

TECNICATURA UNIVERSITARIA EN PROGRAMACION

**TRABAJO PRÁCTICO N°6: MATRICES, DETERMINANTES y SISTEMAS (Parte 1)**

**Ejercicio n°1:** Indique cuales de las siguientes expresiones son ecuaciones lineales y cuáles no. Justifique su respuesta en cada caso.

a) b) c) d)

e) f) g)√

h)

**Ejercicio n°2:** Determine el conjunto solución para cada ecuación lineal.

2.a) Asígnele a la variable x un valor arbitrario t. Luego resuelva la ecuación

asignándole a y el valor arbitrario t. Explique, los conjuntos solución que obtiene en cada

caso

2.b) Asígnele a la variable

**Ejercicio n°3:** Escriba, las matrices que corresponden a los coeficientes, a las incógnitas y a los términos independientes. Escriba también la matriz aumentada para el siguiente sistema de ecuaciones

**Ejercicio n°4**: Dadas las matrices A y B, Encuentre las operaciones

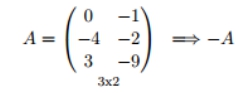
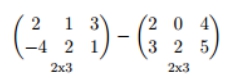
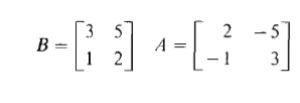
**Ejercicio n°5**: Escriba la matriz traspuesta de la siguiente matriz

[ ]

**Ejercicio n°6**: Dadas las matrices, A, B y C. Encuentre las matrices resultantes de las

siguientes operaciones: ( )

[ ] [ ] [ ]



TECNICATURA UNIVERSITARIA EN PROGRAMACION

**Ejercicio n°7**: Demuestre que B es la inversa de A

**Ejercicio n°8**: Demuestre porqué la siguiente matriz, no es inversible.

[ ]

**Ejercicio n°9**: Dadas las siguientes matrices encuentre las sus matrices inversas si es que existen.

[ ] [ ] [ ]

**Ejercicio n°10**: Determine las siguientes operaciones

**Ejercicio n°11**: Resuelva por medio del método de Cramer los siguientes SEL 15.a)

15.b)

15.c)

15.d)

Integrantes del grupo:

Ahumada Brian , DNI 38.335.339

Alancay Abel Matias, DNI 32.104.501

Alsina Maximiliano, DNI: 35.618.005

Amodio Ailen , DNI 39.102.858

Baiz Maximiliano DNI 27.713.895

Berrini Alejandro, DNI 34.658.942

Calle Porco Sonia Enes, DNI 18.804.659

Costa Maria Eugenia , DNI 31.164.697

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

Resolución:

EJERCICIO 1:

si es un SEL porque agrupa a ecuaciones de primer grado solamente, contiene una ecuación con dos incógnitas: X e Y.

no es un SEL porque tiene una ecuación de Segundo grado (la incognita Y está elevada al cuadrado).

no es SEL pporque la incognita X está multiplicada con la función SEN por lo que deja de ser lineal.

es un SEL porque agrupa a ecuaciones de primer grado, contiene una ecuación con una incognita (X)

no es SEL por X.Z

es un SEL porque agrupa a ecuaciones de primer grado, contiene una ecuación con N cantidad de incógnitas

no es SEL porque X1 debe calcular su raiz cuadrada, lo que hace que sus ecuaciones no sean todas de primer grado

si es SEL porque agrupa ecuaciones de primer grado, es una ecuacion con 4 incógnitas (X1, X2, X3 y X4).

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

EJERCICIO 2:  
  
\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

EJERCICIO 3:

Matriz correspondiente a los coeficientes:

1 1 2

C = [ 2 4 -3 ]

3 6 -5

Matriz corrspondiente a las incognitas

X1 X2 X3

I = [ X1 X2 X3 ]

X1 X2 X3

Matriz correspondiente los términos independientes:

9

T = [ 1 ]

0

Matriz aumentada :

1 1 2 9

a = [ 2 4 -3 1]

3 6 -5 0

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

EJERCICIO 4:

A v B es la suma lógica (solo voy a tener de resultado 0 cuando A=0 Y B=0, de los demás modos siempre tengo 1).

1+1 1+0 0+1 1+1 1 1 1 1

AvB = [ 0+0 1+1 0+1 1+1 ] = [ 0 1 1 1]

0+0 0+1 1+1 0+0 0 1 1 0

A **^** B =

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

EJERCICIO 5:

En la MATRIZ TRASPUESTA se obtiene cambiando ordenadamente las FILAS por las COLUMNAS

Es decir la primer fila va a ser la primer columna de su raspuesta, y así con todas.

2 1 0 7

A = [ -3 4 2 1 ]

Como la matriz A es de 2x4, entonces su traspuesta va a ser de 4x2.

2 -3

At = [ 1 4 ]

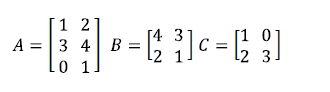
0 2

7 1

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

EJERCICIO 6:

Dadas:



8 5

Caclcular : AB= [ 20 13]

2 1

1 x 4 + 2 x 2 = 4 + 4 = 8

1 x 3 + 2 x 1 = 3 + 2 = 5

3 x 4 + 4 x 3 = 12 + 8 = 20

3 x 3 + 4 x 1 = 9 + 4 = 13

0 x 4 + 1 x 2 = 0 + 2 = 2

0 x 3 + 1 x 1 = 0 + 1 = 1

* - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

18 15

Caclular: (AB)C = [ 46 39 ]

4 3

Primero se calcula AB que está en el punto anterior y a ese resultado se lo multiplica por C

8 5 1 0

(AB)C = [ 20 13] x [ 2 3]

2 1

8 x 1 + 5 x 2 = 8 + 10 = 18

8 x 0 + 5 x 3 = 0 + 15 = 15

20 x 1 + 13 x 2 = 20 + 26 = 46

20 x 0 + 13 x 3 = 0 + 39 = 39

2 x 1 + 1 x 2 = 2 + 2 = 4

2 x 0 + 1 x 3 = 0 + 3 = 3

* - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

Para calcular A(BC) , primero calculo BC = [ 4 3 ] x [ 1 0 ] = [ 10 9 ]

2 1 2 3 4 3

4 x 1 + 3 x 2 = 4 + 6 = 10

4 x 0 + 3 x 3 = 0 + 9 = 9

2 x 1 + 1 x 2 = 2 + 2 = 4

2 x 0 + 1 x 3 = 0 + 3 = 3

Y ahora si calculo:

1 2 10 9 18 15

A(BC) = [ 3 4 ] x [ 4 3 ] = [ 46 39 ]

0 1 4 3

1 x 10 + 2 x 4 = 10 + 8 = 18

1 x 9 + 2 x 3 = 9 + 6 = 15

3 x 10 + 4 x 4 = 30 + 16 = 46

3 x 9 + 4 x 3 = 27 + 12 = 39

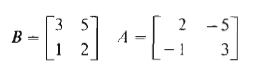
0 x 10 + 1 x 4 = 0 + 4 = 4

0 x 9 + 1 x 3 = 0 + 3 = 3

Vemos que (AB)C =A(BC) y queda demostrada la propiedad de ASOCIATIVIDAD en la MATRIZ con respect a la multiplicación

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

EJERCICIO 7:

Dadas: 

Para demostrar que B es la inversa de A, tengo que ver si: AB = BA = I.

AB = [ 2 -5 ] x [ 3 5 ] = [ 1 0]

-1 3 1 2 0 1

2 x 3 + (-5) x 1 = 6 – 5 = 1

2 x 5 + (-5) x 2 = 10 – 10 = 0

(-1) x 3 + 3 x 1 = -3 + 3 = 0

(-1) x 5 + 3 x 2 = -5 + 6 = 1

BA = [ 3 5 ] x [ 2 -5 ] = [ 1 0]

1 2 -1 3 0 1

3 x 2 + 5 x (-1) = 6 – 5 = 1

3 x (-5) + 5 x 3 = -15 + 15 = 0

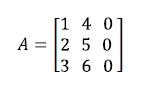
1 x 2 + 2 x (-1) = 2 – 2 = 0

1 x (-5) + 2 x 3 = -5 + 6 = 1

Queda demostrado que B es la inversa de A.

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

EJERCICIO 8:

Dada si es inversible, entonces A debe:

* Ser una matriz cuadrada (esta parte si la cumple)
* Existir A-1 (matriz inversa de A) de modo que A.(A-1) = (A-1).A = I, como ya veo que la terceer columna es toda de 0 ya se que el determinante de A va a ser 0 al querer aplicar la regla de sarrus, entonces ya que que no voy a poder calcular la inversa ya que no voy a poder divider por 0.

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

EJERCICIO 9:

Dada  para ver si existe la matriz inversa, primero calculo el determinate de A, por Sarrus:

detA = | 1 2| = 1 x 3 – 2 x 1 = 3 – 2 = 1

1 3

Como el determinate me da distinto de 0, entonces:

-invierto los elementos de la diagonal principal y a cada uno lo divido por el detA

-niego los elementos de la diagonal secundaria y a cada uno lo divido por el detA

A-1 = [ 3/1 -2/1 ] = [ 3 - 2 ]

-1/1 1/1 -1 1

Y para comprobar si es así calculo A.A-1 = A-1.A = I

A.A-1 = [ 1 2 ] x [ 3 -2 ] = [ 1 0 ]

1 3 -1 1 0 1

1 x 3 + 2 x (-1) = 3 – 2 = 1

1 x (-2) + 2 x 1 = -2 + 2 = 0

1 x 3 + 3 x (-1) = 3 – 3 = 0

1 x (-2) + 3 x 1 = -2 + 3 = 1

A-1.A = [3 -2] x [1 2] = [1 0 ]

-1 1 1 3 0 1

3 x 1 + (-2) x 1 = 3 – 2 = 1

3 x 2 + (-2) x 3 = 6 – 6 = 0

(-1) x 1 + 1 x 1 = -1 + 1 = 0

(-1) x 2 + 1 x 3 = -2 + 3 = 1

Entonces quedo comprobado.

* - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

Dada 

para ver si existe la matriz inversa, primero calculo el determinate de B, por Sarrus:

detB = | 3 2| = 3 x 2 – 2 x 2 = 6 – 4 = 2  
 2 2

Como el determinate me da distinto de 0, entonces:

-invierto los elementos de la diagonal principal y a cada uno lo divido por el detB

-niego los elementos de la diagonal secundaria y a cada uno lo divido por el detB

B-1 = [ 2/2 -2/2 ] = [ 1 -1 ]

-2/2 3/2 -1 3/2

Y para comprobar si es así calculo B.B-1 = B-1.B = I

B.B-1 = [ 3 2] x [ 1 -1 ] = [ 1 0 ]

2 2 -1 3/2 0 1

3 x 1 + 2 x (-1) = 3 – 2 = 1

3 x (-1) + 2 x (3/2) = - 3 + 3 = 0

2 x1 + 2 x (-1) = 2 - 2 = 0

2 x (-1) + 2 x (3/2) = -2 + 3 = 1

B-1.B = [ 1 -1 ] x [ 3 2] = [ 1 0]

-1 3/2 2 2 0 1

1 x 3 + (-1) x 2 = 3 – 2 = 1

1 x 2 + (-1) x 2 = 2 – 2 = 0

(-1) x 3 + (3/2) x 2 = -3 + 3 = 0

(-1) x 2 + (3/2) x 2 = -2 + 3 = 1

Entonces quedo comprobado.

* - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

Dada 

para ver si existe la matriz inversa, primero calculo el determinate de AB, por Sarrus:

detAB = | 7 6| = 7 x8 – 6 x 9 = 56 – 54 = 2

9 8

Como el determinate me da distinto de 0, entonces:

-invierto los elementos de la diagonal principal y a cada uno lo divido por el detA

-niego los elementos de la diagonal secundaria y a cada uno lo divido por el detA

AB-1 = [ 8/2 -6/2 ] = [ 4 - 3 ]

-9/2 7/2 -9/2 7/2

Y para comprobar si es así calculo AB.AB-1 = AB-1.AB = I

AB.AB-1 = [ 7 6 ] x [ 4 -3 ] = [ 1 0]

9 8 -9/2 7/2 0 1

7 x 4 + 6 x (-9/2) = 28 – 27 = 1

7 x (-3) + 6 x (7/2) = -21 + 21 = 0

9 x 4 + 8 x (-9/2) = 36 – 36 = 0

9 x (-3) + 8 x (7/2) = -27 + 28 = 1

AB-1.AB = [ 4 -3 ] x [ 7 6 ] = [ 1 0 ]

-9/2 7/2 9 8 0 1

4 x 7 + (-3) x 9 = 28 – 27 = 1

4 x 6 + (-3) x 8 = 24 – 24 = 0

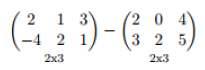
(-9/2) x 7 + (7/2) x 9 = (-63/2) + 63/2 = 0

(-9/2) x 6 + (7/2) x 8 = -27 + 28 = 1

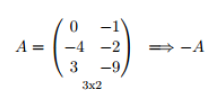
Entonces quedo comprobado.

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

EJERCICIO 10:

= [ 2-2 1-0 3-4] = [ 0 1 -1]

( -4)-3 2-2 1-5 -7 0 -4

= [ (-1).0 (-1). (-1) ] = [ 0 1 ]

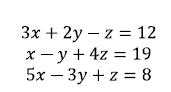
(-1).(-4) (-1).(-2) 4 2

(-1).3 (-1).(-9) -3 9

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

EJERCICIO 11:

A)



Primero calculo el determinante:

det| 3 2 -1 3 2| =

1 -1 4 1 -1

5 -3 1 5 -3

= [ 3.(-1).1 ] + [ 2.4.5 ] + [ (-1).1.(-3)] – [(-1).(-1).5] – [3.4.(-3)] – [2.1.1] =

= -3 + 40 + 3 -5 +36 -2 => 69 = det

Ahora calculo del determinantes de X para calcular el valor de X

detX| 12 2 -1 12 2| =

19 -1 4 19 -1

8 -3 1 8 -3

= [12.(-1).1] + [2.4.8] + [(-1).19.(-3)] – [(-1).(-1).8] – [12.4.(-3)] – [2.19.1] =

= -12 + 64 +57 -8 +144 - 38 => 207 = detX

X = detX / det = 207 / 69 => 3 = X

Ahora calculo del determinantes de Y para calcular el valor de Y

detY| 3 12 -1 3 12| =

1 19 4 1 19

5 8 1 5 8

= [3.19.1] + [12.4.5] + [(-1).1.8] – [(-1).19.5] – [3.4.8] – [12.1.1] =

= 57 + 240 – 8 + 95 – 96 – 12 => 276 = detY

Y = detY / det = 276 / 69 => 4 = Y

Ahora calculo del determinantes de Z para calcular el valor de Z

detZ| 3 2 12 3 2|=

1 -1 19 1 -1

5 -3 8 5 -3

= [3.(-1).8] + [2.19.5] + [12.1.(-3)] – [12.(-1).5] – [3.19.(-3)] – [2.1.8] =

= 24 + 190 – 36 + 60 +171 – 16 = > 345 = detZ

Z = detZ / det = 345 / 69 => 5= Z

Ahora reemplazo los valores de X, Y, Z obtenidos para ver que se cumplan las igualdades:

3.3 + 2.4 -1.5 = 9 + 8 – 5 = 12 -> se cumple

1.3 -1.4 + 4.5 = 3 – 4 + 20 = 19 -> se cumple

5.3 – 3.4 + 1.5 = 15 – 12 + 5 = 8 -> se cumple

B)



Primero calculo el determinante:

|4 -1| = 4 x 5 – (-1) x 3 = 20 + 3 => 23 = det

3 5

Ahora calculo los determinantes detX y detY, para luego tener los valores de X e Y:

detX= |-9 -1| = (-9) x 5 – (-1) x (-1) = - 45 – 1 => -46 = detX

-1 5

X = detX / det = -46 / 23 => -2 = X

detY = | 4 -9| = 4 x (-1) – (-9) x 3 = -4 + 27 => 23 = detY

3 -1

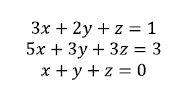
Y = detY / det = 23 / 23 => 1 = Y

Para comprobar que son correctas reemplazo X=-2 y Y=1 en las ecuaciones:

4x(-2) -1 x 1 = -8 – 1 = 9 -> lo cumple

3x(-2) + 5x 1 = -6 + 5 = -1 -> lo cumple

C)



Primero calculo el determinante:

det| 3 2 1 3 2 | =

5 3 3 5 3

1 1 1 1 1

= [3.3.1] + [2.3.1]+ [1.5.1] – [1.3.1] – [3.3.1] – [2.5.1]=

= 9 + 6 + 5 – 3 – 9 – 10 => -2 = det

Ahora calculo det de X, Y, Z para poder calcular los valores de X, Y, Z:

detX| 1 2 1 1 2| =

3 3 3 3 3

0 1 1 0 1

= [1.3.1] + [2.3.0] + [1.3.1] – [1.3.0] – [1.3.1] – [2.3.1] =

= 3 + 0 + 3 – 0 – 3 – 6 => -3 = detX

X = detX / det = (-3) / (-2) => 3/2 = X

detY| 3 1 1 3 1| =

5 3 3 5 3

1 0 1 1 0

= [3.3.1] + [1.3.1] + [1.5.0] – [1.3.1] – [3.3.0] – [1.5.1] =

= 9 + 3 + 0 – 3 – 0 – 5 => 4 = detY

Y = detY / det = 4 / (-2) => -2 = Y

detZ| 3 2 1 3 2| =

5 3 3 5 3

1 1 0 1 1

= [3.3.0] + [2.3.1] + [1.5.1] – [1.3.1] – [3.3.1] – [2.5.0] =

= 0 + 6 + 5 + – 3 – 9 -0 => -1 = detZ

Z = detZ / det = -1/ (-2) => ½ = Z

Ahora reemplazo los valores de X=3/2, Y=-2 y Z=1/2 en las ecuaciones para corroborar que esten bien:

3.(3/2) + 2.(-2) +1.(1/2) = 9/2 – 4 + 1/2 = (9 – 8 + 1)/2 = 1 -> se cumple

5.(3/2) + 3.(-2) + 3.(1/2) = 15/2 – 6 + 3/2 = (15 – 12 + 3)/ 2 = 3 -> se cumple  
1.(3/2) + 1.(-2) + 1.(1/2) = 3/2 -2 +1/2 = (3 – 4 + 1) / 2 = 0 -> se cumple

D)  


Primero calculo el determinante = |1 -5| = 1 x 3 - (-5) x (-2) = 3 – 10 => -7 = det

-2 3

Y ahora el determinate X e Y para podercalcular lego X e Y

detX = |0 -5| = 0 x 3 – (-5) x 0 = 0 – 0 => 0 = detX

1. 3

X = detX / det = 0 / (-7) => 0 = X

detY = |1 0| = 1 x 0 – 0 x (-2) = 0 – 0 => 0 = detY

-2 0

Y = detY / det = 0 / 3 => 0 = Y

Para comprobar que están correctas las respuesta, reemplazo X=0 e Y=0 en el SEL y veo que se cumpla la equivalencia en la ecuación:

0 – 5.0 = 0 – 0 = 0 -> se cumple

(-2).0 + 3.0 = 0 + 0 -> se cumple