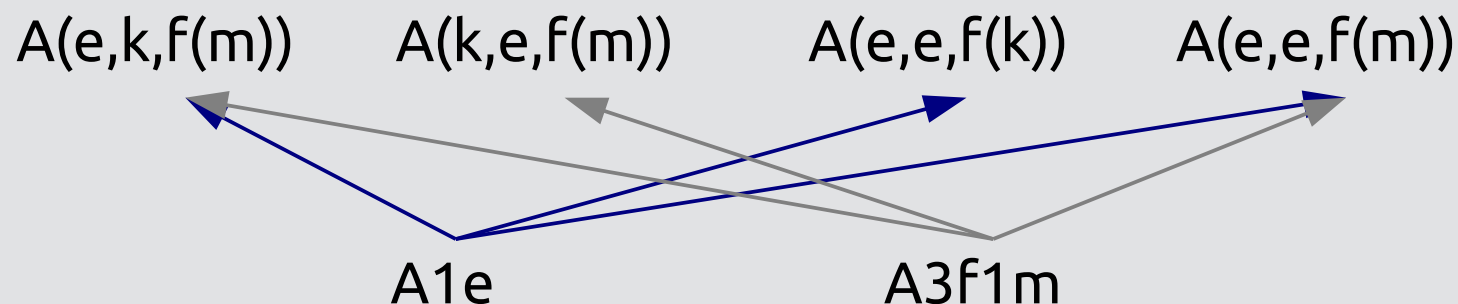
A: {2,3,4};	A1f1c: {3,4};	B2f1f2k: {1};
A2t: {2,3};	A2t: {2,3};	B2f2t: {1};
A1f: {3,4};	B3m: {1};	...

Индексирование путями

Вопрос:

$A(e, x, f(m))$  $A1e$
 $A3f1m$

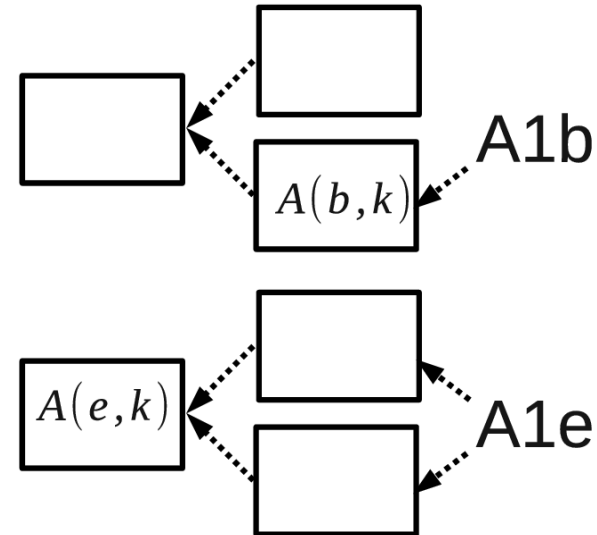
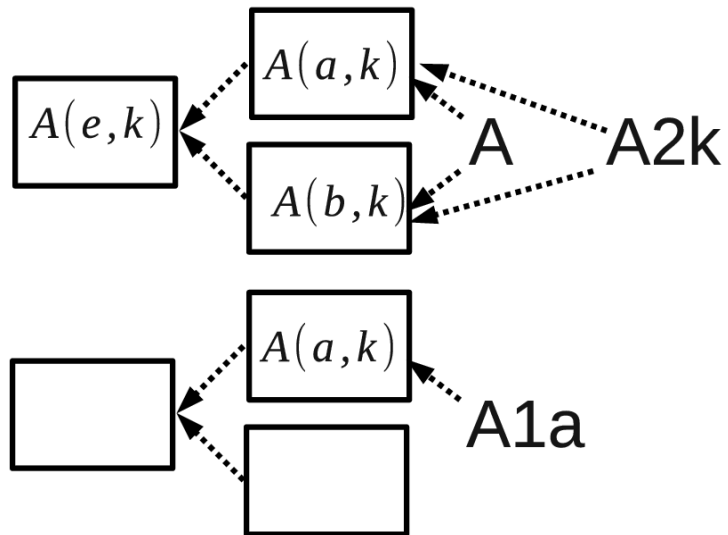
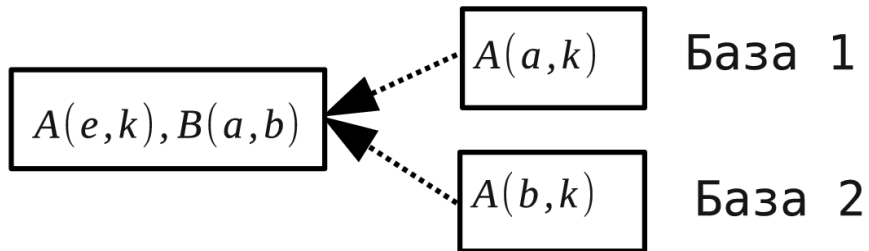
База:



$$[A1e] \cap [A3f1m] = \{A(e, k, f(m)), A(e, e, f(m))\}$$

Данные два терма являются примерами $A(e, x, f(m))$

Индексирование и разделение данных



Индексирование ПО-формул

Поскольку ПО-формула, как и терм, имеет древовидную структуру, то к ней применим метод индексирования путями.

Стратегия k, m -ограничения

Идея

Ответ на вопрос принимается, если за последующие k шагов вывода, заданное событие произойдёт m раз.

Специальные варианты стратегии k, m -ограничения

1

k, m -опровержение. Если за k шагов будет опровергнуто по меньшей мере m базовых подформул.

2

k, m -неопровержимость. Если за k шагов, при ответе только на вопросы без дизъюнктивного ветвления не будет опровергнута текущая база.

3

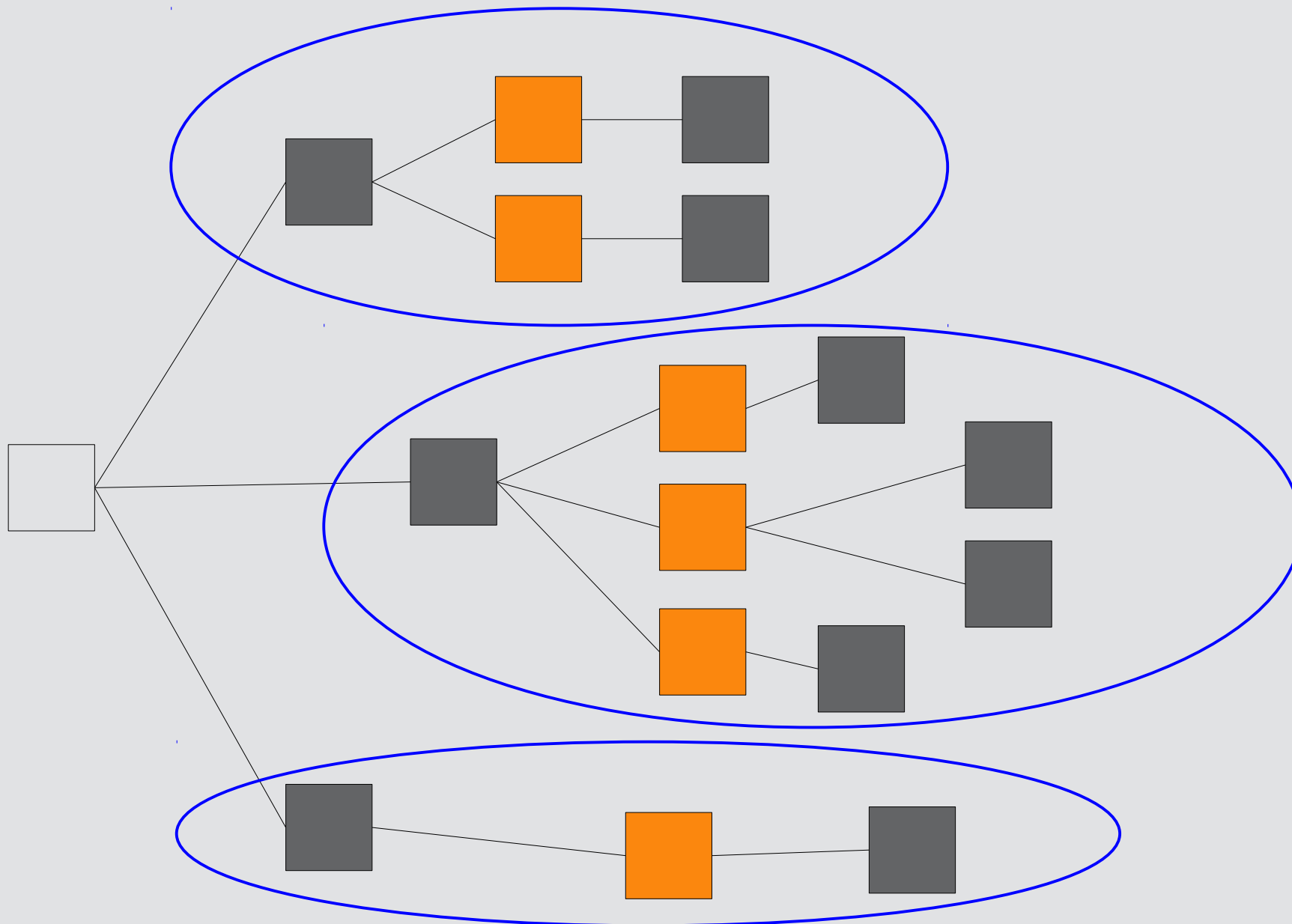
k, m -конкретизация. Если за k шагов будет конкретизировано m НЭЭ.

Параллельные стратегии

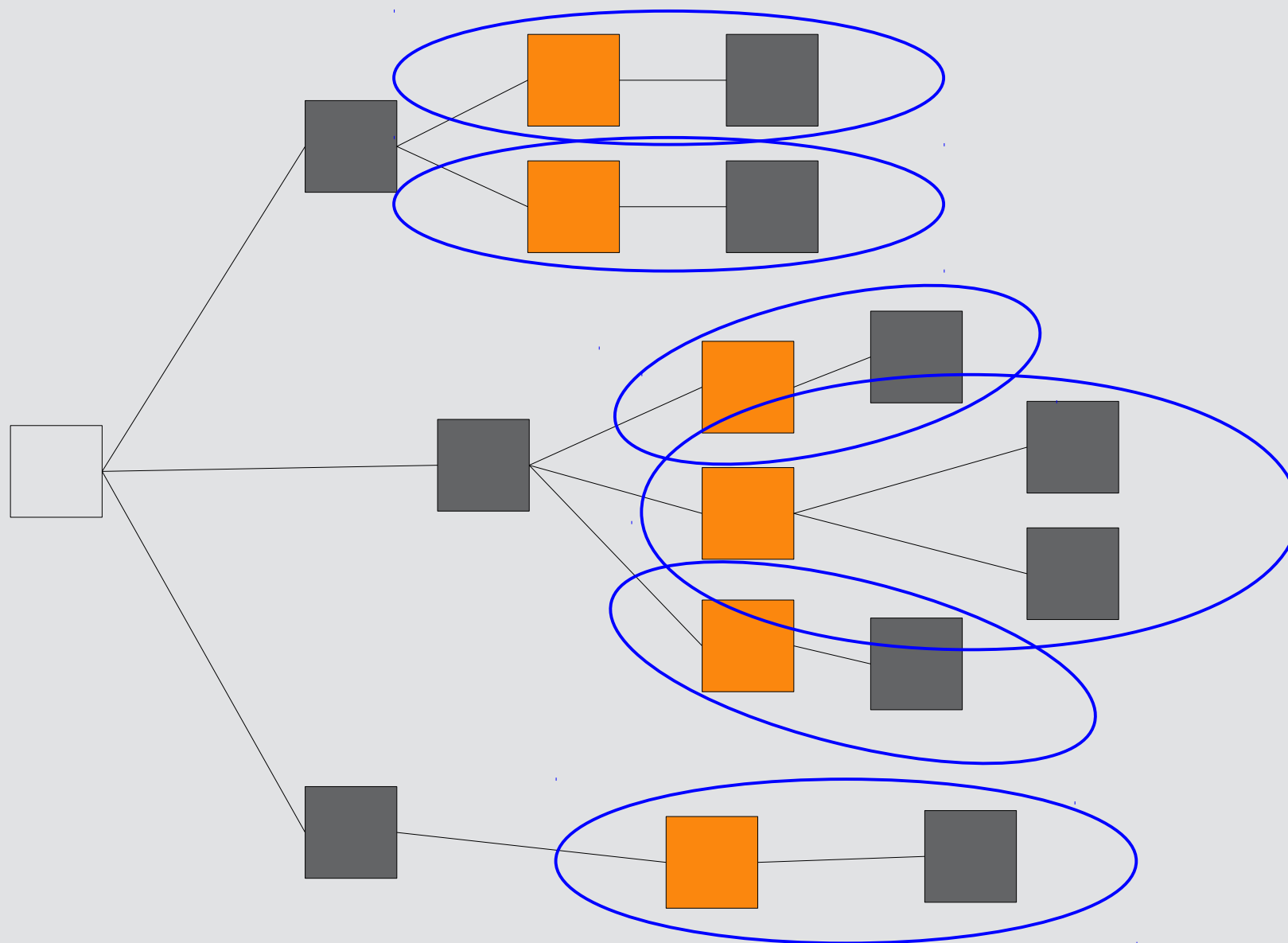
Используемый подход

Независимые процессы

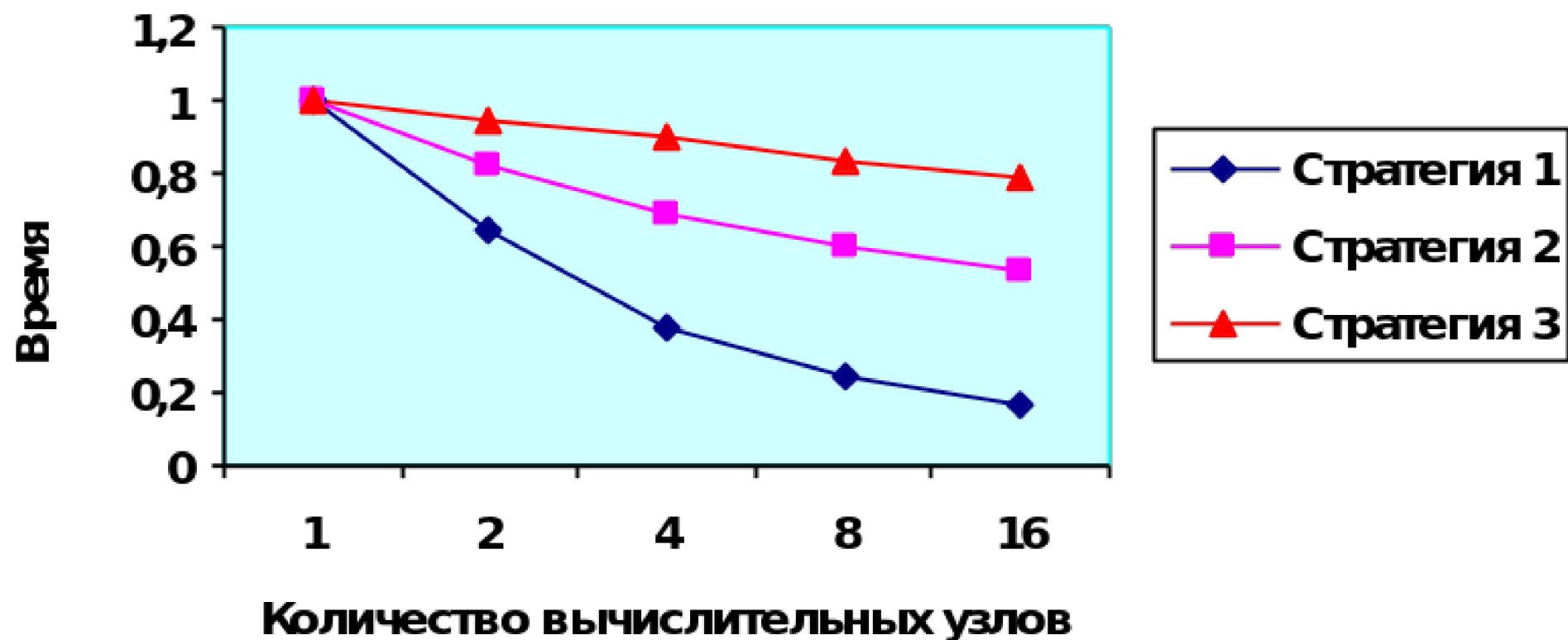
Независимое опровержение баз



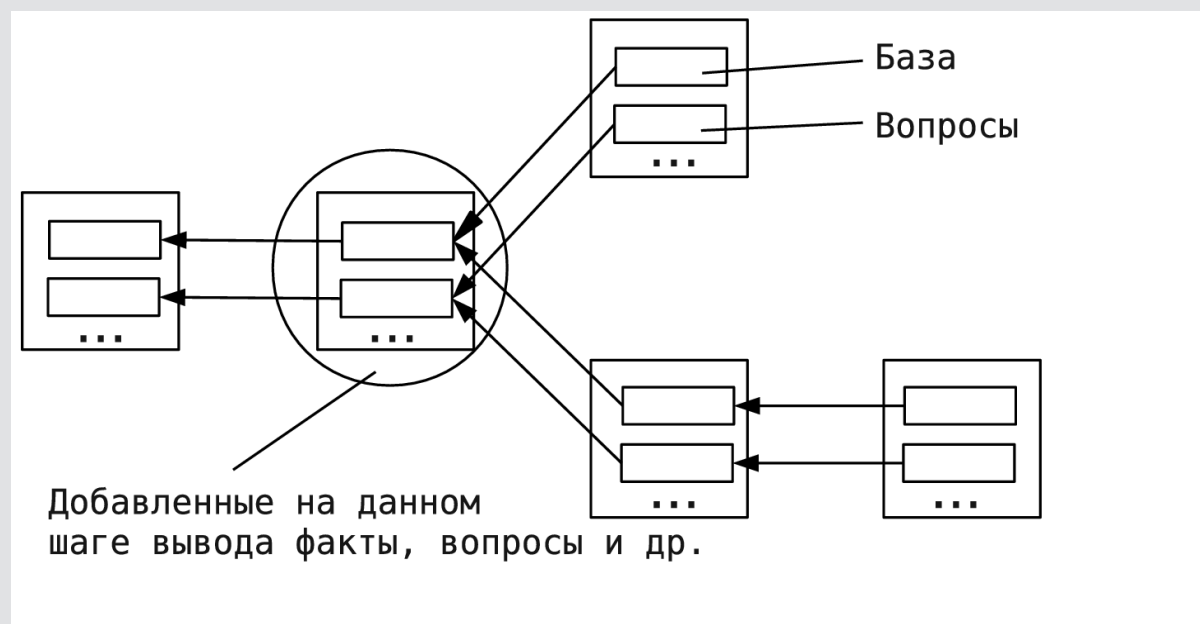
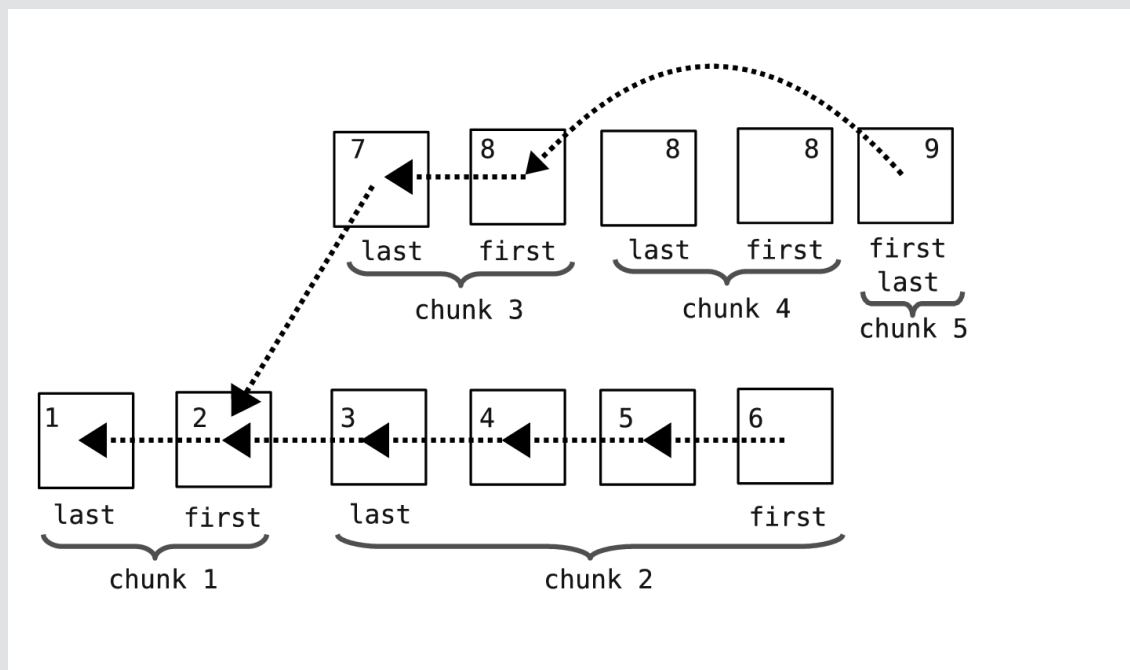
Независимый поиск ответов на вопросы



Масштабируемость

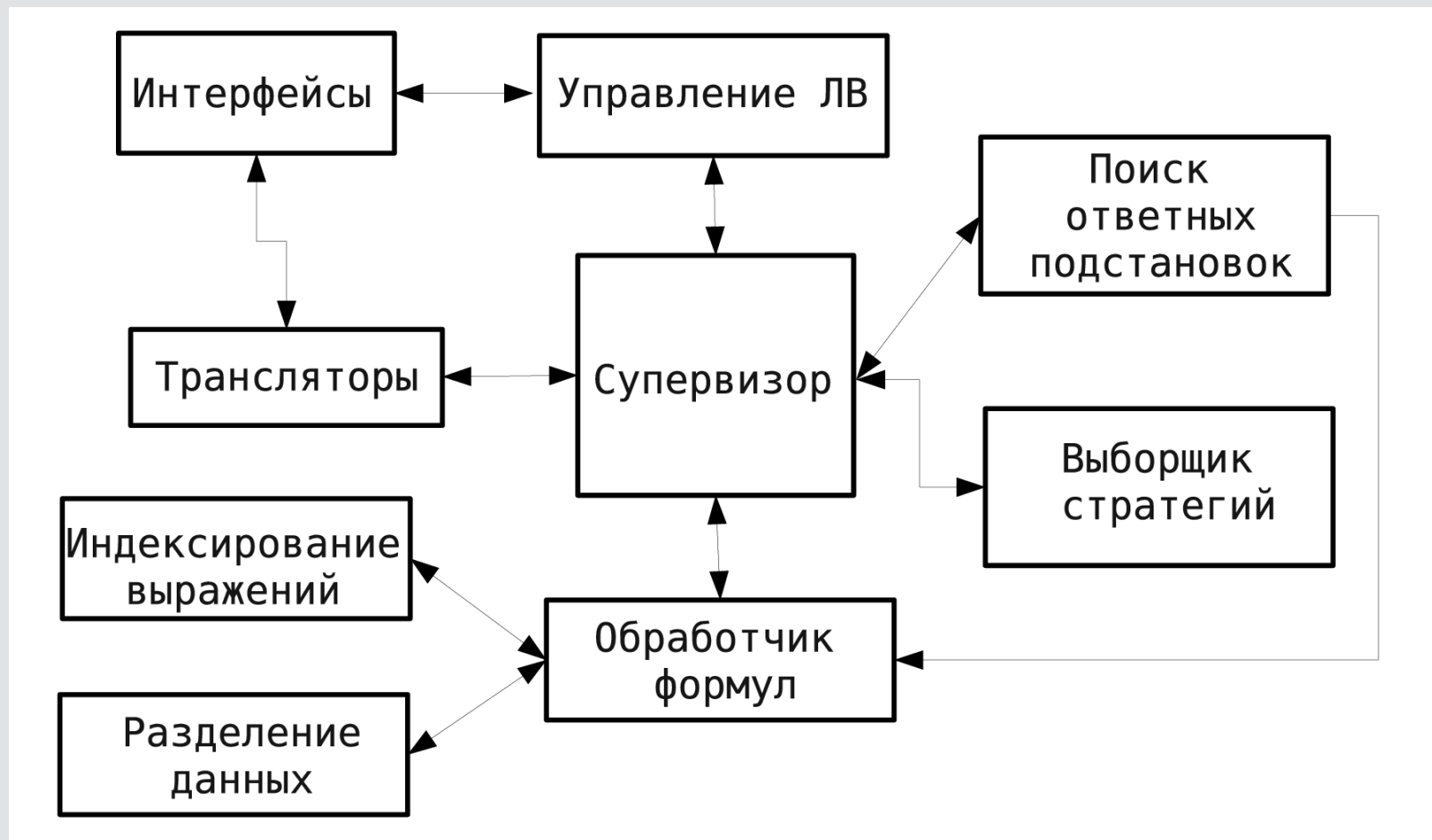


Дерево состояний вывода



Глава 3

Архитектура системы



Выборщик стратегий

Название стратегии	Уровень применения	Условие применения
k,m-опровержение	подформула-вопрос	дизъюнктивере ветвление
Ленивая конкретизация	подформула-вопрос	неограниченные переменные
Параллельная стратегия 1	вся формула	дизъюнктивное ветвление
Удаление излишков	вся формула	достигнут предел памяти

Транслятор

Впервые разработан транслятор TRTP -> ПО-формулы

- Транслятор разработан на языке Пролог.
- Используется алгоритм Черкашина.

Глава 4. Тестирование и сравнение

Библиотека TPTP

Библиотека TPTP (Thousands of Problems for Theorem Provers, www.tptp.org).

Рейтинг. В библиотеку включены лучшие системы АДТ мирового уровня (“state-of-the-art systems”). Если ни одна из систем не может решить задачу, значит рейтинг задачи 1.0, если все решают, то 0.0. К классу сложных (“difficult”) относятся задачи с рейтингом от 0.04.

Задачи классифицированы: предметные области (алгебра, анализ, верификация, головоломки, геометрия и т.д.); статус (теорема, противоречие, неизвестно, и др.); рейтинг; количественные характеристики формул.

Библиотеке более 15 лет. Общее количество задач на данный момент около 20 000. Задачи от самых простых до открытых математических проблем.

Сводная таблица

Рейтинг	Всего задач	Решено
0.0-0.03	192	181
0.04-0.20	435	373
0.21-0.32	128	79
0.33-0.49	115	44
0.5-0.92	295	27

Предметная область	Всего задач	Решено
Геометрия	242	204
Менеджмент	22	22
Синтаксис	275	180
Семантический веб	25	22

Сравнение с другими системами АДТ

- Vampire
- EP
- iProver
- SPASS
- Zenon
- Ayane
- Otter
- и др.

Выигрыш нашей системы

- Задачи формализованные в ИП решаются лучше, чем задачи КНФ.
- Формулы с крупноблочной структурой.
- Формулы с экзистенциальными переменными.
- Предметные области.

Уступаем существующим системам

- Сложные задачи с рейтингом близким к 1.0.
- Задачи с предикатом равенства.

Заключение

1

Разработаны новые программные методики и технологии эффективного поиска ЛВ в исчислении ПО-формул: специальные структуры представления ПО-формул, стратегии поддержки неограниченных переменных, k, m -ограничение, алгоритмическая поддержка предиката равенства без явного использования аксиом равенства. Разработанные методики реализуют полезные свойства исчислений ПО-формул в программных системах АДТ.

2

Успешно адаптированы и применены существующие методики повышения эффективности поиска ЛВ для исчисления ПО-формул: индексирование термов, параллельные схемы алгоритмов, разделение данных для термов. Адаптация сохраняет полезные свойства исчислений ПО-формул.

3

Реализована новая версия программной системы для эффективного поиска ЛВ в исчислении ПО-формул первого порядка с функциональными символами и предикатом равенства. Создан программный инструментарий и технологии разработки специализированных версий программы АДТ, направленные на решение определенных классов задач АДТ.

4

Разработана инфраструктура тестирования алгоритмов и стратегий ЛВ для созданной программной системы АДТ на задачах из библиотеки TRTP. Выделены классы задач, которые система решает эффективнее, чем другие передовые системы АДТ. Значительно расширен класс успешно решаемых задач по сравнению с предыдущими системами АДТ, базирующимися на исчислении ПО-формул.

