TECNICATURA UNIVERSITARIA EN PROGRAMACIÓN

TRABAJO PRÁCTICO N°1: LÓGICA PROPOSICIONAL

Integrantes del grupo:

Ahumada Brian , DNI 38.335.339

Alancay Abel Matias, DNI 32.104.501

Alsina Maximiliano, DNI: 35.618.005

Berrini Alejandro, DNI 34.658.942

Calle Porco Sonia Enes, DNI 18.804.659

Costa Maria Eugenia , DNI 31.164.697

TECNICATURA UNIVERSITARIA EN PROGRAMACIÓN

1. Sin usar tabla de verdad pruebe y/o simplifique según corresponda (**indique en cada paso las leyes del álgebra proposicional que emplea**):

1.a

$(\neg p \vee q) \wedge \big(p \wedge (p \wedge q)\big) \equiv p \wedge q$ Asociativa

$(\neg p \vee q) \wedge \big(((p \wedge p) \wedge q)\big) \equiv p \wedge q$ Idempotencia

$(\neg p \vee q) \wedge (p \wedge q)) \equiv p \wedge q$ Distributiva

$(p \wedge q \;\; \wedge \neg p) \vee (p \wedge q \;\; \wedge q) \equiv p \wedge q$ Conmutativa y Asociativa

$((p \wedge \neg p\;) \;\wedge q) \vee (p \wedge \;\; (q \;\wedge q)) \equiv p \wedge q$ Complemento e Idempotencia

$((F\;) \;\wedge q) \vee (p \wedge \;\; (q)) \equiv p \wedge q$ Identidad

$((F) \vee (p \wedge \;\; (q)) \equiv p \wedge q$ Identidad

$(p \wedge \;\; q) \equiv p \wedge q$

1.b

$(p \wedge q) \vee \neg(q \vee \neg p) \equiv p$ Ley de Morgan

$(p \wedge q) \vee (\neg q \quad \wedge \; \neg(\neg p)) \equiv p$ Doble negación

$(p \wedge q) \vee (\neg q \quad \wedge \; p) \equiv p$ Conmutativa

$(p \wedge q) \vee (p \;\; \vee \;\; \neg q \quad) \equiv p$ Distributiva inversa

$p \wedge \; (\; q \;\; \vee \;\; \neg q \quad) \equiv p$ Complemento

$p \wedge \; (\quad T \quad) \equiv p$ Identidad

$p \equiv p$

1.c

$[p \vee (q \wedge r)] \vee (\neg q \wedge r) \equiv p \vee r$ Asociativa

$p \vee [(q \wedge r) \;\;\; \vee (\neg q \wedge r)] \equiv p \vee r$ Distributiva

$p \vee [\; r \;\; \wedge \;\; (q \;\; \vee \;\; \neg q)] \equiv p \vee r$ Complemento

$p \vee [\; r \;\; \wedge \;\; (T)] \equiv p \vee r$ Identidad

$p \vee \mathrm{r} \equiv p \vee r$

1.d

$\neg \Big[(\neg q \vee p) \wedge \neg\big[\big(\neg p \wedge (q \wedge r)\big) \wedge (p \vee r)\big]\Big]$

$\left[\neg[(\neg q \vee p)] \quad \vee \quad \neg\left[\neg[(\neg p \wedge (q \wedge r)) \wedge (p \vee r)]\right]\ \right]$ Ley de Morgan

$\left[[\neg(\neg q) \wedge \neg p\ ] \quad \vee \quad [(\neg p \wedge (q \wedge r)) \wedge (p \vee r)]\ \right]$ Ley de Morgan y Doble negación

$\left[[q \wedge \neg p\ ] \quad \vee \quad [(\neg p \wedge (q \wedge r)) \wedge (p \vee r)]\ \right]$ Doble negación

$\left[[q \wedge \neg p\ ] \quad \vee \quad [\ (\neg p \wedge q)\ \wedge r\ \wedge (p \vee r)]\ \right]$ Asociativa

$\left[[q \wedge \neg p\ ] \quad \vee \quad [\ (q\ \wedge \neg p)\ \wedge r]\ \right]$ Absorción y Conmutativa

$[\ (q\ \wedge \neg p)\ \wedge r]$ Idempotencia

1.e

$[(p \vee q) \wedge \neg(\neg p \wedge q)] \quad \vee \quad [\neg[q \wedge (r \vee q)] \wedge (p \vee \neg q)]$ Ley de Morgan y Ley de Absorción

$[(p \vee q) \wedge [\neg(\neg p) \vee \neg q]] \quad \vee \quad [\neg q\ \wedge (p \vee \neg q)\ ]$ Doble Negación

$[(p \vee q) \wedge [p \vee \neg q]] \vee (\neg q)$ Absorcion

$[\ p \vee (q\ \wedge\ \neg q)\ ] \vee \neg q$ Complemento

$[\ p \vee F\ ] \vee \neg q$ Identidad

$\mathrm{p} \vee \neg q$

1.f

$(\neg p \wedge (\neg q \wedge r)) \quad \vee \quad (q \wedge r \vee (p \wedge r)) \equiv r$ Distributiva

$(\neg p \wedge (\neg q \wedge r)) \quad \vee \quad (\ r\ \wedge\ (p\ \vee q)) \equiv r$ Morgan

$\neg(p \vee q\ )\ \wedge r \quad \vee \quad r\ \wedge\ (p\ \vee q) \equiv r$ Distributiva

$r \quad \vee\ [\neg(p \vee q\ )\ \vee\ (p\ \vee q)\ ]\ \equiv r$ Complemento

$r \quad \wedge \quad T\ \equiv r$ Identidad

$r \quad \equiv r$

1.g

$p \rightarrow (q \vee r) \equiv (p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)$ Distributiva

$(p \rightarrow q)\ \vee\ (p \rightarrow r) \equiv (p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)$

1.h

$(p \vee q) \rightarrow r \equiv (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$ Ley de condicional / Implicacion material

$\neg(p \vee q) \vee r \equiv (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$ Ley de condicional / Implicacion material

$\neg(p \vee q) \vee r \equiv (\neg p \vee r) \wedge (\neg q \vee r)$ Distributiva

$\neg(p \vee q) \vee r \equiv (\neg p \wedge \neg q) \vee r$ Morgan

$(\neg p \wedge \neg q) \vee r \equiv (\neg p \wedge \neg q) \vee r$

1.i

$p \rightarrow (q \rightarrow p) \equiv \neg p \vee (q \rightarrow p)$ Ley de condicional / Implicacion material

$\neg p \vee (q \rightarrow p) \equiv \neg p \vee (q \rightarrow p)$

1.j

$[(p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow r \equiv T$ Ley de condicional / Implicacion material

$\neg[(p \vee q) \wedge ((\neg p \vee r) \wedge (\neg q \vee r))] \vee r \equiv T$ Distributiva

$\neg[(p \vee q) \wedge (\mathrm{r} \vee (\neg p \wedge \neg q))] \vee r \equiv T$ Morgan

$\neg[(p \vee q) \wedge \mathrm{r} \vee \neg(p \vee q))] \vee r \equiv T$ Conmutativa

$\neg[(p \vee q) \wedge \neg(p \vee q) \vee r)] \vee r \equiv T$ Complemento

$\neg[\mathrm{F} \vee r] \vee r \equiv T$ Identidad

$\neg \mathrm{r} \vee r \equiv T$ Complemento

$\mathrm{T} \equiv T$

****

2- Demuestre las equivalencias siguiente comprobando las equivalencias duales ***<u>(indique en cada paso las leyes del álgebra proposicional que emplea</u>***):

2.a $\neg\big((\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)\big) \vee (p \wedge q) \equiv p$

2.b $\big(p \wedge (p \leftrightarrow q)\big) \rightarrow q \equiv T$

2.c $\neg(p \wedge q) \rightarrow \big(\neg p \vee (\neg p \vee q)\big) \equiv (\neg p \vee q)$

2.d $\Big(\neg p \rightarrow \big(\neg p \rightarrow (\neg p \wedge q)\big)\Big) \equiv p \vee q$

2.e $p \leftrightarrow q \equiv (p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$

2.f $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r$

2.g $\neg p \rightarrow (q \rightarrow r) \equiv q \rightarrow (p \vee r)$

No se vio la teoría de dualidad, queda para la parte 2 del TP 1.

****

Ejercicios complementarios y de repaso

4. Construya la tabla de verdad de cada una de las siguientes proposiciones

4.a $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$

p	q	$(p \vee q)$	$(p \wedge q)$	$(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$
V	V	V	V	V
V	F	V	F	F
F	V	V	F	F
F	F	F	F	V

$(p \vee q)$ V es DISJUNCION (O/OR) con que una sea V => es V. Solo es F si ambas son F
$(p \wedge q)$ ∧ es CONJUNCION (Y/AND) solo es V si ambas son V
$(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$ → es IMPLICACION solo es F si: V →F

4.b $(q \rightarrow \neg p) \leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$

q	p	$\neg p$	$(q \rightarrow \neg p)$	$(p \leftrightarrow q)$	$(q \rightarrow \neg p) \leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$
V	V	F	F	V	F
V	F	V	V	F	F
F	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	V

$q \rightarrow \neg p$ → es IMPLICACION solo es F si: V -> F

$(p \leftrightarrow q)$ $\leftrightarrow$ es DOBLE IMPLICACION solo es V si ambas coinciden en su valor
$(q \rightarrow \neg p) \leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$ $\leftrightarrow$ es DOBLE IMPLICACION solo es V si ambas coinciden en su valor

4.c $(\neg p \leftrightarrow \neg q) \leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \leftrightarrow \neg q$	$p \leftrightarrow q$	$(\neg p \leftrightarrow \neg q) \leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$
V	V	F	F	V	V	V
V	F	F	V	F	F	V
F	V	V	F	F	F	V
F	F	V	V	V	V	V

$\neg p \leftrightarrow \neg q$ $\leftrightarrow$ es DOBLE IMPLICACION solo es V si ambas coinciden en su valor
$p \leftrightarrow q$ $\leftrightarrow$ es DOBLE IMPLICACION solo es V si ambas coinciden en su valor
$(\neg p \leftrightarrow \neg q) \leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$ $\leftrightarrow$ es DOBLE IMPLICACION solo es V si ambas coinciden en su valor

4.d $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)$

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

$p \rightarrow q$
$q \rightarrow p$

$(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)$
Las 3 son $\rightarrow$: IMPLICACION solo es F si: V -> F

4.e $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow \big((p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)\big)$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$(p \leftrightarrow q)$	$(p \wedge q)$	$(\neg p \wedge \neg q)$	$\big((p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)\big)$	$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow \big((p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)\big)$
V	V	F	F	V	V	F	V	V
V	F	F	V	F	F	F	F	V
F	V	V	F	F	F	F	F	V
F	F	V	V	V	F	V	V	V

$p \leftrightarrow q$ $\leftrightarrow$ es DOBLE IMPLICACION solo es V si ambas coinciden en su valor
$(p \wedge q)$ $\wedge$ es CONJUNCION (Y/AND) solo es V si ambas son V
$\neg p \wedge \neg q$ $\wedge$ es CONJUNCION (Y/AND) solo es V si ambas son V
$\big((p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)\big)$ V es DISJUNCION (O) con que una sea V => es V. Solo es F si ambas son F
$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow \big((p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)\big)$ $\leftrightarrow$ es DOBLE IMPLICACION solo es V si ambas coinciden en su valor

4.f

f. $\neg(p \vee (q \mathrm{A}\, r)) \leftrightarrow ((p \vee q) \mathrm{A}\, (p \rightarrow r))$

p	q	r	$(q \mathrm{A}\, r)$	$p \vee (q \mathrm{A}\, r)$	$\neg(p \vee (q \mathrm{A}\, r))$	$(p \vee q)$	$(p \rightarrow r)$	$((p \vee q) \wedge (p \rightarrow r))$	$\neg(p \vee (q \wedge r)) \leftrightarrow ((p \vee q) \wedge (p \rightarrow r))$
V	V	V	V	V	F	V	V	V	F
V	V	F	F	V	F	V	F	F	V
V	F	V	V	V	F	V	V	V	F
V	F	F	F	V	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	F	V	V	V	F
F	V	F	F	F	V	V	V	V	V
F	F	V	F	F	V	F	V	F	F
F	F	F	F	F	V	F	V	F	F

$(q \mathrm{A}\, r)$ $\wedge$ es CONJUNCION (Y) Solo es V si ambas son V

$p \vee (q \mathrm{A}\, r)$ V es DISYUNCION (O) con que una de las dos sea V entonces ya es V. Solo es F si ambas son F.

$\neg(p \vee (q \mathrm{A}\, r))$ NEGACION

$(p \vee q)$ V es DISYUNCION (O) con que una de las dos sea V entonces ya es V. Solo es F si ambas son F.

$(p \rightarrow r)$ IMPLICACION solo es F si: V -> F

$((p \vee q) \wedge (p \rightarrow r))$ $\wedge$ es CONJUNCION (Y/AND) solo es V si ambas son V

TECNICATURA UNIVERSITARIA EN PROGRAMACIÓN

4.g $(\neg p \leftrightarrow \neg q) \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)$

p	q	r	$\neg p$	$\neg q$	$(\neg p \leftrightarrow \neg q)$	$(q \leftrightarrow r)$	$(\neg p \leftrightarrow \neg q) \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)$
V	V	V	F	F	V	V	V
V	V	F	F	F	V	F	F
V	F	V	F	V	F	F	V
V	F	F	F	V	F	V	F
F	V	V	V	F	F	V	F
F	V	F	V	F	F	F	V
F	F	V	V	V	V	F	F
F	F	F	V	V	V	V	V

$\neg p$ es NEGACION
$\neg q$ es NEGACION
$(\neg p \leftrightarrow \neg q)$ es DOBLE IMPLICACION solo es V si ambas coinciden en su valor
$(q \leftrightarrow r)$ es DOBLE IMPLICACION solo es V si ambas coinciden en su valor
$(\neg p \leftrightarrow \neg q) \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)$ es DOBLE IMPLICACION solo es V si ambas coinciden en su valor

4.h $\big(p \rightarrow (q \rightarrow s)\big) \wedge (\neg r \vee p) \wedge q$

p	q	r	s	$\neg r$	$q \rightarrow s$	$p \rightarrow (q \rightarrow s)$	$\neg r \vee p$	$\big(p \rightarrow (q \rightarrow s)\big) \wedge (\neg r \vee p)$	$\big(p \rightarrow (q \rightarrow s)\big) \wedge (\neg r \vee p) \wedge q$
V	V	V	V	F	V	V	V	V	V
V	V	V	F	F	F	F	V	F	F
V	V	F	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	F	F	V	F	F
V	F	V	V	F	V	V	V	V	F
V	F	V	F	F	V	V	V	V	F
V	F	F	V	V	V	V	V	V	F
V	F	F	F	V	V	V	V	V	F
F	V	V	V	F	V	V	F	F	F
F	V	V	F	F	F	V	F	F	F
F	V	F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	V	F	V	V	V	V
F	F	V	V	F	V	V	F	F	F
F	F	V	F	F	V	V	F	F	F
F	F	F	V	V	V	V	V	V	F
F	F	F	F	V	V	V	V	V	F

$q \rightarrow s$ IMPLICACION solo es F si: V -> F
$p \rightarrow (q \rightarrow s)$ IMPLICACION solo es F si: V -> F
$\neg r \vee p$ V es DISYUNCION (O) con que una sea V => es V. Solo es F si ambas son F

4.i

$q \wedge (\neg r \rightarrow p)$

q	r	p	$\neg r$	$(\neg r \rightarrow p)$	$q \wedge (\neg r \rightarrow p)$
V	V	V	F	V	V
V	V	F	F	V	V
V	F	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	F
F	V	F	F	V	F
F	F	V	V	V	F
F	F	F	V	F	F

$(\neg r \rightarrow p)$ IMPLICACION solo es F si: V -> F
$q \wedge (\neg r \rightarrow p)$ $\wedge$ es CONJUNCION (Y/AND) solo es V si ambas son V

$(p \vee q) \wedge r$

4.j

p	q	r	$(p \vee q)$	$(p \vee q) \wedge r$
V	V	V	V	V
V	V	F	V	F
V	F	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	V	V
F	V	F	V	F
F	F	V	F	F

F	F	F	F	F

$(p \vee q)$ V es DISYUNCION (O) con que una sea V => es V. Solo es F si ambas son F

$(p \vee q) \wedge r$ $\wedge$ es CONJUNCION (Y/AND) solo es V si ambas son V

****

5. Determine cuál de las proposiciones compuestas siguientes son tautologías y cuáles contradicciones (utilizando tabla de verdad):

5.a $\left(\neg q \wedge (p \rightarrow q)\right) \rightarrow \neg p$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \rightarrow q$	$\neg q \wedge (p \rightarrow q)$	$\left(\neg q \wedge (p \rightarrow q)\right) \rightarrow \neg p$
V	V	F	F	V	F	V
V	F	F	V	F	F	V
F	V	V	F	V	F	V
F	F	V	V	V	V	V

Es una tautología

$$\big((p \to q) \land (q \to r)\big) \to (p \to r)$$

5.b

p	q	r	$(p \to q)$	$q \to r$	$(p \to r)$	$(p \to q) \land (q \to r)$	$\big((p \to q) \land (q \to r)\big) \to (p \to r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	V	V	F	V
V	F	F	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	V	F	V
F	V	F	V	F	V	F	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

Es tautología

$$\neg(q \to r) \land r \land (p \to q)$$

5.c

p	q	r	$q \to r$	$\neg(q \to r)$	$(p \to q)$	$\neg(q \to r) \land r \land (p \to q)$
V	V	V	V	F	V	F
V	V	F	F	V	V	F
V	F	V	V	F	F	F
V	F	F	V	F	F	F
F	V	V	V	F	V	F
F	V	F	F	V	V	F
F	F	V	V	F	V	F
F	F	F	V	F	V	F

Es una contradicción

5.d $\big((p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)\big) \rightarrow r$

p	q	r	$p \vee q$	$p \rightarrow r$	$q \rightarrow r$	$(p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$	$\big((p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)\big) \rightarrow r$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	V	V	V	F	V
V	F	F	V	F	V	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	F	F	V
F	F	V	F	V	V	F	V
F	F	F	F	V	V	F	V

Es tautología

5.e $p \rightarrow (p \vee q)$ es una tautología

p	q	$p \vee q$	$p \rightarrow (p \vee q)$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	F	V

5.f

$p \wedge (\neg p \wedge q)$ es una contradicción

p	q	$\neg p$	$\neg p \wedge q$	$p \wedge (\neg p \wedge q)$
V	V	F	F	F
V	F	F	F	F
F	V	V	V	F
F	F	V	F	F

6. Demuestre mediante tabla de verdad, las siguientes leyes del álgebra proposicional

6.a) Negación $\neg(\neg p)$

p	$\neg p$	$\neg(\neg p)$
V	F	V
F	V	F

6.b) Idempotencia $p \wedge p \equiv p$

p	$p \wedge p$	[redacted]	p

V	V		V
F	F		F

$\wedge$ es CONJUNCION (Y/AND)
Solo es VERDADERA si ambas son VERDADERAS

$$p \vee p \equiv p$$

p	$p \vee p$		p
V	V		V
F	F		F

$\vee$ es DISYUNCION (O) con que una sea VERDADERA, entonces es VERDADERA.
Solo es FALSA si ambas son FALSAS

6.c) Asociativa

$$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$$

p	q	r	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \wedge r$		$q \wedge r$	$p \wedge (q \wedge r)$
V	V	V	V	V		V	V
V	V	F	V	F		F	F
V	F	V	F	F		F	F
V	F	F	F	F		F	F
F	V	V	F	F		V	F
F	V	F	F	F		F	F
F	F	V	F	F		F	F
F	F	F	F	F		F	F

6.d) Conmutativa

$$p \wedge q \equiv q \wedge p$$

p	q	$p \wedge q$		$q \wedge p$
V	V	V		V

V	F	F		F
F	V	F		F
F	V	F		F

6.e) Absorción

$$p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

p	q	$p \wedge q$	$p \vee (p \wedge q)$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	F
F	F	F	F

$$p \wedge (p \vee q) \equiv p$$

6.f) Distributiva

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

p	q	r	$q \wedge r$	$p \vee (q \wedge r)$		$p \vee q$	$p \vee r$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
V	V	V	V	V		V	V	V
V	V	F	F	V		V	V	V
V	F	V	F	V		V	V	V
V	F	F	F	V		V	V	V
F	V	V	V	V		V	V	V
F	V	F	F	F		V	F	F
F	F	V	F	F		F	V	F
F	F	F	F	F		F	F	F