CUANTIFICADORES

La lógica de predicados es utilizada para expresar el significado de un amplio alcance de proposiciones en matemáticas y ciencias de cómputos.de manera que nos permite razonar y explorar relaciones entre los objetos.

¨$P(x)$ es verdadera para todos los valores de x en el universo de discurso¨ y se indica mediante la notación
$\forall\, xP(x)$. Se lee para "para cada x, P(x)" o "para toda x, P(x)"
$\forall$ es cuantificador UNIVERSAL

Considere

$$\forall\, xP(x) \equiv \forall x, (x^2 - 1) = (x - 1)(x + 1)$$

¿ $P(x)$ es una función proposicional o una proposición?

ES UNA PROPOSICIÓN, porque NO se necesita reemplazar x por ningún número para obtener el enunciado. El valor de verdad de $\forall\, xP(x)$ es V

CUANTIFICADORES

<u>I. Predicados:</u> Es una propiedad ó característica del sujeto.

P(x): se llama la función proposicional P de x.

Ejemplo # 1: "x > 3", " x = y + z", "computadora x está bajo el ataque de un intruso", estudiante x no está atendiendo a la clase"".

Estos predicados no tienen valor de verdad si no se especifica valores a la variable.

1 Dados los siguientes predicados, ¿qué valores de las variables los hacen ciertos?

1.a) P(x): x>3, ¿Cuál es el valor de verdad de P(4) y P(2)?

$$P(4): 4 > 3 \Rightarrow \textit{cumple con la condición } x > 3$$

$$\Rightarrow P(4) \textit{ es VERDADERO}$$

$$P(2): 2 < 3 \Rightarrow \textit{NO cumple con la condición } x > 3$$

$$\Rightarrow P(2) \textit{ es FALSO}$$

1.b) $Q(x,y): x = y + 3$. ¿Cuál es el valor de verdad de $Q(1,2)$, $Q(3,0)$, y $Q(2,1)$?

1.b) $Q(x,y): x = y + 3$. $Q(1,2)$

$\textit{Condición}\ x = y + 3 \Rightarrow 1 = 2 + 3 = 5 \quad 1 \neq 5$

$Q(x,y): x = y + 3$. Evaluada en $Q(1,2)$ *es FALSA*

1.b) $Q(x,y): x = y + 3$. $Q(3,0)$

$\textit{Condición}\ x = y + 3 \Rightarrow 3 = 0 + 3 = 3; \quad 3 = 3$

$Q(x,y): x = y + 3$. Evaluada en $Q(3,0)$ *es VERDADERA*

1.b) Q(x,y): x = y + 3. Q(2,1)

Condición $x = y + 3 \Rightarrow 2 = 1 + 3 = 4;\ \ 4 \neq 3$

$Q(x, y): x = y + 3.$ Evaluada en $Q(2,1)$ *es FALSA*

1.c) R(x,y,z): x + y = z . ¿Cuál es el valor de verdad de R

(1, 2, 3) y R (0,0,0)?

R(x,y,z): x + y = z (1,2,3) => R(1,2,3)= 1+2 =3 **VERDADERA**

R(x,y,z): x + y = z (0, 0, 0) => R(0,0,0)= 0+0 =0 **VERDADERA**

R(x,y,z): x + y = z (2, 3, 8) => R(2,3,8)= 2+3 ≠8 **FALSA**

CUANTIFICADORES

II. Cuantificadores Universales:

1. Las palabras *todo, cada uno, todos y ninguno* se denominan cuantificadores universales.

2. Las palabras ***hay*** *y* ***al menos uno*** se conocen como cuantificadores existenciales.

3. Los cuantificadores son muy usados en matemáticas para indicar cuantos casos existen de una situación determinada. Su valor de verdad depende del dominio de la variable.

$\forall$ $\exists$

Cuantificador universal: $\forall x P(x). Quiere\ decir$: "P(x) para todos los valores de x en el dominio.

2. Mencione el valor de verdad de cada una de las siguientes proposiciones:

2.a) Todas las personas no tienen el tiempo para dedicarlo al mantenimiento de sus autos. **F**

2.b) Todo número natural es un entero. **F**

2.c) Todos los números primos son impares

2.d) Todos los números impares son primos

2.e) Algunos números racionales son enteros.

NO PODREMOS RESPONDER SINO RECORDAMOS QUE ES UN NÚMERO RACIONAL, PRIMO, ETC

3. Diga si las siguientes proposiciones son ciertas para el dominio especificado. (Si no se especifica entonces el dominio es todo número entero)

3.a) x+1 > x para toda x real (repasar que es un número real) **V**

3.b) Escriba la afirmación anterior con empleando el cuantificador universal $\forall x P(x)$

3.b) "x< 2" $\forall\, x\, P(x)$ **F**

Recordar que si no se especifica el dominio es el conjunto de los números enteros

3.c) $\forall\, x\ (x > 0\ \vee x < 0)$ **F**

Cuando x= 0 no se cumple, entonces no puede decirse que "para todos"

Cuantificador existencial: Existe un elemento x en el dominio tal que P(x).

$\exists x P(x)$ Existe por lo menos uno, hay un x tal que P(x)

Se debe especificar un dominio cuando se usa esta proposición. Su significado cambia si el dominio cambia. Si no se especifica un dominio no tiene sentido esta proposición.

4. Mencione si son ciertas o falsas las siguientes proposiciones (si no se especifica el dominio entonces es todo número entero)

4.a) $x > 3 \; \exists x \, P(x)$ **V**

4.b) $x = x + 1 \; \exists x \, P(x)$ **F**

4.c) $x^2 > 10 \; \exists x \, P(x)$ $\quad Dominio = \{1,2,3,4\}$

X=4 es cierta

5. Complete la tabla de valor de verdad el predicado

$Q(x): x + 1 > 2x$. El dominio son los números enteros

	$Q(x): x + 1 > 2x$
Q(0)	$Q(0): 0 + 1 > 2.0 => 1 > 0$ Correcto
Q(-1)	$Q(-1): (-1) + 1 > 2.(-1) => 0 > -2$ Correcto
Q(1)	$Q(1): (1) + 1 > 2.(1) => 2 > 2$ Falso
Q(2)	$Q(2): (2) + 1 > 2.(2) => 3 > 4$ Falso
$\exists x Q(x)$	Correcto
$\forall x Q(x)$	Falso

6. Exprese las proposiciones siguientes utilizando cuantificadores y predicados. Traduzca las proposiciones a símbolos.

6.a) Todo estudiante en esta clase ha estudiado pre cálculo

Para todo estudiante x en esta clase, x ha estudiado pre cálculo.

$\forall x\, P(x);$ $\;$ ***donde*** $P(x) =$ ***ha tomado precálculo.***

6.b) Algún estudiante en esta clase ha visitado Chile

Hay un estudiantes x en esta clase tal que x ha visitado Chile

$\exists x V(x);$ ***donde*** $V(x) =$ ***ha visitado Chile***

6.c) Todos los estudiantes de la clase tomaron el curso de Java

Para todo estudiante x de la clase, x ha tomado un curso de Java

$\forall x J(x);$ ***donde*** $J(x) =$ ***ha tomado el curso de java***

CUANTIFICADORES

IV. Leyes de Morgan para Cuantificadores.

a) La negación de que P(x) es cierta para todo número real es *que existe un número x para el cual P(x) es falsa.*

b) La negación de que P(x) es cierta para por lo menos una x es *para toda x, P(x) es falsa.*