ÁLGEBRA BOOLEANA

- Desarrollada por George Boole
- Herramienta para representar proposiciones lógicas en forma algebraica
- Se aplica en representación de circuitos lógicos y diseño digital

Aspectos importantes del álgebra:

- Al elemento 0 se le llama el **elemento cero**.
- Al elemento 1 se le llama **elemento unidad**.
- A la operación unitaria a' se le llama **complemento** de a.
- A los resultados de las operaciones binarias + y * se les llama, respectivamente, **suma** y **producto**.

Dualidad

- El **dual** de cualquier enunciado en un álgebra de Boole B es el enunciado obtenido al intercambiar las operaciones + y *, e intercambiar los correspondientes elementos identidad 0 y 1, en el enunciado original.
  - Ejemplo: $(1 + a) * (b + 0) = b \Rightarrow$ el dual es: $(0 * a) + (b * 1) = b$

- En álgebra booleana, se conoce como forma canónica de una expresión, a todo producto o suma en la cual aparecen todas sus variables en su forma directa o inversa.

- Una expresión lógica puede expresarse en forma canónica usando minitérminos o maxitérminos.

- Todas las expresiones lógicas son expresables en forma canónica como una "suma de minitérminos" o como un "producto de maxitérminos".

Cuando se trabaja con expresiones booleanas, es deseable que estas se encuentren expresadas en una de dos formas:

- Suma de productos o minitérminos o forma normal disyuntiva (FND).
- Producto de sumas o maxitérminos o forma normal conjuntiva (FNC).

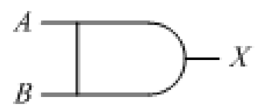
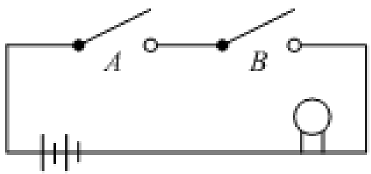
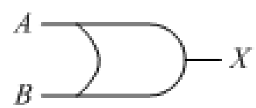
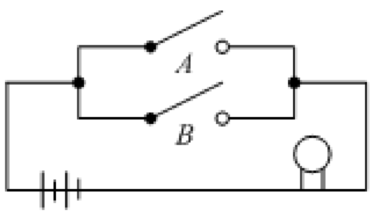
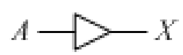
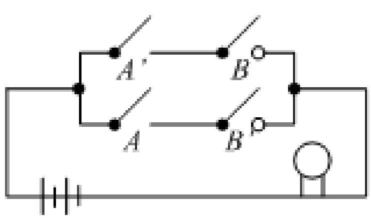
Minitérmino: Es un producto booleano en la que cada variable aparece sólo una vez; es decir, es una expresión lógica que se compone de variables y los operadores lógicos AND y NOT. P. ejem. ABC y AB'C.

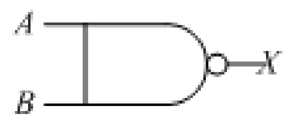
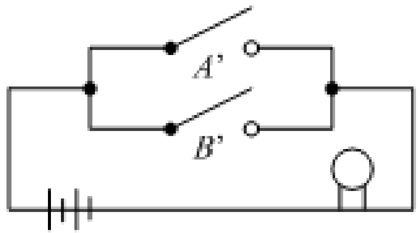
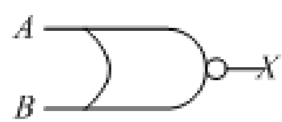
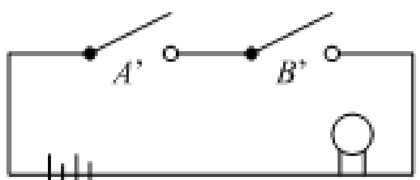
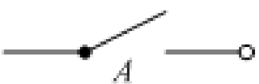
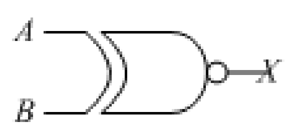
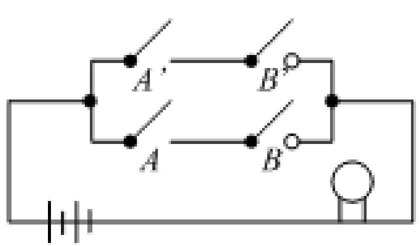
Maxitérmino: Es una expresión lógica que se compone de variables y los operadores lógicos OR y NOT. P. ejem. A+B'+C y A'+B+C.

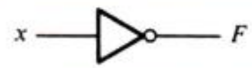
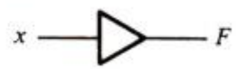
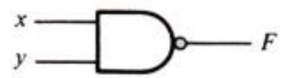
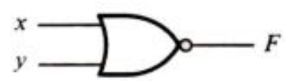
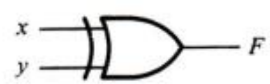
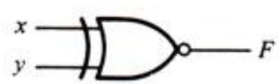
- **Suma de productos.** Consiste de dos o más grupos de literales, cada literal es recibida como entrada por un AND y la salida de cada una de estas compuertas (AND) es recibida como entrada por una compuerta OR.
  - Cuando dos o más productos se suman mediante la suma booleana.
- **Producto de sumas.** Un producto de sumas consiste de dos o más grupos de literales, cada literal es recibida como entrada por un OR y la salida de cada una de estas compuertas (OR) es recibida como entrada por una compuerta AND.
  - Cuando dos o más términos de suma se multiplican mediante la multiplicación booleana.

COMPUERTAS LÓGICAS

Es una representación gráfica de una o más variables de entrada a un operador lógico para obtener como resultado una señal determinada de salida.

Expresión	Compuerta Lógica	Tabla de Verdad	Circuito de Interruptores
$X = AB$	 **AND**	A B | X 0 0 | 0 0 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 1	
$X = A + B$	 **OR**	A B | X 0 0 | 0 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 | 1	
$X = A'$	 **NOT**	A | X 0 | 1 1 | 0	
$X = A \oplus B$ $\Rightarrow$ $X = A'B + AB'$	 **XOR** **(OR exclusivo)**	A B | X 0 0 | 0 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 | 0	

Expresión	Compuerta Lógica	Tabla de Verdad	Circuito de Interruptores
$X = (AB)'$	 **NAND**	A B | X 0 0 | 1 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 | 0	
$X = (A + B)'$	 **NOR**	A B | X 0 0 | 1 0 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 0	
$X = (A')' \Rightarrow X = A$		A | X 0 | 0 1 | 1	
$X = (A \oplus B)' = A \otimes B$ $\Rightarrow$ $X = A'B' + AB$	 **NOR (exclusivo)**	A B | X 0 0 | 1 0 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 1	

Nombre	Símbolo gráfico	Función algebraica	Tabla de verdad
AND		$F = xy$	x y F 0 0 0 0 1 0 1 0 0 1 1 1
OR		$F = x + y$	x y F 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 1
Inversor		$F = x'$	x F 0 1 1 0
Buffer		$F = x$	x F 0 0 1 1
NAND		$F = (xy)'$	x y F 0 0 1 0 1 1 1 0 1 1 1 0
NOR		$F = (x + y)'$	x y F 0 0 1 0 1 0 1 0 0 1 1 0
Excluyente-OR (XOR)		$F = xy' + x'y$ $= x \oplus y$	x y F 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 0
Excluyente-NOR o equivalente		$F = xy + x'y'$ $= x \odot y$	x y F 0 0 1 0 1 0 1 0 0 1 1 1

Circuitos Lógicos

- Los **circuitos lógicos** se pueden visualizar como máquinas que contienen uno o más dispositivos de entrada y exactamente un dispositivo de salida.
- En cada instante cada dispositivo de entrada tiene exactamente un bit de información, un 0 o un 1; estos datos son procesados por el circuito para dar un bit de salida, un 0 o un 1, en el dispositivo de salida.
- De esta manera, a los dispositivos de entrada se les puede asignar sucesiones de bits que son procesadas por el circuito bit por bit, para producir una sucesión con el mismo número de bits.

- Un **bit** se puede interpretar como un voltaje a través de un dispositivo de entrad/salida; aun más, una sucesión de bits es una sucesión de voltajes que pueden subir o bajar (encendido o apagado).
- Se puede suponer que el circuito siempre procesa la sucesión de izquierda a derecha o de derecha a izquierda. Si no se dice otra cosa se adopta la primera convención.

Referencias Bibliográficas

- Rosen, Kenneth. "Discrete Mathematics and Its Applications". Séptima Edición, Mc Graw Hill. New York, 2012.
- Jonnsonbaugh, Richard. "Matemáticas Discretas". Prentice Hall, México. Sexta Edición, 2005.