

NUMBER OF WAYS TO ARRANGE N ITEMS UNDER GIVEN CONSTRAINTS

<https://www.geeksforgeeks.org/number-of-ways-to-arrange-n-items-under-given-constraints/>

2018.07.29 원은지

어떤 문제인가?

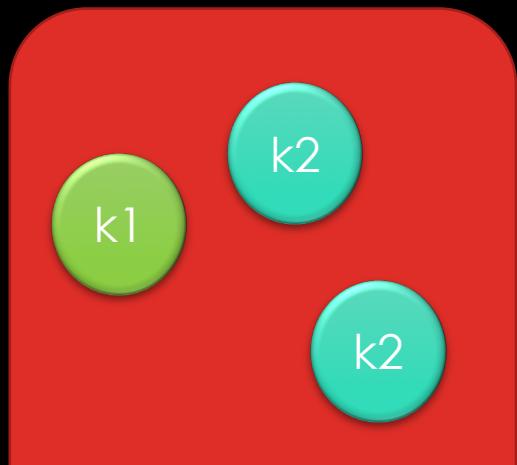
- K개의 다른 색깔이 N개 주어진다.
 - 만약 $k_1 = 1$, $k_2 = 2$ 라면 k_1 색깔이 1개 k_2 색깔이 2개 총 3개의 items가 주어지는 것
- 이때 N개의 items의 Arrange의 경우의 수를 구하는 문제이다.
 - 하지만 이때 제약조건이 있다.
 - k_1 의 마지막 item은 k_2 의 마지막 item 앞에 무조건 와야 한다.
 - 예를 들어 $k_1 = 1$, $k_2 = 2$ 라면 가능한 정렬의 경우는 아래와 같다.
 - k_1, k_2, k_2 (o)
 - k_2, k_1, k_2 (o)
 - k_2, k_2, k_1 (x)
 - 이 경우는 k_1 의 마지막 item 보다 k_2 의 마지막 item이 먼저 나왔기 때문에 불가!

어떻게 푸는가? – DP 이용

- $dp[i] = k_i$ 의 items 을 정렬하는 수
 - $dp[1] = k_1$ items 만 이용해서 정렬하는 수
 - 이때는 다른 색깔(k_2) 과의 조합을 신경 쓰지 않아도 되므로 방법은 1가지 뿐
 - 예를 들어, k_1 이 2라면 “ k_1, k_1 ” 이 정렬의 결과이다. 이 1가지 방법 뿐
 - $dp[2] = k_2$ 의 items 을 정렬하는 수
 - 이때는 k_1 의 items 과의 조합을 신경 써서 정렬을 해야하므로 까다롭다
- i가 2라면 이 문제의 정답은 $dp[2]$ 을 구하면 된다

어떻게 푸는가? – DP 이용

- $dp[2] = k2$ 의 items 을 정렬하는 수
 - $dp[2] = (dp[1] * C[k1\text{의 갯수} + k[2] - 1][k[2] - 1]);$
 - $k1$ items 의 정렬 수 * (앞에서 뽑은 갯수 + 지금 뽑을 갯수 - 1) C (지금 뽑을 갯수 - 1)
 - -1 을 해주는 이유는 “ $k1$ 의 마지막 item은 $k2$ 의 마지막 item 앞에 무조건 와야 한다” 라는 제약조건 때문
- 예제



- $dp[1]$ 은  이 경우 한가지
- $dp[2]$ 는
 - $1 * (1 + 2 - 1) C (2 - 1)$

=> 원래 $3 C 2$ 인데 맨 마지막에 무조건 $k2$ 여해 해서

