

1. Turing Machine $M = (\{q_0, q_1, q_f\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \delta, q_0, \square, \{q_f\})$ 이 주어졌다. (15점)
 $\delta(q_0, a) = (q_1, a, R), \delta(q_1, a) = (q_1, a, R), \delta(q_1, b) = (q_1, b, R), \delta(q_1, \square) = (q_f, \square, R),$
(1) M에 의해 accept되는 길이가 3이하인 string을 모두 찾으시오.

(2) M에 의해 accept되는 language $L(M)$ 을 집합으로 나타내시오.

(3) M과 equivalent하면서 다음 조건을 만족하는 Turing Machine M^{new} 를 정의하시오.
조건: M^{new} 는 2개의 state와 1개의 transition 만으로 이루어짐.

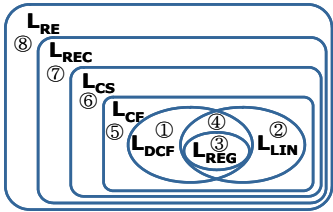
2. 함수 $f(n) = 1 + 2 + \dots + n$ 을 계산하는 Turing Machine을 만들고자 한다. 이 때 입력은 unary notation으로 표현된 string (예를 들어 숫자 3의 경우 $w(3)=111$)을 사용한다.
또한 increment, copy, multiply, half와 같은 연산에 대해서는 오른쪽과 같이 입출력이 정의되는 Turing machine들이 주어져 있다고 가정한다. (15점)

Copy (복사): $q_{c_0}w(n) \vdash q_{c_f}w(n)0w(n)$
Increment (1증가): $q_{i_0}w(n)0 \vdash q_{i_f}w(n+1)0$
Multiply (곱셈): $q_{m_0}w(n)0w(m) \vdash q_{m_f}w(nm)$
Half (2로 나눔): $q_{h_0}w(2n) \vdash q_{h_f}w(n)$

(1) 함수 $f(n) = 1 + 2 + \dots + n$ 을 계산하는 Turing machine의 입출력을 위와 같은 형태로 정의하시오.

(2) (1)에서 정의한 입출력 계산이 수행되도록 위에서 주어진 기본 turing machine들을 이용하여 계산하는 일련의 과정을 Block diagram으로 나타내시오.

3. 다음 각 Language가 오른쪽 그림의 영역 ①부터 ⑧ 중 어디에 속하는지 말하고, 그 이유를 간단히 쓰시오. (25점)
(1) $L = \{a^n b^n \mid n \geq 1, n \neq 2\}$



(2) $L = \{w \in \{a, b, c\}^+ \mid n_a(w) = n_b(w) = n_c(w)\}$

4. 다음 명제의 참, 거짓을 판단하고 간단히 증명하시오. (20점)
(1) Linear Language는 Concatenation에 닫혀있다.

(2) 임의의 Unrestricted Grammar G에 대해, language $(L(G))^c$ 를 생성하는 Unrestricted Grammar가 존재한다.

(3) Recursively enumerable language는 concatenation에 대하여 닫혀있다.

5. 다음과 같이 정의되는 Grammar G에 대해 다음 물음에 답하시오. (20점)

$$G = (\{S\}, \{a, b\}, S, P), \quad P: S \rightarrow aSbb \mid abb$$

(1) 변수 B와 production $B \rightarrow b$ 를 추가하여 GNF로 바꾸시오. (추가되는 변수는 B하나만 사용할 것)

(2) (1)에서 찾은 Grammar로부터 npda를 얻는 방법을 이용하여 $L(G)$ 를 accept하는 npda를 찾으시오.

(3) (2)에서 찾은 npda가 accept하는 language를 집합으로 나타내시오.

(4) (2)에서 찾은 npda에 transition을 하나만 추가하여 다음 Language L 을 accept하는 npda를 만들고자 한다. 필요한 transition을 찾으시오.

$$L = \{a^n b^{2n+m} \mid n \geq 0, m = 0, 1\}$$

[유의사항]

- 1. 개별적 질문은 받지 않음. 문제 해석에 의문이 있는 경우에는 자신이 이해한 내용을 기술한 후 풀이를 작성하면 채점 시에 참고로 할 예정.
- 2. 교과서 본문에 증명되어 있는 사실들은 별도의 증명과정 없이 풀이에서 인용 가능함.