

학번	2009 03 74 75	학인	1	학인	2
이름	김지준	분반	001		

# [Automata 2012 - 2 Homework]

## [Automata Homework #1]

Example 1.14] Grammar  $G$ 가 다음과 같이 정의되었다.  $G = (\{A, S\}, \{a, b\}, S, P)$ ,  $P: S \rightarrow aAb \mid \lambda, A \rightarrow aAb \mid \lambda$

$L(G) = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ 이 됨을 증명하시오.

(a)  $\forall w \in L, S \xRightarrow{*} w$ .

[basis]  $n=0$  일때,  $w = \lambda$ .  $S \Rightarrow \lambda$  이 성립함.

$n=1$  일때,  $w = ab$ .  $S \Rightarrow aAb \Rightarrow ab$  이 성립함.

[assume]  $n=k$  일때,  $w = a^k b^k$ .  $S \xRightarrow{*} a^k A b^k \Rightarrow a^k b^k$  임을 가정.

[induction]  $n=k+1$  일때,  $w = a^{k+1} b^{k+1}$  에 대해  $S \xRightarrow{*} a^k A b^k \Rightarrow a^k a A b b^k \Rightarrow a^{k+1} b^{k+1}$  이 성립함.

(b)  $\forall w$ , if  $S \xRightarrow{*} w$  then  $w \in L$ .  $n$ 은 derivation steps 이다.

[basis]  $n=1$  일때  $S \Rightarrow \lambda = a^0 b^0 \in L$  이 성립함.

$n=2$  일때  $S \Rightarrow aAb \Rightarrow ab \in L$  이 성립함.

[assume]  $n=k$  일때  $S \xRightarrow{*} a^k A b^k \Rightarrow a^k b^k \in L$  임을 가정.

[induction]  $n=k+1$  일때,

$S \xRightarrow{*} a^k A b^k \Rightarrow a^k a A b b^k \Rightarrow a^{k+1} b^{k+1} \in L$  이 성립함.

그러므로  $L$ 의 모든 원소들이  $S \xRightarrow{*} w$ 에 의해 만들어지고.

$S \xRightarrow{*} w$ 에 의해 만들어진 모든 원소들이  $L$ 에 포함 되므로.

$G = (\{A, S\}, \{a, b\}, S, P)$ ,  $P: S \rightarrow aAb \mid \lambda, A \rightarrow aAb \mid \lambda$ 에 대해  $L(G) = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ 이 성립한다.

Exercises 1.2.11] Find a grammar for  $\Sigma = \{a, b\}$  that generate the set of all strings with exactly one  $a$ .

$\{a, ab, abb, bab, abbb, \dots\} = L$ . 이  $a, b$ 로만 이루어진 원소 집합에서 하나의  $a$ 만 있는 string의

집합이다. grammar를 지어 하려면 우선  $a$ 가 하나만 들어가기 때문에  $S \rightarrow AaA$ 로 놓는다. 앞뒤로  $A$ 를 놓은 이유는

$a$ 가 두조건 앞이나 뒤에 있을 이유가 없기 때문이다. 그리고  $A \rightarrow Ab \mid \lambda$ 로 놓으면  $a$ 는 하나이며 단계를 거듭할수록

$b$ 는 증가하게 된다.  $\lambda$ 가 들어가면 끝이 나기 때문에  $a$  또한  $S \rightarrow AaA \rightarrow a$ 로 가능하.

따라서 답은  $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, S, P)$ ,  $P: S \rightarrow AaA, A \rightarrow Ab \mid \lambda$  이다.

Exercises 1.2.13] What language does the grammar with these productions generate?

$S \rightarrow Aa, A \rightarrow B, B \rightarrow Aa$

language  $L$ 은 존재하지 않는다.

왜냐하면 위의 production을 무한 반복하여  $a$ 가 증가하는 string을 생성해내며

language에 들어갈 원소를 나타내지 못하고 계속 증가만 하기 때문이다.

Sentence  $\rightarrow$  sentential form 이기.

그러므로 생성하기 위해서는  $A \rightarrow B \mid \lambda$  또는  $B \rightarrow Aa \mid \lambda$ 를 하면 language는 존재하게 된다.

학번	2009038017	확인	1	학인	2
이름	박지수	분반	2		

# [Automata 2012 - 2 Homework]

## [Automata Homework #1]

Example 1.14] Grammar  $G$ 가 다음과 같이 정의되었다.  $G = (\{A, S\}, \{a, b\}, S, P)$ ,  $P: S \rightarrow aAb | \lambda, A \rightarrow aAb | \lambda$

$L(G) = \{a^n b^n | n \geq 0\}$ 이 됨을 증명하시오.

(a)  $\forall w \in L, S \Rightarrow w$

[basis]  $n=0$ 일때,  $w=\lambda$ ,  $S \Rightarrow \lambda$ 로 derive 가능

$n=1$ 일때,  $w=ab$ .  $S \Rightarrow aAb \Rightarrow ab$ 로 derive 가능

[assume]  $n=k$ 일때,  $w=a^k b^k$ .  $S \Rightarrow a^k A b^k \Rightarrow a^k b^k$ 임을 가정.

[induction]  $n=k+1$ 일때,  $w=a^{k+1} b^{k+1}$ ,  $S \Rightarrow a^k A b^k \Rightarrow a^k a A b b^k \Rightarrow a^{k+1} b^{k+1}$ 로 성립

(b)  $\forall w, \text{if } S \Rightarrow w \text{ then } w \in L$

let  $n = \# \text{ of derivation step.}$

[basis]  $n=1$ 일때,  $S \Rightarrow \lambda \in L$ .

$n=2$ 일때,  $S \Rightarrow aAb \Rightarrow ab \in L$

[assume]  $n=k$ 일때,  $S \Rightarrow w$ 인 모든  $w$ 에  $w \in L$ 을 만족.

$S \Rightarrow a^k A b^k \Rightarrow a^k b^k$ 임을 가정

[induction]  $n=k+1$ 일때  $S \Rightarrow a^k A b^k \Rightarrow a^k a A b b^k \Rightarrow a^{k+1} b^{k+1} \in L$

Exercises 1.2.11] Find a grammar for  $\Sigma = \{a, b\}$  that generate the set of all strings with exactly one  $a$ .

$$\begin{cases} S \rightarrow aA | Aa \\ A \rightarrow \lambda | bA | Ab \end{cases}$$

$$L(G) = \{b^n a b^m | n, m \geq 0\}$$

이 grammar는 처음과 끝이 a로 이루어짐.

즉,  $bab$ 는 generate 못함.

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow aA \Rightarrow abA \Rightarrow ab \\ &\Rightarrow aAb \Rightarrow ab \\ &\Rightarrow Aa \Rightarrow bAa \Rightarrow ba \\ &\Rightarrow Aba \Rightarrow ba \end{aligned}$$

Exercises 1.2.13] What language does the grammar with these productions generate?

$$S \rightarrow Aa, A \rightarrow B, B \rightarrow Aa$$

$$S \Rightarrow Aa \Rightarrow Ba \Rightarrow Aaa \Rightarrow Baa \Rightarrow Aaaa \Rightarrow Baaa \Rightarrow Aaaaa \Rightarrow Baaaa \dots$$

$L(G)$ 를 찾을 수 없음. Sentential form만 무한히 반복되고

terminal sentence는 나오지 않음.

symbol 들만 이루어진.

$$L(G) = \emptyset$$

$G$ 가 sentence를 generate 하기 위해서는  $\swarrow$  variable terminal symbol 이거나  $\searrow$  symbol 이거나  $\rightarrow$ 로 이루어진 production이 있어야 함.