

공학수치해석 중간고사 2012.11.1

문제1 다음 Figure 1은 전투기가 착륙할 때 펼쳐지는 drag parachute 를 보여준다. 이 때 전투기는 속도함수의 가속도 ($a = -0.004v^2 m/sec^2$)의 지배를 받게 된다. 다음 문항에 답하여라.



Figure 1: Drag chute

- (a) 감속하는 전투기의 속도에 대한 수학적모델을 세우고, 독립변수와 종속변수를 나타내시오. [5점]
- (b) 감속하는 전투기의 속도 $80m/s$ 에서 $10m/s$ 에 도달하기 까지 걸리는 시간의 해석해(exact solution)를 구하시오. [10점]
- (c) (b)에서 동일하게 감속하는 시간동안 이동한 거리의 해석해(exact solution) 혹은 Euler법을 사용한 수치해(numerical solution)을 구하시오. (단, 수치해를 구할때 독립변수의 간격은 1로 하고, 각 단계에서의 절단오차 소숫점 4째자리의 과학적 표기법으로 나타내시오) [10점]

문제2 다음 Figure2는 등분포하중을 받는 캔틸레버보를 나타낸다. 탄성곡선의 방정식은 식(1)와 같다. 다음 문항에 답하여라.

$$y = \frac{w_0}{24EI} (-x^4 + 4Lx^3 - 6L^2x^2) \quad (1)$$

- (a) 캔틸레버보의 $x = 50cm$ 일 때를 기준으로 하여 0차에서 3차까지의 Taylor급수전개를 사용하여 $x = 100cm$ 지점의 처짐(y)의 근사값을 구하고, 참백분율 상대오차 ϵ_t 를 구하라. (단, 매개변수는 $L = 300cm$, $E = 50,000kN/cm^2$, $I = 30,000cm^4$, $w_0 = 2.5kN/cm$ 과 같다.) [10점]
- (b) (a)의 매개변수에서 $L = 300 \pm 5cm$ 그리고 $I = 30,000 \pm 100cm^4$ 의 측정오차가 있었다. 1차 오차해석으로 $x = 100cm$ 지점에서의 처짐각(dy/dx)의 추정오차값을 구하여라. (단, 절단오차는 소수점 4째 자리의 과학적 표기법으로 표시한다.) [10점]
- (c) 처짐(y)이 $2cm$ 가 되는 지점을 이분법을 사용하여 근을 구하라, $x_l = 200cm$, $x_u = 250cm$ 을 초기구간으로 가정하고, 근사오차 ϵ_a 가 1% 이하로 떨어질 때까지 반복하라. [10점] (단, 반복횟수만큼의 열을 가지는 테이블을 작성하고 함수값등의 절단오차는 소수점 4째 자리의 과학적 표기법으로 표시한다.)

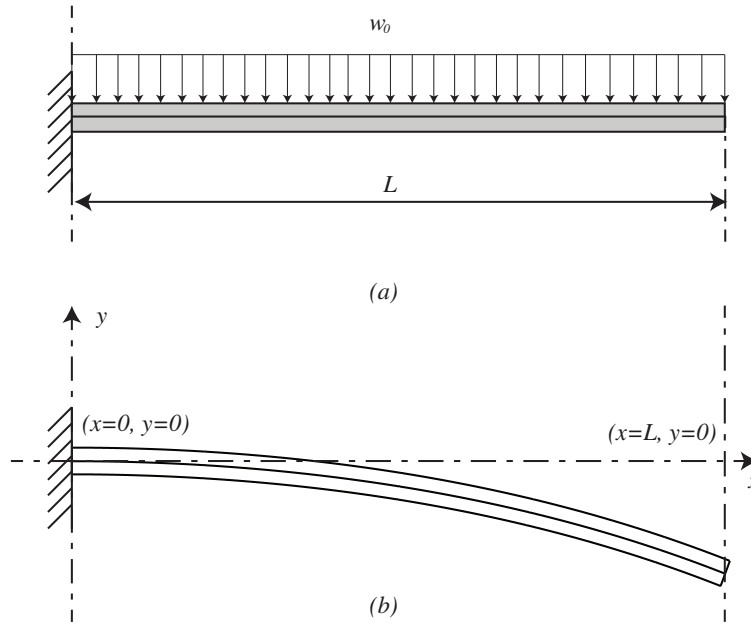


Figure 2: Cantilever beam

문제3 점성감쇠조화진동 (harmonic vibration with viscous damping)하는 물체가 공진상태까지 도달할 때, 정적변위응답 u_{st} 에 대한 동적변위응답 $u(t)$ 는 ξ 가 작은 경우 다음 근사식(2)과 같이 주어진다. 다음 문항에 답하여라.

$$u(t) \cong u_{st} \frac{1}{2\xi} \left(e^{-\xi \omega_n t} - 1 \right) \cos \omega_n t \quad (2)$$

여기서, ξ 는 감쇠비, ω_n 은 고유진동수이다.

- $\omega_n = 1$ 이고, $\xi = 0.05$ 일 때, 식(2)을 통해 최대변위증폭비 $\max\{u(t)/u_{st}\}$ 가 5에 도달하는 시간을 Newton-Raphson법을 통해 구하여라. 초기가정 $x_0 = 10$ 으로 세번 반복한다. [15점]
 - (a)를 할선법(secant method)를 사용하여 구하여라. 초기가정 $x_0 = 10$, $x_1 = 11$ 으로 시작하고 세번 반복하라 [15점]
 - (a)를 수정된 할선법(modified secant method)를 사용하여 구하여라. 초기가정 $x_0 = 10$, $\delta = 0.01$ 로 시작하고 세번 반복하라 [15점]
- ▶ 유의사항 : 식(2)의 1차도함수를 구하기 어려운 경우, 최대변위증폭비를 구하는 문제이기 때문에 $\max(\cos \omega_n t) = 1$ 로 가정한 포락곡선함수(envelope function)를 함수로 사용하여도 되며, 증폭비는 절대값이기 때문에 함수의 근의 존재유무에 유의하라.