МЕТОД МАТЕМАТИЧЕСКОГО ТЕСТИРОВАНИЯ ПРОГРАММ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ЯЗЫКЕ MODELICA

Борисенко Н.Д.
Научный руководитель: к.т.н., доцент, Маничев В.Б., к.т.н., доцент, Жук Д.М.
МГТУ им. Н.Э.Баумана, кафедра РК6, Москва, Россия

MODELICA-BASED PROGRAMS MATHEMATICAL TESTING METHOD

Borisenko N.D.
Supervisor: Cand. Sci., Assoc. Prof., Manichev V.B., Cand. Sci., Assoc. Prof., Zhuk D.M.
MSTU, Moscow, Russia

Аннотация
В статье рассматриваются метод тестирования программ, реализующих язык моделирования Modelica (на примере пакета OpenModelica), на математических тестах с известным математически точным решением. Рассмотрены только «трудные» тестовые задачи. Приведено сравнение с решателями систем ОДУ из математических пакетов и EDA пакетами, использующими SPICE симулятор. Показан основной недостаток методов моделирования в реализациях языка – выдача по умолчанию неверного (иногда правдоподобного, но не достаточно точного по сравнению с заданной точностью) решения без предупреждения пользователя.

Abstract
In the article the method of testing programs implementing modeling language Modelica (on the example of the package OpenModelica) by math tests with known mathematically exact solution is described. The comparison of ODE solver of mathematical packages and EDA packages using SPICE simulator is shown. Also a basic defect of methods of language implementations in giving an incorrect default (sometimes plausible, but not quite accurate compared with a given accuracy) solutions without warning the user is shown.

Введение

Значительным шагом в развитии систем автоматизированной проетирования является появление специализированных языков, называемых также языками моделирования. Данные языки позволяют проектировать системы, содержащие компоненты различной природы, а также компоненты управления и компоненты, ориентированные на отдельные процессы, в некотором роде абстрагирующие пользователя от написания решателя данных систем. В подобных языках достоверность и точность численного моделирования являются определяющими факторами. Большинство инженеров не являются специалистами в вычислительной математике и не могут оценить математическую точность полученного численного моделирования, поэтому качественно верное и точное решение должно быть обеспечено в соответствующих реализациях языка Modelica по умолчанию. Для решения этой проблемы необходимо для конкретных классов систем иметь наборы тестовых задач с известным заведомо достоверным и точным решением. Тестирование должно показывать надежность и эффективность соответствующего пакета программ для данного класса систем и соответственно обеспечить настройку параметров решателей систем ОДУ для получения достоверных и точных результатов численного моделирования.

В данной статье рассматривается метод тестирования решателей систем ОДУ, используемых в реализациях языка Modelica, на математических тестовых задачах с известным асимптотическим или аналитическим решением. Рассмотрены «трудные» тестовые системы ОДУ с локально неустойчивым многопериодным решением, а также система ОДУ с разрывом производных интегрируемых функций. Математическое тестирование позволяет определить причину выдачи неверных результатов математического моделирования.

«Трудные» тестовые задачи

Эффективность численного решения систем ОДУ в значительной степени определяется спектром матрицы Якоби системы ОДУ. Сложность задачи можно оценить величиной ρT, где ρ - спектральный радиус матрицы Якоби, T - величина интервала интегрирования. Трудности возникают при больших значениях ρT (больше 10^3). В зависимости от расположения наибольших по модулю собственных значений такие «трудные» задачи подразделяются на жесткие (наибольшие собственные значения в левой полуплоскости), быстро осциллирующие (вблизи мнимой оси) и локально-неустойчивые (в правой полуплоскости). В реализациях Modelica реализованы неявные методы интегрирования, поэтому жесткие задачи будут «легкими», а тестовые задачи второго и третьего типа будут «трудными» для реализаций Modelica, поэтому далее рассматриваются только такие «трудные» тестовые задачи.

ТЕСТ 1. Система ОДУ 2-го порядка с локально неустойчивым решением и с переменной степенью «трудности» (*MU* – параметр «трудности») – осциллятор Ван дер Поля.

$$\begin{cases} dx_1 / dt = x_2 \\ dx_2 / dt = -x_1 + MU \cdot (1 - x^2{}_1) \cdot x_2 \end{cases}$$

$$x_1(0) = 2, x_2(0) = 0,$$

$$t \in (0, 4.2 \cdot MU)$$

Решатель этой системы ОДУ должен выдавать правильное асимптотическое решение с периодом *2MU* как минимум до $MU=10^6$.

ТЕСТ 2. По аналогии с работой [1], среди задач с быстро осциллирующим решением была выбрана линейная электрическая схема (high Q filter circuit (рис. 1)), которая моделируется системой ОДУ 5-го порядка.

$$kr = Ku / Ki, kc = Kt \cdot Ki / Ku, kl = Kt \cdot Ku / Ki,$$

$$\begin{cases} dx_1 / dt = x_4 / 0.001 \cdot kc \\ dx_2 / dt = x_5 / 0.001 \cdot kc \\ dx_3 / dt = (x_4 - x_5) / kc \\ dx_4 / dt = (ku - x_1 - x_3 - kr \cdot x_4) \cdot / 1001 \cdot kl \\ dx_5 / dt = (-x_2 + x_3 - kr \cdot x_5) / 999 \cdot kl \end{cases}$$

$$x_1(0) = 0, x_2(0) = 0, x_3(0) = 0, x_4(0) = 0, x_5(0) = 0,$$

$$t \in [0, 12560 Kt].$$

ТЕСТ 3. Нелинейная система ОДУ с многопериодным решением, имеющая локально-неустойчивое решение. Это «трудный» тест для неявных методов интегрирования систем ОДУ [2].

$$\begin{cases} dx_1 / dt = x_2 \\ dx_2 / dt = 10^6 \cdot (1 - x_1^2) \cdot (x_1 + x_2) \end{cases}$$

$$x_1(0) = 2, x_2(0) = 0, t \in (0,3) \ .$$

ТЕСТ 4. Нелинейная жесткая система ОДУ с многопериодным решением для математического моделирования процессов реального лазера.

$$\begin{cases} dx_1 / dt = -x_1 \cdot (\alpha \cdot x_2 + \beta) + \gamma \\ dx_2 / dt = x_2 \cdot (p \cdot x_1 - \sigma) + \tau \cdot (1 + x_1) \end{cases}$$

$$x_1(0) = -1, x_2(0) = 0, t \in (0, 10^6),$$

$$\alpha = 1.5 \cdot 10^{-18}, \beta = 2.5 \cdot 10^{-6}, \gamma = 2.1 \cdot 10^{-6},$$

$$p = 0.6, \sigma = 0.18, \tau = 0.016 \ .$$

ТЕСТ 5. Решение большого количества практических задач показало, что не достоверные решения часто бывают при интегрировании функций, имеющих разрывы производных этих функций по времени (в основном, при наличии кусочно-линейных функций, зависящих от времени).

Математической моделью этой тестовой задачи будет система ОДУ из трех дифференциально-алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} C1(du_{C1}(t)/dt) - i(t) = 0 \\ (0.5 - u_{C2}(t)) \times (du_{C2}(t)/dt) - i(t) = 0 \\ u_{C1}(t) + u_{C2}(t) - V(t) = 0 \end{cases}$$

относительно трех переменных $u_{C1}(t)$, $u_{C2}(t)$, $i(t) = i_{C1}(t) = i_{C2}(t)$. График $V(t)$ представлен на рис. 1.

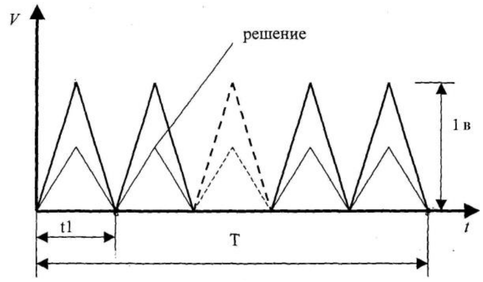

Рис. 1. Входной сигнал, подаваемый на емкостной делитель напряжения

Тестирование решателей ОДУ в OpenModelica.

В решателях систем ОДУ OpenModelica реализованы одиннадцать методов интегрирования: метод дифференцирования назад (по-умолчанию), метод Эйлера (явный и неявный), метод Рунге-Кутты (явный и неявный), radau IIA (3 реализации) и lobatto IIIA (3 реализации).

С учетом результатов, опубликованных в работе [6], в таблице 1 приведено итоговое сравнение решателей систем ОДУ из разрабатываемой кафедрой РК6 библиотеки SADEL, из математических пакетов, из EDA пакетов со SPICE симулятором и тестируемой реализации языка Modelica OpenModelica.

Таблица 1

Сравнение решателей систем ОДУ для «трудных» систем ОДУ

Программа-решатель систем ОДУ	**ТЕСТЫ**				
	ТЕСТ 1	ТЕСТ 2	ТЕСТ 3	ТЕСТ 4	ТЕСТ 5
	«Трудность» MU=1e9	«Трудность» *Kt=1,Ki=1, Ku=0.01*	«Трудность» MU=1e6	Параметры реального лазера	$C2=(0.5-u_{C2}(t)$
SADEL 2012	+	+	-++	-++	+
Mathcad 2010	--	-++	+	+	нд
MATLAB 2012	--	-++	-++	+	нд
Maple 2008	--	+	-++	-++	нд
Mathematica 2012	--	+	+	+	нд
SPICE-Multisim	--	-++	-+	-+	-+
OrCAD- PSPICE	--	-+	--	--	+
SPICE-SYMICA	нд	-+	нд	нд	+
OpenModelica	-	-+	--	--	+

Знак (+) означает верное решение теста методом, рекомендуемым для решения жестких систем ОДУ, с параметрами по умолчанию.

Знак (-) означает отсутствие решение теста методом, рекомендуемым для решения жестких систем ОДУ, с параметрами по умолчанию с предупреждением пользователя.

Знак (--) означает не верное решение теста методом, рекомендуемым для решения жестких систем ОДУ, с параметрами по умолчанию без предупреждения пользователя и отказ при попытке получения верного решения.

Знак (-+) означает не верное решение теста методом, рекомендуемым для решения жестких систем ОДУ, с параметрами по умолчанию без предупреждения пользователя и получение верного решения путем настройки соответствующих методов и параметров интегрирования и увеличения времени счета.

Знак (-++) означает не верное решение теста методом, рекомендуемым для решения жестких систем ОДУ, с параметрами по умолчанию без предупреждения пользователя и получение верного решения путем настройки только параметра заданной точности метода интегрирования и увеличения времени счета, нд – нет данных.

Заключение

Рассмотренный метод тестирования на «трудных» математических тестах решателя систем ОДУ в реализациях языка Modelica пакетах выявил его основные недостатки:

1. возможное получение без диагностических сообщений неверного результата численного моделирования электронных схем при невысокой заданной по умолчанию относительной точности решения систем ОДУ;
2. неудачная реализация алгоритмов автоматического выбора шага интегрирования;

Любые результаты численного моделирования систем, полученные с помощью реализаций Modelica, следует многократно перепроверять для более высоких требований к точности интегрирования решаемых систем ОДУ, ограничив максимальный размер шага интегрирования, что влечет непроизводительные затраты процессорного времени.

Новые научные результаты предполагается получить в направлении разработки для реализаций Modelica с решателями систем ОДУ, в которых будут устранены указанные выше недостатки. Для решения этих задач предполагается разработка новых эффективных методов решения жестких и локально-неустойчивых систем ОДУ с многопериодным решением с учетом ограниченности разрядной сетки компьютеров. Для достоверного решения систем ОДУ при невысоких требованиях к точности результатов будут реализованы только $A(\pi/2)$-устойчивые методы решения систем ОДУ [4]. Для получения высокоточных численных результатов предполагается использовать вычисления с повышенной разрядностью [5].

Литература

1. В.Б.Маничев, Д.М. Жук, Ф.А.Витюков. Метод математического тестирования программ анализа переходных процессов в САПР электронных схем. // МЭС-2014 - М.: ИППМ РАН, 2014, С. 1-6.
2. Скворцов Л.М. Явный многошаговый метод численного решения жестких дифференциальных уравнений. // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2007. Т. 47. № 6. С. 959-967
3. Жук Д.М., Маничев В.Б., Сахаров М.К. SADEL – библиотека «сверхточных» решателей для программного комплекса ПА10 (SADEL-PA10). МЭС-2012 - М.: ИППМ РАН, 2012. С. 147-153.
4. Д.М. Жук, В.Б. Маничев, А.О. Ильницкий Методы и алгоритмы решения дифференциально-алгебраических уравнений для моделирования систем и объектов во временной области. // Информационные технологии. - 2010. – часть 1 - №7. С. 16-24, часть 2 - №8. С. 23-26.
5. В.Б.Маничев, В.В.Глазкова, Д.Ю.Кожевников, Д.А.Кирьянов, М.К.Сахаров Решение систем линейных алгебраических уравнений с удвоенной точностью вычислений на языке Си. //Вестник МГТУ, сер. Приборостроение. 2011. - Вып. 4. С. 25-36.