

Программа повышения конкурентоспособности

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский федеральный университет имени
первого Президента России Б. Н. Ельцина»**

**ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ СРЕДСТВА АНАЛИЗА И
ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ**

Екатеринбург

2019

Содержание

1. Перечень заданий по вариантам	3
2. Формат задания для выполнения работы.....	4
3. Рекомендации по созданию модельных ВР.....	5
4. Методика Декомпозиции ВР	11
5. Методика Поиска мгновенной частоты и/или АМ	12
6. Требования к представлению и оформлению результатов СРС.....	13

1. Перечень заданий по вариантам

1. Декомпозиция ВР вида линейный тренд + 2 сезонные компоненты.
2. Декомпозиция ВР вида нелинейный тренд + 2 сезонные компоненты.
3. Декомпозиция ВР вида эксп. тренд + 2 сезонные компоненты + шум.
4. Декомпозиция ВР вида полином. тренд + 2 сезонный компоненты + шум.
5. Декомпозиция ВР вида тренд + 3 кратные сезонные компоненты.
6. Декомпозиция ВР вида нелин. тренд + НЧ гармоника + ВЧ гармоника.
7. Декомпозиция ВР вида экспонента + НЧ гармоника + ВЧ гармоника.
8. Декомпозиция ВР вида экспонента + степ. ряд высокой степени + шум.
9. Декомпозиция ВР вида 3 кратные сезонные компоненты + шум.
10. Декомпозиция ВР вида тренд + ЛЧМ ряд + НЧ гармоника + шум.
11. Декомпозиция ВР вида 4 кратные сезонные компоненты.
12. Декомпозиция ВР вида ЛЧМ ряд + степ. ряд высокой степени + шум.
13. Декомпозиция ВР вида полином. тренд + нелинейно ЧМ ВР + шум.
14. Декомпозиция ВР вида тренд + НЧ гармоника + СЧ гармоника + шум.
15. Декомпозиция ВР вида тренд + СЧ гармоника + ВЧ гармоника + шум.
16. Декомпозиция ВР вида ЛЧМ ВР + ЛЧМ ВР.
17. Декомпозиция ВР вида ЛЧМ ВР + нелинейно ЧМ ВР.
18. Декомпозиция ВР вида нелинейно ЧМ ВР + нелинейно ЧМ ВР.
19. Декомпозиция ВР с 3 кратными сезонными компонентами с разными амплитудными модуляциями.
20. Декомпозиция ВР с 3 кратными сезонными компонентами с разными амплитудными модуляциями + шум.

2. Формат задания для выполнения работы

Студенты выбирают задание для самостоятельной работы в соответствии со своим **вариантом**, который определяется по последним **двум цифрам** студенческого билета. В случае если последние две цифры превышают **20**, то следует использовать номер варианта в виде целого остатка от деления последних цифр студенческого билета по модулю **20**.

Любой **вариант** лабораторной работы состоит из **двух частей**: декомпозиции ряда на составные элементы и дальнейшее построение частотно-временных характеристик полученных компонент.

В описании характеристик используются следующие **сокращения**: ВР – временной ряд, НЧ – низкочастотный, ВЧ – высокочастотный, СЧ – средняя частота, ЛЧМ – линейно частотно модулированный, ЧМ – частотная модуляция.

Все работы выполняются в соответствии с инструментами и методами, использованными в ходе выполнения лабораторных работ по курсу «Методы анализа и прогнозирования временных рядов».

Общие для всех рекомендации по способу генерации требующихся временных рядов (ВР) приведены в **разделе 3** данного руководства. В зависимости от задания, однако, методика работы с ними будет отличаться.

3. Рекомендации по созданию модельных ВР

Все представленные в заданиях временные ряды (ВР) соответствуют аддитивной модели рядов вида:

$$q(t) = w_\tau \cdot \tau(t) + w_s \cdot \sum_j s_j(t) + w_p \cdot \sum_k p_k(t), t \in [0; T], \quad (1)$$

где $\tau(t)$ – **тренд** (или тенденция); $s_j(t)$ – j -я **сезонная компонента**, в любом ряду может быть несколько сезонных составляющих (месячные, квартальные, годовые, и т.д.); $p_k(t)$ – k -я **периодическая (циклическая) компонента**, которых тоже может быть несколько; w_τ, w_s, w_p – **коэффициенты наличия или отсутствия** трендовой, сезонной и периодической составляющих, могут принимать только значения **0** или **1**.

Сначала генерируется некоторая **эквидистантная сетка времени**, на которой будет определена выборка ВР. При формировании временной сетки следует обратить внимание на то, что в зависимости от соотношения **T** и **N** будет меняться **частота дискретизации** сигнала по формуле:

$$f_d = \frac{N}{T}; \quad (2)$$

Эта частота присутствует в **теореме Котельникова** и в **преобразовании Гильберта**. По теореме Котельникова, **частота дискретизации должна в два раза превышать наибольшую частоту в спектре сигнала**, при формировании сезонных компонент и гармоник следует выбирать временную сетку таким образом, чтобы не нарушить условия теоремы Котельникова. Генерация модельного сигнала, нарушающего теорему Котельникова, является грубой ошибкой и является причиной оценки «неудовлетворительно».

Также, с учетом искажений при численных расчетах и ошибок дискретизации отсчетов временных рядов, **рекомендуется брать частоту дискретизации более чем в 4 раза больше наибольшей частоты гармоник из ВР.**

Частота дискретизации также используется как параметр при расчетах мгновенной частоты для перенормировки из безразмерных собственных частот в линейные (Гц). Число отсчетов ВР N **не должно быть слишком малым** – минимально возможное равняется **500**. Ограничений сверху на число отсчетов нет.

После создания временной сетки в соответствии с рекомендациями, приведенными выше, создаются **компоненты ВР**. **Параметры компонент** не обязательно вводить как переменные, можно сразу писать цифрами при инициализации компонент. Далее для каждого **типа компонент** используются примерно следующий набор команд:

1) **Тренд**.

Форма тренда выбирается студентом (кроме четко указанных в задании случаев): линейный тренд: **$\text{trend} = b_0 + b_1 * t$**

квадратичный тренд: **$\text{trend} = b_0 + b_1 * t + b_2 * t^2$**

экспоненциальный тренд: **$\text{trend} = \exp(-a * t)$**

Коэффициенты для трендов (b_0 , b_1 , b_2 , a) выбираются студентом самостоятельно, коэффициенты **не должны быть равны нулю**, но могут быть положительными и отрицательными. Тренд должен быть заметен глазом в конечном модельном ВР, иначе задача декомпозиции ряда может существенно усложниться для студента.

Тренд должен быть не сильно возрастающим и не сильно убывающим, лучше всего – монотонным. Тренд не должен иметь значения, намного большие других компонент ряда (то есть на его фоне другие компоненты должны быть различимы).

2) Сезонная компонента.

Самый распространенный вид компонент, задается простой синусоидой или косинусоидой.

$$S1 = \sin(2 \cdot \pi \cdot f1 \cdot t)$$

Здесь параметр компоненты – линейная частота сезона. Эта частота должна отвечать **требованиям теоремы Котельникова** для заданной временной сетки. Разрешается задавать частоту простым числом, а не в виде отдельной переменной.

3) Вторая сезонная компонента.

Задается аналогично первой компоненте:

$$S2 = \sin(2 \cdot \pi \cdot f2 \cdot t)$$

но частота второй компоненты имеет **ограничения**.

Вторая частота **f2 не должна быть равной** первой частоте;

Должна быть **больше первой**;

Не должна быть кратной по степени **2**, по степени **3** и по степени **5** **первой частоте** (за исключением слова «**кратные**» в задании). Например, частоты, кратные по степеням двойки – первая частота 10, вторая 20/40/80 Гц и т.д. Аналогично для степеней 3 (5/15/45...) и 5 (6/30/150...).

Разрешается кратность по другим простым числам – кратность по 7, 11, 13 и т.д. Разрешается любая кратность частоте дискретизации.

4) Кратные сезонные компоненты.

Задается в виде **трех гармонических компонент** с кратными частотами.

$$S = \sin(2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot f \cdot t) + \sin(2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot f \cdot t) + \sin(2 \cdot \pi \cdot 8 \cdot f \cdot t)$$

Или

$$S = \sin(2 \cdot \pi \cdot 1 \cdot f \cdot t) + \sin(2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot f \cdot t) + \sin(2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot f \cdot t)$$

Или

$$S = \sin(2 \cdot \pi \cdot 1 \cdot f \cdot t) + \sin(2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot f \cdot t) + \sin(2 \cdot \pi \cdot 6 \cdot f \cdot t)$$

5) Шум.

Задается на выбор студента **двумя способами**:

Через функцию нормального распределения амплитуды 0.2, или

Через функцию генерации белого шума мощностью -20 дБВт.

Амплитуда шума (соотношение сигнал/шум) **может быть изменена** по желанию студентом, однако, выбранная величина должна быть указана в отчете по работе. Шум не должен быть слишком большим (иначе не получится ничего декомпозировать), и не должен быть слишком малым (модель ВР будет слишком простой). Все это легко определяется на глаз.

6) НЧ/СЧ/ВЧ гармоника.

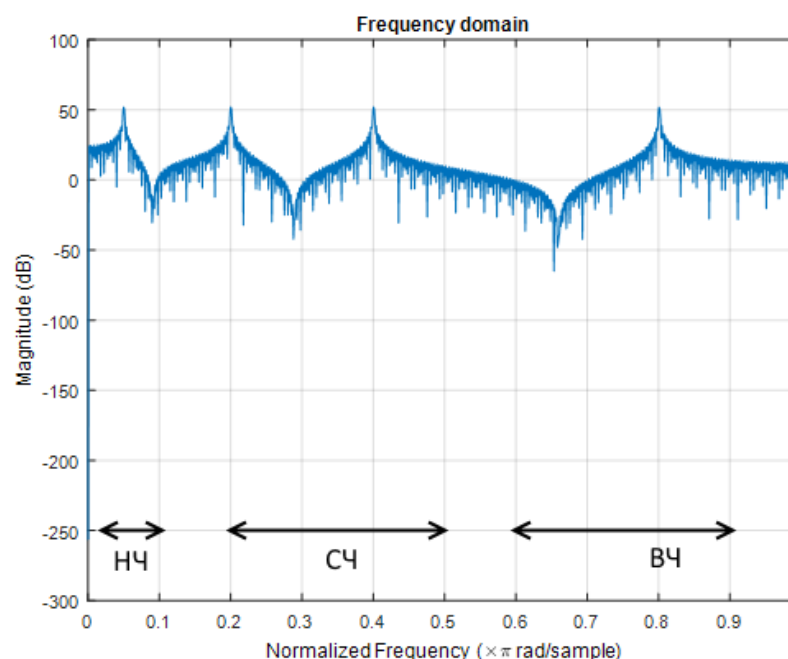
Задается аналогично **пункту 2** – созданию сезонной компоненты, но на частоту накладываются **дополнительные ограничения**. Напомним, есть определение **частоты Найквиста, равной половине частоте дискретизации**.

НЧ сигнал имеет частоту меньше **0.1** частоты Найквиста.

СЧ сигнал имеет частоту от **0.2** до **0.5** частоты Найквиста.

ВЧ сигнал имеет частоту от **0.6** до **0.9** частоты Найквиста.

Легче всего область частоты определяется по нормированному спектру сигнала (то есть в виде собственной частоты сигнала):



7) Степенной ряд.

Представляет собой **тренд выше второго порядка**. То есть его построение выглядит, как:

$$\text{trend} = b_0 + b_1 * t + b_2 * t^2 + b_3 * t^3 + \dots$$

Вместо параметров **b** можно указывать конкретные цифры. Степенной ряд должен быть **как можно ближе к монотонной функции, не иметь резких поворотов и точек изгиба**. Иначе есть вероятность спутать его с какой-то периодикой или сезоном.

8) Экспонента.

Представляет собой экспоненциальный **убывающий** ($a > 0$) тренд.

$$\text{trend} = \exp(-a * t)$$

В остальном имеет те же рекомендации, что и ВР вида тренд.

9) ЛЧМ сигнал.

Дозволяется реализовать его вручную, но есть специальная функция для его реализации:

$$y = \text{signal.chirp}(t, f_0, f_1, t_1, \text{method}='linear')$$

В этой функции следующие параметры: **t** – заданная временная сетка, **f0** – начальная частота модуляции при 0 моменте времени, **t1** – определенный момент времени, который можно указать равным **T**, **f1** – частота, которая достигается в момент времени **t1**. Если вместо **t1** указать **T**, то **f1** будет частота, которая будет достигнута на конце временного интервала.

Важно! Формируя ЛЧМ сигнал легче всего нарушить **теорему Котельникова**, так как в явной форме конечную частоту не всегда видно + есть эффект утечки. Для ЛЧМ сигнала всегда задавайте число отсчетов **N** (и частоту дискретизации, соответственно) **побольше**.

10) **Нелинейный ЧМ сигнал.**

Разновидность ЧМ сигналов, под которой следует понимать нелинейную функцию частоты от времени. Например, ключевое слово '**quadratic**' меняет форму с линейной на квадратичную. Также можно использовать логарифмическую, гиперболическую и др. виды нелинейной ЧМ.

11) **Амплитудная модуляция.**

Предполагает **умножение** сезонной компоненты **на функцию** $a(t)$, описываемую в виде некоторого полинома или другой функции. Примеры функций АМ:

$$a=100*(t^4-2*t^3+1.16*t^2-0.16*t) + 1$$

$$F = a*S$$

$$a=\exp(-6*t)$$

$$F = a * \sin(2*\pi*f*t)$$

Функция АМ выбирается студентом самостоятельно.

Итоговый ряд формируется в виде аддитивной смеси указанных в задании составных компонент. Например, для ряда «тренд + ВЧ гармоника + шум» итоговый ряд выглядит, как:

$$F = \text{trend} + \sin(2*\pi*f*t) + \text{noise}$$

И, главное, помните – студенту дается *почти* **полная свобода в выборе параметров модельного ВР**, поэтому только от самого студента зависит, насколько хорошо будет формализуем тот или иной ВР для декомпозиции выбранными методами.

4. Методика Декомпозиции ВР

Исходный временной ряд декомпозируется **каждым** из следующих методов:

1) Метод Сингулярного Спектрального Анализа SSA;

Полное описание методики и нужных функций приведено в **лабораторной работе №5.**

2) Метод Вейвлетной Декомпозиции

Полное описание методики и нужных функций приведено в **лабораторной работе №6.**

3) Метод Эмпирической Модовой Декомпозиции;

Полное описание методики и нужных функций приведено в **лабораторной работе №7.**

Запрещается использовать следующие методы:

1) Для выделения тренда – регрессионные и методы сглаживания;

2) Для выделения компонент – спектральные методы, метод преобразования Фурье.

При наличии в задании слова «**шум**», после декомпозиции полученный остаточный ряд (или выделенный шум) необходимо оценить на случайность любым из статистических критериев.

5. Методика Поиска мгновенной частоты и/или АМ

Для полученной декомпозированной компоненты ряда необходимо построить следующие зависимости:

- 1) Спектрограмму ряда, из которой можно понять характер ряда;
- 2) Функцию мгновенной частоты от времени;

Мгновенную частоту и вид амплитудной модуляции следует искать через **преобразование Гильберта**. Полная методика использования спектрограмм и преобразования Гильберта приведена во второй половине лабораторной работы №7.

При применении преобразования Гильберта и расчете **мгновенной частоты** следует уделить особое внимание переходу от собственных безразмерных частот к исходным линейным частотам в Гц. Для этого необходимо **безразмерную частоту поделить на (2π) и умножить на частоту дискретизации сигнала**.

$$f_{\text{mgn}} = w * f_d / (2\pi)$$

При проверке правильности перевода мгновенной частоты следует ориентироваться на тот факт, что Вам должны быть известны значения выбранных Вами частот, то есть из графиков будет видно, правильно был выбран масштаб или нет.

6. Требования к представлению и оформлению результатов СРС

Самостоятельная работа студентов должна обладать следующими признаками:

- быть выполненной **лично студентом** согласно определенному заданию преподавателя в соответствии с вариантом;
- представлять собой **законченную разработку**, в которой раскрываются и анализируются актуальные аспекты по определённой теме;
- демонстрировать достаточную **компетентность автора** в раскрываемых вопросах;
- содержать элементы строгого оформления подобных работ, язык изложения полученных результатов должен быть формальным и научным.

Результатом самостоятельной работы студента является **оформленный отчет**. Отчет должен обязательно содержать: постановку задачи, результаты выполнения задания, графики соответствующих зависимостей с пояснениями, объяснения, которые требовались в ходе работы, заключение. Также весь код функций и сценариев добавляется в приложение в конце. У отчета должен быть оформлен грамотный титульный лист с указанием названия дисциплины, темы работы, фамилии преподавателя и ученика.