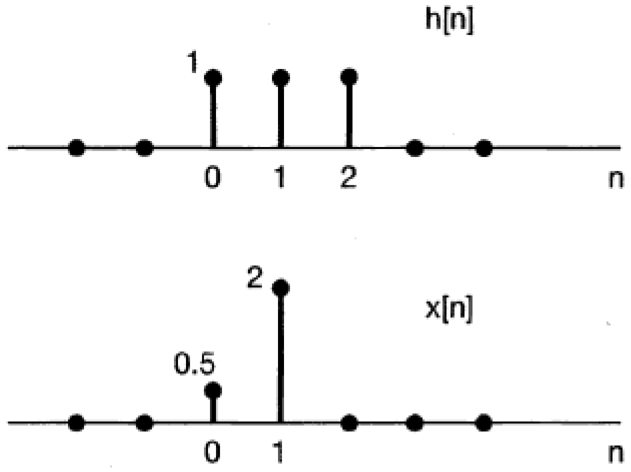
Ayrık Zamanlı Sistemlerde Konvolüsyon Toplamı Gösterimi

Örnek: Birim dürtü yanıtı *h*[n] ve giriş sinyali *x*[n] old.

a) İşaretlerin matematiksel ifadesini yazınız.

b) y[n] çıkış ifadesini hesaplayınız.

c) Çıkış işaretini çiziniz.



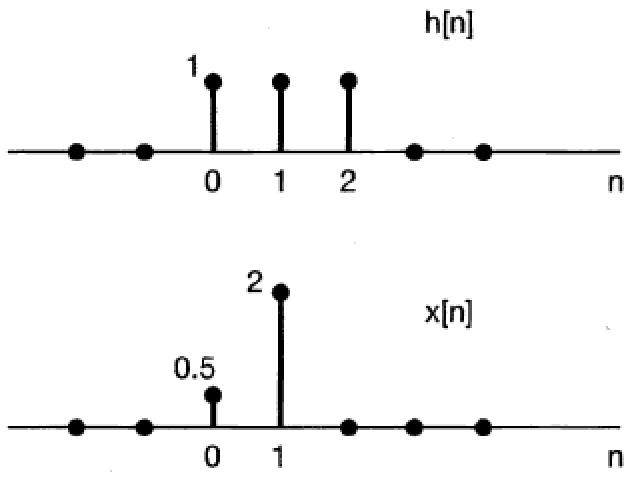
$$x[n] = 0.5\delta[n] + 2\delta[n-1]$$

$$h[n] = \delta[n] + \delta[n-1] + \delta[n-2]$$

Ayrık Zamanlı Sistemlerde Konvolüsyon Toplamı Gösterimi

Örnek: Birim dürtü yanıtı *h*[n] ve giriş sinyali *x*[n] old.

y[n] çıkış ifadesini hesaplayınız.



$$x[n] = 0.5\delta[n] + 2\delta[n-1]$$

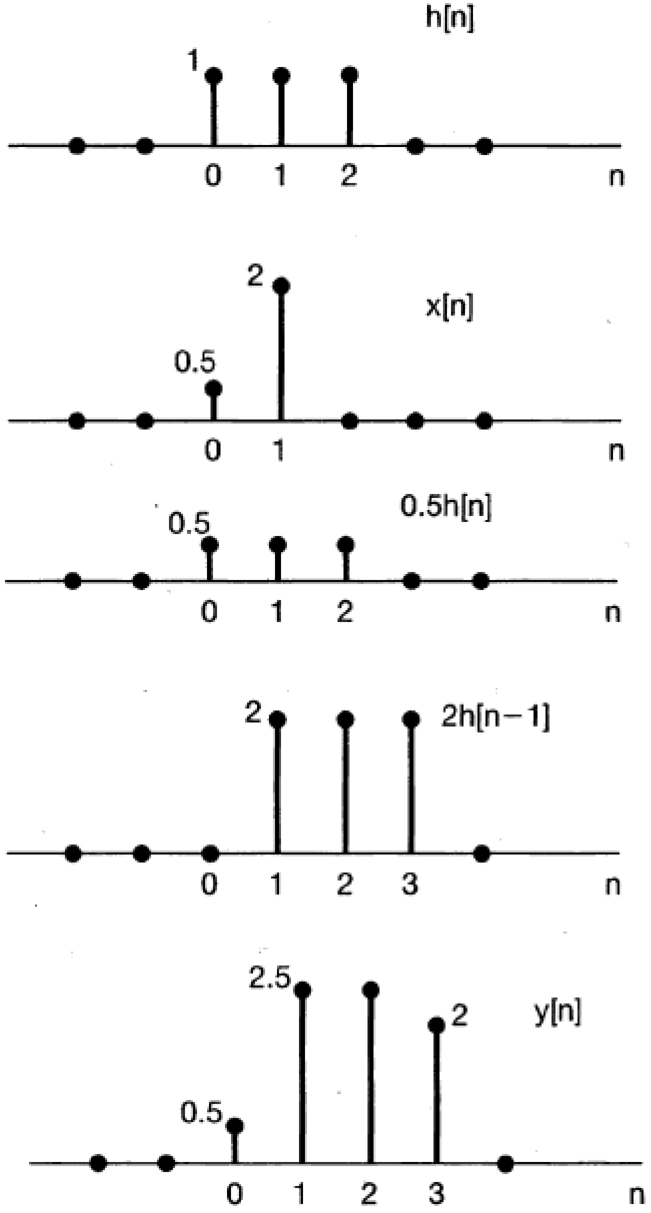
$$h[n] = \delta[n] + \delta[n-1] + \delta[n-2]$$

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k]$$

$$= x[0]h[n] + x[1]h[n-1]$$

$$= 0.5h[n] + 2h[n-1]$$

Ayrık Zamanlı Sistemlerde Konvolüsyon Toplamı Gösterimi



Örnek: Birim dürtü yanıtı h[n] ve giriş sinyali x[n] old.

y[n] çıkış ifadesini hesaplayınız.

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k]$$

$$= x[0]h[n] + x[1]h[n-1]$$

$$= 0.5h[n] + 2h[n-1]$$

$$y[n] = 0.5\delta[n] + 0.5\delta[n-1] + 0.5\delta[n-2]$$
$$+2\delta[n-1] + 2\delta[n-2] + 2\delta[n-3]$$

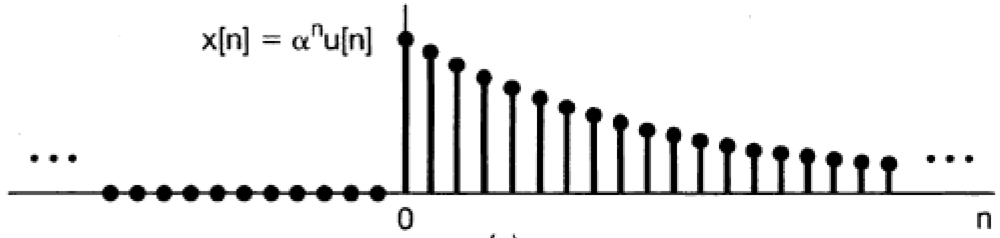
$$= 0.5\delta[n] + 2.5\delta[n-1] + 2.5\delta[n-2] + 2\delta[n-3]$$

Ayrık Zamanlı Sistemlerde Konvolüsyon Toplamı Gösterimi

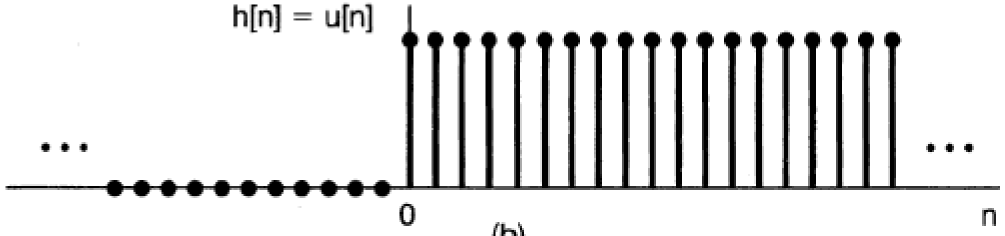
Örnek: Giriş işareti $x[n]$=$\alpha^n u[n]$ ve birim dürtü yanıtı h[n]=u[n] ise (0< α<1)

Sistemin çıkış işareti $y[n]$'i bulunuz.

1- Önce işaretleri çizelim.



(a)



(b)

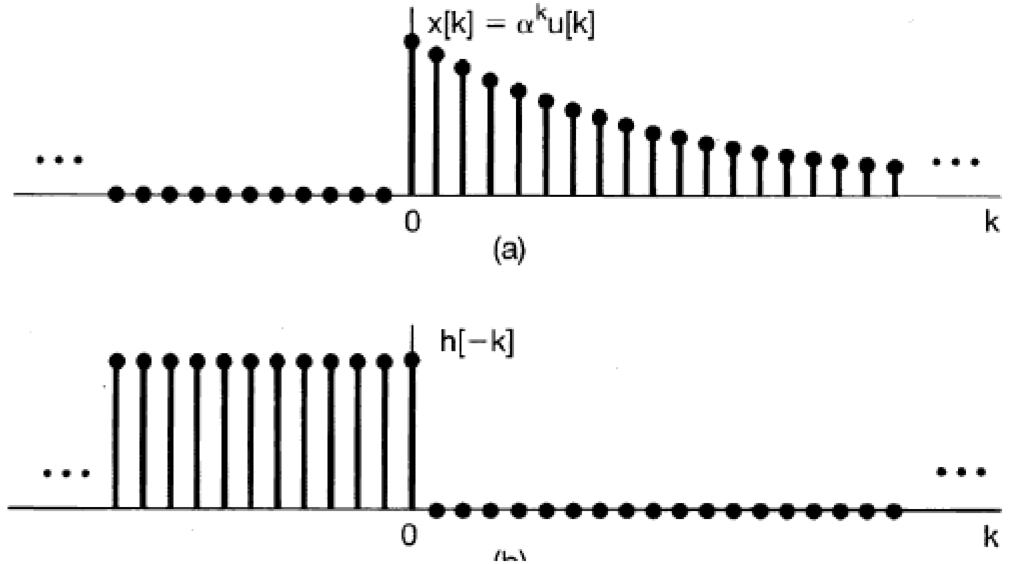
Ayrık Zamanlı Sistemlerde Konvolüsyon Toplamı Gösterimi

Örnek: Giriş işareti $x[n]=\alpha^{n}u[n]$ ve birim dürtü yanıtı $h[n]=u[n]$ ise $(0<\alpha<1)$

Sistemin çıkış işareti $y[n]$'i bulunuz.

2- $x[k]$ ve $h[-k]$'yı çizelim

$h[-k]$: Aynalanmış işaret



Ayrık Zamanlı Sistemlerde Konvolüsyon Toplamı Gösterimi

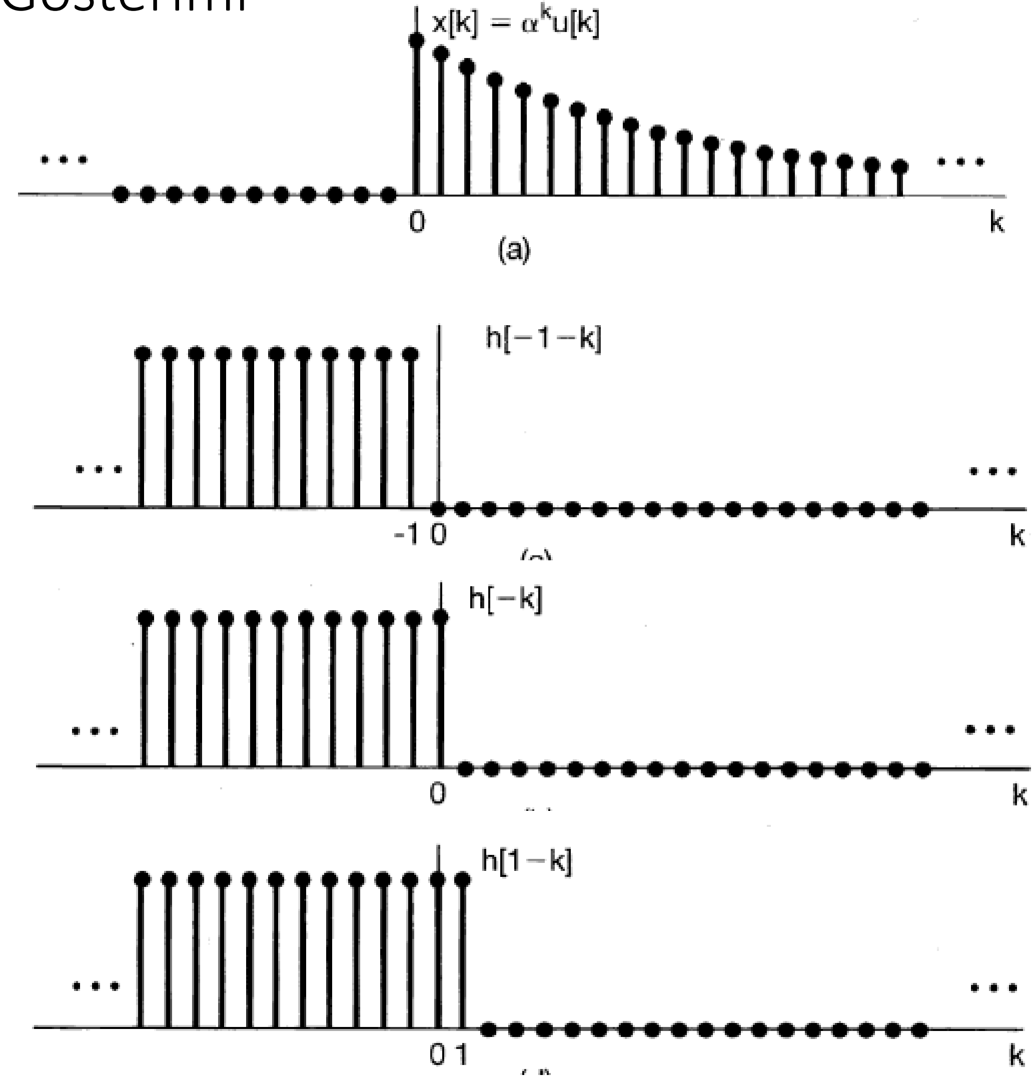
Örnek: Giriş işareti $x[n]=\alpha^{n}u[n]$ ve

birim dürtü yanıtı h[n]=u[n] ise (0< α<1)

Sistemin çıkış işareti $y[n]$'i bulunuz.

3-Farklı n değerleri için sağa doğru kaydırıp çarpalım.

h[-k] : Aynalanmış işaret

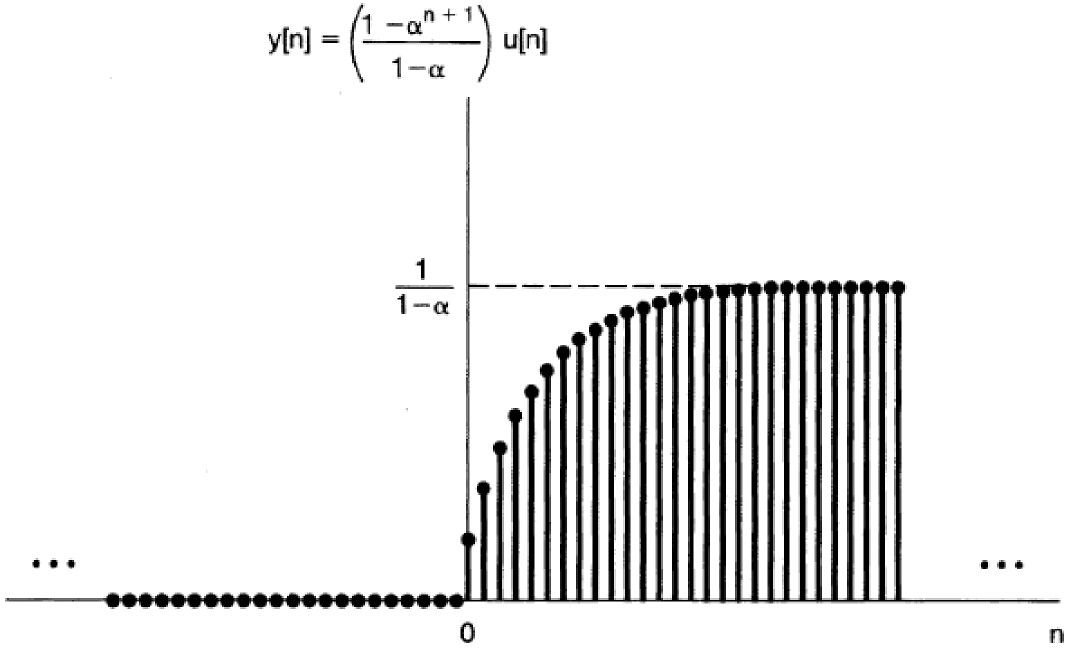


Ayrık Zamanlı Sistemlerde Konvolüsyon Toplamı Gösterimi

Örnek: Giriş işareti $x[n]$=$\alpha^{n}u[n]$ ve

birim dürtü yanıtı h[n]=u[n] ise (0< α<1)

Sistemin çıkış işareti $y[n]$'i bulunuz.



$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k]$$

$$y[n] = \sum_{k=0}^{\infty} x[k]h[n-k]$$

$$x[k]h[n-k] = \begin{cases} \alpha^{k}, 0 \le k \le n \\ 0 \quad , \text{o/w} \end{cases}$$

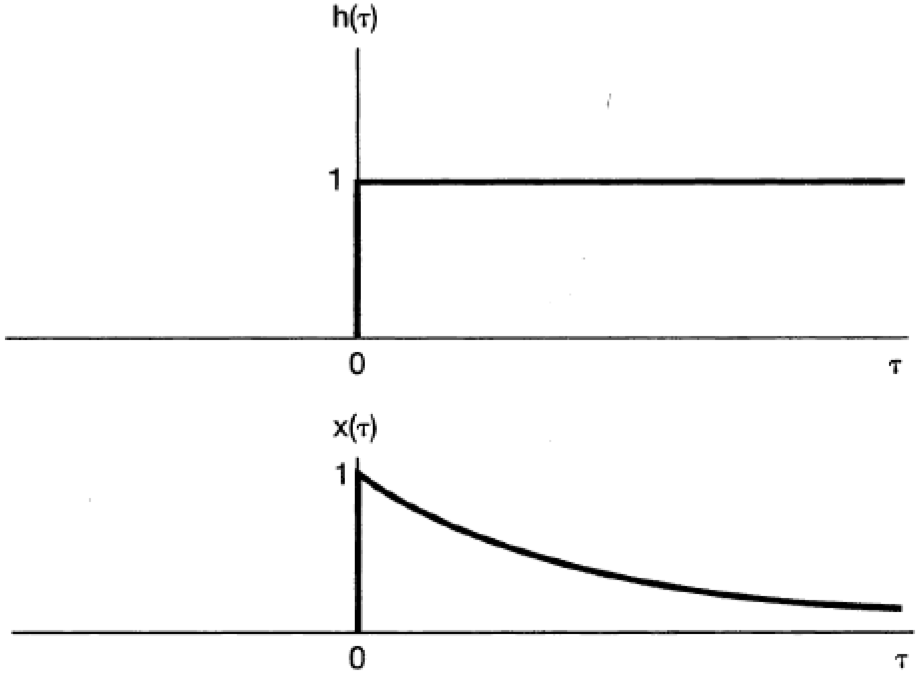
*n>0 ise

$$y[n] = \sum_{k=0}^{\infty} \alpha^{k} = \frac{1-\alpha^{n+1}}{1-\alpha}$$

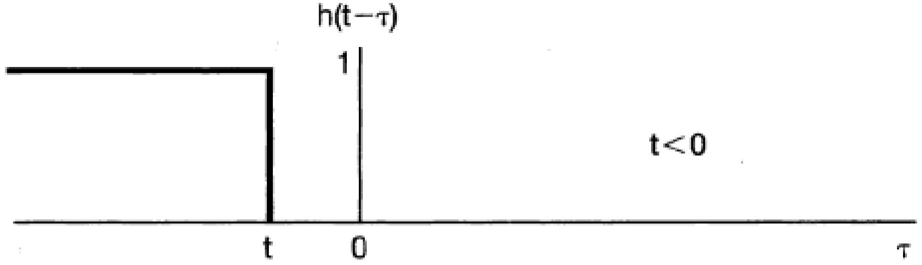
Sürekli Zaman İşaretlerinde Konvolüsyon İntegrali Gösterimi

Örnek: $x(t) = e^{-at}u(t)$, *a*>0 ve $h(t) = u(t)$ ise DZD sistemin çıkışını bulunuz.

$$y(t) = \int_{\tau=-\infty}^{\infty} x(\tau)\,h(t-\tau)d\tau$$



Eğer *t*<0 olursa, $h(t-\tau)$ işareti ile *x*(τ) işareti grafiksel olarak kesişmeyecektir.



Bu yüzden, *t*<0 iken, *y*(*t*) = 0 olur.

Örnek: $x(t) = e^{-at}u(t)$, a>0 ve $h(t) = u(t)$ ise DZD sistemin çıkışını bulunuz.

$t \geq 0$ iken, $0 \leq \tau \leq t$ arasında kesişmektedir.

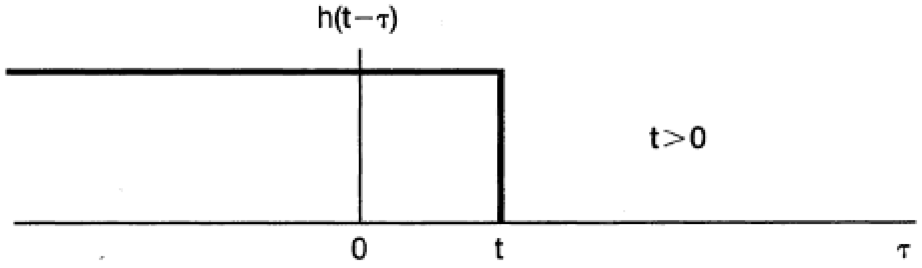
$$y(t) = \int_{\tau=-\infty}^{\infty} e^{-at}u(t)\,u(t-\tau)d\tau$$

$$y(t) = \int_{\tau=0}^{t} e^{-at}\,d\tau$$

$$y(t) = \int_0^t e^{-a\tau}d\tau = -\frac{1}{a}e^{-a\tau}\Big|_0^t = \frac{1}{a}(1-e^{-at})$$

Genel gösterimle;

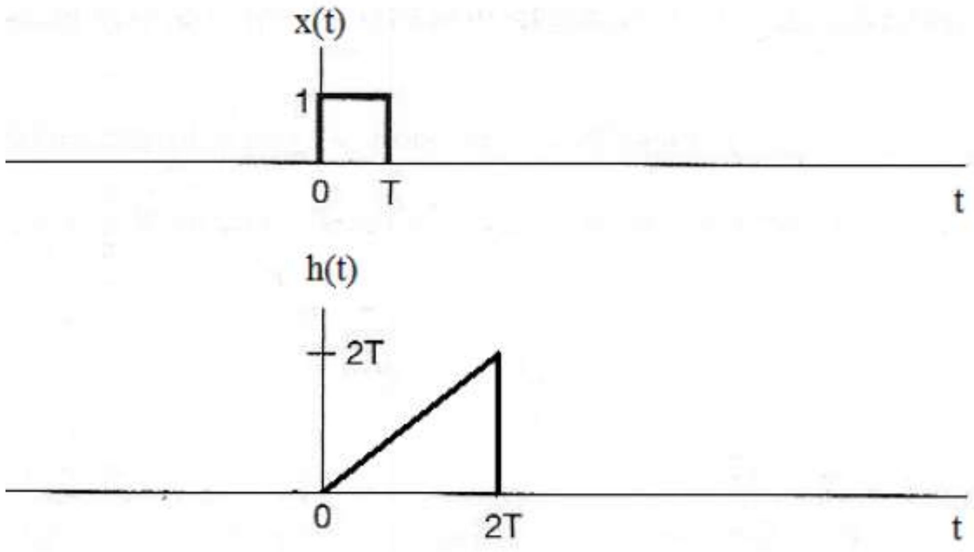
$$y(t) = \frac{1}{a}(1 - e^{-at})u(t)$$



Örnek-2:

$$x(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < T \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases} \qquad h(t) = \begin{cases} t, & 0 < t < 2T \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases}$$ ise DZD sistemin çıkışını bulunuz.

$$y(t) = \int_{\tau=-\infty}^{\infty} x(\tau)\, h(t-\tau) d\tau$$



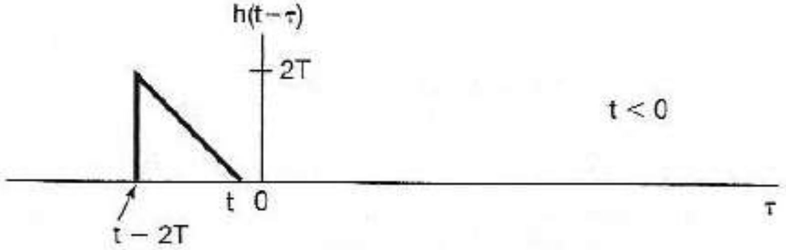
* İntegral alınırken farklı zaman aralıkları belirleyip

bu aralıktaki sonuçların integral yardımıyla hesaplanması

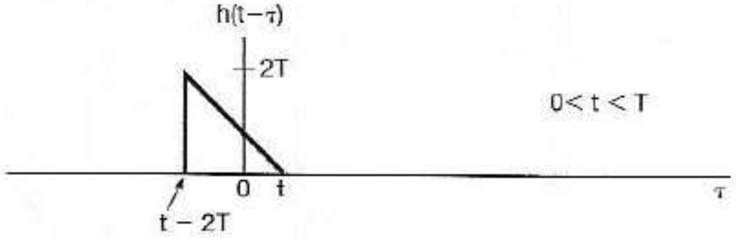
gerekmektedir.

** Fonksiyonların hangi aralıklarda kesiştiğini bilmediğimiz için önce aralıkların belirlenmesi gerekir.

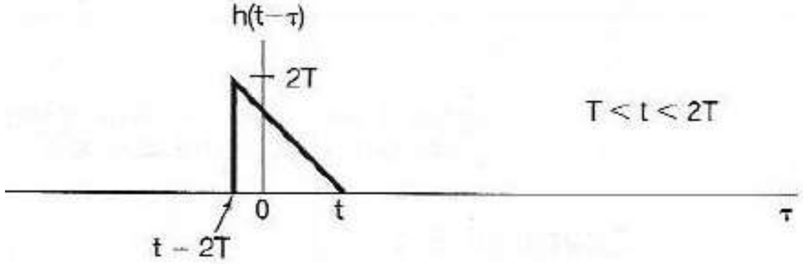
B1: x(*t*) ile kesişmiyor.



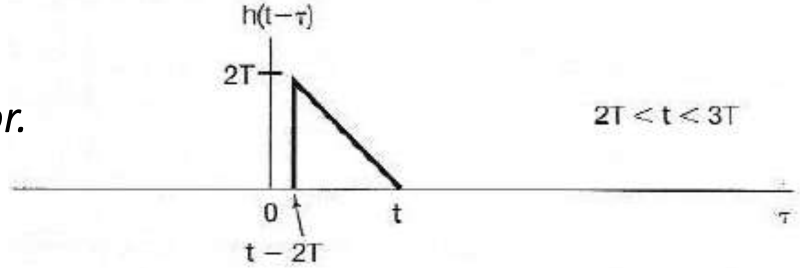
B2: Kesişmeye Başladı.



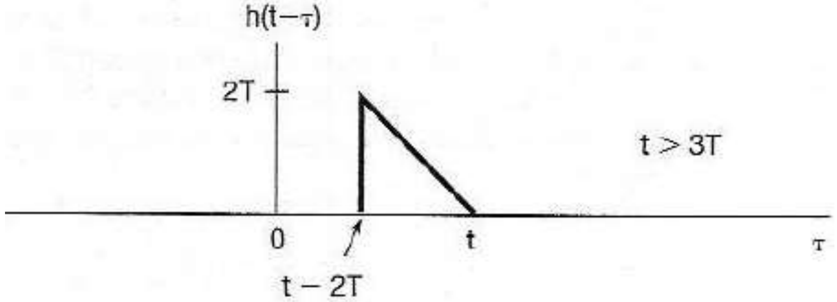
B3: Tam Kesişme



B4: Kesişme bölgesinden çıkıyor.

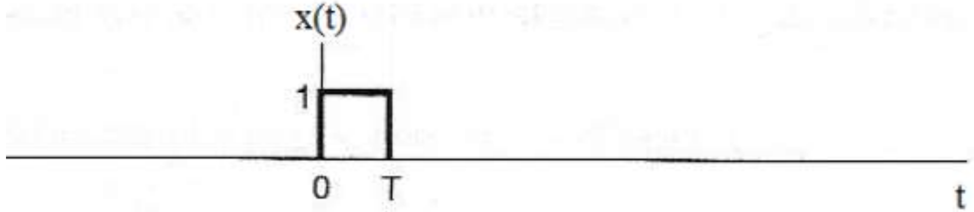


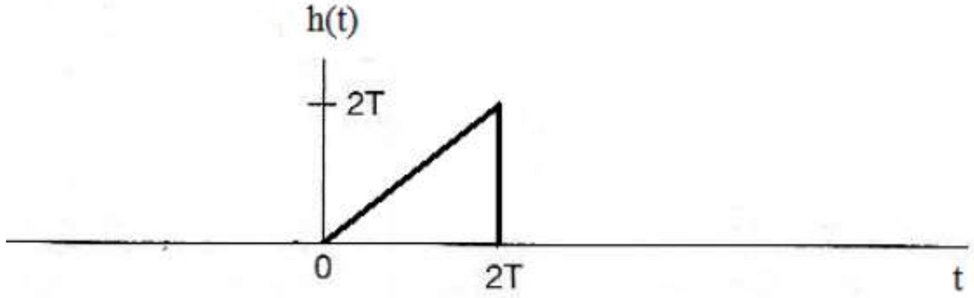
B5: x(*t*) ile kesişmiyor.



$$x(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < T \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases}$$

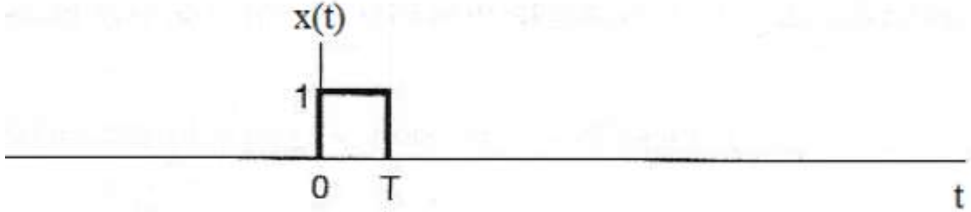
$$h(t) = \begin{cases} t, & 0 < t < 2T \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases}$$

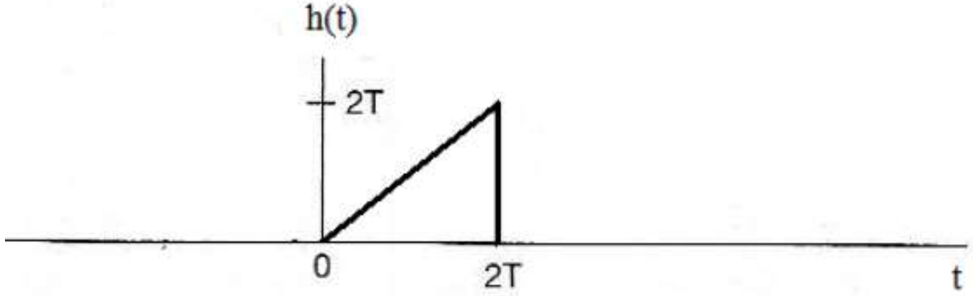




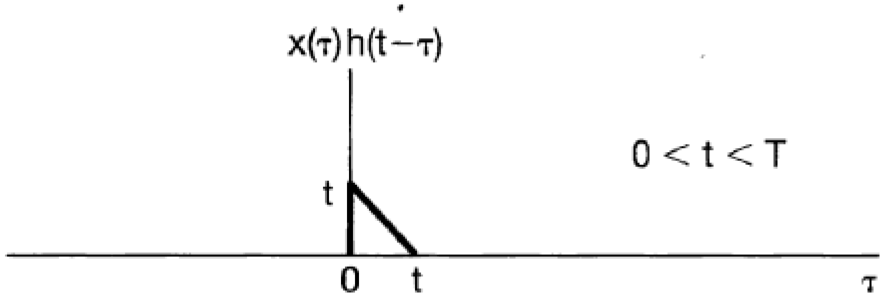
$$x(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < T \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases}$$

$$h(t) = \begin{cases} t, & 0 < t < 2T \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases}$$



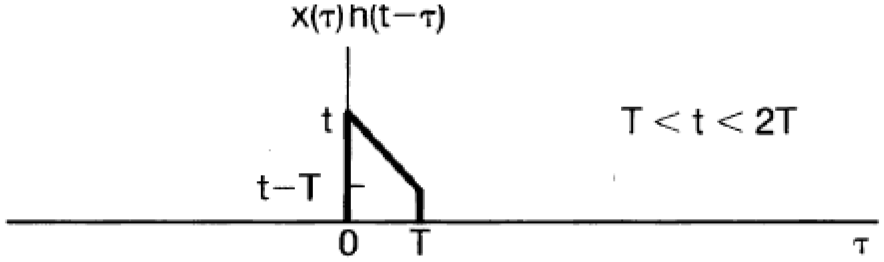


<u>$0 \leq t < T$ arasında:</u>



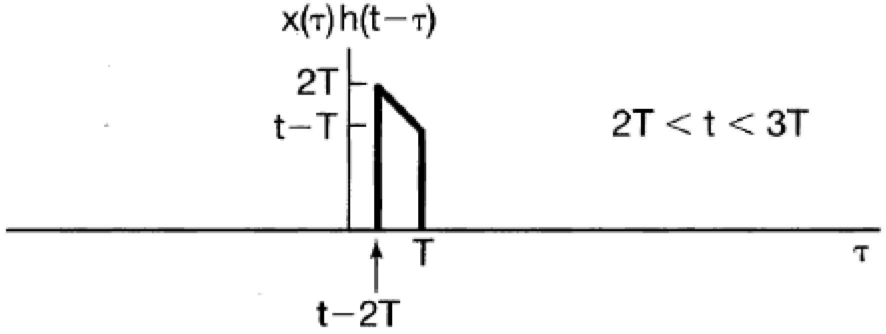
$$y(t) = \frac{t^2}{2}$$

<u>$T \leq t < 2T$ arasında:</u>



$$y(t) = Tt - \frac{1}{2}T^2$$

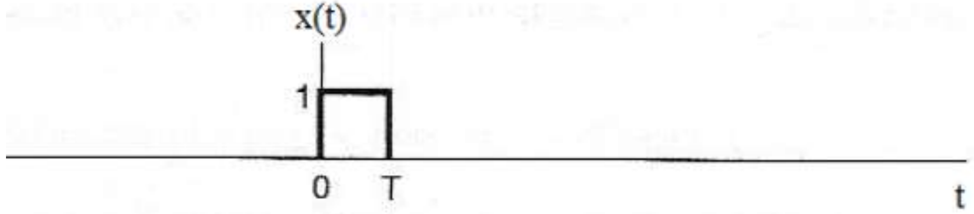
$2T \le t < 3T$ arasında:

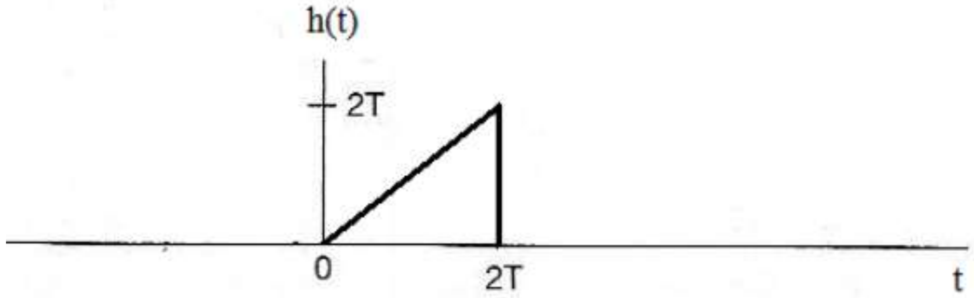


$$y(t) = -\frac{1}{2}t^2 + Tt + \frac{3}{2}T^2$$

$$x(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < T \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases}$$

$$h(t) = \begin{cases} t, & 0 < t < 2T \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases}$$





$$x(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < T \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases}$$

$$h(t) = \begin{cases} t, & 0 < t < 2T \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases}$$

$$y(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \frac{1}{2}t^2, & 0 < t < T \\ Tt - \frac{1}{2}T^2, & T < t < 2T \\ -\frac{1}{2}t^2 + Tt + \frac{3}{2}T^2, & 2T < t < 3T \\ 0, & 3T < t \end{cases}$$