

TECNICATURA UNIVERSITARIA EN PROGRAMACIÓN
TRABAJO PRÁCTICO N°3: ALGEBRA BOOLEANA (PARTE 1)

INTEGRANTES:

Ahumada Brian , DNI 38.335.339
Alancay Abel Matias, DNI 32.104.501
Alsina Maximiliano, DNI: 35.618.005
Berrini Alejandro, DNI 34.658.942
Calle Porco Sonia Enes, DNI 18.804.659
Chávez, Rodrigo, DNI: 93899322
Costa Maria Eugenia , DNI 31.164.697
Navarro, Lucas, DNI:43160737

EJERCICIO 1

Indique cuáles de las siguientes expresiones son ecuaciones lineales y cuáles no. Justifique su respuesta en cada caso.

1-A

a) $x + 3y = 7$

Si es un SEL porque agrupa a ecuaciones de primer grado solamente, contiene una ecuación con dos incógnitas: X e Y.

1-B

b) $x + 3y^2 = 7$

No es un SEL porque tiene una ecuación de Segundo grado (la incógnita Y está elevada al cuadrado).

1-C

c) $y - \text{sen}x = 0$

No es SEL porque la incógnita X está multiplicada con la función SEN por lo que deja de ser lineal.

1-D

$$d)y = \frac{1}{2}x + 3x + 1$$

Es un SEL porque agrupa a ecuaciones de primer grado, contiene una ecuación con una incógnita (X)

1-E

$$e)3x + 2y + xz = 4$$

No es SEL por X.Z

1-F

$$f)x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1$$

Es un SEL porque agrupa a ecuaciones de primer grado, contiene una ecuación con N cantidad de incógnitas

1-G

$$g)\sqrt{x_1} + 2x_2 + x_3 = 1$$

No es SEL porque X1 debe calcular su raíz cuadrada, lo que hace que sus ecuaciones no sean todas de primer grado

1-H

$$h)x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 7$$

Si es SEL porque agrupa ecuaciones de primer grado, es una ecuación con 4 incógnitas (X1, X2, X3 y X4).

EJERCICIO 2:

Determine el conjunto solución para cada ecuación lineal.

2-A

$$4X - 2Y = 1$$

Asígnele a la variable X un valor arbitrario T.

Luego resuelva la ecuación asignándole a Y el valor arbitrario T.

Explique, los conjuntos solución que obtiene en cada caso

Si $X=2$ y despejo Y $\Rightarrow 4.2 - 2.Y = 1 \Rightarrow 8 - 2Y = 1 \Rightarrow -2Y = 1-8 \Rightarrow Y = 7/2$

Tiene infinitas soluciones, esta es una.

2-B

$$x_1 - 4x_2 + 7x_3 = 5 \quad \text{Asígnele a la variable } x_2 = s \text{ y a } x_3 = t$$

$$x_1 - 4s + 7t = 5$$

Tiene infinitas soluciones

EJERCICIO 3:

Escriba, las matrices que corresponden a los coeficientes, a las incógnitas y a los términos independientes. Escriba también la matriz aumentada para el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + 2x_3 &= 9 \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 &= 1 \\ 3x_1 + 6x_2 - 5x_3 &= 0 \end{aligned}$$

Matriz correspondiente a los coeficientes:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & -3 \\ 3 & 6 & -5 \end{bmatrix}$$

Matriz correspondiente a las incógnitas

$$I = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}$$

Matriz correspondiente los términos independientes:

$$T = \begin{bmatrix} 9 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Matriz aumentada :

$$a = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 2 & 4 & -3 & 1 \\ 3 & 6 & -5 & 0 \end{bmatrix}$$

EJERCICIO 4:

Dadas las matrices A y B, Encuentre las operaciones: $A \wedge B$ y $A \vee B$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

A v B es la suma lógica (solo voy a tener de resultado 0 cuando A=0 Y B=0, de los demás modos siempre tengo 1).

$$A \vee B = \begin{bmatrix} 1+1 & 1+0 & 0+1 & 1+1 \\ 0+0 & 1+1 & 0+1 & 1+1 \\ 0+0 & 0+1 & 1+1 & 0+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$A \wedge B$ es el producto de las dos matrices, pero mi matriz A es de 3x4 y mi matriz B es de 3x4, no puedo hacer el producto teniendo A 3 filas y B 4 columnas; tampoco puedo porque A tiene 4 columnas y B tiene 3 filas

EJERCICIO 5:

Escriba la matriz traspuesta de la siguiente matriz

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 7 \\ -3 & 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

En la MATRIZ TRASPUESTA se obtiene cambiando ordenadamente las FILAS por las COLUMNAS

Es decir la primera fila va a ser la primera columna de su traspuesta, y así con todas.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 7 \\ -3 & 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Como la matriz A es de 2x4, entonces su traspuesta va a ser de 4x2.

$$A^t = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \\ 0 & 2 \\ 7 & 1 \end{bmatrix}$$

EJERCICIO 6:

Dadas las matrices, A, B y C. Encuentre las matrices resultantes de las siguientes operaciones: $AB, (AB)C, A(BC)$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

6-A

CALCULAR: A.B

$$AB = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 20 & 13 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$1 \times 4 + 2 \times 2 = 4 + 4 = 8$$

$$1 \times 3 + 2 \times 1 = 3 + 2 = 5$$

$$3 \times 4 + 4 \times 3 = 12 + 8 = 20$$

$$3 \times 3 + 4 \times 1 = 9 + 4 = 13$$

$$0 \times 4 + 1 \times 2 = 0 + 2 = 2$$

$$0 \times 3 + 1 \times 1 = 0 + 1 = 1$$

6-B

CALCULAR: (A.B).C

$$(AB)C = \begin{bmatrix} 18 & 15 \\ 46 & 39 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$$

Primero se calcula AB que está en el punto anterior y a ese resultado se lo multiplica por C

$$(AB)C = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 20 & 13 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \times \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$8 \times 1 + 5 \times 2 = 8 + 10 = 18$$

$$8 \times 0 + 5 \times 3 = 0 + 15 = 15$$

$$20 \times 1 + 13 \times 2 = 20 + 26 = 46$$

$$20 \times 0 + 13 \times 3 = 0 + 39 = 39$$

$$2 \times 1 + 1 \times 2 = 2 + 2 = 4$$

$$2 \times 0 + 1 \times 3 = 0 + 3 = 3$$

6-C

CALCULAR : A.(B.C)

Para calcular A(BC) , primero calculo BC = $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 9 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$

$$4 \times 1 + 3 \times 2 = 4 + 6 = 10$$

$$4 \times 0 + 3 \times 3 = 0 + 9 = 9$$

$$2 \times 1 + 1 \times 2 = 2 + 2 = 4$$

$$2 \times 0 + 1 \times 3 = 0 + 3 = 3$$

Y ahora si calculo:

$$A(BC) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 10 & 9 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 & 15 \\ 46 & 39 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$1 \times 10 + 2 \times 4 = 10 + 8 = 18$$

$$1 \times 9 + 2 \times 3 = 9 + 6 = 15$$

$$3 \times 10 + 4 \times 4 = 30 + 16 = 46$$

$$3 \times 9 + 4 \times 3 = 27 + 12 = 39$$

$$0 \times 10 + 1 \times 4 = 0 + 4 = 4$$

$$0 \times 9 + 1 \times 3 = 0 + 3 = 3$$

Vemos que (AB)C = A(BC) y queda demostrada la propiedad de ASOCIATIVIDAD en la MATRIZ con respecto a la multiplicación

EJERCICIO 7:

Demuestre que B es la inversa de A

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

Para demostrar que B es la inversa de A, tengo que ver si: AB = BA = I.

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$2 \times 3 + (-5) \times 1 = 6 - 5 = 1$$

$$2 \times 5 + (-5) \times 2 = 10 - 10 = 0$$

$$(-1) \times 3 + 3 \times 1 = -3 + 3 = 0$$

$$(-1) \times 5 + 3 \times 2 = -5 + 6 = 1$$

$$BA = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$3 \times 2 + 5 \times (-1) = 6 - 5 = 1$$

$$3 \times (-5) + 5 \times 3 = -15 + 15 = 0$$

$$1 \times 2 + 2 \times (-1) = 2 - 2 = 0$$

$$1 \times (-5) + 2 \times 3 = -5 + 6 = 1$$

Queda demostrado que B es la inversa de A.

EJERCICIO 8:

Demuestre porqué la siguiente matriz, no es inversible.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ 3 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

si es invertible, entonces A debe...

... Ser una matriz cuadrada (esta parte si la cumple)

... Existir A⁻¹ (matriz inversa de A) de modo que A.(A⁻¹) = (A⁻¹).A = I, como ya veo que la tercer columna es toda de 0 ya se que el determinante de A va a ser 0 al querer aplicar la regla de sarrus, entonces ya que que no voy a poder calcular la inversa ya que no voy a poder dividir por 0.

EJERCICIO 9:

Dadas las siguientes matrices encuentre las sus matrices inversas si es que existen.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \quad AB = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 9 & 8 \end{bmatrix}$$

Dada A para ver si existe la matriz inversa, primero calculo el determinante de A, por Sarrus:

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 1 \times 3 - 2 \times 1 = 3 - 2 = 1$$

Como el determinante me da distinto de 0, entonces:

-invierto los elementos de la diagonal principal y a cada uno lo divido por el detA

-niego los elementos de la diagonal secundaria y a cada uno lo divido por el detA

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 3/1 & -2/1 \\ -1/1 & 1/1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Y para comprobar si es así calculo $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A =$

$$A \cdot A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$1 \times 3 + 2 \times (-1) = 3 - 2 = 1$$

$$1 \times (-2) + 2 \times 1 = -2 + 2 = 0$$

$$1 \times 3 + 3 \times (-1) = 3 - 3 = 0$$

$$1 \times (-2) + 3 \times 1 = -2 + 3 = 1$$

$$A^{-1} \cdot A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$3 \times 1 + (-2) \times 1 = 3 - 2 = 1$$

$$3 \times 2 + (-2) \times 3 = 6 - 6 = 0$$

$$(-1) \times 1 + 1 \times 1 = -1 + 1 = 0$$

$$(-1) \times 2 + 1 \times 3 = -2 + 3 = 1$$

Entonces quedó comprobado.

Dada

para ver si existe la matriz inversa, primero calculo el determinante de B, por Sarrus:

$$\det B = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 3 \times 2 - 2 \times 2 = 6 - 4 = 2$$

Como el determinante me da distinto de 0, entonces:

-invierto los elementos de la diagonal principal y a cada uno lo divido por el $\det B$

-niego los elementos de la diagonal secundaria y a cada uno lo divido por el $\det B$

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 2/2 & -2/2 \\ -2/2 & 3/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3/2 \end{bmatrix}$$

Y para comprobar si es así calculo $B \cdot B^{-1} = B^{-1} \cdot B = I$

$$B \cdot B^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$3 \times 1 + 2 \times (-1) = 3 - 2 = 1$$

$$3 \times (-1) + 2 \times (3/2) = -3 + 3 = 0$$

$$2 \times 1 + 2 \times (-1) = 2 - 2 = 0$$

$$2 \times (-1) + 2 \times (3/2) = -2 + 3 = 1$$

$$B^{-1} \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3/2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$1 \times 3 + (-1) \times 2 = 3 - 2 = 1$$

$$1 \times 2 + (-1) \times 2 = 2 - 2 = 0$$

$$(-1) \times 3 + (3/2) \times 2 = -3 + 3 = 0$$

$$(-1) \times 2 + (3/2) \times 2 = -2 + 3 = 1$$

Entonces quedó comprobado.

Dado A.B = $\begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 9 & 8 \end{bmatrix}$

para ver si existe la matriz inversa, primero calculo el determinante de AB, por Sarrus:

$$\det AB = \begin{vmatrix} 7 & 6 \\ 9 & 8 \end{vmatrix} = 7 \times 8 - 6 \times 9 = 56 - 54 = 2$$

Como el determinante me da distinto de 0, entonces:

-invierto los elementos de la diagonal principal y a cada uno lo divido por el detA

-niego los elementos de la diagonal secundaria y a cada uno lo divido por el detA

$$AB^{-1} = \begin{bmatrix} 8/2 & -6/2 \\ -9/2 & 7/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -9/2 & 7/2 \end{bmatrix}$$

Y para comprobar si es así calculo $AB \cdot AB^{-1} = AB^{-1} \cdot AB = I$

$$AB \cdot AB^{-1} = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 9 & 8 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -9/2 & 7/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$7 \times 4 + 6 \times (-9/2) = 28 - 27 = 1$$

$$7 \times (-3) + 6 \times (7/2) = -21 + 21 = 0$$

$$9 \times 4 + 8 \times (-9/2) = 36 - 36 = 0$$

$$9 \times (-3) + 8 \times (7/2) = -27 + 28 = 1$$

$$AB^{-1} \cdot AB = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -9/2 & 7/2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 9 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$4 \times 7 + (-3) \times 9 = 28 - 27 = 1$$

$$4 \times 6 + (-3) \times 8 = 24 - 24 = 0$$

$$(-9/2) \times 7 + (7/2) \times 9 = (-63/2) + 63/2 = 0$$

$$(-9/2) \times 6 + (7/2) \times 8 = -27 + 28 = 1$$

Entonces quedó comprobado

EJERCICIO 10:

Determine las siguientes operaciones

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -4 & 2 & 1 \end{pmatrix}_{2 \times 3} - \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}_{2 \times 3}$$

$$= \begin{bmatrix} 2-2 & 1-0 & 3-4 \\ (-4)-3 & 2-2 & 1-5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -7 & 0 & -4 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -4 & -2 \\ 3 & -9 \end{pmatrix}_{3 \times 2} \Rightarrow -A$$

$$= \begin{bmatrix} (-1).0 & (-1).(-1) \\ (-1).(-4) & (-1).(-2) \\ (-1).3 & (-1).(-9) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 2 \\ -3 & 9 \end{bmatrix}$$

EJERCICIO 11:

Resuelva por medio del método de Cramer los siguientes SEL

11-A

$$\begin{aligned} 3x + 2y - z &= 12 \\ x - y + 4z &= 19 \\ 5x - 3y + z &= 8 \end{aligned}$$

Primero calculo el determinante:

$$\det \begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 4 \\ 5 & -3 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= [3.(-1).1] + [2.4.5] + [(-1).1.(-3)] - [(-1).(-1).5] - [3.4.(-3)] - [2.1.1] =$$

$$= -3 + 40 + 3 - 5 + 36 - 2 \Rightarrow 69 = \det$$

Ahora calculo del determinantes de X para calcular el valor de X

$$\det X \begin{vmatrix} 12 & 2 & -1 \\ 19 & -1 & 4 \\ 8 & -3 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= [12.(-1).1] + [2.4.8] + [(-1).19.(-3)] - [(-1).(-1).8] - [12.4.(-3)] - [2.19.1] =$$

$$= -12 + 64 + 57 - 8 + 144 - 38 \Rightarrow 207 = \det X$$

$$X = \det X / \det = 207 / 69 \Rightarrow 3 = X$$

Ahora calculo del determinantes de Y para calcular el valor de Y

$$\det Y \begin{vmatrix} 3 & 12 & -1 & 3 & 12 \\ 1 & 19 & 4 & 1 & 19 \\ 5 & 8 & 1 & 5 & 8 \end{vmatrix} =$$

$$= [3.19.1] + [12.4.5] + [(-1).1.8] - [(-1).19.5] - [3.4.8] - [12.1.1] =$$

$$= 57 + 240 - 8 + 95 - 96 - 12 \Rightarrow 276 = \det Y$$

$$Y = \det Y / \det = 276 / 69 \Rightarrow 4 = Y$$

Ahora calculo del determinantes de Z para calcular el valor de Z

$$\det Z \begin{vmatrix} 3 & 2 & 12 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & 19 & 1 & -1 \\ 5 & -3 & 8 & 5 & -3 \end{vmatrix} =$$

$$= [3.(-1).8] + [2.19.5] + [12.1.(-3)] - [12.(-1).5] - [3.19.(-3)] - [2.1.8] =$$

$$= 24 + 190 - 36 + 60 + 171 - 16 \Rightarrow 345 = \det Z$$

$$Z = \det Z / \det = 345 / 69 \Rightarrow 5 = Z$$

Ahora reemplazo los valores de X, Y, Z obtenidos para ver que se cumplan las igualdades:

$$3.3 + 2.4 - 1.5 = 9 + 8 - 5 = 12 \rightarrow \text{se cumple}$$

$$1.3 - 1.4 + 4.5 = 3 - 4 + 20 = 19 \rightarrow \text{se cumple}$$

$$5.3 - 3.4 + 1.5 = 15 - 12 + 5 = 8 \rightarrow \text{se cumple}$$

11-B

$$4x - y = -9$$

$$3x + 5y = -1$$

Primero calculo el determinante:

$$\begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = 4 \times 5 - (-1) \times 3 = 20 + 3 \Rightarrow 23 = \det$$

Ahora calculo los determinantes $\det X$ y $\det Y$, para luego tener los valores de X e Y:

$$\det X = \begin{vmatrix} -9 & -1 \\ -1 & 5 \end{vmatrix} = (-9) \times 5 - (-1) \times (-1) = -45 - 1 \Rightarrow -46 = \det X$$

$$X = \det X / \det = -46 / 23 \Rightarrow -2 = X$$

$$\det Y = \begin{vmatrix} 4 & -9 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = 4 \times (-1) - (-9) \times 3 = -4 + 27 \Rightarrow 23 = \det Y$$

$$Y = \det Y / \det = 23 / 23 \Rightarrow 1 = Y$$

Para comprobar que son correctas reemplazo $X=-2$ y $Y=1$ en las ecuaciones:

$$4x(-2) - 1 \times 1 = -8 - 1 = 9 \rightarrow \text{lo cumple}$$

$$3x(-2) + 5 \times 1 = -6 + 5 = -1 \rightarrow \text{lo cumple}$$

11-C

$$\begin{aligned} 3x + 2y + z &= 1 \\ 5x + 3y + 3z &= 3 \\ x + y + z &= 0 \end{aligned}$$

Primero calculo el determinante:

$$\begin{aligned} \det \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 & 3 & 2 \\ 5 & 3 & 3 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} &= \\ &= [3.3.1] + [2.3.1] + [1.5.1] - [1.3.1] - [3.3.1] - [2.5.1] = \\ &= 9 + 6 + 5 - 3 - 9 - 10 \Rightarrow -2 = \det \end{aligned}$$

Ahora calculo det de X, Y, Z para poder calcular los valores de X, Y, Z:

$$\begin{aligned} \det X \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} &= \\ &= [1.3.1] + [2.3.0] + [1.3.1] - [1.3.0] - [1.3.1] - [2.3.1] = \\ &= 3 + 0 + 3 - 0 - 3 - 6 \Rightarrow -3 = \det X \end{aligned}$$

$$X = \det X / \det = (-3) / (-2) \Rightarrow 3/2 = X$$

$$\begin{aligned} \det Y \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 3 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} &= \\ &= [3.3.1] + [1.3.1] + [1.5.0] - [1.3.1] - [3.3.0] - [1.5.1] = \\ &= 9 + 3 + 0 - 3 - 0 - 5 \Rightarrow 4 = \det Y \end{aligned}$$

$$Y = \det Y / \det = 4 / (-2) \Rightarrow -2 = Y$$

$$\det Z \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 & 3 & 2 \\ 5 & 3 & 3 & 5 & 3 \end{vmatrix} =$$

$$\begin{aligned}
 & \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 0 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 5 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 3 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \\
 &= [3.3.0] + [2.3.1] + [1.5.1] - [1.3.1] - [3.3.1] - [2.5.0] = \\
 &= 0 + 6 + 5 - 3 - 9 - 0 \Rightarrow -1 = \det Z
 \end{aligned}$$

$$Z = \det Z / \det = -1 / (-2) \Rightarrow \frac{1}{2} = Z$$

Ahora reemplazo los valores de $X=3/2$, $Y=-2$ y $Z=1/2$ en las ecuaciones para corroborar que estén bien:

$$3.(3/2) + 2.(-2) + 1.(1/2) = 9/2 - 4 + 1/2 = (9 - 8 + 1)/2 = 1 \rightarrow \text{se cumple}$$

$$5.(3/2) + 3.(-2) + 3.(1/2) = 15/2 - 6 + 3/2 = (15 - 12 + 3)/2 = 3 \rightarrow \text{se cumple}$$

$$1.(3/2) + 1.(-2) + 1.(1/2) = 3/2 - 2 + 1/2 = (3 - 4 + 1)/2 = 0 \rightarrow \text{se cumple}$$

11-D

$$\begin{aligned}
 x - 5y &= 0 \\
 -2x + 3y &= 0
 \end{aligned}$$

$$\text{Primero calculo el determinante} = \begin{vmatrix} 1 & -5 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = 1 \times 3 - (-5) \times (-2) = 3 - 10 \Rightarrow -7 = \det$$

Y ahora el determinante X e Y para poder calcular luego X e Y

$$\det X = \begin{vmatrix} 0 & -5 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = 0 \times 3 - (-5) \times 0 = 0 - 0 \Rightarrow 0 = \det X$$

$$X = \det X / \det = 0 / (-7) \Rightarrow 0 = X$$

$$\det Y = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} = 1 \times 0 - 0 \times (-2) = 0 - 0 \Rightarrow 0 = \det Y$$

$$Y = \det Y / \det = 0 / 3 \Rightarrow 0 = Y$$

Para comprobar que están correctas las respuestas, reemplazo $X=0$ e $Y=0$ en el SEL y veo que se cumpla la equivalencia en la ecuación:

$$0 - 5.0 = 0 - 0 = 0 \rightarrow \text{se cumple}$$

$$(-2).0 + 3.0 = 0 + 0 \rightarrow \text{se cumple}$$
