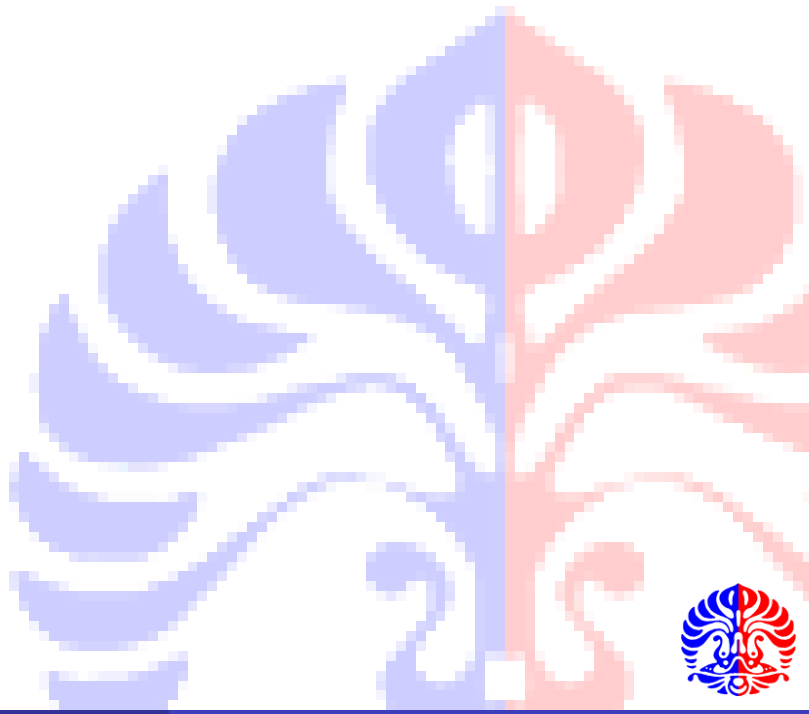
IKI10400 • Struktur Data & Algoritma: Hashtables

Fakultas Ilmu Komputer • Universitas Indonesia

Slide acknowledgments:
Suryana Setiawan, Ade Azurat, Denny, Ruli Manurung

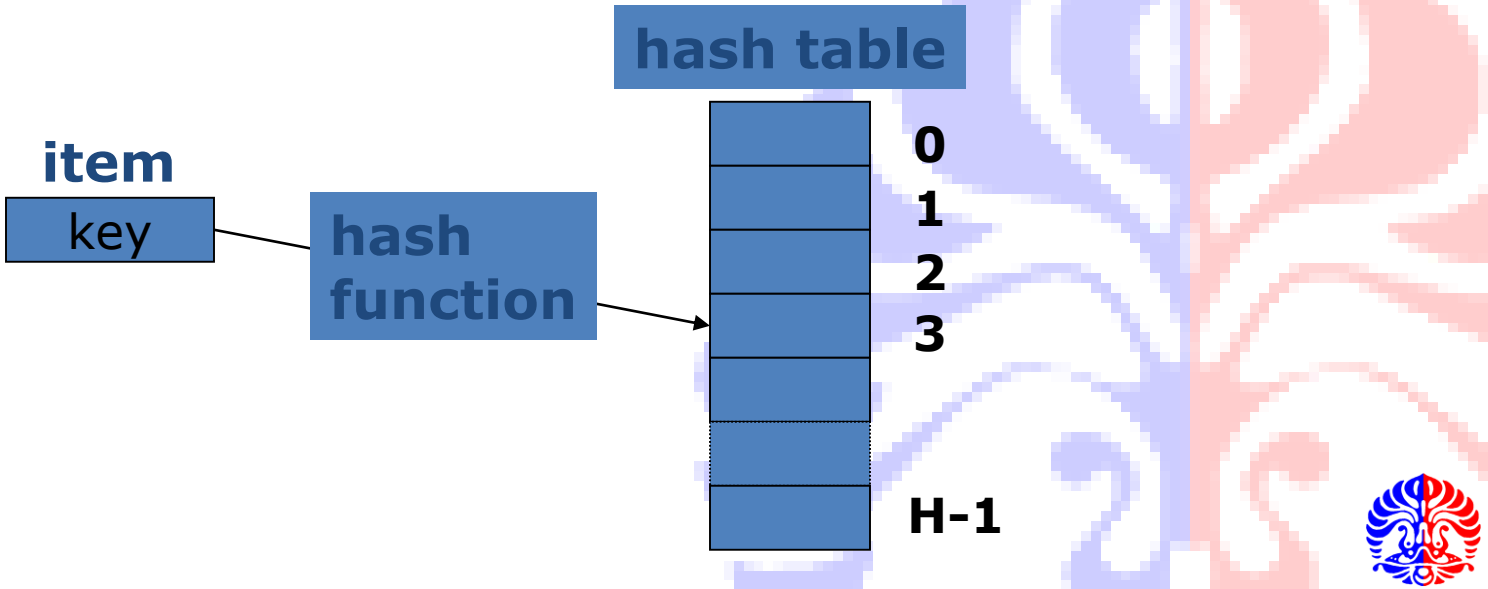
Outline

- Hashing
  - Definition
  - Hash function
  - Collition resolution
    - Open hashing
      - Separate chaining
    - Closed hashing (Open addressing)
      - Linear probing
      - Quadratic probing
      - Double hashing
    - Primary Clustering, Secondary Clustering
  - Access: insert, find, delete



Hash Tables

- Hashing digunakan untuk menyimpan data yang cukup besar pada ADT yang disebut hash table.
- Ukuran Hash table (H-size), biasanya lebih besar dari jumlah data yang hendak disimpan.
- load factor (λ) adalah perbandingan antara data yang disimpan dengan ukuran hash table.
- Fungsi Hash memetakan elemen pada indeks dari hash table.



Hash Tables (2)

- Hashing adalah teknik untuk melakukan penambahan, penghapusan dan pencarian dengan constant average time.
- Untuk menambahkan data atau pencarian, ditentukan key dari data tersebut dan digunakan sebuah fungsi hash untuk menetapkan lokasi untuk key tersebut.
- Hash tables adalah arrays dengan sel-sel yang ukurannya telah ditentukan dan dapat berisi data atau key yang berkesesuaian dengan data.
- Untuk setiap key, digunakan fungsi hash untuk memetakan key pada bilangan dalam rentang 0 hingga H-size-1.

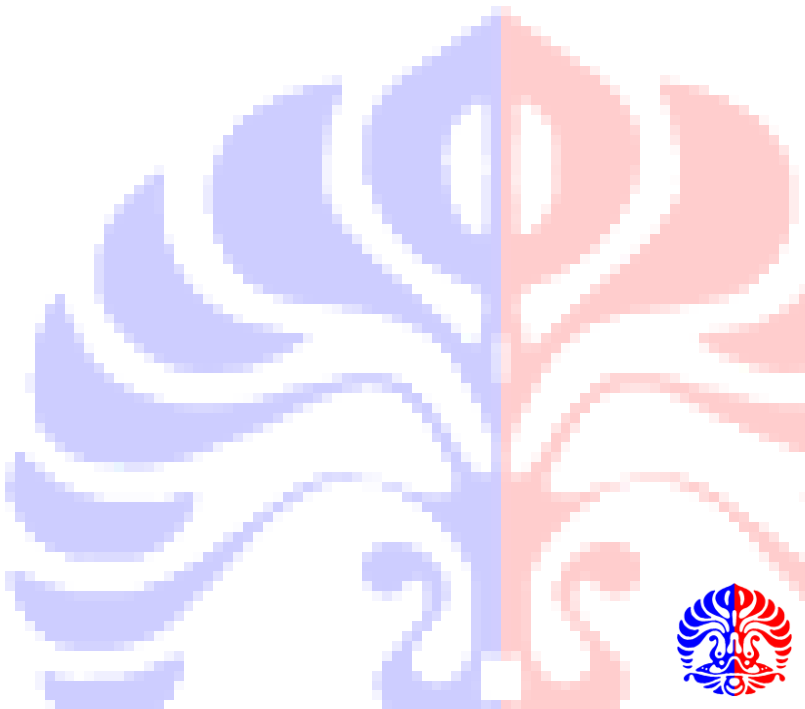
Fungsi Hash

- Fungsi hash harus memiliki sifat berikut:
  - mudah dihitung.
  - dua key yang berbeda akan dipetakan pada dua sel yang berbeda pada array. (secara umum tidak bisa berlaku, mengapa?).
    - dapat dicapai dengan menggunakan direct-address table dimana semesta dari key relatif kecil.
  - membagi key secara rata pada seluruh sel.
- Sebuah fungsi hash sederhana adalah menggunakan fungsi mod (sisa bagi) dengan bilangan prima.
- Dapat menggunakan manipulasi digit dengan kompleksitas rendah dan distribusi key yang rata.

Fungsi Hash: Truncation

- Sebagian dari key dapat dibuang/diabaikan, bagian key sisanya digabungkan untuk membentuk index.
- contoh:

Phone no:	*index*
731-3018	338
539-2309	329
428-1397	217



Fungsi Hash: Folding

- Data dipecah menjadi beberapa bagian, kemudian tiap bagian tersebut digabungkan lagi dalam bentuk lain.
- contoh.

Phone no:	*3-group*	*index*
7313018	73+13+018	104
5392309	53+92+309	454
4281397	42+81+397	520

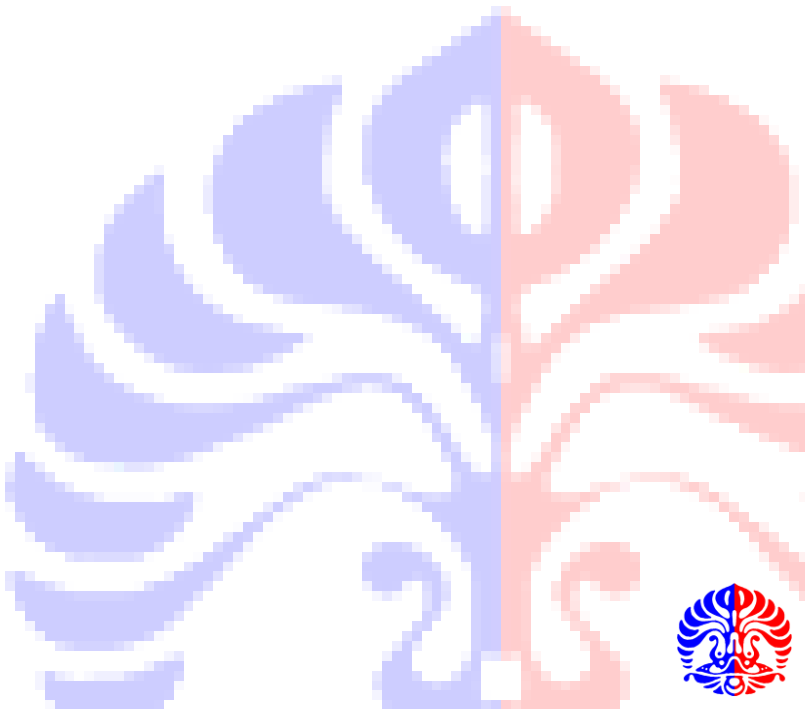
Fungsi Hash: Modular arithmetic

- Melakukan konversi data ke bentuk bilangan bulat, dibagi dengan ukuran hash table, dan mengambil hasil sisa baginya sebagai indeks.
- contoh:

Phone no:	*2-group*	*index*
7313018	731+3018	3749 % 100 = 49
5392309	539+2309	2848 % 100 = 48
4281397	428+1397	1825 % 100 = 25

Memilih Fungsi Hash

- Sebuah fungsi hash yang bagus memiliki dua kriteria:
  1. Harus dapat cepat dihitung.
  2. Harus meminimalkan juga collisions yang terjadi.



Contoh Fungsi Hash untuk Key yang Berupa String

- Sebuah karakter ASCII bisa direpresentasikan dalam 7 bit, atau sebagai integer antara 0 s.d. 127
- Misal String “junk”, adalah kumpulan karakter ‘j’, ‘u’, ‘n’, dan ‘k’, maka representasinya:
  - ‘j’ . 128^3 + ‘u’ . 128^2 + ‘n’ . 128^1 + ‘k’ . 128^0
  - Setiap karakter diubah menjadi integer antara 0 s.d. 127
  - Hasil kalkulasinya adalah 224.229.227 (ABSURD)

Contoh Fungsi Hash untuk Key yang Berupa String

- Fungsi Hash
  - X = 128
  - $A_3 X^3 + A_2 X^2 + A_1 X^1 + A_0 X^0$
  - $(((A_3 X) + A_2) X + A_1) X + A_0$
- Hasil dari fungsi hash jauh lebih besar dari ukuran table, sehingga perlu di modulo dengan ukuran hash table.
- Untuk menghindari overflow, terapkan modulo setelah setiap perkalian atau penjumlahan

Contoh Fungsi Hash untuk Key yang Berupa String

```
int hash(String key, int tableSize) {
    int hashVal = 0;
    for (int i=0; i < key.length(); i++) {
        hashVal = (hashVal * 128
            + key.charAt(i)) % tableSize;
    }
    return hashVal % tableSize;
}
```

- Modulo
  - (A + B) % C = (A % C + B % C) % C
  - (A * B) % C = (A % C * B % C) % C
- Karena komputasi modulo mahal, method di atas perlu diperbaiki lagi. Lihat slide berikutnya.

Contoh Fungsi Hash untuk Key yang Berupa String

```
int hash(String key, int tableSize) {
    int hashVal = 0;
    for (int i=0; i < key.length(); i++) {
        hashVal = (hashVal * 37
            + key.charAt(i));
    }
    hashVal %= tableSize;
    if (hashVal < 0) {
        hashVal += tableSize;
    }
    return hashVal;
}
```

Mungkin negative jika overflow

Contoh Fungsi Hash untuk Key yang Berupa String

Fungsi hash sebaiknya mudah dihitung, seperti contoh berikut:

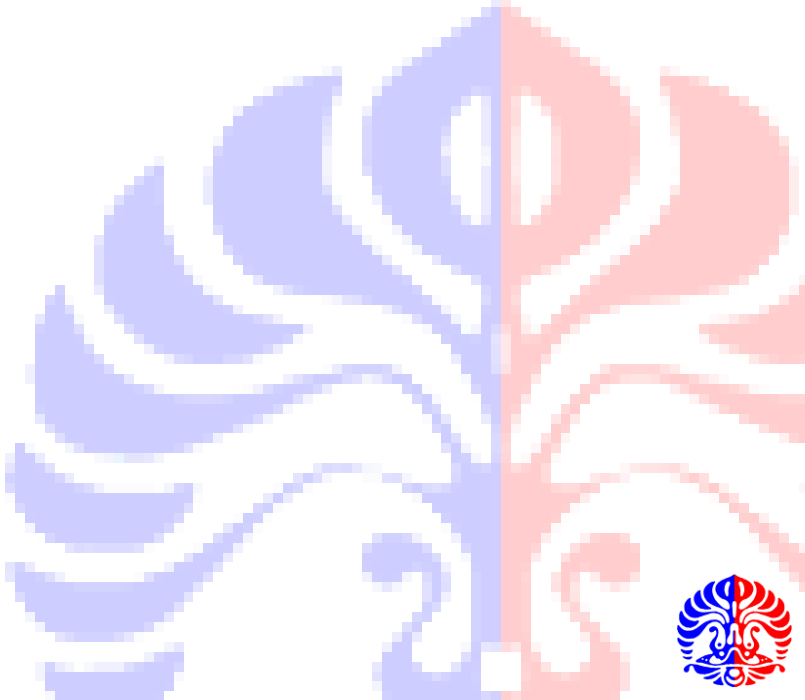
```
int hash(String key, int tableSize) {
    int hashVal = 0;
    for (int i=0; i < key.length(); i++) {
        hashVal += key.charAt(i)
    }
    return hashVal % tableSize;
}
```

Namun jika tableSize besar, maka fungsi hash tersebut tidak bisa mendistribusikan keys dengan cukup merata.

Misal tableSize = 10.000,panjang key maksimal 8 karakter, maka key terbesar adalah 127 x 8 = 1.016, sehingga distribusi pasti tidak merata.

Collision Resolution

- Collision Resolution: Penyelesaian bila terjadi ***collision (tabrakan)***.
- Dikatakan terjadi ***collision*** jika dua buah *keys* dipetakan pada sebuah sel.
- ***Collision*** bisa terjadi saat melakukan ***insertion***.
- Dibutuhkan prosedur tambahan untuk mengatasi terjadinya ***collision***.
- Ada dua strategi umum:
  - Closed Hashing (Open Addressing)
  - Open Hashing (Chaining)

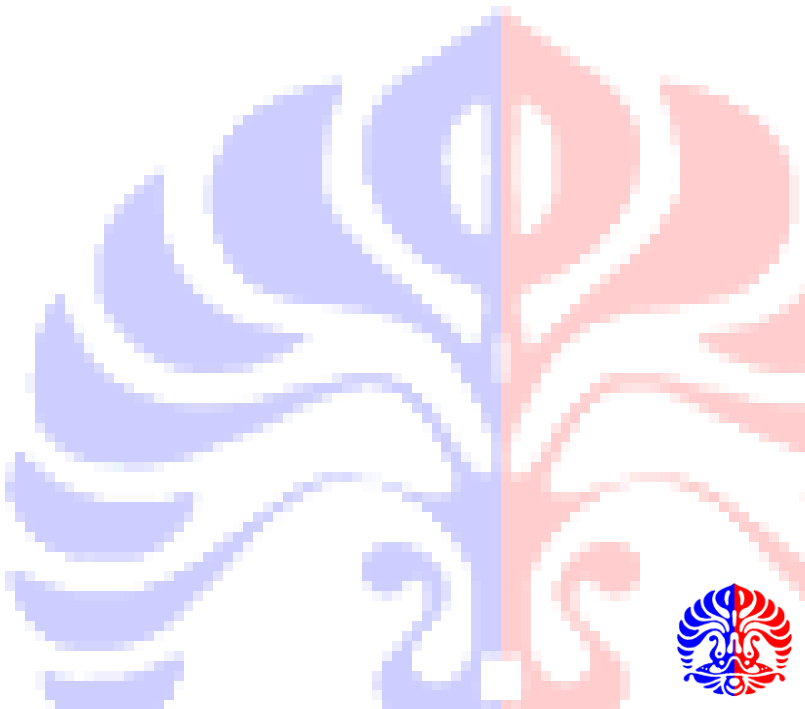


Closed Hashing

- Ide: mencari alternatif sel lain pada tabel.
- Pada proses insertion, coba sel lain sesuai urutan dengan menggunakan fungsi pencari urutan seperti berikut:
  - $h_i(x)$ = (hash(x) + **f(i)**) mod H-size f(0) = 0
- Fungsi f digunakan sebagai pengatur strategy *collision resolution*.
- Bagaimana bentuk fungsi ***f*** ?

Closed Hashing

- Beberapa strategy/alternatif untuk menentukan bentuk fungsi ***f***, yaitu:
  - *Linear probing*
  - *Quadratic probing*
  - *Double hashing*



Linear Probing

- Gunakan fungsi linear

  f(i) = i ***collition ke-i arahkan ke indeks H + f(i)***

- Jika hash function menghasilkan indeks H namun terjadi collition, maka coba sel: ***H + 1, H + 2, H + 3, …, H + i***
- Bila terjadi collision, cari posisi pertama pada tabel yang terdekat dengan posisi yang seharusnya.
- fungsi linear relatif paling sederhana.
  - Mudah diimplementasikan.
- Dapat menimbulkan masalah:

  primary clustering

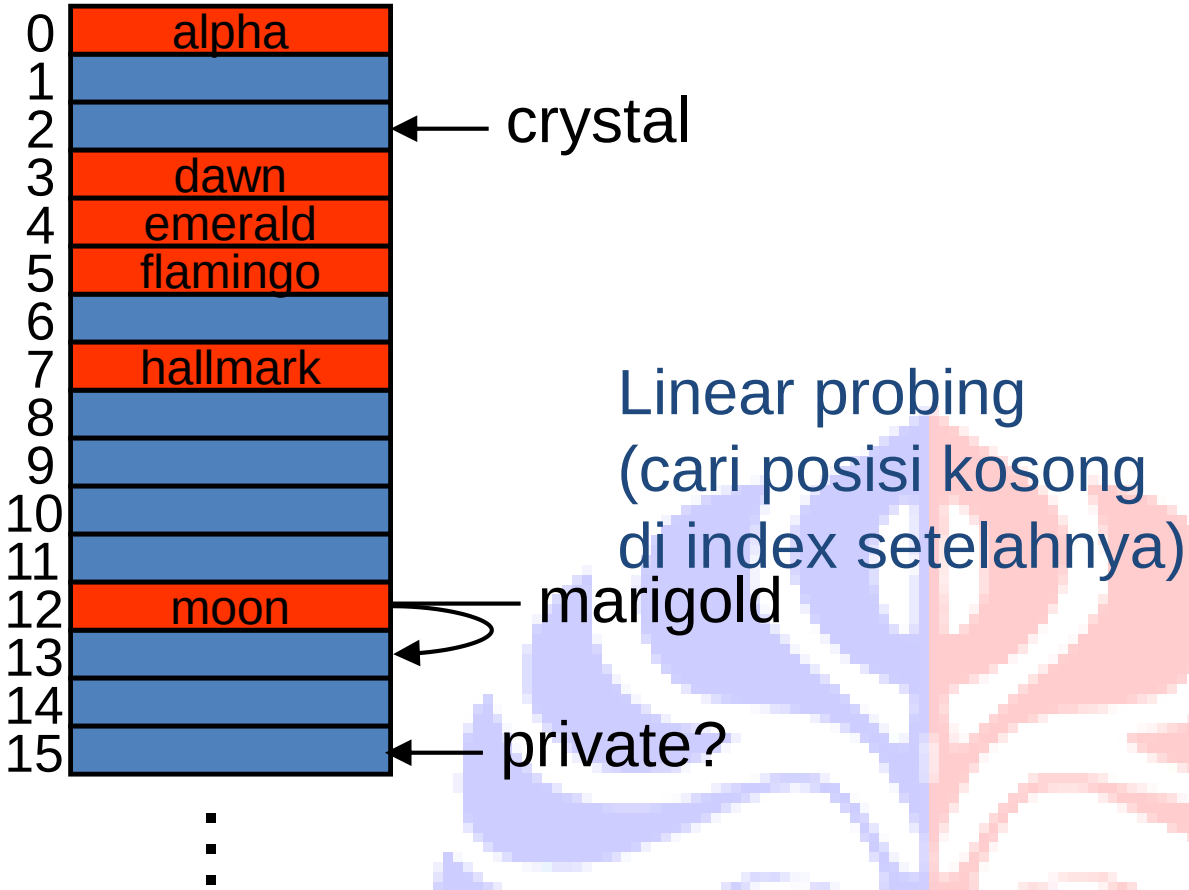
  - Elemen-elemen yang menurut perhitungan hash diletakkan pada lokasi sel berbeda, diarahkan pada sel pengganti yang sama.

Linear Probing: Load factor

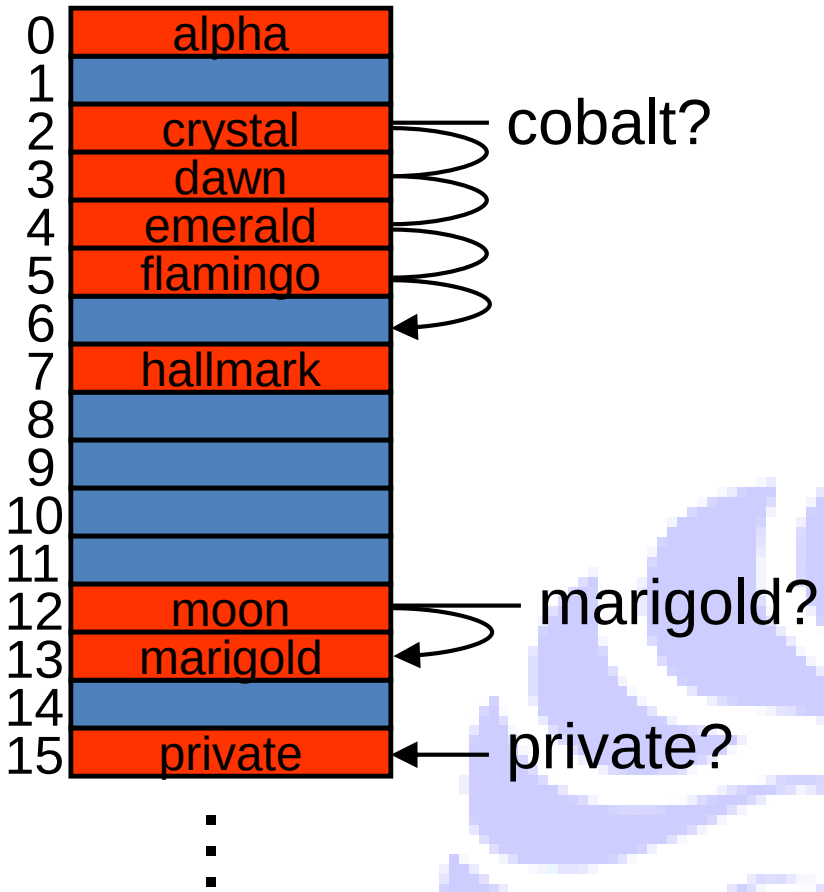
- Kompleksitas dari teknik ini bergantung pada nilai λ ***(load factor).***
- ***Definisi λ (load factor):***
  - Untuk hash table ***T*** dengan ukuran ***m***, yang berisi ***n*** data.
  - λ (***Load factor)*** dari ***T*** adalah ***n/m***
- ***Linear Probing*** tidak disarankan bila: $\lambda > 0.5$
- ***Linear Probing*** hanya disarankan untuk ukuran hash table yang ukurannya lebih besar dua kali dari jumlah data.

Hashing - insert

Apa hash function yang digunakan di contoh Hash Table berikut?

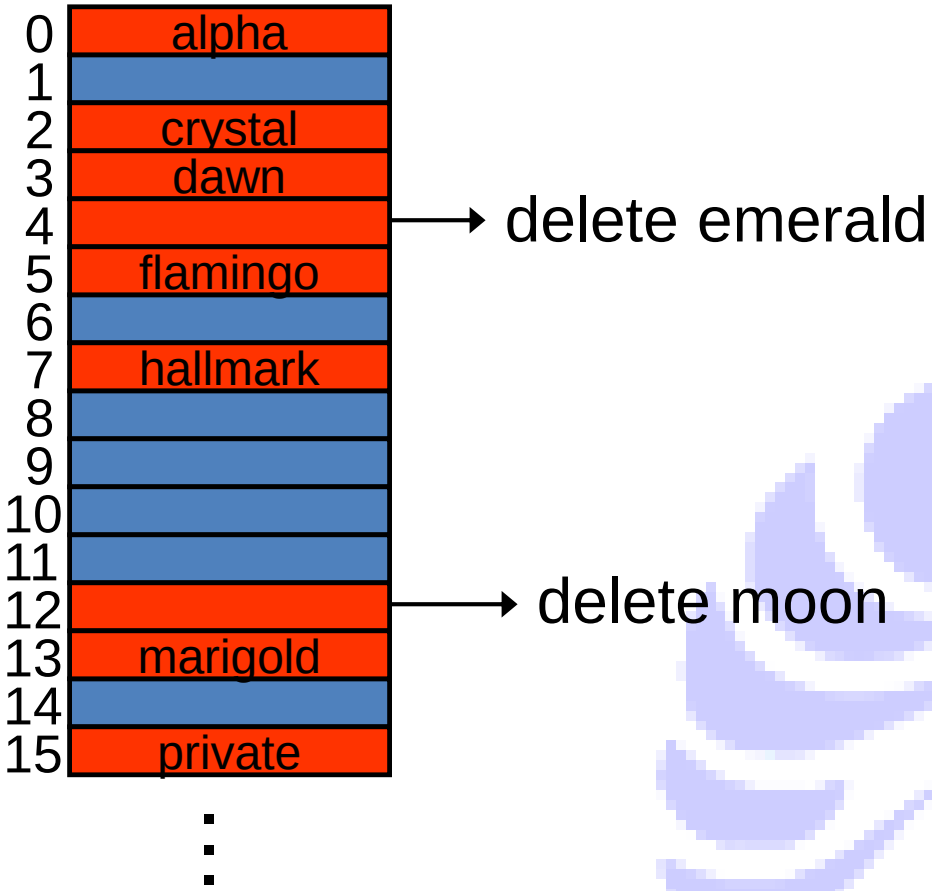


Hashing - lookup

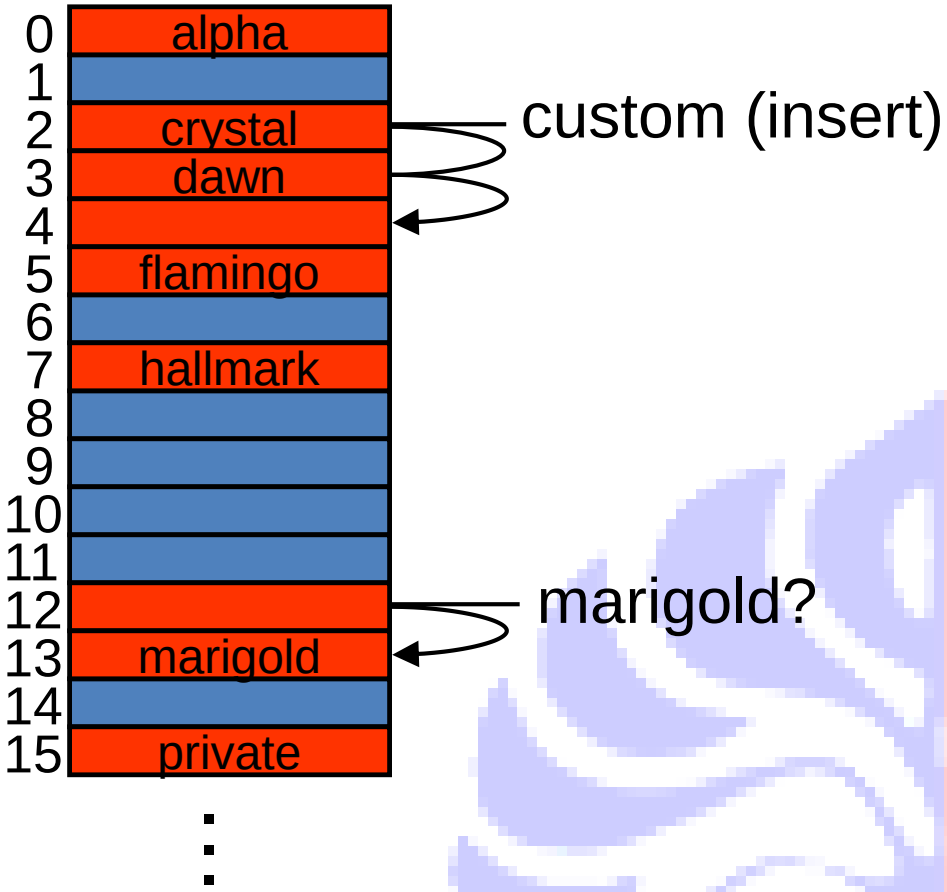


Hashing - delete

- lazy deletion - mengapa?

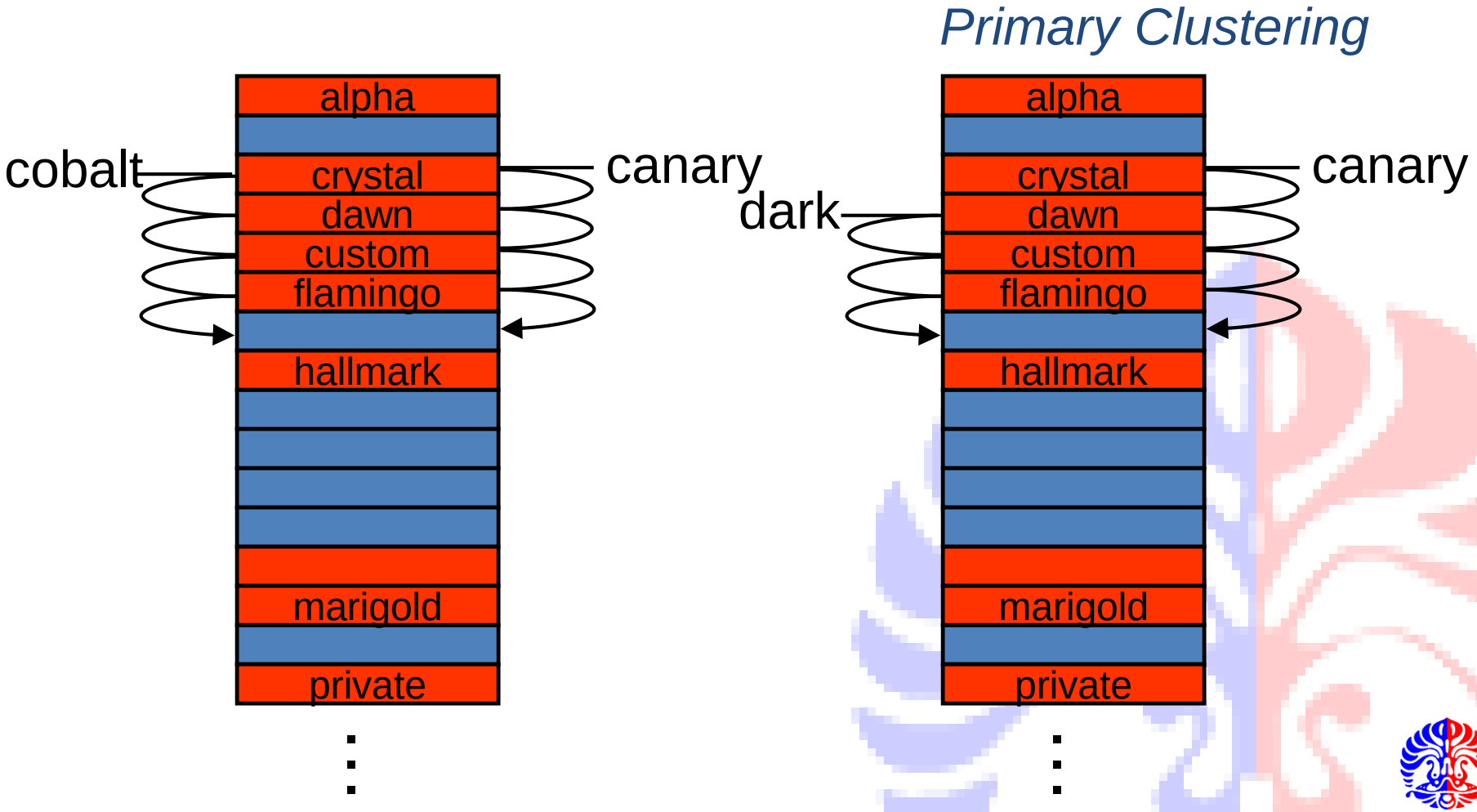


Hashing - operation after delete



Primary Clustering

- Elemen-elemen yang menurut perhitungan hash diletakkan pada lokasi sel berbeda, diarahkan (probe) pada sel pengganti yang sama.



Quadratic Probing

- Menghindari *primary clustering* dengan menggunakan fungsi:

  f(i) = i^2 ***collition ke-i arahkan ke indeks H + f(i)***

- Jika hash function menghasilkan indeks H namun terjadi collition, maka coba sel: ***H + 1, H + 4, H + 9, … H + i^2***
- Menimbulkan banyak permasalahan bila hash table telah terisi lebih dari setengah.
- Perlu dipilih ukuran hash table yang bukan bilangan kuadrat
  - Karena jika ukuran hash table adalah bilangan kuadrat, maka ketika f(i) = ukuran hash table, akan wraparound sehingga kembali ke indeks asli H, lalu probe ke sel-sel yang sebagian sudah pernah di-probe sebelumnya.
- Dengan ukuran hash table yang merupakan bilangan prima dan hash table yang terisi kurang dari setengah, strategy quadratic probe dapat selalu menemukan lokasi untuk setiap elemen baru

```
hash ( 89, 10 ) = 9
hash ( 18, 10 ) = 8
hash ( 49, 10 ) = 9
hash ( 58, 10 ) = 8
hash (  9, 10 ) = 9
```

	After insert 89	*After insert 18*	*After insert 49*	*After insert 58*	*After insert 9*
0			49	49	49
1					
2				58	58
3					9
4					
5					
6					
7					
8		18	18	18	18
9	89	89	89	89	89

figure 20.6

A quadratic probing hash table after each insertion (note that the table size was poorly chosen because it is not a prime number).

Quadratic Probing

- Dapat melakukan *increment* bila terjadi *collision*
- Perhatikan bahwa fungsi *quadratic* dapat dijabarkan sebagai berikut:

$$f(i) = i^2 = f(i-1) + 2\,i - 1.$$

- Berhasil menghilangkan primary clustering, karena elemen yang dipetakan ke posisi yang berbeda diarahkan (probed) ke posisi alternatif yang berbeda
- Menimbulkan ***second clustering:***
  - Elemen-elemen yang menurut perhitungan hash diletakkan pada lokasi sel sama, diarahkan pada sel pengganti yang sama.
- Untuk menghilangkan secondary clustering, lakukan double hashing

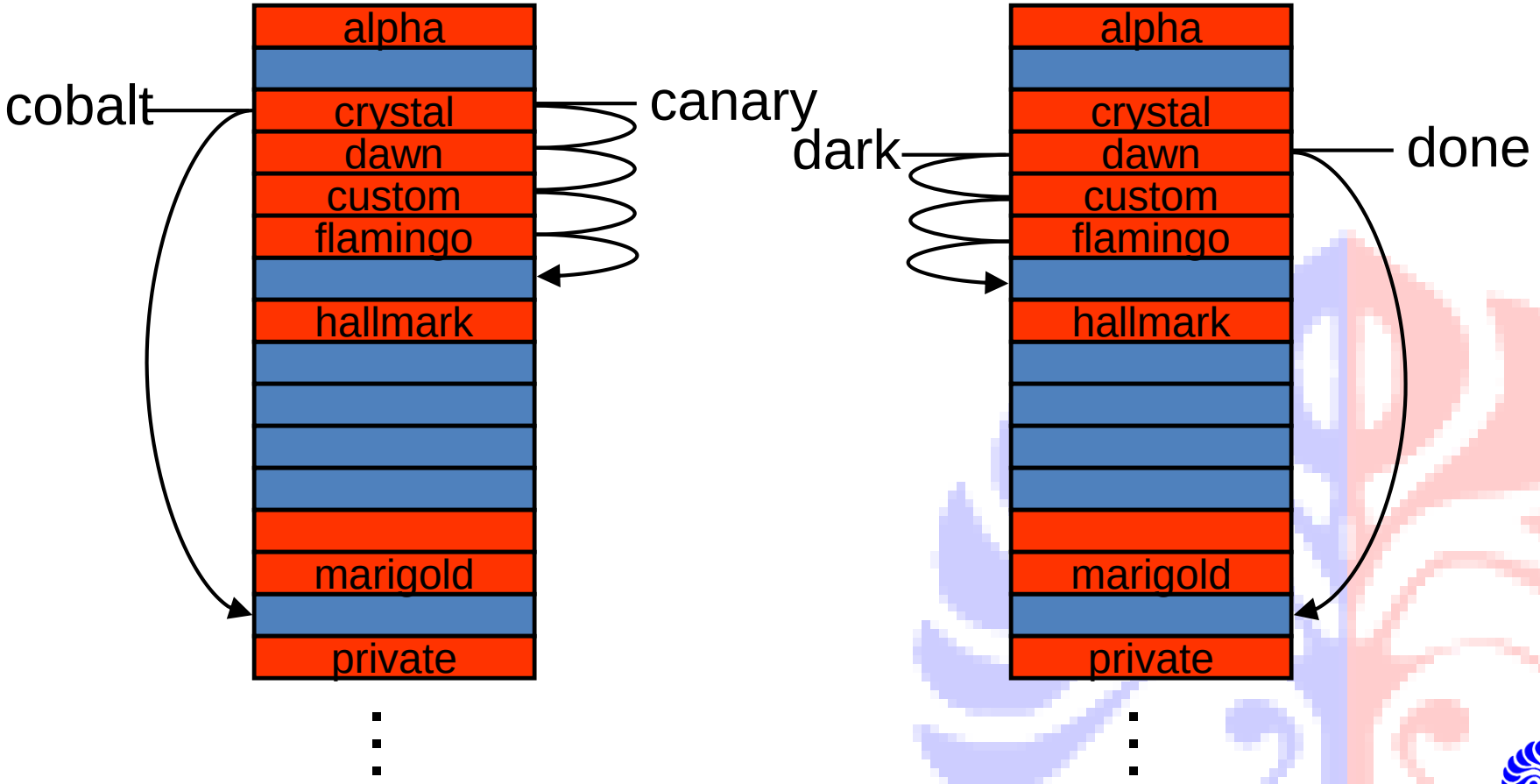
Double hashing

- fungsi untuk *collision resolution* disusun dengan fungsi hash seperti :

  f(i) = i * hash2 (x)

- Setiap saat faktor *hash2(x)* ditambahkan pada *probe*.
- Harus hati-hati dalam memilih fungsi hash kedua untuk menjamin agar:
  - tidak menghasilkan nilai 0
  - seluruh sel bisa di-probe
- Salah satu syaratnya ukuran hash table haruslah bilangan prima.

Double Hashing



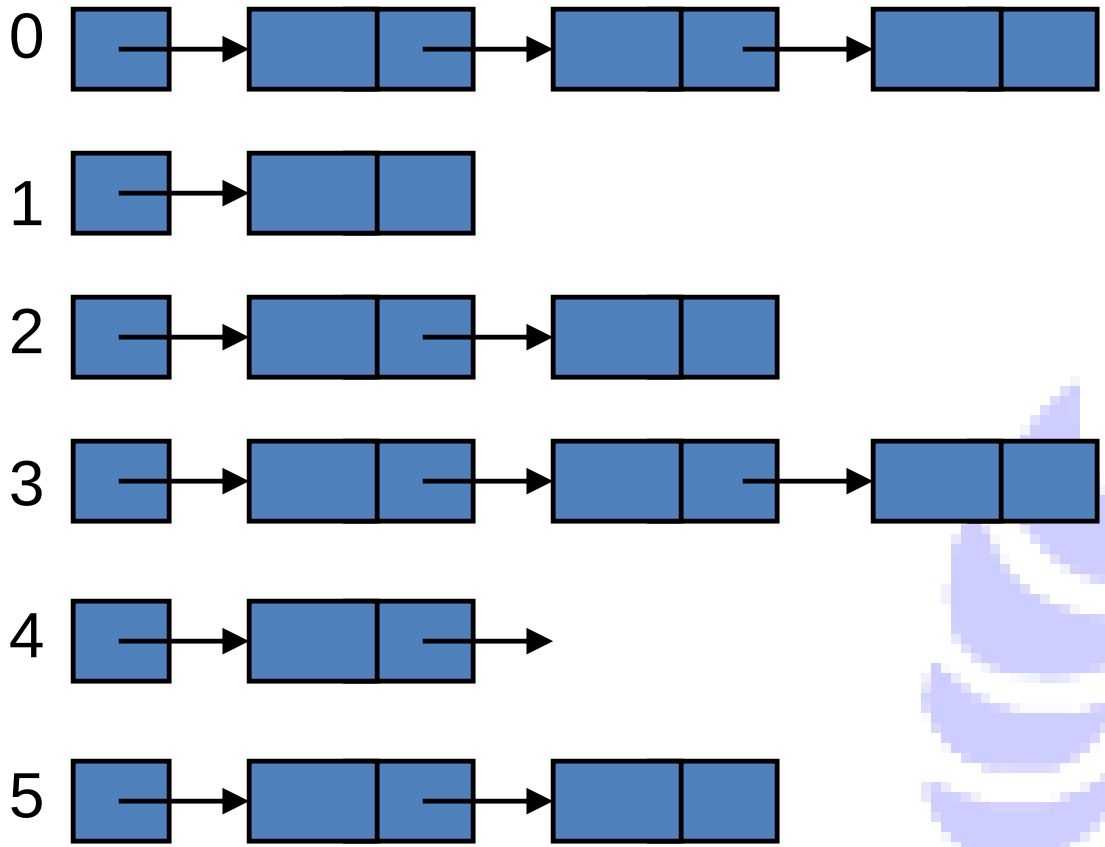
Open Hashing

- Permasalahan *Collision* diselesaikan dengan menambahkan seluruh elemen yang memilih nilai hash sama pada sebuah set.
- *Open Hashing*:
  - Menyediakan sebuah linked list untuk setiap elemen yang memiliki nilai hash sama.
  - Tiap sel pada hash table berisi pointer ke sebuah linked list yang berisikan data/elemen.

Open Hashing

- Fungsi dan analisa *Open Hashing*:
  - Menambahkan sebuah elemen ke dalam tabel:
    - Dilakukan dengan menambahkan elemen pada akhir atau awal linked-list yang sesuai dengan nilai hash.
  - Bergantung apakah perlu ada pengujian nilai duplikasi atau tidak.
  - Dipengaruhi berapa sering elemen terakhir akan diakses.

Open Hashing



Open Hashing

- Untuk pencarian, gunakan fungsi hash untuk menentukan linked list mana yang memiliki elemen yang dicari, kemudian lakukan pembacaan terhadap linked list tersebut.
- Penghapusan dilakukan pada linked list setelah pencarian elemen dilakukan.
- Dapat saja digunakan struktur data lain selain linked list untuk menyimpan elemen yang memiliki fungsi hash yang sama tersebut.
- Kelebihan utama dari metode ini adalah dapat menyimpan data yang tak terbatas. (dynamic expansion).
- Kekurangan utama adalah penggunaan memory pada tiap sel.

Analisa *Open Hash*

- Secara umum panjang dari linked list yang dihasilkan sejalan dengan nilai λ.
- Kompleksitas insertion bergantung pada fungsi hash dan insertion pada linked-list.
- Untuk pencarian, kompleksitasnya adalah waktu konstan dalam mengevaluasi fungsi hash + pembacaan list.
- *Worst case O(n)* untuk pencarian.
- *Average case* bergantung pada λ.
- Aturan umum untuk *open hashing* adalah untuk menjaga agar: $\lambda \approx 1$.
- Digunakan untuk data yang ukuran-nya dinamic.

Isu-isu lain

- Hal-hal lain yang umum dan perlu diperhatikan pada metode *closed hashing resolutions*:
  - Proses menghapus agak membingungkan karena tidak benar-benar dihapus.
  - Secara umum lebih sederhana dari pada open hashing.
  - Bagus bila diperkirakan tidak akan terjadi banyak collision.
  - Jika pencarian berdasarkan fungsi hash gagal, kemungkinan harus mencari/membaca seluruh tabel.
  - Menggunakan ukuran table yang lebih besar dari data yang diharapkan.

HASHSET

Contoh Implementasi Hash Table
Quadratic Probing

```
public class HashSet<AnyType> extends AbstractCollection<AnyType>
implements Set<AnyType>{
    /**
     * Construct an empty HashSet.
     */
    public HashSet( )    {
        allocateArray( DEFAULT_TABLE_SIZE );
        clear( );
    }

    /**
     * Construct a HashSet from any collection.
     */
    public HashSet( Collection<? extends AnyType> other )    {
        allocateArray( nextPrime( other.size( ) * 2 ) );
        clear( );

        for( AnyType val : other )
            add( val );
    }
```

```
/**
  * this inner class is needed to encapsulate the element
  * and provide the flag field required by the Hash Table
  */

 private static class HashEntry
 {
     public Object  element;   // the element
     public boolean isActive;  // false if marked deleted

     public HashEntry( Object e )
     {
         this( e, true );
     }

     public HashEntry( Object e, boolean i )
     {
         element  = e;
         isActive = i;
     }
 }
```

```
/**
     * Internal method to allocate array.
     * @param arraySize the size of the array.
     */
    private void allocateArray( int arraySize )    {
        array = new HashEntry[ nextPrime( arraySize ) ];
    }
```

```
/**
 * Method that performs quadratic probing resolution.
 * @param x the item to search for.
 * @return the position where the search terminates.
 */
private int findPos( Object x )    {
    int offset = 1;
    int currentPos = ( x == null ) ? 0 :
                                Math.abs( x.hashCode( ) % array.length );

    while( array[ currentPos ] != null )        {
        if( x == null )             {
            if( array[ currentPos ].element == null )
                break;
        }
        else if( x.equals( array[ currentPos ].element ) )
            break;

        currentPos += offset;                   // Compute ith probe
        offset += 2;
        if( currentPos >= array.length )        // Implement the mod
            currentPos -= array.length;
    }
    return currentPos;
}
```

```
/**
 * Tests if some item is in this collection.
 * @param x any object.
 * @return true if this collection contains an item equal to x.
 */
public boolean contains( Object x )
{
    return isActive( array, findPos( x ) );
}

/**
 * Tests if item in pos is active.
 * @param pos a position in the hash table.
 * @param arr the HashEntry array (can be oldArray during rehash).
 * @return true if this position is active.
 */
private static boolean isActive( HashEntry [ ] arr, int pos )
{
    return arr[ pos ] != null && arr[ pos ].isActive;
}
```

```
/**
 * This method is not part of standard Java.
 * Like contains, it checks if x is in the set.
 * If it is, it returns the reference to the matching
 * object; otherwise it returns null.
 * @param x the object to search for.
 * @return if contains(x) is false, the return value is null;
 *         otherwise, the return value is the object that causes
 *         contains(x) to return true.
 */
public AnyType getMatch( AnyType x )
{
    int currentPos = findPos( x );

    if( isActive( array, currentPos ) )
        return (AnyType) array[ currentPos ].element;
    return null;
}
```

```
/**
     * Adds an item to this collection.
     * @param x any object.
     * @return true if this item was added to the collection.
     */
    public boolean add( AnyType x )
    {
        int currentPos = findPos( x );
        if( isActive( array, currentPos ) )
            return false;

        if( array[ currentPos ] == null )
            occupied++;
        array[ currentPos ] = new HashEntry( x, true );
        currentSize++;

        if( occupied > array.length / 2 )
            rehash( );

        return true;
    }
```

```
/**
 * Private routine to perform rehashing.
 * Can be called by both add and remove.
 */
private void rehash( )    {
    HashEntry [ ] oldArray = array;

        // Create a new, empty table
    allocateArray( nextPrime( 4 * size( ) ) );
    currentSize = 0;
    occupied = 0;

        // Copy table over
    for( int i = 0; i < oldArray.length; i++ )
        if( isActive( oldArray, i ) )
            add( (AnyType) oldArray[ i ].element );
}
```

```
/**
 * Removes an item from this collection.
 * @param x any object.
 * @return true if this item was removed from the collection.
 */
public boolean remove( Object x )
{
    int currentPos = findPos( x );
    if( !isActive( array, currentPos ) )
        return false;

    array[ currentPos ].isActive = false;
    currentSize--;

    if( currentSize < array.length / 8 )
        rehash( );

    return true;
}
```

OPEN HASHING (CHAINING)

```
/**
    * this inner class is needed to encapsulate the element
    * and provide the next field to implement the linked-list chaining
    */

      private static class HashEntry {
            public Object  element;   // the element
            public HashEntry next;   // linked list chaining.

      public HashEntry( Object e ) {
            this( e, null );
      }

      public HashEntry( Object e, HashEntry n )  {
            element  = e;
            next = n;
      }
   }
```

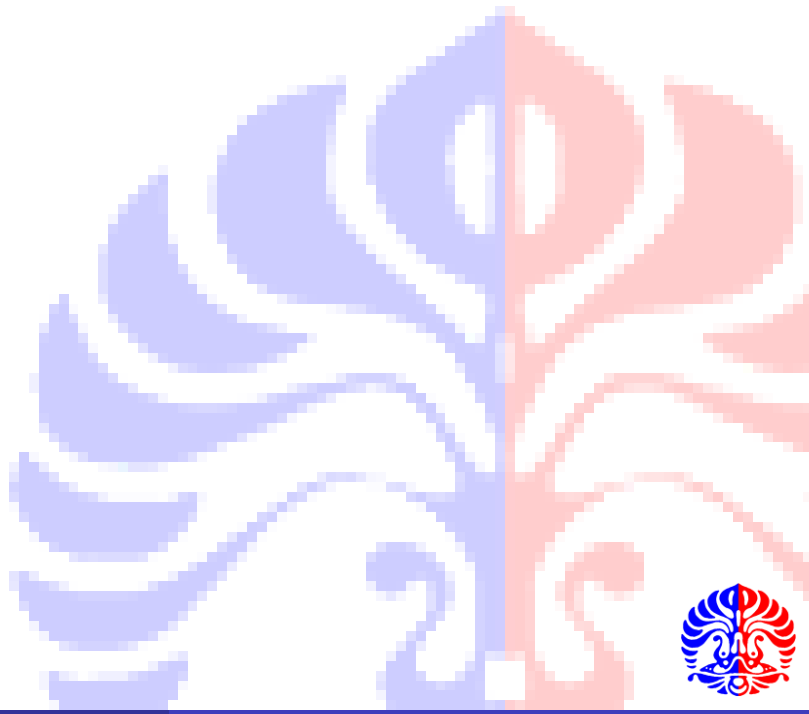
```
/**
 * Adds an item to this collection.
 * @param x any object.
 * @return true if this item was added to the collection.
 */
public boolean add( AnyType x )
{

    if( getMatch( x ) )
        return false;

    int currentPos = x.hashCode();

    array[ currentPos ] = new HashEntry( x, array[currentPost]);
    currentSize++;
    return true;
}
```

HASHMAP

```
/**
 * Hash table implementation of the Map.
 */
public class HashMap<KeyType,ValueType>
             extends MapImpl<KeyType,ValueType>{

    /**
     * Construct an empty HashMap.
     */
    public HashMap( )    {
        super( new HashSet<Map.Entry<KeyType,ValueType>>( ) );
    }

    /**
     * Construct a HashMap with same key/value pairs as another map.
     * @param other the other map.
     */
    public HashMap( Map<KeyType,ValueType> other )    {
        super( other );
    }
```

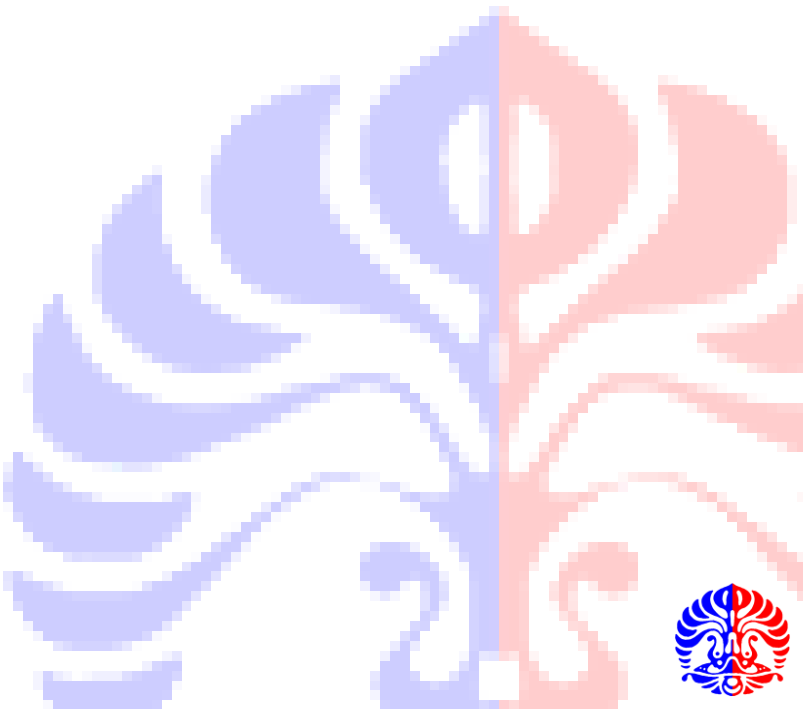
```
public int hashCode( )
{
    KeyType k = getKey( );
    return k == null ? 0 : k.hashCode( );
}

/**
 * Computes the hashcode for this String.
 * A String is represented by an array of Character.
 * This is done with int arithmetic,
 * where ** represents exponentiation, by this formula:<br>
 * <code>s[0]*31**(n-1) + s[1]*31**(n-2) + ... + s[n-1]</code>.
 *
 * @return hashcode value of this String
 */
public int hashCode() {

  int hashCode = 0;
  int limit = count + offset;
  for (int i = offset; i < limit; i++)
       hashCode = hashCode * 31 + value[i];

  return  hashCode;
}
```

- Source Code lengkap bisa dilihat di:
- http://telaga.cs.ui.ac.id/WebKuliah/IKI20100/resources/weiss.code/weiss/util/HashSet.java
- http://telaga.cs.ui.ac.id/WebKuliah/IKI20100/resources/weiss.code/weiss/util/HashMap.java



Rangkuman

- Hash tables: array
- Hash function: Fungsi yang memetakan keys menjadi bilangan [0 $\Rightarrow$ ukuran dari hash table)
- Collition resolution
  - Open hashing
    - Separate chaining
  - Closed hashing (Open addressing)
    - Linear probing
    - Quadratic probing
    - Double hashing
  - Primary Clustering, Secondary Clustering



Rangkuman

- Advantage
  - running time
    - O(1) + O(collition resolution)
  - Cocok untuk merepresentasikan data dengan frekuensi insert, delete dan search yang tinggi.
- Disadvantage
  - Sulit (tidak efficient) untuk mencetak seluruh elemen pada hash table
  - tidak efficient untuk mencari elemen minimum or maximum
  - tidak bisa di expand (untuk closed hash/open addressing)
  - ada pemborosan memory/space

Referensi

- Bab 19 pada buku teks
- http://www.cs.auckland.ac.nz/software/AlgAnim/hash_tables.html
- http://www.engin.umd.umich.edu/CIS/course.des/cis350/hashing/WEB/HashApplet.htm