

**Программа повышения конкурентоспособности**

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ**

**РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение**

**высшего образования**

**«Уральский федеральный университет имени**

**первого Президента России Б. Н. Ельцина»**

**ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ**

**НА ОСНОВЕ МЕТОДА SSA – «ГУСЕНИЦА»**

**Методические указания к выполнению**

**лабораторной работы № 1**

Екатеринбург

2019

## Содержание

Перечень заданий по вариантам .....	3
1. Введение.....	4
2. Задание на лабораторную работу .....	4
3. Дополнительное задание .....	8
4. Требования к оформлению отчета.....	9

### **Перечень заданий по вариантам**

Формы временных рядов те же, что и в предыдущей лаб. работе.

1. Декомпозиция ВР вида линейный тренд + 2 сезонные компоненты.
2. Декомпозиция ВР вида нелинейный тренд + 2 сезонные компоненты.
3. Декомпозиция ВР вида эксп. тренд + 2 сезонные компоненты + шум.
4. Декомпозиция ВР вида полином. тренд + 2 сезонный компоненты + шум.
5. Декомпозиция ВР вида тренд + 3 кратные сезонные компоненты.
6. Декомпозиция ВР вида нелин. тренд + НЧ гармоника + ВЧ гармоника.
7. Декомпозиция ВР вида экспонента + НЧ гармоника + ВЧ гармоника.
8. Декомпозиция ВР вида экспонента + степ. ряд высокой степени + шум.
9. Декомпозиция ВР вида 3 кратные сезонные компоненты + шум.
10. Декомпозиция ВР вида тренд + ЛЧМ ряд + НЧ гармоника + шум.
11. Декомпозиция ВР вида 4 кратные сезонные компоненты.
12. Декомпозиция ВР вида ЛЧМ ряд + степ. ряд высокой степени + шум.
13. Декомпозиция ВР вида полином. тренд + нелинейно ЧМ ВР + шум.
14. Декомпозиция ВР вида тренд + НЧ гармоника + СЧ гармоника + шум.
15. Декомпозиция ВР вида тренд + СЧ гармоника + ВЧ гармоника + шум.
16. Декомпозиция ВР вида ЛЧМ ВР + ЛЧМ ВР.
17. Декомпозиция ВР вида ЛЧМ ВР + нелинейно ЧМ ВР.
18. Декомпозиция ВР вида нелинейно ЧМ ВР + нелинейно ЧМ ВР.
19. Декомпозиция ВР с 3 кратными сезонными компонентами с разными амплитудными модуляциями.
20. Декомпозиция ВР с 3 кратными сезонными компонентами с разными амплитудными модуляциями + шум.

## 1. Введение

Метод сингулярного спектрального анализа SSA-«Гусеница» весьма эффективен для анализа и декомпозиции множества различных временных рядов, в том числе и нестационарных. Более того, его видоизмененная форма позволяет в том числе и прогнозировать временные ряды – либо в виде линейно-рекуррентной формы (SSA-R), либо с итерационной аппроксимацией, и либо в векторной форме (SSA-V).

## 2. Задание на лабораторную работу

Результатом выполнения лабораторной работы является оформленный отчет в виде *Jupyter*-тетради, в котором должны быть представлены и отражены все нижеперечисленные пункты:

- 1) Сначала импортируйте в свой код нужные библиотеки, функции и т.д.

```
import numpy as np  
import numpy.random as rand  
import matplotlib.pyplot as plt  
import h5py  
%matplotlib inline
```

- 2) Используйте реализованный метод сингулярного спектрального анализа SSA из лабораторной работы №5 прошлого года, либо из прошлой лабораторной работы, чтобы разложить модельный временной ряд для своего варианта наилучшим образом на компоненты. Важнее всего определить на этапе декомпозиции для дальнейшего прогноза два параметра – длину окна ***L*** и группировку компонент ***I***.

3) Пусть в результате декомпозиции методом SSA получены все необходимые собственные тройки  $(\sqrt{\lambda_i}, U_i, V_i)$ . Прогноз строится на  $M$  точек вперед, определите этот параметр в число отсчетов не меньше одного периода модельного временного ряда.

4) Тогда прогноз методом SSA-R строится следующей последовательностью действий. Сначала вычислим норму последнего вектора из матрицы  $U$  для заданной группировки компонент:

$$vu = \text{np.linalg.norm}(U[-1, I])$$

5) Нам надо вычислить ряд весовых коэффициентов:

$$R = (a_{L-2}, \dots, a_0)^T = \frac{1}{1-v^2} \sum \pi_i P_i^\nabla$$

для чего потребуется следующая последовательность команд:

$$R = \text{np.sum}(U[L-1, I] * U[0:L-1, I], 1)$$

$$R = R / (1 - vu * vu)$$

6) Пусть ВР, восстановленный методом SSA по группировке  $I$  компонент, называется  $G$ , а ряд новой длины  $N+M$ , то есть восстановленный ряд и его прогноз, называется  $Q$ . Тогда

$$Q_i = \begin{cases} g_i & , i < N \\ \sum_{j=0}^{L-2} a_j g_{i-j-1}, & i = N, \dots, N+M-1 \end{cases}$$

7) Постройте прогноз методом SSA-R для собственного ВР по вариантам, подберите для него наилучшие параметры. Сравните – совпадают ли параметры длины окна  $L$  и группировки  $I$  для высокой точности декомпозиции и прогноза, или нет?

- 8) Загрузите из mat-файла **Fort.mat** ряд, содержащий отсчеты некоторого реального ВР, всего 174 отсчета в вектор-строке:

```
file = h5py.File('Fort.mat','r')
data = file.get('Fort')
fort = np.array(data)
F = np.ravel(fort)
plt.figure(figsize = (10, 5))
plt.plot(F)
plt.show()
```

- 9) Постройте его **ретроспективный прогноз** методом SSA-R, подберите параметры самостоятельно. Начальная точка прогноза определяется студентом самостоятельно. У разных студентов они не должны совпадать. **Длина прогноза** студентами выбирается самостоятельно, она должна быть **не меньше 24** отсчетов.
- 10) Графики исходного ряда *Fort* и прогноза строятся вместе, так как они имеют малую длину и вполне могут поместиться рядом с достаточной точностью.

## Программа повышения конкурентоспособности

- 11) Теперь самостоятельно реализуйте метод прогноза на основе SSA с итерационной аппроксимацией (название в лекциях – стохастический SSA-прогноз).
- 12) Проведем *частичный* SSA-анализ заданного ВР: **без диагонального усреднения** (последний этап).
- 13) К ВР добавляется всего **один новый случайный отсчет** из диапазона уже имевшихся уровней ряда:
$$F'_{N+1} = (f_0, \dots, f_{N-1}, f_{new}), f_{new} \in [\min(F); \max(F)]$$
- 14) Этот ряд длины  $N+1$  подвергается SSA-декомпозиции (**только** шаги разложения и формирования траекторной матрицы), но **без изменения оценки параметров**, то есть только на основе их предыдущих оценок.
- 15) Полученные собственные тройки нового ряда **группируются и усредняются** на основе метода группировки ***I***.
- 16) В результате **усреднения** будет получен новый временной ряд, для которого первые  $N$  отсчетов совпадают с ВР, а последний отсчет является **пред-прогнозом**.
- 17) Для получения точного прогноза, новый отсчет ряда приравнивается этому приближению, после чего **предыдущие шаги повторяются** до тех пор, пока **значение не перестанет изменяться** с увеличением числа шагов.
- 18) Полученный в результате отсчет принимается за **первую точку прогноза**. Для продолжения прогноза, новый ряд длины  $N+1$  становится ВР для прогнозирования, и алгоритм **повторяется вновь**. На протяжении всего алгоритма прогноза нет необходимости заново искать необходимую группировку компонент.
- 19) Постройте прогноз данным методом для своего модельного ВР (по вариантам) и для ряда Fort (ретроспективный прогноз).

### 3. Дополнительное усложненное задание

20) Постройте прогноз по векторному методу SSA-V.

21) Для данного алгоритма требуется:

**прогнозная матрица**, диагональное усреднение которой дает исходный ряд + его прогноз:

$$Z_i = \begin{cases} \hat{X}_i & \text{для } i = 1, \dots, K \\ \mathcal{P}^{(v)} Z_{i-1} & \text{для } i = K + 1, \dots, K + M + L - 1. \end{cases}$$

где линейный оператор:

$$\mathcal{P}^{(v)} Y = \begin{pmatrix} \Pi Y_{\Delta} \\ \mathcal{R}^T Y_{\Delta} \end{pmatrix}$$

Для нее требуется построить:

$$\Pi = \mathbf{V}^{\nabla} (\mathbf{V}^{\nabla})^T + (1 - \nu^2) \mathcal{R} \mathcal{R}^T,$$

$$\mathbf{V}^{\nabla} = [P_1^{\nabla} : \dots : P_r^{\nabla}]$$

Здесь  $\mathbf{R}$  берется из SSA-R:

$$\mathcal{R} = (a_{L-1}, \dots, a_1)^T = \frac{1}{1 - \nu^2} \sum_{i=1}^r \pi_i P_i^{\nabla}$$

22) Наиболее подробно алгоритм SSA-V представлен в учебном пособии Н.Э. Голяндиной «Метод Гусеница-SSA: прогноз временных рядов» на странице 24.



#### **4. Требования к оформлению отчета**

Отчет в Jupyter-тетради должен обязательно содержать: номер лабораторной работы, ФИО студента, номер варианта (либо студенческий номер), номер группы, результаты выполнения работы с комментариями студента (комментарии пишутся после #) и изображениями.