Automata 2008-1학기 기말고사 2008.06.10

학번 이름

1. 다음과 같은 production으로 정의되는 CFG에 대해 다음에 답하시오. (15점)

$S \to aA \mid aBB$, $A \to aaA \mid \lambda$, $B \to bB \mid bbC$, $C \to B$

(1) unit-production, useless production, λ-production을 적절한 순서로 제거하시오.

λ제거 : $S \to aA \mid aBB \mid a$ $A \to aaA \mid aa$ $B \to bB \mid bbC$ $C \to B$

unit 제거 : $S \to aA \mid aBB \mid a$ $A \to aaA \mid aa$ $B \to bB \mid bbB$ $C \to bB \mid bbC$

useless 제거 : $S \to aA \mid a$ $A \to aaA \mid aa$

(2) CNF 형태로 바꾸시오.

$S \to B^aA \mid a$

$A \to B^aD_1 \mid B^aB^a$

$D_1 \to B^aA$

$B^a \to a$

(3) grammar가 생성하는 language를 집합으로 표현하시오.

$L = \{a^{2n+1} \mid n \geq 0\}$.

2. Turing Machine $M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a,b\}, \{a,b,\square\}, \delta, q_0, \square, \{q_3\})$이 주어졌다. (10점)

$\delta(q_0,a) = (q_1,a,R)$, $\delta(q_0,b) = (q_2,b,R)$, $\delta(q_1,b) = (q_1,b,R)$,

$\delta(q_2,b) = (q_2,b,R)$, $\delta(q_2,a) = (q_3,a,R)$, $\delta(q_1,\sqcup) = (q_3,\sqcup,R)$

(1) M에 의해 accept되는 길이가 3인 string을 모두 찾으시오.

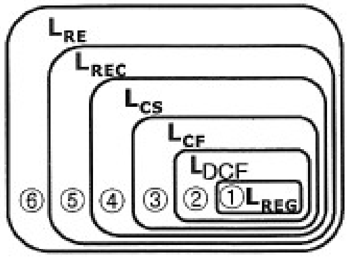
abb

bba

(2) M에 의해 accept되는 language L(G)를 집합으로(조건제시법으로) 표현하시오.

$L(M) = \{ab^n \mid n \geq 0\} \cup \{b^m a \mid m \geq 1\}$.

4. 다음 각 Language가 오른쪽 Diagram의 영역 ①부터 ⑥ 중 어디에 속하는지 말하고, 그 이유를 설명하시오. (각10점, 총20점)



(1) $L = \{a\} \cup \{a^n b^n : n \geq 1\}$

② Not regular.
$\{a^n b^n\}$은 regular가 아님을 증명하는 것과 마찬가지로 P.L 로 regular 아님을 증명가능.

L은 DCFL.

G : $S \to S_1 \mid S_2$

$S_1 \to a$

$S_2 \to aS_2b \mid ab$.

$L(G) = L$ 이고, G는 LL(2)이다.

(2) $L = \{a^{n-1} b^n c^{n+1} : n \geq 1\}$

④. Context Free 하지 않음. $a^n b^n c^n$ 이 CFG가 아닌 것과 마찬가지로 Pumping Lemma로 증명가능.

CS 임. context sensitive grammar를 만들수 있음.

(Ex 11.2 와 유사하게 정의 가능).

혹은. LBA가 존재함. ($a^n b^n c^n$ 을 accept 하는 LBA와 유사).

4. 다음 명제의 참, 거짓을 판단하고 간단히 증명하시오. (각 5점, 총 35점)

(1) L_1 과 L_2가 context sensitive 이면 $L_1 \cup L_2$를 accept하는 Linear Bounded Automat가 존재한다.

T L1, L2 의 grammar 의 start variable 이 S1, S2 일 때,
S → S1 | S2 를 추가하여 L1 U L2를 generate 하는 grammar를 만들수 있다. ∴ L1 U L2는 context sensitive 이므로 LBA 가 존재.

(2) 임의의 Unrestricted grammar G에 대해, $(L(G))^c$를 생성하는 Unrestricted Grammar가 존재한다.

F L(G)는 recursively enumarable.
L(G)^c 는 〃 아닐 수 있음.

(3) L이 context-free이면 L^c는 recursive이다.

T L 이 context - free 이므로 곧 recursive 이기도 함.
L 이 recursive 이면 L^c 도 recursive.

(4) language L_1에 대한 enumeration procedure가 존재하면 L_1은 recursive이다.

F enumeration procedure 가 존재
→ L1 에 속하는 모든 string w 에 대해서는 accept 하는 TM 이 존재.
but, L1 에 속하지 않는 string은 무한 loop 에 빠짐.

(5) L_1이 regular이고, $L_2 \subseteq L_1$이면 L_2는 regular이고 Deterministic Context free이다.

F Let $L_1 = \{a,b\}^*$. L1 은 regular.
$L_2 = \{w \in \{a,b\}^* \mid n_a(w) = n_b(w)\}$
$L_2 \subset L_1$ but L2 is not regular.

(6) Linear Language는 homomorphism에 닫혀있다.

T. homomorphism 은 production 의 variable 의 수에 영향을 미치지 않음.

(7) $L=\{w \in \{a,b,c\}^* \mid n_w(a)+n_b(w)=n_c(w)\}$는 context free 이다.

T npda 를 만들 수 있음.
$n_a(w) = n_b(w)$ 인 경우와 마찬가지로, (a, b가 나오면 push / c 가 〃 pop)

5. 어떤 Turing Machine의 transition function은 현재 head가 위치한 테입 셀을 심볼 뿐 아니라, 그 좌우에 있는 심볼에도 의존하여 다음 state가 결정된다고 한다. 이 Turing machine의 formal definition을 쓰고, 그 power를 standard turing machine과 비교하시오. (10점)

$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \square, F)$

$\delta : Q \times \Gamma \times \Gamma \times \Gamma \to Q \times \Gamma \times \{L, R\}$.

이 M을 simulation 하는 standard TM Ms 를 만들수 있음 (power 같음)
만드는 법 : 원래 Q의 state q_x 에 대해, 좌우심볼에 따른 state q_{xab}, $ab \in \Gamma$ 를 정의.
M의 transition $\delta(q_x, a, b, c) = (q_j, d, L)$ 에 대해
$\delta(q_{axc}, b) = (q_{j..}, d, L)$ 과, 좌우 symbol을 읽어 state를 정하는 transition을 추가.

6. Computability의 정의를 쓰고, Halting Problem이 무엇인지, Turing Machine을 이용하여 기술하시오. (10점)

Computability : "TM 에 의해 계산 가능함"을 의미.

Halting Problem : 임의의 Turing Machine M1 과, 임의의 string w 가 주어졌을 때, M1 이 w 를 처리하여 halt 되는 지를 판단하는 TM 이 존재.