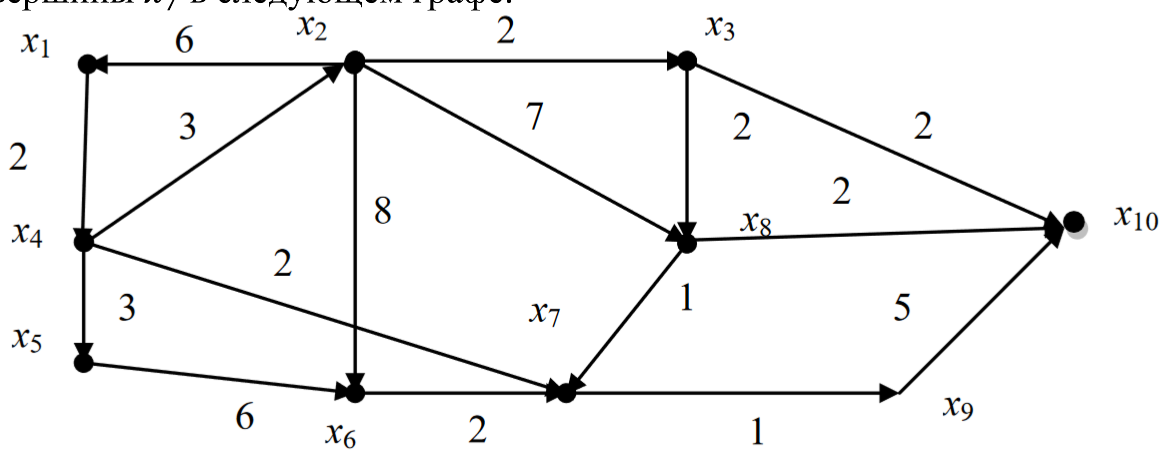
Полочанина Евгения Денисовна, 3 курс, 2 группа

Лабораторная работа №3

Задача №1а)

Условие

С помощью алгоритма Дейкстры найти кратчайший путь от вершины x_1 до вершины x_7 в следующем графе:



Решение

$\boldsymbol{s = x_1}$	$\boldsymbol{x_2}$	$\boldsymbol{x_3}$	$\boldsymbol{x_4}$	$\boldsymbol{x_5}$	$\boldsymbol{x_6}$	$\boldsymbol{t = x_7}$	$\boldsymbol{x_8}$	$\boldsymbol{x_9}$	$\boldsymbol{x_{10}}$
$(0, s)^*$	(∞, s)	(∞, s)	(∞, s)	(∞, s)	(∞, s)	(∞, s)	(∞, s)	(∞, s)	(∞, s)
	(∞, s)	(∞, s)	$(2, s)^*$	(∞, s)	(∞, s)	(∞, s)	(∞, s)	(∞, s)	(∞, s)
	$(5, x_4)$	(∞, s)		$(5, x_4)$	(∞, s)	$(4, x_4)^*$	(∞, s)	(∞, s)	(∞, s)

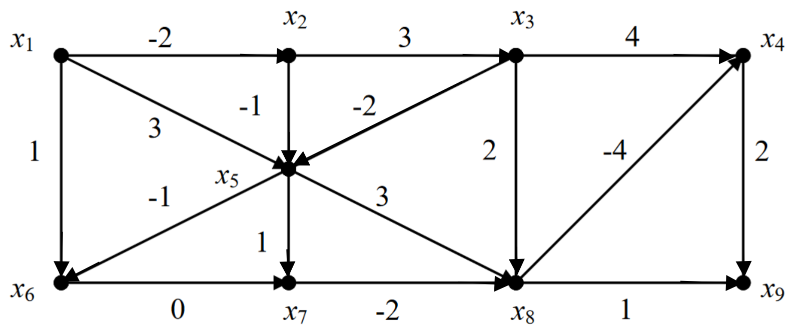
Кратчайший путь: $s = x_1 \to x_4 \to x_7 = t$.

Ответ: длина кратчайшего пути от $s = x_1$ к $t = x_7$ равна 4, кратчайший путь: $s = x_1 \to x_4 \to x_7 = t$.

Задача №2а)

Условие

С помощью алгоритма Форда-Беллмана найти кратчайшие расстояния от вершины x_1 до всех остальных вершин в следующем графе:



Решение

0	-2	∞	∞	3	1	∞	∞	∞	0	0	0	0	0	0	0
∞	0	3	∞	-1	∞	∞	∞	∞	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2
∞	∞	0	4	-2	∞	∞	2	∞	∞	1	1	1	1	1	1
∞	∞	∞	0	∞	∞	∞	∞	2	∞	∞	2	-5	-8	-10	-10
∞	∞	∞	∞	0	-1	1	3	∞	3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
∞	∞	∞	∞	∞	0	0	∞	∞	1	1	-4	-4	-4	-4	-4
∞	∞	∞	∞	∞	∞	0	-2	∞	∞	1	-2	-4	-4	-4	-4
∞	∞	∞	-4	∞	∞	∞	0	1	∞	6	-1	-4	-6	-6	-6
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0	∞	∞	7	0	-3	-6	-8

1	$(0,x_1)$	$(-2,x_1)$	(∞,x_1)	(∞,x_1)	$(3,x_1)$	$(1,x_1)$	(∞,x_1)	(∞,x_1)	(∞,x_1)
2	$(0,x_1)$	$(-2,x_1)$	$(1,x_2)$	(∞,x_1)	$(-3,x_2)$	$(1,x_1)$	$(1,x_6)$	$(6,x_5)$	(∞,x_1)
3	$(0,x_1)$	$(-2,x_1)$	$(1,x_2)$	$(2,x_8)$	$(-3,x_2)$	$(-4,x_5)$	$(-2,x_5)$	$(-1,x_7)$	$(7,x_8)$
4	$(0,x_1)$	$(-2,x_1)$	$(1,x_2)$	$(-5,x_8)$	$(-3,x_2)$	$(-4,x_5)$	$(-4,x_6)$	$(-4,x_7)$	$(0,x_8)$
5	$(0,x_1)$	$(-2,x_1)$	$(1,x_2)$	$(-8,x_8)$	$(-3,x_2)$	$(-4,x_5)$	$(-4,x_6)$	$(-6,x_7)$	$(-3,x_4)$
6	$(0,x_1)$	$(-2,x_1)$	$(1,x_2)$	$(-10,x_8)$	$(-3,x_2)$	$(-4,x_5)$	$(-4,x_6)$	$(-6,x_7)$	$(-6,x_4)$
7	$(0,x_1)$	$(-2,x_1)$	$(1,x_2)$	$(-10,x_8)$	$(-3,x_2)$	$(-4,x_5)$	$(-4,x_6)$	$(-6,x_7)$	$(-8,x_4)$
8	$(0,x_1)$	$(-2,x_1)$	$(1,x_2)$	$(-10,x_8)$	$(-3,x_2)$	$(-4,x_5)$	$(-4,x_6)$	$(-6,x_7)$	$(-8,x_4)$

Ответ: Кратчайшие расстояния:

$x_1 \to x_2$ – длина $= -2$

$x_1 \to x_2 \to x_3$ – длина $= 1$

$x_1 \to x_2 \to x_5 \to x_6 \to x_7 \to x_8 \to x_4$ – длина $= -10$

$x_1 \to x_2 \to x_5$ – длина $= -3$

$x_1 \to x_2 \to x_5 \to x_6$ – длина $= -4$

$x_1 \to x_2 \to x_5 \to x_6 \to x_7$ – длина $= -4$

$x_1 \to x_2 \to x_5 \to x_6 \to x_7 \to x_8$ – длина $= -6$

$x_1 \to x_2 \to x_5 \to x_6 \to x_7 \to x_8 \to x_4 \to x_9$ – длина $= -8$

Задача №4b)

Условие

С помощью алгоритма Флойда определить кратчайшие расстояния между каждой парой вершин для графа со следующей матрицей расстояний:

$$\begin{vmatrix} 0 & 11 & 2 & 8 & 11 & 11 \\ 11 & 0 & 5 & \infty & \infty & 1 \\ \infty & 5 & 0 & \infty & 2 & 1 \\ 2 & \infty & \infty & 0 & 2 & \infty \\ \infty & 9 & \infty & 2 & 0 & 7 \\ \infty & 1 & \infty & \infty & 7 & 0 \end{vmatrix}$$

Решение

$$D^0 = \begin{vmatrix} 0 & 11 & 2 & 8 & 11 & 11 \\ 11 & 0 & 5 & \infty & \infty & 1 \\ \infty & 5 & 0 & \infty & 2 & 1 \\ 2 & \infty & \infty & 0 & 2 & \infty \\ \infty & 9 & \infty & 2 & 0 & 7 \\ \infty & 1 & \infty & \infty & 7 & 0 \end{vmatrix} \qquad T^0 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

$$D^1 = \begin{vmatrix} 0 & 11 & 2 & 8 & 11 & 11 \\ 11 & 0 & 5 & 19 & 22 & 1 \\ \infty & 5 & 0 & \infty & 2 & 1 \\ 2 & 13 & 4 & 0 & 2 & 13 \\ \infty & 9 & \infty & 2 & 0 & 7 \\ \infty & 1 & \infty & \infty & 7 & 0 \end{vmatrix} \qquad T^1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 4 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

$$D^2 = \begin{vmatrix} 0 & 11 & 2 & 8 & 11 & 11 \\ 11 & 0 & 5 & 19 & 22 & 1 \\ 16 & 5 & 0 & 24 & 2 & 1 \\ 2 & 13 & 4 & 0 & 2 & 13 \\ 20 & 9 & 14 & 2 & 0 & 7 \\ 12 & 1 & 6 & 20 & 7 & 0 \end{vmatrix} \qquad T^2 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & 2 & 3 & 2 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 4 & 5 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

$$D^3 = \begin{vmatrix} 0 & 7 & 2 & 8 & 4 & 3 \\ 11 & 0 & 5 & 19 & 7 & 1 \\ 16 & 5 & 0 & 24 & 2 & 1 \\ 2 & 9 & 4 & 0 & 2 & 5 \\ 20 & 9 & 14 & 2 & 0 & 7 \\ 12 & 1 & 6 & 20 & 7 & 0 \end{vmatrix} \qquad T^3 = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 & 4 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 3 & 6 \\ 2 & 2 & 3 & 2 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 1 & 4 & 5 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

$$D^4 = \begin{vmatrix} 0 & 7 & 2 & 8 & 4 & 3 \\ 11 & 0 & 5 & 19 & 7 & 1 \\ 16 & 5 & 0 & 24 & 2 & 1 \\ 2 & 9 & 4 & 0 & 2 & 5 \\ 4 & 9 & 6 & 2 & 0 & 7 \\ 12 & 1 & 6 & 20 & 7 & 0 \end{vmatrix} \qquad T^4 = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 & 4 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 3 & 6 \\ 2 & 2 & 3 & 2 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 1 & 4 & 5 & 3 \\ 4 & 2 & 4 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

$$D^5 = \begin{vmatrix} 0 & 7 & 2 & 6 & 4 & 3 \\ 11 & 0 & 5 & 9 & 7 & 1 \\ 6 & 5 & 0 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 9 & 4 & 0 & 2 & 5 \\ 4 & 9 & 6 & 2 & 0 & 7 \\ 11 & 1 & 6 & 9 & 7 & 0 \end{vmatrix} \qquad T^5 = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 & 5 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 5 & 3 & 6 \\ 5 & 2 & 3 & 5 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 1 & 4 & 5 & 3 \\ 4 & 2 & 4 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & 2 & 5 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

$$D^6 = \begin{vmatrix} 0 & 4 & 2 & 6 & 4 & 3 \\ 11 & 0 & 5 & 9 & 7 & 1 \\ 6 & 2 & 0 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & 4 & 0 & 2 & 5 \\ 4 & 8 & 6 & 2 & 0 & 7 \\ 11 & 1 & 6 & 9 & 7 & 0 \end{vmatrix} \qquad T^6 = \begin{vmatrix} 1 & 6 & 3 & 5 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 5 & 3 & 6 \\ 5 & 6 & 3 & 5 & 5 & 6 \\ 1 & 6 & 1 & 4 & 5 & 3 \\ 4 & 6 & 4 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & 2 & 5 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

Ответ: Матрица D^6 дает значения кратчайших расстояний между вершинами, кратчайший путь строится по матрице T^6. Например, кратчайшее расстояние между пятой и третьей вершинами равно 6, кратчайший путь: $x_5 \to x_4 \to x_1 \to x_3$.