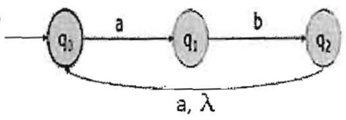
Automata 2011-2학기 1차시험 2011.10.06

분반 학번 이름

1. 오른쪽 그림의 nfa M에 대하여 다음 물음에 답하시오. (25점)



(1) M이 accept 하는 길이 5 이하의 string을 모두 찾으시오.

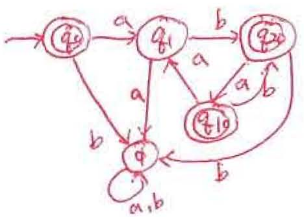
λ, ab, aba, abab, abaab, ababa

(2) L(M)를 생성하는 Right Linear grammar를 찾으시오. (단, 반드시 FA에서 grammar를 찾는 방법을 이용할 것)

$q_0 \to aq_1 \mid \lambda \quad q_1 \to bq_2 \quad q_2 \to aq_0 \mid q_0$

$G=(\{q_0,q_1,q_2\}, \{a,b\}, q_0, P)$ ⟶ 이 부분도 반드시 써야 함!

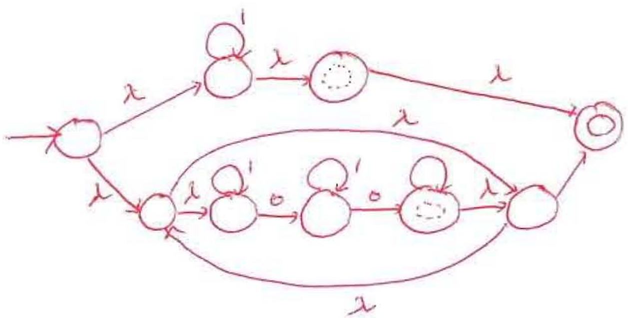
(3) M과 equivalent한 DFA를 찾으시오.



$M=(\{q_0, q_1, q_{20}, q_{10}, \phi\}, \{a,b\}, \delta, q_0, \{q_0, q_{20}, q_{10}\})$

2. Regular expression $r=1^*+(1^*01^*01^*)^*$에 대해 다음 물음에 답하시오. (30점)

(1) r을 transition graph로 나타내고자 한다. 먼저 1^*을 accept하는 transition graph와 $(1^*01^*01^*)$을 accept하는 transition graph를 각각 그리고, 그것을 확장하여 전체 transition graph를 완성하시오.



(2) r이 나타내는 language L(r)을 조건제시법으로 나타내시오.

$L = \{w \in \{0,1\}^* \mid n_0(w) \text{ is even}\}$

(3) 다음 중 r과 <u>equivalent하지 않은</u> expression들을 모두 찾고 그 이유를 쓰시오.

① $r_1=(1+\lambda)^*(01^*0)^*(1+\lambda)^*$ ② $r_2=(00+1010+1)^*$

③ $r_3=(1+01^*0)^*(1^*+\lambda)$ ④ $r_4=1^*+(01^*0+00)^*1^*$

① 0101010 안됨

② 010 안됨

④ 111010 안됨

3. 다음 명제의 참, 거짓을 판단하고 그 이유를 간단히 쓰시오. (15점)

(1) Grammar G({S,A,B}, {a,b}, S, P) P: $S \to Aa \mid a$, $A \to bB$, $B \to b$는 regular grammar이고 L(G)도 regular이다.

거짓 G는 Right linear 도 아니고 Left linear 도 아니므로 Regular Grammar 아님.

$L(G) = \{a, bba\}$ 는 finite language 이므로 regular 임.

(2) L_1, L_2가 regular lagnauge가 아니면 $L_1 \cup L_2$도 regular가 아니다.

거짓 반례: $L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ → not regular

$L_2 = \{a^n b^l \mid n \neq l\}$ → not regular

$L_1 \cup L_2 = \{a^n b^m \mid n \geq 0, m \geq 0\}$

→ regular expression a^*b^* 가 존재하므로 regular.

(3) L이 regular일 때, 임의의 homomorphism h에 대해 $h(L)=h(L^R)$ 여부를 판단하는 algorithm이 존재한다.

참 regular language는 reverse 와 homomorphism에 닫혀 있으므로

L^R, $h(L)$, $h(L^R)$ 모두 regular.

regular language는 equality를 판단 가능.

분반 학번 이름

4. 다음과 같이 정의되는 language가 regular인지 판단하고, 증명하시오. (20점)

(1) L = $\{a^n b^m \mid |n-m| < 2, n \ge 0, m \ge 0\}$

regular 아님. Pumping Lemma로 증명가능.

증명) Assume L is regular.

$\forall m$, we can choose $w = a^m b^{m+1}$ ($w \in L$, $|w| > m$)

For any decomposition of $w = xyz$ ($|xy| \le m$, $|y| \ge 1$)

we have $y = a^k$ ($1 \le k \le m$)

Set $i = 0$ then $w_0 = xz = a^{m-k} b^{m+1} \notin L$

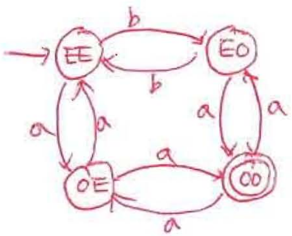
($\because |m-k-m-1|$
$= |-k-1| \ge 2$).

pumping Lemma가 성립하지 않으므로 모순!

$\therefore$ L is not regular.

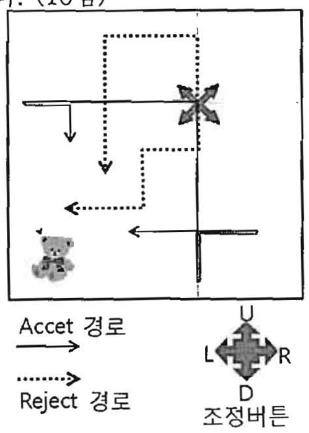
(2) L = $\{w \in \{a,b\}^* \mid n_a(w) n_b(w) \text{ is odd}\}$

$n_a(w)$와 $n_b(w)$가 모두 홀수이어야 함.



DFA가 존재하므로 L은 regular.

5. 인형 뽑기 기계에서 집게를 움직임을 control하는 기계를 생각한다. (10점) 이 기계는 오른쪽 그림과 같이 상/하/좌/우 1cm씩 움직이게 하는 4개의 symbol으로 입력을 줄 수 있다. 현재 위치에서 가로방향(좌/우)이나 세로방향(상/하) 중 하나를 먼저 선택하여 움직일 수 있으며, 먼저 선택한 방향에서 일단 위치를 정하고 나면 다음 방향으로 움직일 수 있다. 일단 두 번째 방향으로의 움직임이 시작되고 나면 첫 번째 방향의 위치는 변경할 수 없으나, 각 방향에서 위치를 정하기 전까지는 여러번 앞뒤로 반복할 수 있다. (그림의 Accept 경로와 Reject 경로 참조). 입력된 스트링이 정당한 경로를 나타내는 경우에는 accept하고 그렇지 않은 경우는 reject하는 DFA를 만들 수 있는가? 이에 대해 답하고 그 이유를 간단히 쓰시오.



만들수 있음.

정당한 경로를 표현하는
regular expression : $r = (U+D)^*(L+R)^* + (L+R)^*(U+D)^*$.

regular expression이 존재하므로
대응되는 DFA를 만들수 있음.

[유의사항]
1. 개별적 질문은 받지 않음. 문제 해석에 의문이 있는 경우에는 자신이 이해한 내용을 기술한 후 풀이를 작성하면 채점 시에 참고로 할 예정.
2. 교과서 본문에 증명되어 있는 사실들은 별도의 증명과정 없이 풀이에서 인용 가능함.