

§ 8.2 载波同步

在相干解调中需要从接收到信号中提取载波频率和相位。由于在通常抑制载波双边带调幅和PSK数字调相中，输入信号功率谱中没有关于载频的离散谱线分量，所以直接采用锁相环路有困难。一般有二种方法来解决载波同步问题。一个是**直接法**，另一种称为**插入导频方法**。

8.2.1 直接法

在直接法载波同步中，采用各种方法从接收到信号中产生载频的频率分量或它谐波的频率分量。然后用锁相环路加以提取。

一、平方环

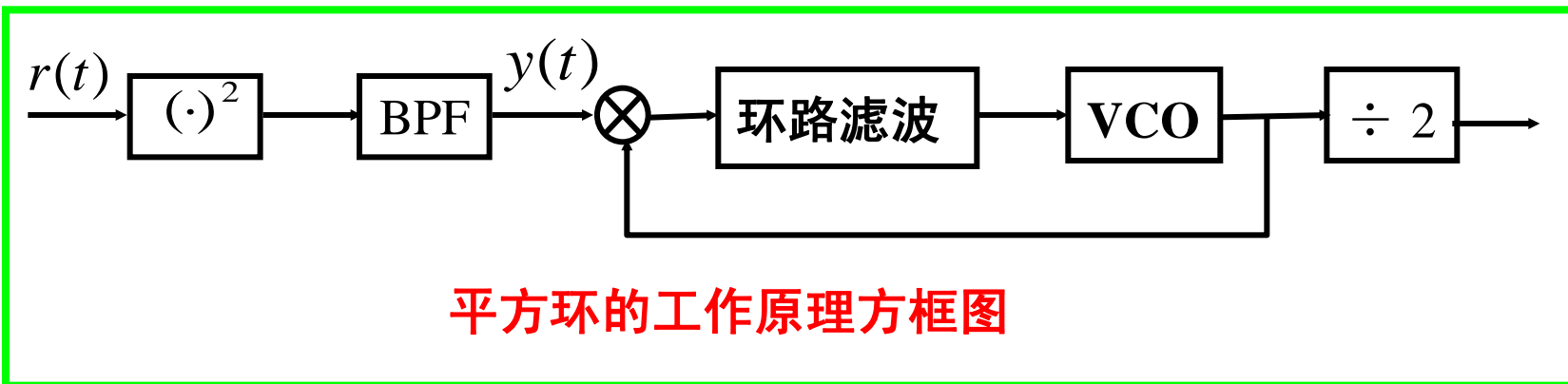
对于抑制载波的双边带调幅或BPSK调制，接收到的信号为：

$$r(t) = A_c m(t) \cos(2\pi f_c t + \varphi_c) + n(t)$$

消息 $m(t)$ 的平均值为零，所以 $A_c m(t) \cos(2\pi f_c t + \varphi_c)$ 功率谱中不含载波频率的离散谱线。把 $r(t)$ 通过平方律器件，输出为

$$\begin{aligned} r^2(t) &= \frac{1}{2} A_c^2 m^2(t) \cos^2(2\pi f_c t + \varphi_c) + \text{噪声项} \\ &= \frac{1}{2} A_c^2 m^2(t) + \frac{1}{2} A_c^2 m^2(t) \cos(4\pi f_c t + 2\varphi_c) + \text{噪声项} \end{aligned}$$

用锁相环获得 $2f_c$ 和 $2\varphi_c$ 的估计，然后用分频器得到 f_c 和 φ_c 的估计。



二个问题要注意:

1、噪声的影响

$$\begin{aligned} r^2(t) &= \left[A_c m(t) \cos(2\pi f_c t + \varphi_c) + n(t) \right]^2 \\ &= \left[A_c m(t) \cos(2\pi f_{ct} + \varphi_c) \right]^2 + \\ &\quad 2n(t) \cdot A_c m(t) \cos(2\pi f_c t + \varphi_c) + n^2(t) \end{aligned}$$

经平方后噪声增强。由于平方项的存在，噪声不再是高斯分布，噪声功率谱密度也不再平坦。**平方环的相位误差的方差为**

$$\sigma_{\hat{\phi}}^2 = \frac{1}{\gamma_L \cdot S_L}$$

其中 S_L 称为**平方损失因子**，它等于

$$S_L = \frac{1}{1 + \frac{B_{bp} / 2B_{eq}}{\gamma_L}}$$

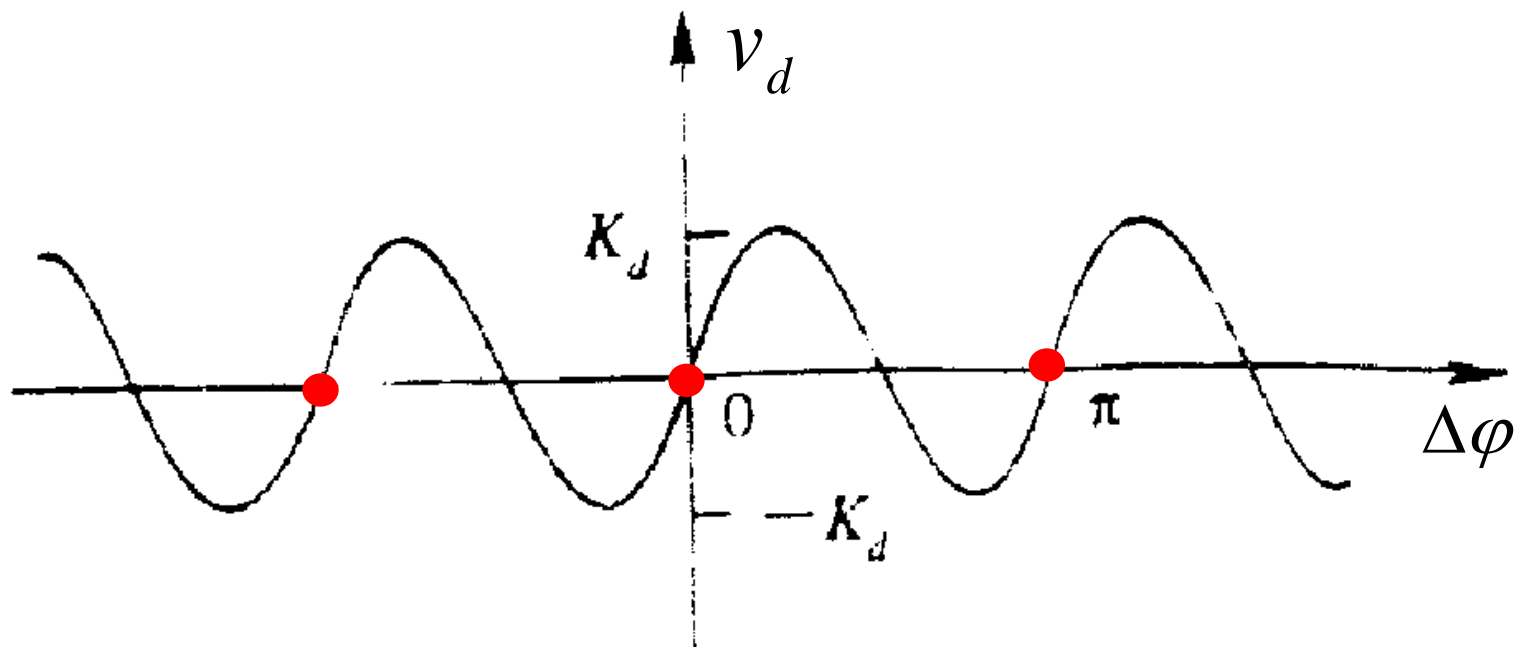
B_{bp} 为位于锁相环路前的带通滤波器BPF的带宽。

2、平方环的鉴相特性

平方环的鉴相特性为：

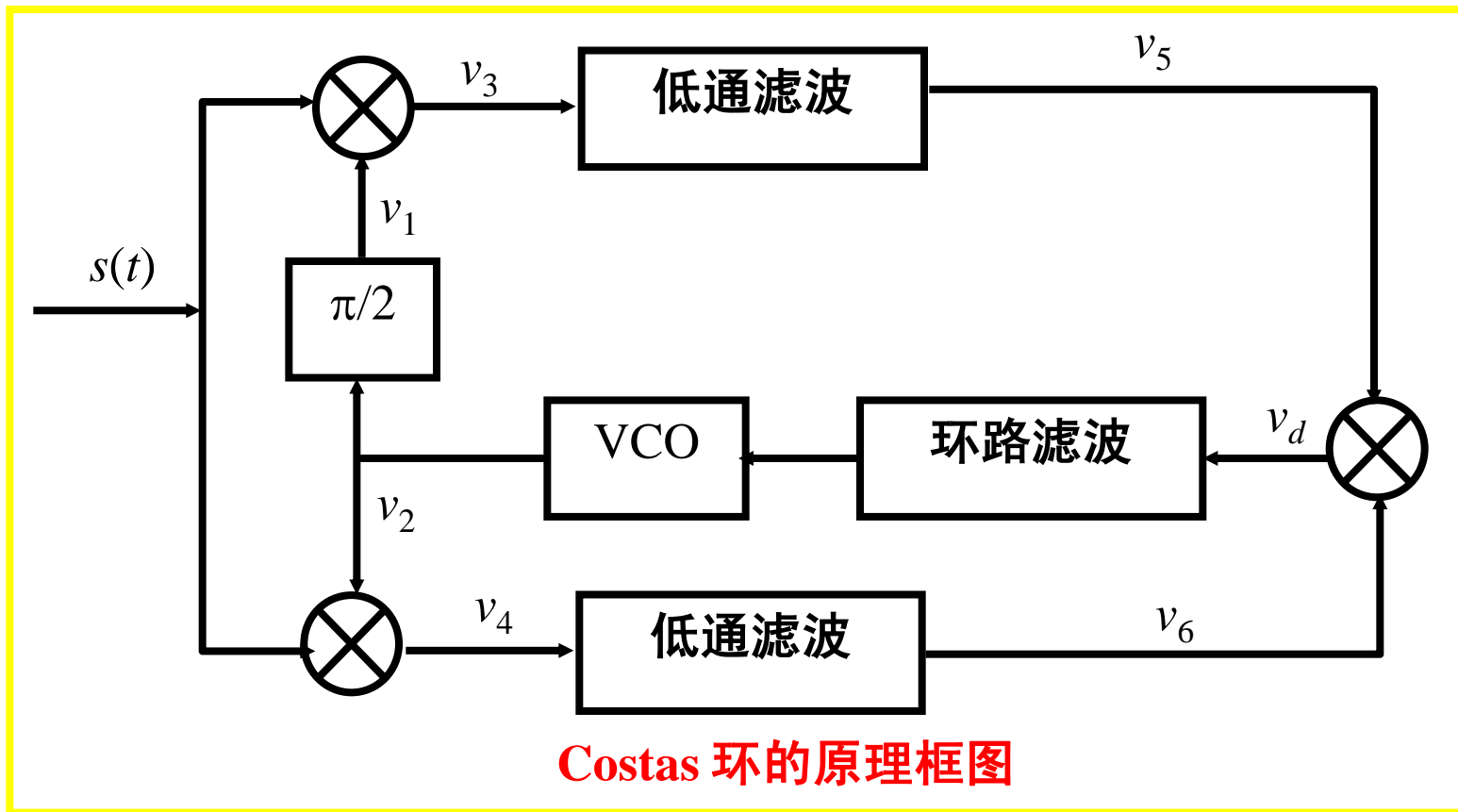
$$v_d = K_d \sin 2\Delta\varphi = K_d \sin 2(\varphi - \hat{\varphi})$$

稳定的平衡点有二个， $\Delta\varphi = 0$ 和 π



二、Costas 环

Costas 环，或称同相—正交环。



输入信号: $s(t) = A_c m(t) \cos(2\pi f_c t + \varphi)$

正交本地
载频信号: $v_1(t) = \cos(2\pi f_c t + \hat{\varphi}), \quad v_2(t) = \sin(2\pi f_c t + \hat{\varphi})$

$$v_3(t) = \frac{1}{2} A_c m(t) [\cos \Delta\varphi + \cos(4\pi f_c t + \varphi + \hat{\varphi})]$$

$$v_4(t) = \frac{1}{2} A_c m(t) [\sin \Delta\varphi + \sin(4\pi f_c t + \varphi + \hat{\varphi})]$$

低通滤波后:

$$v_5(t) = \frac{1}{2} A_c m(t) \cos \Delta\varphi$$

$$v_6(t) = \frac{1}{2} A_c m(t) \sin \Delta\varphi$$

Costas环
鉴相特性

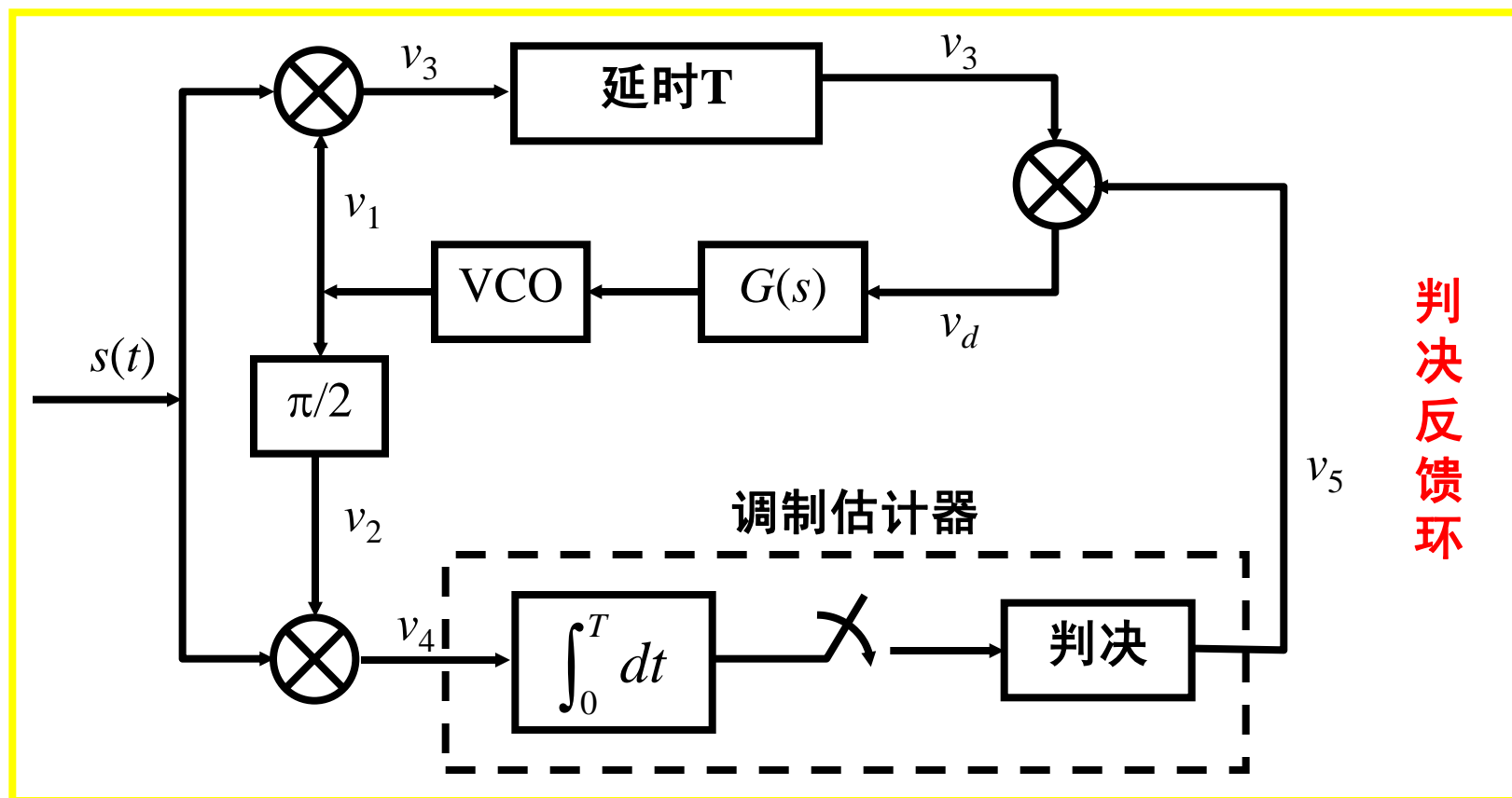
$$v_d(t) = \frac{1}{8} A_c^2 m^2(t) \sin 2\Delta\varphi, \quad \Delta\varphi = \hat{\varphi} - \varphi$$

Costas 环具有同样的**相位模糊问题**。当输入信号中包含有噪声时，误差电压中还包含有信号×噪声，噪声×噪声项，使**相位误差的方差（抖动）增加**，情况与平方环相同。

三、判决反馈环

对于BPSK信号 $s(t) = A_c \cdot m(t) \cos(2\pi f_c t + \varphi)$

$m(t)$ 以等概率取 ± 1 ，所以 $E[m(t)] = 0$ ， $s(t)$ 信号中没有关于载频的离散谱线。若我们对接收信号进行相干解调，然后把解调出来的信号与输入信号相乘，这样抵消调制的影响。这样导出判决反馈环。



VCO输出的同相和正交载波为:

$$v_1(t) = \sin(2\pi f_c t + \hat{\varphi})$$

$$v_2(t) = \cos(2\pi f_c t + \hat{\varphi})$$

乘积信号 $v_4(t) = s(t) \cdot v_2(t) = \frac{A_c}{2} m(t) \cdot [\cos \Delta\varphi + \text{倍频项}]$

$v_4(t)$ 信号经过相关器，采样判决后，输出 $v_5(t)$ 。 $v_5(t)$ 是对 $(t-T)$ 时刻数据的估计。**正确判决条件下** $\hat{m}(t-T) = m(t-T)$,

这时输入到环路滤波器的**误差信号**为

$$v_d(t) = \frac{1}{2} A_c m^2(t-T) [\sin \Delta\varphi + \text{倍频项}]$$

环路滤波器滤除倍频项后，**误差信号**正是

$$v_d(t) = \frac{1}{2} A_c \cdot \sin \Delta\varphi$$

鉴相特性可见判决反馈环**不存在相位模糊**。

考虑到解调中可能出现**误码**，会降低**鉴相增益**，于是等效鉴相特性为：

$$v_d(t) = \frac{1}{2} A_c (1 - 2P_e) \sin \Delta\varphi$$

其中 P_e 为误码率。当相位误差为 $\Delta\varphi$ 时，BPSK相干解调误码率为

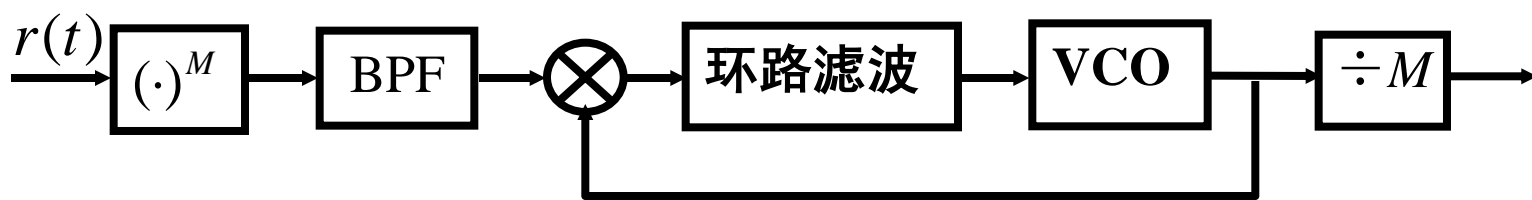
$$\begin{aligned} P_e &= Q\left(\sqrt{\frac{2E}{N_0}} \cos^2 \Delta\varphi\right) \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E}{N_0}} \cos \Delta\varphi\right) \end{aligned}$$

在环路处于跟踪状态时时， $\Delta\varphi$ 是很小的，因此 P_e 远小于1。

显然判决反馈环要求提供符号同步。

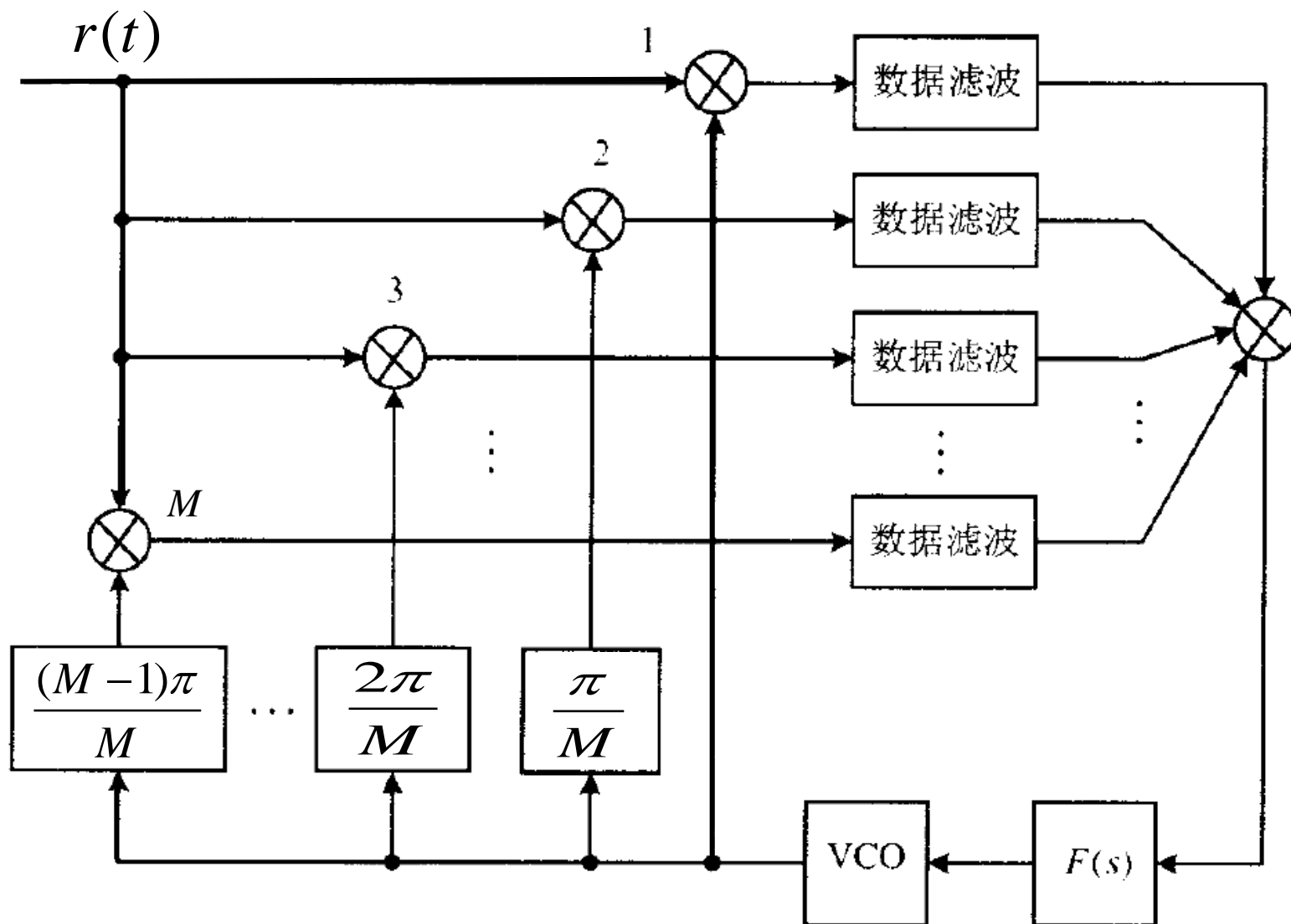
四、对于MPSK信号的载波提取

很容易验证QPSK调制信号经过平方运算后并不具有载波频率的二倍频功率谱线，只有经过4次方运算后才能得到载波频率的四倍频功率谱线。一般说，对于MPSK调制信号，只有经过M次方运算才能获得载波频率的M倍频功率谱线，然后经过M次分频得到相干的载波频率谱线。

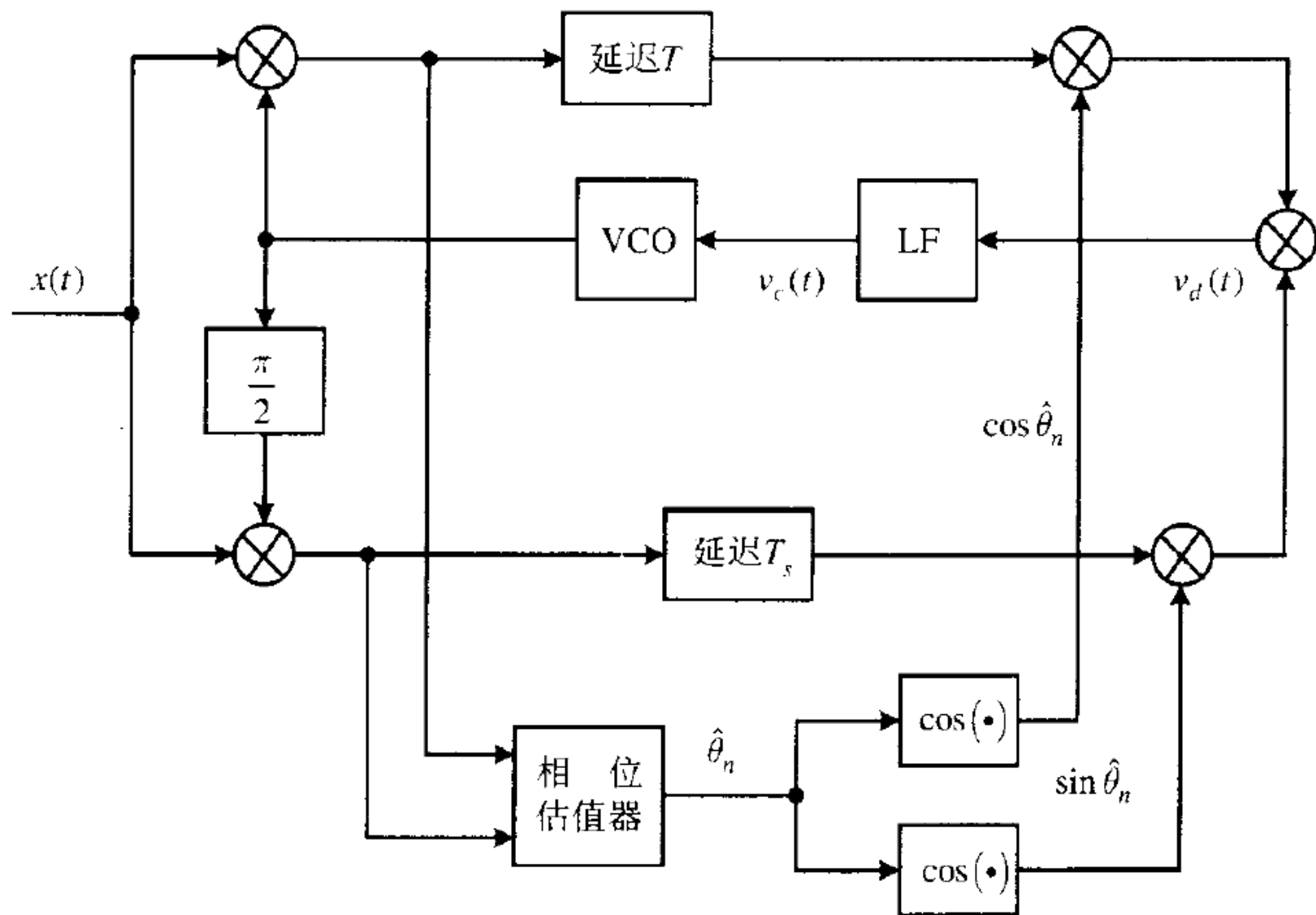


M次方环的工作原理

M 相 Costas 环



M 相判决反馈环

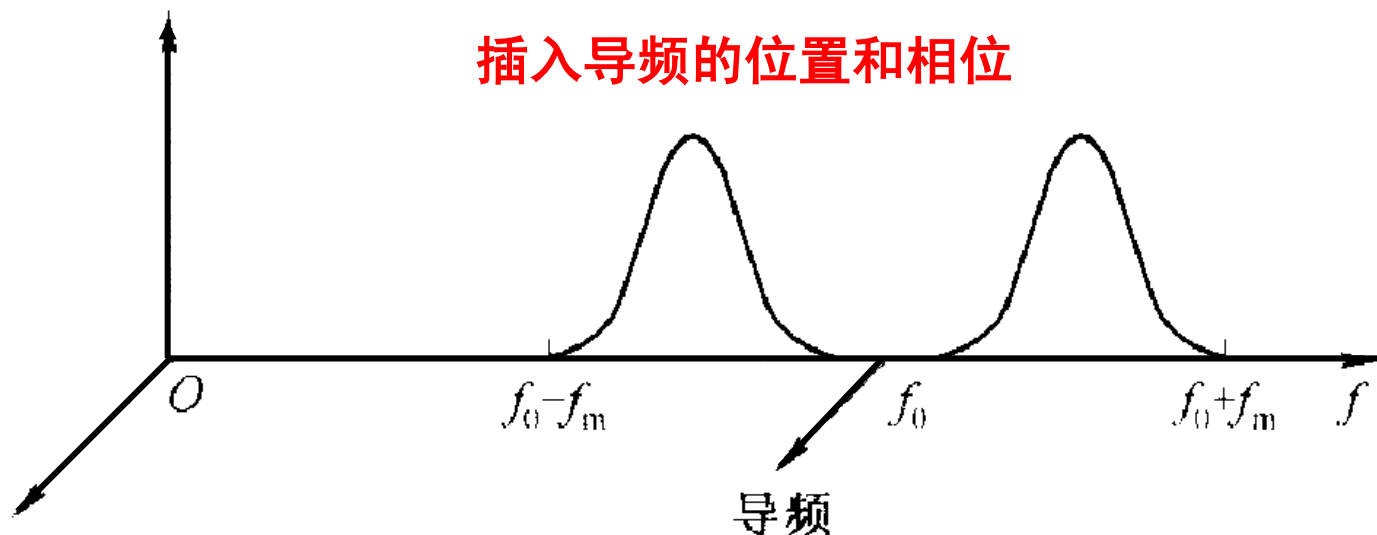


8.2.2 插入导频法

插入导频法可以用于接收信号中没有离散载频分量，而且在载频附近频谱幅度很小的情况。例如在单边带信号中，它既没有载波分量，又不能用直接法中的各种环路提取载波，只能用插入导频法。所谓插入导频，就是在已调信号频谱中额外插入一个低功率的线谱，以便接收端作为载波同步信号加以恢复。采用插入导频法要注意三点：

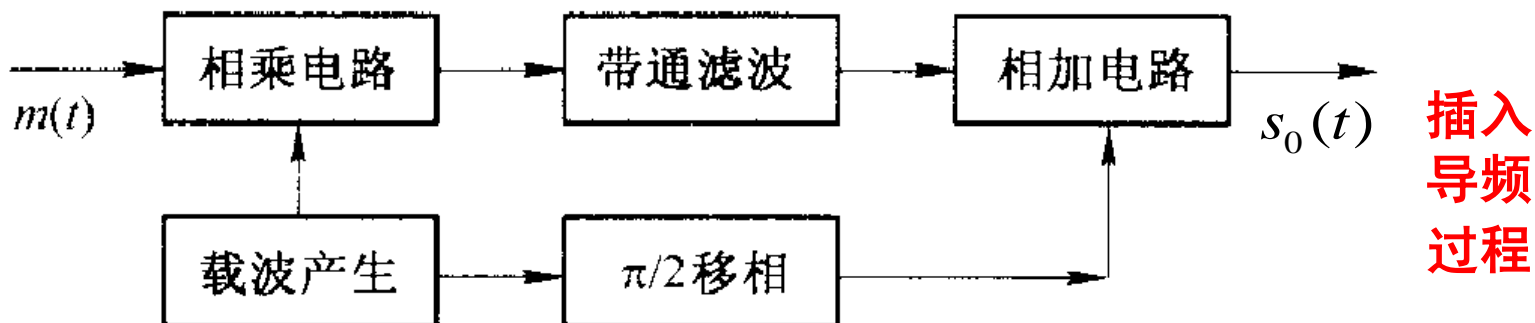
- 1、插入导频的频率一般就是信号载频，或者与载频相关的频率；
- 2、在已调信号频谱的零点处插入导频，且要求在插入导频附近的信号频谱分量尽量小，这样有助于在接收端把导频分离出来；
- 3、插入导频的相位与原调制载波的相位正交，其目的在于使接收端解调输出中不产生新的直流分量。

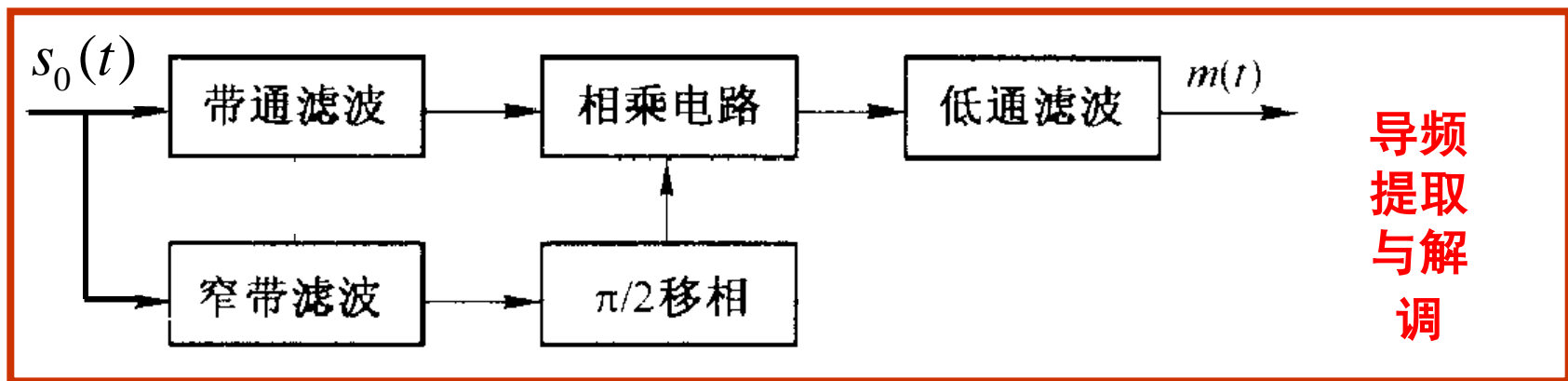
插入导频的位置和相位



被调制的载波为 $A\sin 2\pi f_c t$ ，基带调制信号为 $m(t)$ ， $m(t)$ 中最高频率为 f_m ，插入导频为 $A\cos 2\pi f_c t$ ，则调制器输出信号为

$$s_0(t) = Am(t)\sin 2\pi f_c t + A\cos 2\pi f_c t$$





解调输出为

$$\begin{aligned}v(t) &= s_0(t) \cdot \sin 2\pi f_c t \\&= Am(t) \sin^2 2\pi f_c t + A \cos 2\pi f_c t \cdot \sin 2\pi f_c t \\&= \frac{A}{2} m(t) - \frac{A}{2} m(t) \cos 4\pi f_c t - \frac{A}{2} \sin 4\pi f_c t\end{aligned}$$

经过低通滤波器可以恢复调制信号 $m(t)$ 。如果插入导频不是正交载波，而是调制载波 $A \sin 2\pi f_c t$ ，则解调输出会有一项不需要的直流。这个直流通过低通滤波对数字信息产生影响。

8.2.3 载波跟踪相位误差对解调误码率的影响

在相干解调中，由于接收到信号载波的相位与接收机本地相位不一致会造成相干解调性能的下降。如果相位误差为 $\Delta\varphi$ ，则相关器或匹配滤波器输出中的信号幅度下降了 $\cos \Delta\varphi$ 倍，相应的信噪比下降 $\cos^2 \Delta\varphi$ 倍。对于BPSK相干解调来说，由于不完善的相位参考，误码率变为：

$$P_e(\Delta\varphi) = Q\left(\sqrt{2\rho \cdot \cos^2 \Delta\varphi}\right)$$

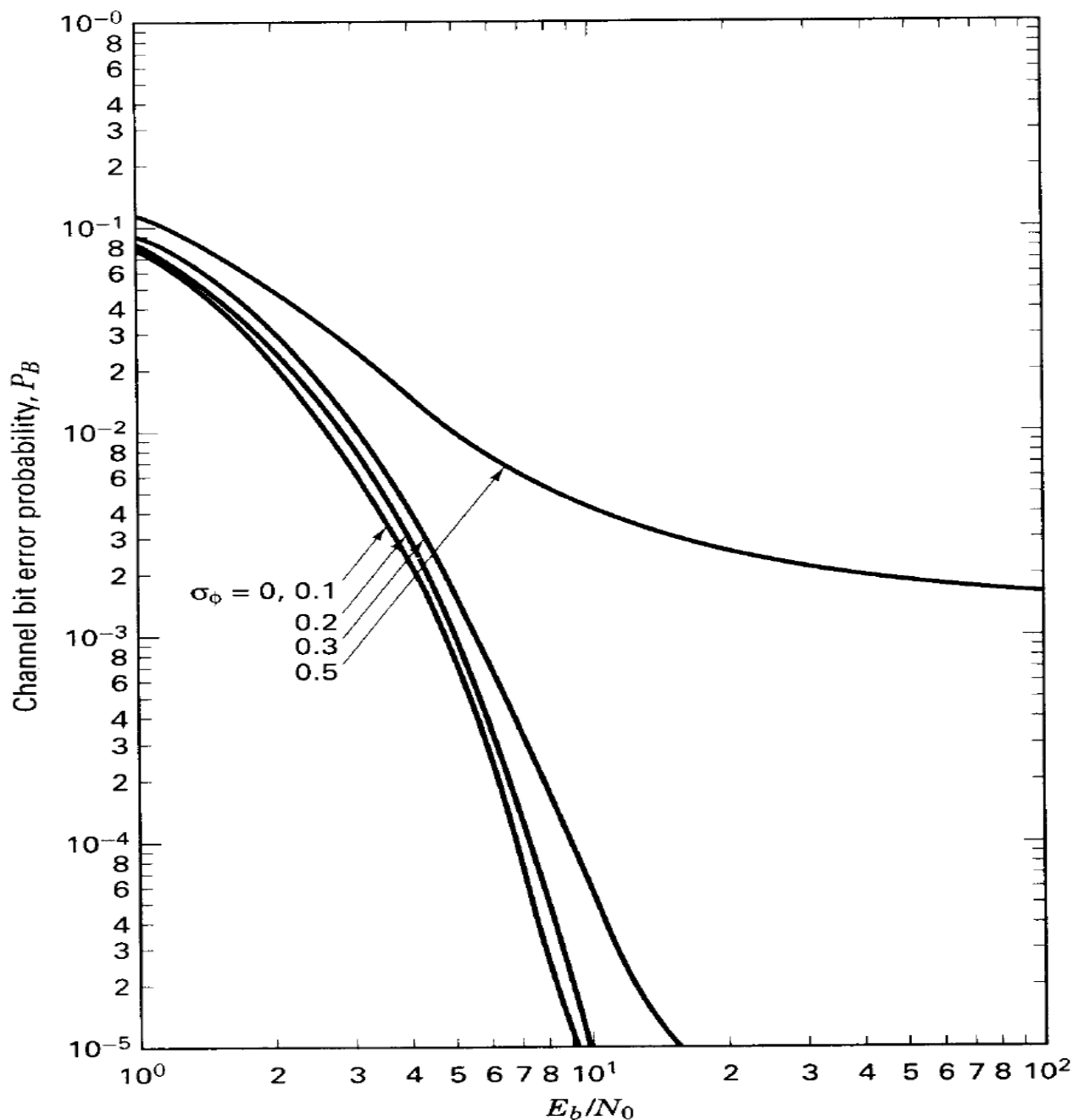
信噪比 $\rho = E_b / N_0$

由于噪声的影响，载波跟踪相位误差 $\Delta\varphi$ 是一个随机量，设它的分布密度为 $p(\Delta\varphi)$ ，则平均误码率为

$$P_e = \int Q\left(\sqrt{2\rho \cdot \cos^2 \Delta\varphi}\right) \cdot p(\Delta\varphi) d\varphi$$

锁相环路线
性化模型中,
 $p(\Delta\varphi)$ 近
似为零均值,
方差为 $\sigma_{\hat{\varphi}}^2$
的高斯分布。

相位抖动对
BPSK 误码
性能的影响



对于中等信噪比值，小的相位误差产生的性能退化是极小的，可以忽略。当相位误差的标准偏差大于0.3rad时性能严重退化，这时即使再无限增大信噪比 ρ 都无济于事。因为这时误码率主要由相位误差的概率所决定，与 ρ 无关。这时的误码率称为是不可减小误码率。另一方面，对于设计良好的相位跟踪环路，当 ρ 增大时，环路信噪比 γ_L 也增大， $\sigma_{\hat{\phi}}^2$ 会减小，所以实际上对于设计良好的环路，不可减小误码率出现可能性不大。

对于一阶环路，根据Viterbi导出的精确相位误差概率分布密度，可得到平均误码率

$$P_e = \int_0^{2\pi} Q\left(\sqrt{2\rho \cdot \cos^2 \Delta\varphi}\right) \cdot \frac{\cos(\gamma_L \cos \Delta\varphi)}{2\pi I_0(\gamma_L)} d\Delta\varphi$$

[例] 对于BPSK相干解调，在环路信噪比为 $\gamma_L = 20db$ 和 $10db$ 情况下，比较跟踪相位误差对误码率的性能影响。 $(\gamma_L = 1/\sigma_{\hat{\phi}}^2)$

[解] 对 $\gamma_L = 20db$ ，相当于 $\sigma_{\hat{\phi}} = 0.1 \text{ rad}$ ，这时从图可见相位误差对误码率几乎没有影响， $P_e=10^{-5}$ 误码率要求信噪比 $\rho \approx 9.1 = 9.6(db)$ ；而对 $\gamma_L = 10db$ ，相当于 $\sigma_{\hat{\phi}} = 0.32 \text{ rad}$ ，为了达到误码率 $P_e=10^{-5}$ ，要求信噪比 $\rho \approx 11 = 10.4(db)$ ，所以二者性能相差 $0.8 db$ 。

从图可见如果 γ_L 小于 $10 db$ ，误码性能退化迅速加剧， $\gamma_L = 10db$ 被看成是跟踪环路设计的一个合理门限。