

## 낙하산 비용의 최적화 (제출일 : 2012.11.20)

전쟁지역의 피난민에게 물자들을 공수하는 기관에 속한 엔지니어라고 가정하자. 물자들을 가능한 한 낮은 고도에서 떨어뜨려 관측되지 않으면서 가능한 피난민 캠프에 근접하려고 한다. 낙하산은 수송기에서 떨어지자마자 펼쳐지며, 손상을 줄이기 위하여 지면에 도착하는 충격속도가 적어도 임계속도  $v_c = 20m/sec$  보다는 작아야한다. 낙하용 낙하산의 단면적은 반구의 단면적과 같다.

$$A = 2\pi r^2$$

질량을 낙하산에 연결하는 16개의 줄이 길이는 다음 식과 같이 낙하산 반지름으로 표시된다.

$$l = \sqrt{2}r$$

낙하산에 걸리는 항력계수는 다음 식과 같이 단면적의 선형함수로 표현된다.

$$c = k_c A$$

여기서,  $c$ 는 항력계수 ( $kg/s$ ),  $k_c$ 는 항력에 대한 면적의 영향을 나타내는 비례상수로 [ $kg/(s \cdot m^2)$ ]의 단위를 갖는다. 또한 전체 하중을 여러 개의 뭉치로 나누면, 각각의 뭉치 덩어리 질량은 다음과 같이 계산된다.

$$m = \frac{M_t}{n}$$

여기서  $m$ 은 각 뭉치의 질량( $kg$ )이며,  $M_t$ 는 낙하된 전체질량( $kg$ ), 그리고  $n$ 의 전체 뭉치수이다. 끝으로 각 낙하산의 가격은 다음 식과 같이 비선형식으로 표시된다.

$$p = c_0 + c_1 l + c_2 A^2$$

여기서,  $p$ 는 대당가격,  $c_0, c_1, c_2$ 는 가격 계수들이다.  $c_0$ 는 낙하산들의 기본 가격이며, 큰 낙하산은 작은 크기의 낙하산에 비해 제작하기가 훨씬 어렵기 때문에 면적에 대하여 비선형적 가격증가를 보인다.

충분히 작은 낙하 충격속도를 가지면서 최소의 비용이 되도록 낙하산 크기  $r$ 과 개수  $n$ 을 결정하라.

목적함수를 정의하면 다음식으로 표현된다.

$$\underset{n,r}{\text{minimize}} \quad C(n,r) = np$$

$$\text{subject to} \quad v \leq v_c, n \geq 1, n \in \mathbb{Z}$$

이 문제는 비선형 구속화 문제가 된다. 넓은 의미로는 수식화 되었어도 어떻게 충격속도  $v$ 를 구할 것인가라는 다른 문제가 남는다. 낙하하는 물체의 속도는 다음과 같이 계산되었다.

$$v = \frac{gm}{c} \left(1 - e^{-(c/m)t}\right) \quad (1)$$

여기서  $v$ 는 속도( $m/sec$ ),  $g$ 는 중력가속도 ( $m/sec^2$ ),  $m$ 은 질량( $kg$ ), 그리고  $t$ 는 시간( $sec$ )이다. 속도와 시간의 관계가 주어져있지만 물체가 떨어지는데 걸리는 시간  $t$ 를 결정해야하고, 지면에 닿을때의 속도가 임계속도  $v_c$  이하여야 한다. 낙하위치에 따라 지면에 도달할때의 속도와 시간이 달라지기 때문에 식(1)을 적분하여 얻어야 한다. 낙하높이  $z$ 와 낙하시간  $t$ 사이의 관계는

$$z = \int_0^t \frac{gm}{c} \left(1 - e^{-(c/m)t}\right) dt \quad (2)$$

$$= z_0 - \frac{gm}{c}t + \frac{gm^2}{c^2} \left(1 - e^{-(c/m)t}\right) \quad (3)$$

여기서  $z_0$ 는 낙하 최초의 높이(m)다. 즉 이식을 통해 시간  $t$ 가 주어지면 높이  $z$ 를 예측할 수 있다. 그러나 이 문제는 높이  $z_0$ 만큼 떨어지는데 걸리는 시간을 계산하여야 하기 때문에 식(3)의 근을 구하는 문제로 다시 수식화 하여야 한다. 즉, 높이  $z$ 가 0이 되는데 필요한 시간에 대한 식을 쓰면,

$$f(t) = z_0 - \frac{gm}{c}t + \frac{gm^2}{c^2} \left(1 - e^{-(c/m)t}\right) \quad (4)$$

$$= 0 \quad (5)$$

$$root \left[ z_0 - \frac{gm}{c}t + \frac{gm^2}{c^2} \left(1 - e^{-(c/m)t}\right) \right] \quad (6)$$

으로 정리가 된다. 이때 시간을 구하기 위해 구간법(수치해법)을 사용하여 근을 구하여야 한다. 그 이후 시간  $t$ 가 계산이 되면, 지면에 닿을때의 속도  $v$ 를 구할 수 있다. 이 속도가 임계속도 이내인지 판별해야하는 조건이 추가가 된다.

다음 조건으로 총가격을 최소화 시키는 최적의 멍치의 개수  $n$  과, 최적의 낙하산의 반지름  $r$ 을 찾아라.

parameter name	parameters	value	unit
초기 낙하높이	$z_0$	100	$m$
면적당 항력비례상수	$k_c$	200	$kg/(s \cdot m)^2$
수송할 물자의 전체 질량전체질량	$M_t$	100	$ton$
낙하산 개당 기본 제작단가	$c_0$	1,000	KRW
낙하산 줄의 길이당 단가	$c_1$	300	KRW/m
낙하산 섬유 면적당 단가	$c_2$	50	KRW/m <sup>2</sup>

이 계산을 수계산 혹은 컴퓨터계산을 통해 결과를 얻어내는데 어떠한 수치해석 방법을 사용하여도 무방하다. 또한 최적의 결과(가격)가 아니어도 조건은 만족시켜야 한다. 단, 수계산의 경우 최소한 10번의 시행오차과정을 컴퓨터계산의 경우 20번의 시행오차과정을 수행하고, 최적의 단가, 개수, 전체가격, 지면에 도달할 때의 시간, 지면에 도달할 때의 속도를 테이블로 작성하라.