

Neural Network Basic Assignment

이름: 김은호

1. Sigmoid Function을 z 에 대해 미분하세요.

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

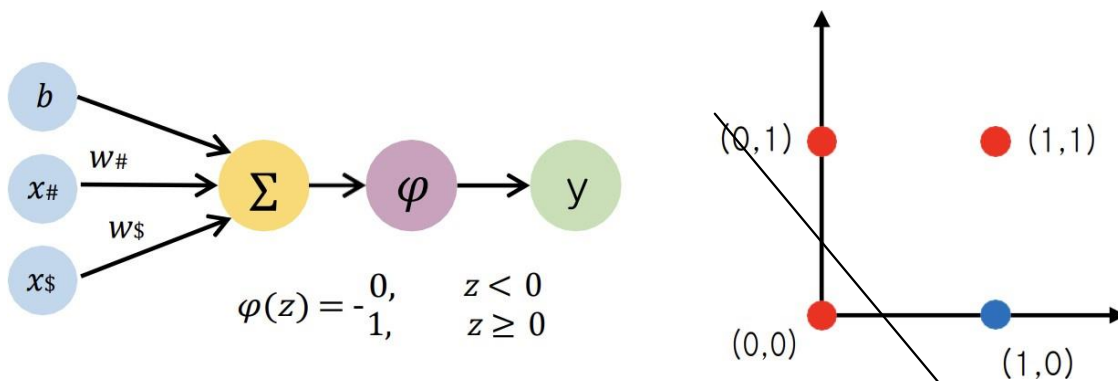
$$\left(\frac{1}{1+e^{-z}}\right)' = \frac{0 - (-e^{-z})}{(1+e^{-z})^2} \quad \left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{g'f - fg'}{g^2}$$

$$= \frac{e^{-z}}{(1+e^{-z})^2}$$

$$= \frac{1}{(1+e^{-z})} \cdot \frac{e^{-z}}{(1+e^{-z})}$$

$$= \sigma(z) \cdot (1 - \sigma(z))$$

2. 다음과 같은 구조의 Perceptron과 ● (=1), ● (=0)을 평면좌표상에 나타낸 그림이 있습니다.



2-1. ●, ●을 분류하는 임의의 b, w 를 선정하고 분류해보세요.

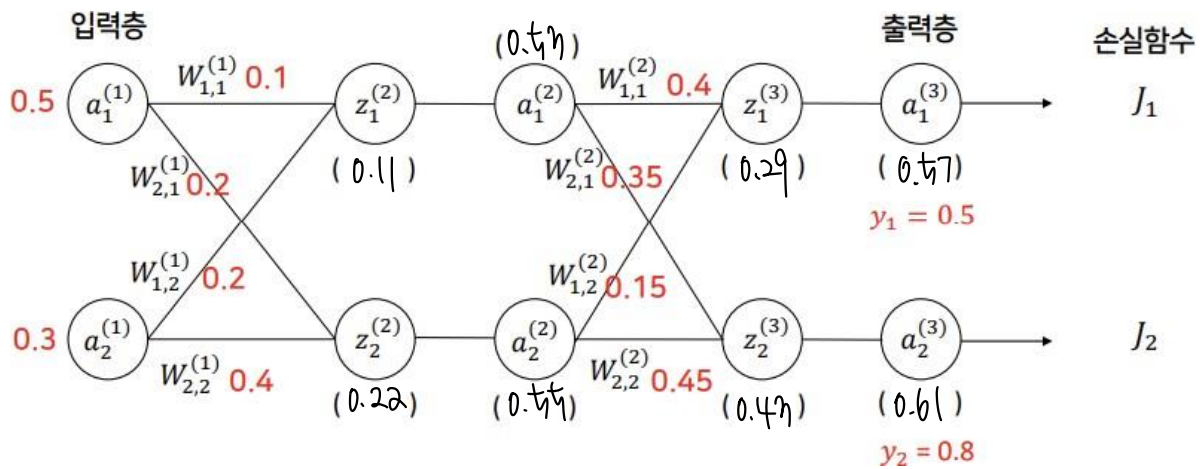
x_1	x_2	s	return	y	
0	0	-1	0	1	$[\text{if } w_1=1, w_2=2, b=-1] \quad s = w_1x_1 + w_2x_2 + b, \quad \varphi(s) = y.$
0	1	1	1	1	$s = 0+0-1 = -1 \quad \varphi(s) = 0$
1	0	0	1	0	$s = 0+2-1 = 1 \quad /$
1	1	2	1	1	$s = 1+0-1 = 0 \quad /$
					$s = 1+2-1 = 2 \quad /$

2-2. Perceptron 학습 규칙에 따라 임의의 학습률을 정하고 b, w 를 1회 업데이트 해주세요.

$[\eta = 0.05] \quad w_i \leftarrow w_i + \eta(y - o)x_i$

x_1	x_2	o	y	
0	0	0	1	① $w_1 \leftarrow w_1 + (0.05) \cdot (1-0)x_1 = 1$
1	0	1	0	$w_2 \leftarrow w_2 + (0.05) \cdot (1-0)x_2 = 2$
				$b \leftarrow b + (0.05) \cdot x \cdot (1-o) \cdot (-1) = -1.05$
				\Downarrow
				$w_1 = 1 \quad w_2 = 2 \quad b = -1.05$
				② $w_1 \leftarrow w_1 + (0.05) \cdot (0-1)x_1 = 0.95$
				$w_2 \leftarrow w_2 + (0.05) \cdot (0-1)x_2 = 2$
				$b \leftarrow b + (0.05) \cdot x \cdot (0-1) \cdot (-1) = -0.95$
				\Downarrow
				$w_1 = 0.95 \quad w_2 = 2 \quad b = -0.95$

3. 다음과 같이 입력과 가중치가 주어진 퍼셉트론이 있을 때, 아래의 물음에 답해주세요. 모든 문제는 풀이과정을 자세하게 적어주세요! (3-3까지 있습니다.)



- 3-1. FeedForward가 일어날 때, 각 노드가 갖는 값을 빈칸에 써주세요. 단, 활성화함수는 sigmoid 함수입니다. (모든 계산의 결과는 소수점 셋째자리에서 반올림하여 둘째자리까지만 써주세요.)

$$z_1^{(2)} = w_{1,1}^{(1)} \cdot a_1^{(1)} + w_{2,1}^{(1)} \cdot a_2^{(1)}$$

$$= (0.1) \cdot (0.5) + (0.2) \cdot (0.3) = 0.11$$

$$z_2^{(2)} = (0.2) \cdot (0.5) + (0.4) \cdot (0.3) = 0.22$$

$$z_1^{(3)} = (0.4) \cdot (0.47) + (0.15) \cdot (0.47)$$

$$= 0.2947 = 0.29$$

$$z_2^{(3)} = (0.35) \cdot (0.47) + (0.45) \cdot (0.47)$$

$$= 0.4717 = 0.47$$

$$\sigma(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$$

$$a_1^{(2)} = \sigma(z_1^{(2)}) = \frac{1}{1+e^{-0.11}} = 0.429 = 0.47$$

$$a_2^{(2)} = \sigma(z_2^{(2)}) = \frac{1}{1+e^{-0.22}} = 0.474 = 0.47$$

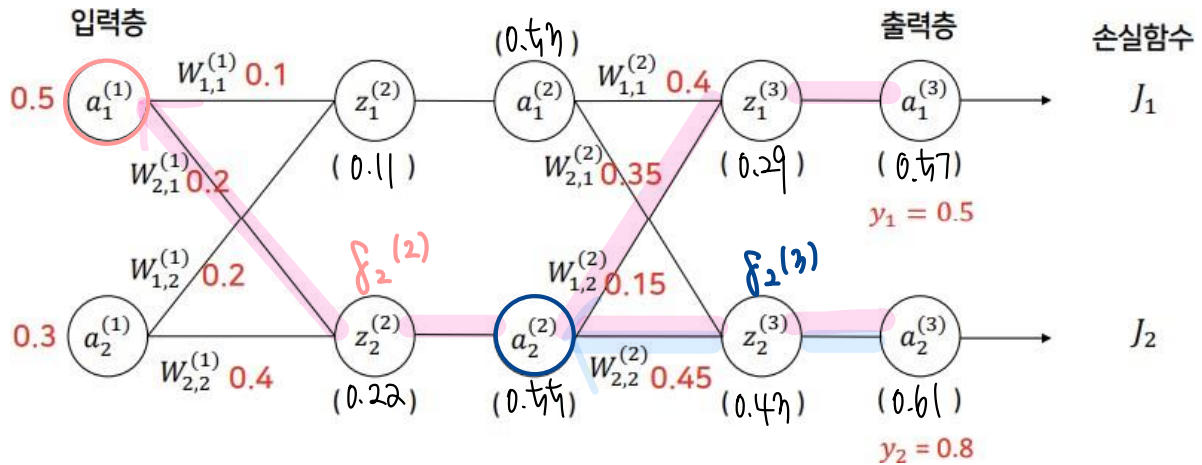
$$a_1^{(3)} = \sigma(z_1^{(3)}) = \frac{1}{1+e^{-0.29}} = 0.471 = 0.47$$

$$a_2^{(3)} = \sigma(z_2^{(3)}) = \frac{1}{1+e^{-0.47}} = 0.604 = 0.61$$

- 3-2. 3-1에서 구한 값을 이용하여 손실함수 J_1 과 J_2 의 값을 구해주세요. (J_1 과 J_2 는 반올림하지 말고 써주세요.)

$$J_1 = \frac{1}{2} (a_1^{(3)} - y_1)^2 = \frac{1}{2} (0.47 - 0.5)^2 = \frac{1}{2} \cdot (0.03)^2 = 0.00045$$

$$J_2 = \frac{1}{2} (a_2^{(3)} - y_2)^2 = \frac{1}{2} (0.61 - 0.8)^2 = \frac{1}{2} \cdot (0.19)^2 = 0.01805$$



- 3-3. 위에서 구한 값을 토대로, BackPropagation이 일어날 때 $w_{2,2}^{(2)}$ 과 $w_{2,1}^{(1)}$ 의 조정된 값을 구해주세요.
단, learning rate는 0.1입니다. (계산 과정에서 소수점 넷째자리에서 반올림하여 셋째자리까지만 써주시고, 마지막 결과인 $w_{2,1}^{(1)}$ 과 $w_{2,2}^{(2)}$ 의 값만 반올림하지 말고 써주세요.)

$$\begin{aligned} \delta_1^{(3)} &= \frac{\partial J_1}{\partial z_1^{(3)}} = (a_1^{(3)} - y_1) \times a_1^{(3)} (1 - a_1^{(3)}) \\ &= (0.47 - 0.5) \times (0.47) (1 - 0.47) = 0.017 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_2^{(3)} &= \frac{\partial J_2}{\partial z_2^{(3)}} = (a_2^{(3)} - y_2) \times a_2^{(3)} (1 - a_2^{(3)}) \\ &= (0.61 - 0.8) \times (0.61) (1 - 0.61) = -0.045 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_2^{(2)} &= \frac{\partial J_2}{\partial z_2^{(2)}} = (\delta_1^{(3)} \cdot w_{1,2}^{(2)} + \delta_2^{(3)} \cdot w_{2,2}^{(2)}) \times a_2^{(2)} (1 - a_2^{(2)}) \\ &= (0.017 \cdot 0.15 + (-0.045) \cdot 0.45) \times (0.44) (1 - 0.44) \\ &= -0.004 \end{aligned}$$

$$w_{2,1}^{(1)} = w_{2,1}^{(1)} - \eta \cdot \delta_2^{(2)} a_1^{(1)} = 0.2 - \{0.1 \cdot (-0.004) \cdot 0.5\} = 0.2002$$

$$w_{2,2}^{(2)} = w_{2,2}^{(2)} - \eta \cdot \delta_2^{(3)} a_2^{(2)} = 0.45 - \{0.1 \cdot (-0.045) \cdot 0.44\} = 0.45247$$