

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Уральский федеральный университет имени  
первого Президента России Б. Н. Ельцина»

**СТАТИСТИЧЕСКИЙ И СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ  
ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ**

**Методические указания к выполнению  
лабораторной работы № 2**

Екатеринбург

2019

## Содержание

Введение.....	3
1. Задание на лабораторную работу .....	3
2. Требования к оформлению отчета .....	10

## Введение

На прошлой лабораторной работе мы изучили базовые средства работы с временными рядами, а также методы реализации собственных функций. Также там требовалось определить тип процесса, породившего данный ВР, что было достаточно трудным занятием, если не опираться на применение статистических критериев, которые будут рассматриваться в данной работе. Также наряду с автокорреляционной функцией изучаются спектральные свойства рядов.

### 1. Задание на лабораторную работу

Результатом выполнения лабораторной работы является оформленный отчет в виде *Jupyter*-тетради, в котором должны быть представлены и отражены все нижеперечисленные пункты:

- 1) Сначала импортируйте в свой код нужные библиотеки, функции и т.д.

```
import numpy as np
import numpy.random as rand
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy import signal
import scipy.stats as stats
from statsmodels.tsa import api as tsa
from pandas.tools.plotting import autocorrelation_plot
from statsmodels.graphics.tsaplots import plot_acf
%matplotlib inline
```

- 2) В зависимости от своего варианта, который определяется по последним двум цифрам студ. билета, из таблицы 1 на следующих страницах создать временной ряд из столбца (всего 24 точки).

1	2	3	4	5	6	7	8
1,65	23,46	0,54	30,42	20,89	12,60	3,54	15,48
2,59	14,86	2,16	30,56	20,11	18,92	7,81	9,29
6,18	20,14	5,39	29,90	16,41	17,08	12,83	8,26
6,26	21,59	3,48	21,67	18,95	15,51	6,73	5,45
6,44	18,98	4,54	26,31	21,43	8,97	6,29	10,49
7,16	21,77	7,99	28,13	16,54	14,52	15,88	14,47
10,56	20,27	7,95	24,06	11,55	12,77	12,27	9,46
10,93	16,86	7,01	20,55	14,39	12,96	7,84	8,79
9,53	16,23	9,89	24,35	20,66	5,55	10,71	12,96
10,64	18,55	12,35	18,12	15,31	11,09	14,60	15,37
17,43	14,87	12,91	18,69	9,34	9,23	17,48	11,82
14,72	11,98	14,42	14,88	11,39	5,03	12,97	11,34
15,50	14,41	14,13	11,66	11,34	2,15	11,34	20,84
15,01	13,42	18,67	19,83	10,07	8,95	23,82	16,58
17,83	10,44	16,95	14,10	5,95	8,04	19,97	12,47
18,43	8,26	15,84	10,16	4,59	5,68	11,51	7,05
17,69	8,86	19,23	10,08	8,74	0,14	18,07	15,08
19,80	9,53	22,05	5,82	9,96	5,85	22,11	16,97
22,64	6,88	22,59	8,46	3,03	4,21	23,12	13,51
22,86	4,10	21,15	5,50	3,17	2,56	15,52	13,45
21,56	7,61	23,98	3,60	4,45	0,08	20,03	16,55
22,16	4,92	26,45	8,44	4,06	3,87	24,36	18,47
25,82	1,79	29,80	3,04	0,16	1,10	27,02	21,73
26,50	0,10	27,41	0,00	1,52	0,85	21,31	14,04

9	10	11	12	13	14	15	16
12,19	23,75	18,47	76,88	8,48	24,78	3,07	10,22
8,41	28,00	14,87	69,88	10,43	22,55	6,26	10,06
14,68	33,01	21,51	74,55	18,97	30,85	7,46	13,34
8,64	16,78	9,07	59,75	6,37	23,88	6,48	11,92
32,94	18,16	16,02	72,21	9,86	27,78	1,64	8,81
22,61	20,05	11,12	66,85	1,29	12,71	5,41	8,10
45,92	3,18	23,45	69,91	13,23	25,25	6,18	12,51
23,63	16,11	6,45	68,05	8,50	25,70	16,93	11,16
18,59	21,66	14,21	72,59	11,68	34,44	2,71	8,77
36,22	20,16	8,18	42,83	10,17	23,18	6,94	4,87
50,10	24,71	14,50	67,04	14,18	29,81	8,35	10,57
46,22	15,63	3,86	56,63	2,79	22,26	11,59	10,37
23,63	16,27	10,14	61,10	26,63	22,97	5,98	6,88
47,30	18,99	9,99	44,88	15,69	16,37	10,77	9,13
40,03	21,12	14,47	52,90	20,32	22,82	14,71	10,31
56,53	8,34	0,65	46,03	17,28	14,19	14,66	7,13
38,41	14,96	8,97	46,72	22,87	16,40	11,77	3,52
51,47	17,17	2,47	46,48	23,80	7,23	27,10	0,14
6,29	20,24	12,58	31,63	28,81	13,05	9,69	6,35
35,41	8,31	3,12	21,72	28,59	4,63	22,31	5,30
67,79	12,36	6,81	21,40	35,68	3,19	19,73	1,46
74,21	14,59	0,43	11,40	35,72	4,55	25,88	1,09
79,12	21,72	4,65	10,06	39,44	0,94	29,00	2,40
45,10	28,69	5,91	0,42	40,04	11,07	32,18	1,92

17	18	19	20	21	22	23	24
11,54	0,54	6,86	11,43	10,41	4,89	15,45	5,93
0,80	4,33	3,91	7,60	7,70	3,10	11,94	3,88
12,76	3,73	6,66	12,15	10,39	5,19	11,93	5,08
11,18	5,18	6,38	10,39	10,73	1,02	18,66	5,98
8,90	2,50	8,35	11,44	12,31	6,25	12,69	7,77
8,49	3,72	6,16	10,94	9,58	5,06	10,01	6,67
11,38	4,78	7,68	13,54	11,53	5,96	8,81	6,55
10,93	5,72	7,12	11,87	11,55	6,27	10,86	6,27
9,40	3,69	8,61	13,35	13,98	6,56	11,49	8,23
9,30	4,80	5,87	11,72	10,07	6,43	10,78	6,61
12,43	6,35	7,76	13,58	11,44	6,45	10,38	7,40
11,03	6,89	7,07	10,56	11,00	6,26	13,07	7,48
10,88	6,38	8,37	11,04	11,16	7,00	10,81	8,08
11,33	5,93	8,69	8,96	9,49	4,51	12,73	7,00
13,86	9,17	6,83	11,38	10,41	5,93	12,11	6,16
14,98	9,31	6,17	9,26	9,15	6,53	15,74	5,73
12,66	4,07	6,98	9,38	8,48	6,98	17,71	7,23
12,98	9,47	3,84	8,04	5,41	8,96	15,31	3,86
18,09	12,28	4,75	10,98	6,44	5,78	11,15	5,63
17,49	13,32	4,05	7,95	6,15	5,87	18,12	5,66
14,97	9,87	4,88	7,67	3,17	6,21	20,81	5,71
14,42	12,73	0,51	4,69	0,47	3,33	19,90	2,62
21,29	16,73	2,60	7,16	1,80	5,21	19,15	3,89
20,66	17,05	0,90	4,17	1,26	4,63	22,43	3,44

- 3) Построить график заданного ряда на временном интервале от 0 до 1.
- 4) Рассчитать мат. ожидание и дисперсию для ВР.
- 5) Построить автокорреляционную функцию ряда и сделать на ее основе выводы о характере временного ряда.
- 6) Используя функцию  
**pds, pdden = signal.periodogram(X)**  
построить периодограмму ряда и сделать на ее основе выводы о характере временного ряда. Сравнить их с результатами, сделанными на основе анализа автокорреляционной функции.
- 7) Построить оценку спектральной плотности мощности ряда с помощью метода Велша (Welch), используя функцию  
**pdw, pddenw = signal.welch(X, nperseg = ...)**  
Сравнить полученные результаты с периодограммой.
- 8) Для работы Вам может также пригодиться функции `plt.subplot()`. Следует разобраться с ее синтаксисом самостоятельно.

- 9) Проверить с помощью метода **Ирвина** ряд на аномальные наблюдения. Для этого написать собственную **функцию**, реализующую данный статистический тест, которая **получает** исходный ВР и **возвращает** номера отсчетов, которые являются аномальными. Для создания метода использовать выражения из **лекции 3 на страницах 13 и 14**. Для  $N=24$  принять значение критического критерия равным 1.23 ( $\alpha = 0.05$ ) и 1.74 ( $\alpha = 0.01$ ).
- 10) Указать найденные номера аномальных наблюдений. Построить график ВР и указать эти точки на изображении. Изображение добавить в отчет.
- 11) Доказать, что во ВР есть **неслучайная составляющая** с помощью **критерия серий** (лекция 3, стр. 17). Построить **функцию**, которая бы производила расчет этого критерия для **заданного** ряда, с выводом результатов в виде конкретных предложений вида «гипотеза о неизменности среднего значения ВР отвергается с вероятностью ошибки альфа» или «принятие альтернативной гипотезы о неслучайной составляющей ряда» и т.п. Для этого используйте функцию **print('Строка для вывода')**, чтобы выводить в командное окно строки. Кроме того, следует вывести саму получившуюся последовательность «+» и «-» (значений больших и меньших медианы) в критерии серий для визуального отображения полученных результатов.



- 12) Наконец, произвести оценку ВР на **стационарность**.
- 13) Сначала используйте известный **KPSS-тест**. Для этого есть функция `tsa.kpss(X)`, которая возвращает статистику теста **kpss\_stat**, **p**-значение теста **p\_value**, и другие полезные результаты (критические значения на разных перцентилях и т.д.).
- 14) Если KPSS-test в статистике близок к 0, то временной ряд является **стационарным** по КПСС-тесту, то есть **нулевая гипотеза** о тренд-стационарности ряда **принята**.
- 15) Если KPSS-test в статистике вернул значение существенно больше нуля, то временной ряд **не является стационарным** по КПСС-тесту, то есть **нулевая гипотеза** о тренд-стационарности ряда **отвергнута и принята альтернативная**.
- 16) Более точный показатель, на который следует обратить внимание – это **p-value**. Он, чаще всего, трактуется следующим образом: если значение **p-value** меньше **0.05**, то нулевая гипотеза **отклоняется**. Если значение больше **0.05**, то нулевая гипотеза **принимается**. При граничном значении **p-value** близком к **0.05** ответ является **неоднозначным** и гипотезу следует принимать или отвергать с большой осторожностью. На практике значение **p-value** близкое к **0.05** обычно обозначает недостаточную длину исходной выборки анализируемых данных.

- 17) Проверить с помощью критерия Фишера две половинки исходного временного ряда на соответствие дисперсий.
- 18) Критерий Фишера можно реализовать через функцию **stats.f\_oneway(x, y)**
- 19) Проверить с помощью критерия Стьюдента две половинки исходного временного ряда на соответствие мат. ожиданий (при предположении о равных дисперсиях).
- 20) Для критерия Стьюдента надо написать **собственную функцию**, используя выражение (3.5) из лекции 3, значение критического параметра  $t(1-\alpha, n_1+n_2-1)$  можно найти через функцию **stats.t.ppf(1-a, N1+N2-1)**
- 21) Сравнить полученный критерий Стьюдента с результатами работы функции **scipy.stats.ttest\_ind(x, y)**
- 22) Пояснить все полученные результаты.

## 2. Требования к оформлению отчета

Отчет в Jupyter-тетради должен обязательно содержать: номер лабораторной работы, ФИО студента, номер варианта (либо студенческий номер), номер группы, результаты выполнения работы с комментариями студента (комментарии пишутся после #) и изображениями.