Consistency check about Sandwich Variance of DR ATE Estimator

: 9월 23일 Version

$\Rightarrow \hat{v}_0$

- mu0_dr에 대한 estimating equation을 잘못 설계하여 수정 후, 다시 consistency check 시행

$\rightarrow (\hat{v}_1, \hat{v}_0, \hat{\alpha}^T, \hat{\beta}^T)$

- 각 parameter set에 대해 추정치를 대입했을 때 estimating equation이 0이 나오는지 다시 한 번 확인

. 관측치 개수가 100개인 Data 에 대해 딱 한번 Estimating equation 이 0인지 확인

. $\hat{\tau}_{dr} = \hat{v}_1 - \hat{v}_0$, which jointly solve $\sum_{i=1}^{N} \psi_i(\hat{\theta}) = 0$ 이므로 Estimating equation에 true parameter set 대신 추정치, 즉. $\hat{\theta}$ 대입해 Estimating equation 이 0이 되는지 확인 !

[확인결과]

```
#apply(estimating_equation_hat,1,sum)
#      est_1       est_2      (Intercept)        E              B              C      (Intercept)        B            C
#-3.885781e-15  3.330669e-16  6.383782e-16  1.249001e-15  5.259682e-15 -3.457304e-15  6.353792e-12 -3.246653e-12  7.200771e-12
```

$\underbrace{\sum_{i=1}^{N} \psi_{\hat{v}_1}}$ $\underbrace{\sum_{i=1}^{N} \psi_{\hat{v}_0}}$ $\underbrace{\sum_{i=1}^{N} \psi_{\hat{\alpha}}}$ $\underbrace{\sum_{i=1}^{N} \psi_{\hat{\beta}}}$

$\Rightarrow$ 모든 Parameter set 에 대해 $\sum_{i=1}^{n} \psi_i(\hat{\theta}) = 0$ 을 만족하는 것을 확인 !

· "$\sum_{i=1}^{N} \psi_T(\hat{\theta})$"은 잘 작성되었다는 것을 확인했으므로 "$\sum_{i=1}^{N} \frac{\partial}{\partial \theta}, \psi_T(\hat{\theta})$"을 잘 작성했는지 확인!

⇒ R에서 "Jacobian" 이용해 얻은 결과와 내가 Hardcoding 한 "$\frac{\partial}{\partial \theta}, \psi_T(\hat{\theta})$" 함수 비교 (Double Check)

[확인결과]

⇒ "nu1 ~" : $\sum_{i=1}^{N} \frac{\partial}{\partial \theta}, \psi_T(\hat{\nu_1})$, "nu2 ~" : $\sum_{i=1}^{N} \frac{\partial}{\partial \theta}, \psi_T(\hat{\nu_0})$, "nu3 ~" : $\sum_{i=1}^{N} \frac{\partial}{\partial \theta}, \psi_T(\hat{\alpha})$, "nu4 ~" : $\sum_{i=1}^{N} \frac{\partial}{\partial \theta}, \psi_T(\hat{\beta})$

1) Hardcoding 한 함수 : 순서는 $\overbrace{(\hat{\nu_1}, \hat{\nu_0},}^{} \overbrace{\hat{\alpha_0}, \hat{\alpha_1}, \hat{\alpha_2}, \hat{\alpha_3},}^{\text{Outcome model}} \overbrace{\hat{\beta_1}, \hat{\beta_2}, \hat{\beta_3}}^{\text{PS model}})$

```
nu1_grad_check<-apply(nu1_grad,2,sum)
# [1]  100.0000000    0.0000000   -0.3617962   -0.3617962    1.4912581   -4.2043033    4.3885358   -5.0240884   23.4871991
nu2_grad_check<-apply(nu2_grad,2,sum)
# [1]  0.000000000  100.000000000    0.017637632    0.000000000    0.107397673   -0.219893621   -0.031877059    0.009978318   -0.282521615
nu3_grad_check<-apply(nu3_grad,2,sum)
# [1]     0.00000      0.00000   -163.37406    -40.96860   -100.28390    -75.56892      0.00000      0.00000      0.00000
nu4_grad_check<-apply(nu4_grad,2,sum)
# [1]     0.00000      0.00000      0.00000      0.00000      0.00000    -22.96860    -14.43025    -11.11688
```

2) R에서 "Jacobian" 함수 이용한 결과 : 순서는 $\overbrace{(\hat{\nu_1}, \hat{\nu_0},}^{} \overbrace{\hat{\alpha_0}, \hat{\alpha_1}, \hat{\alpha_2}, \hat{\alpha_3},}^{\text{Outcome model}} \overbrace{\hat{\beta_1}, \hat{\beta_2}, \hat{\beta_3}}^{\text{PS model}})$

```
nu1_grad_func
# [1]  100.00000000    0.00000000   -112.28805675   -112.28805674   -56.85804662    9.76758984   -0.38142419   -0.02120255    1.41353308
nu2_grad_func
# [1]  0.000000e+00   1.000000e+02   -6.746240e+01    0.000000e+00   -3.442496e+01    2.189333e+00   -7.611173e-04    9.712283e-03   -1.379626e-01
nu3_grad_func
# [1]     0.00000      0.00000   -163.37406    -40.96860   -100.28390    -75.56892      0.00000      0.00000      0.00000
nu4_grad_func
# [1]     0.00000      0.00000      0.00000      0.00000      0.00000      0.00000   -145.37406   -91.28390   -79.60032
```

⇒ $\sum_{i=1}^{N} \frac{\partial}{\partial \theta}, \psi_T(\hat{\alpha})$는 모든 parameter set 에 대해 동일함을 확인!

⇒ 미분 다시!

$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial \theta'} \psi_\tau(\hat{\omega})$ 외의 다른 부분 미분 다시 check

: $\frac{\partial}{\partial \theta} \psi_{\omega_1}$ 부분과 $\frac{\partial}{\partial \theta} \psi_\theta$ 부분이 잘못되었다는 것을 확인 / 수정 후, Hardcoding 한 함수 부분과

"Jacobian" 함수 쓴 결과 다시 비교!

[확인결과]

$\Rightarrow$ "nu1~" : $\sum_{i=1}^{N} \frac{\partial}{\partial \theta'} \psi_\tau(\hat{v_1})$, "nu2~" : $\sum_{i=1}^{N} \frac{\partial}{\partial \theta} \psi_\tau(\hat{v_0})$, "nu3~" : $\sum_{i=1}^{N} \frac{\partial}{\partial \theta} \psi_\tau(\hat{\omega})$, "nu4~" : $\sum_{i=1}^{N} \frac{\partial}{\partial \theta} \psi_\tau(\hat{\theta})$

```
nu1_grad_func
# [1]  100.00000000     0.00000000 -112.28805675 -112.28805674  -56.85804662     9.76758984    -0.38142419    -0.02120255     1.41353308
nu2_grad_func
# [1]  0.000000e+00   1.000000e+02  -6.746240e+01   0.000000e+00  -3.442496e+01   2.189333e+00  -7.611173e-04   9.712283e-03  -1.379626e-01
nu3_grad_func
# [1]     0.00000       0.00000   -163.37406    -40.96860   -100.28390    -75.56892      0.00000      0.00000      0.00000
nu4_grad_func
# [1]     0.00000       0.00000      0.00000      0.00000      0.00000      0.00000  -145.37406    -91.28390    -79.60032
```

↑ Jacobian 함수 이용

↓ Hardcoding 한 함수

```
nu1_grad_check<-apply(nu1_grad,2,sum)
# [1] 100.0000000    0.0000000   -0.3617962   -0.3617962    1.4912581   -4.2043033    2.1942679   -2.5120442   11.7435995
nu2_grad_check<-apply(nu2_grad,2,sum)
# [1] 0.000000000 100.000000000   0.017637632   0.000000000   0.107397673   -0.219893621   -0.031877059    0.009978318   -0.282521615
nu3_grad_check<-apply(nu3_grad,2,sum)
# [1]     0.00000       0.00000   -163.37406    -40.96860   -100.28390    -75.56892      0.00000      0.00000      0.00000
nu4_grad_check<-apply(nu4_grad,2,sum)
# [1]     0.00000       0.00000       0.00000       0.00000       0.00000       0.00000   -19.302761   -12.121481    -9.478108
```

$\Rightarrow$ 어느 부분을 다시 확인해야 하나?