

< Null space >

$$\begin{matrix} A & x & b \\ \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 2 & 6 & -1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ 2 \times 3 & 3 \times 1 & 2 \times 1 \end{matrix}$$

N.S의
→ 수학적 해석

low-rank: 3차원



spanning 하면
row space 2차원.

→ 기하적 해석

이 선상에
있는 모든 점
가 0이 될 수 있음

여기서 null space
직각의 선.

$$Ax = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

평행하게.

* 평면에서 직각의 방향으로 움직이면 출력에 영향을 미치지 않음.
+ 다른 방향으로 가면 아예 달라져버림

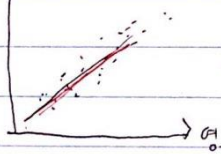
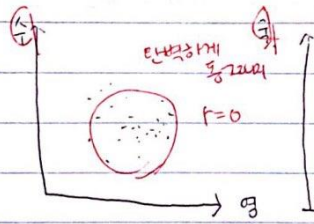
의미하는 것: 우리가 순서대로 막대기를 바꿔나감

점점 필요 없는, 장식적인 행동이 늘어나는 것처럼 → 응용적 해석

Null space 가 실질적인 영향을 미치지는 않지만

어찌됐든 있으면 꼭 다른 의미?

< 학생 평점의 성질 >



영역과 국어 점수가 같이 움직임 (상관관계 correlation)
범위: $-1 \leq r \leq 1$

②

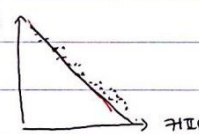
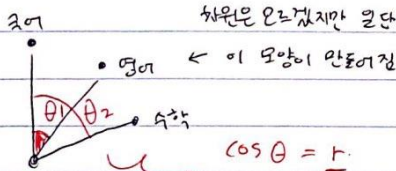
< 선형대수로 적용... >

음의 상관관계의 예시?

국어 영어 각각 85자원. 각 한 자원은 학생 한 명

수업

완전한 선상위에 있으면 ± 1 이 나옴



$$\cos \theta = r$$

$$90^\circ = 0$$

$$0^\circ = 1$$

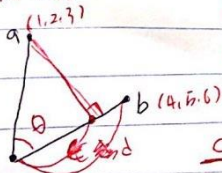
서로 관련이 없다 (만나는 지점이 없다) = 직각이다
상관관계가 없다.

두 점이 움직는 선상에 가까움.

Q. 그렇다면 각도 값은 어떻게 구할까?

Inner Product (dot) < 수학적 해석 >

< 기하학적 해석 >



$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ 다 곱해서 더한거

$$4 + 10 + 18 = 32 = \text{Inner Product}$$

각도 값인 \cos
correlation $\uparrow \rightarrow$ inner product \uparrow

Q. \cos 관련해서 $\cos 90^\circ$ 일 때 $r=0$

$\cos 0^\circ$ 일 때 $r=1$
인건지?

$$c \cdot d = \text{Inner Product.}$$

$|a|$ 과 $|b|$ 를 구하는 방법?

$$\star |a| \times \cos \theta \times |b| = \text{Inner product}$$

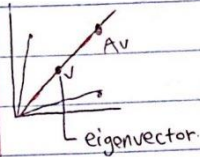
$$\sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} = |a| \quad \sqrt{4^2 + 5^2 + 6^2} = |b|$$

이 조건을
충족하는 벡터 v
eigenvector

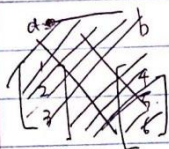
$$Av = \lambda v \quad \text{eigenvalue}$$

transform 된 결과가 / 되게 같은 v 의 λ 배

= 즉 Av 가 v 와 한 선상에 있다



• Inner product



$$a = [1 \ 2 \ 3] \quad 1 \times 3$$

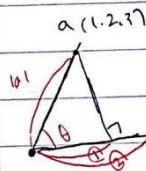
$$b = [2 \ 4 \ 7] \quad 1 \times 3$$

$$a \cdot b^T = a \cdot b = \text{inner product}$$

$$a \cdot b^T \rightarrow [1 \ 2 \ 3] \times \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 7 \end{bmatrix} = 31 \rightarrow \text{Inner Product}$$

① $1 \times 3 \quad 3 \times 1$ transpose

$$a^T \cdot b \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \times [2 \ 4 \ 7] = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 4 & 8 & 14 \\ 7 & 14 & 21 \end{bmatrix} \rightarrow \text{Outer Product}$$



$$\text{Inner Product} = ① \times ②$$

$$|a| \times \cos \theta \times |b| = \text{Inner Product}$$

Q θ 의 값을 어떻게 구할까?

$$|a| \text{와 } |b| \text{의 길이} \rightarrow \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2}, \sqrt{2^2 + 4^2 + 7^2} \rightarrow \text{여기 대입하면 } \cos \theta \text{를 알 수 있음.}$$

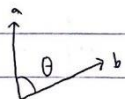
= cosine similarity

$$\frac{31}{\sqrt{14} \times \sqrt{64}} = \frac{31}{\sqrt{904}} \approx 1.01$$

<Correlation>

$$a = [90 \ 60 \ 50 \ 30]$$

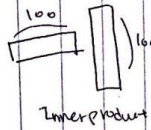
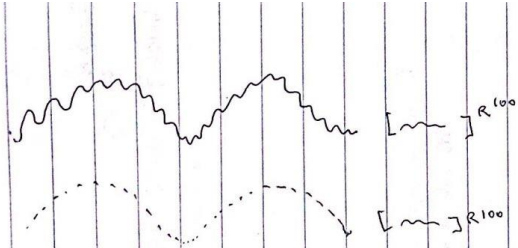
$$b = [20 \ 90 \ 40 \ 80]$$



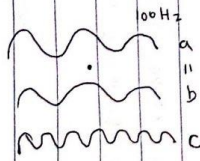
$$\cos \theta = \text{cosine similarity} \quad (\text{a와 b가 얼마나 비슷한지?})$$

Q. a와 b를 제시하고 cosine similarity를 구하시오? $-\cos \theta$ 를 구하

순서대로
차근차근



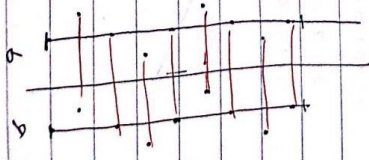
$100\text{Hz} = \square$
 $200\text{Hz} = \square$
 \vdots
 $1000\text{Hz} = \square$



$a \cdot b = \text{값이 클 (동시에 움직이기 때문)}$
 \hookrightarrow 이 원리를 이용,

$\rightarrow a, b$ 보다 2배 많음.

a, c 의 값은 $a \cdot b$ 보다 작음
 (a가 올라갈 때 c는 내려가짐)



Inner product
 $010101010 = 4$

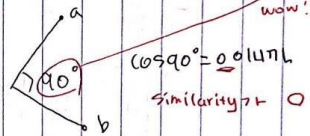
a (바탕)

Sin

cos



* frequency는 같지만 각도가 90° 변해서 답이 달라짐



* b처럼 phase에 따른 sensitivity가 높지 않음

* complex phasor 를 사용함!