Eunike Kristianti / 18320019

- Bubble Sort

$$T(n) = \frac{(n^2 - n)}{2}$$

- Latihan

1. $T(n) = 5 = O(1)$

Kita dapat mengambil $C = 5$ untuk menunjukkan bahwa $T(n) = 5 = O(1)$

$$5 = 5 \times 1 = 5$$

2. $T(n) = \frac{n^2}{2} - \frac{n}{2} + n - 1 = O(n^2)$

$$= \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} - 1 = O(n^2)$$

Jika kita mengambil $n \geq 1$, maka $n \leq n^2$ dan $1 \leq n^2$, sehingga

$$\frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} - 1 \leq \frac{n^2}{2} + \frac{n^2}{2} - n^2 = 0 \quad \text{untuk semua } n \geq 1$$

Jadi, kita dapat mengambil $C = 0$ dan $n_0 = 1$ untuk menunjukkan bahwa

$$T(n) = \frac{n(n-1)}{2} + n - 1 = O(n^2)$$

3. $T(n) = 6 \times 2^n + 2n^2$

Jika kita mengambil $n \geq 1$, maka $n^2 \leq 2 \times 2^n$, sehingga

$$6 \times 2^n + 2n^2 \leq 6 \times 2^n + 2 \times 2 \times 2^n = 10 \times 2^n \quad \text{untuk semua } n \geq 1$$

Jadi, kita dapat mengambil $C = 10$ dan $n_0 = 1$ untuk menunjukkan bahwa

$$T(n) = 6 \times 2^n + 2n^2 = O(2^n)$$

4. $T(n) = 1 + 2 + \ldots + n = O(n^2)$

menggunakan rumus deret, diperoleh $T(n) = \frac{n}{2}(n+1) = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$

Jika kita mengambil $n \geq 1$, maka $n \leq n^2$, sehingga

$$\frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} \leq \frac{n^2}{2} + \frac{n^2}{2} = n^2 \quad \text{untuk semua } n \geq 1$$

Jadi, kita dapat mengambil $C = 1$ dan $n_0 = 1$ untuk menunjukkan bahwa

$$T(n) = 1 + 2 + \ldots + n = O(n^2)$$

5. $T(n) = n! = O(n^n)$

Jika kita mengambil $n \geq 1$, maka $n! \leq n^n$, sehingga

$n! \leq n^n$ untuk semua $n \geq 1$

Jadi kita dapat mengambil $c = 1$ dan $n_0 = 1$ untuk menunjukkan bahwa

$T(n) = n! = O(n^n)$

6. $T(n) = 1^k + 2^k + \dots + n^k = O(n^{k+1})$

7. $T(n) = 5 \log (3^n) = O(n)$

menggunakan sifat log, maka $5 \log (3^n) = 5n \log 3$

nilai $\log 3 = 0,477 \approx 0,5$

$5n \log 3 = 2,5\, n$

Jika kita mengambil nilai $n \geq 1$, maka

$2,5\, n \leq 3n$ untuk semua $n \geq 1$

Jadi kita dapat mengambil $c = 3$ dan $n_0 = 1$ untuk menunjukkan bahwa

$T(n) = 5 \log (3^n) = O(n)$

8. $T(n) = \log (n!) = O(n \log (n))$

Jika kita mengambil $n \geq 1$, maka $n! \leq n^n$ dan menggunakan sifat log

maka $n \log (n) = \log (n^n)$, sehingga

$\log (n!) \leq \log (n^n)$ untuk semua $n \geq 1$

Jadi kita dapat mengambil $c = 1$ dan $n_0 = 1$ untuk menunjukkan bahwa

$T(n) = \log (n!) = O(n \log (n))$