

# 浙江大学实验报告

专业：信息工程  
姓名：张青铭  
学号：3200105426  
日期：10.24  
地点：

课程名称：数字信号处理 指导老师：徐元欣 成绩：

实验名称：DFT/FFT 的应用之一 —— 确定性信号谱分析 实验类型：验证 同组学生姓名：二

## 一、实验目的和要求

谱分析即求信号的频谱。本实验采用 DFT/FFT 技术对周期性信号进行谱分析。通过实验，了解用  $X(k)$  近似地表示频谱  $X(e^{j\omega})$  带来的栅栏效应、混叠现象和频谱泄漏，了解如何正确地选择参数（抽样间隔  $T$ 、抽样点数  $N$ ）。

## 二、实验内容和步骤

- 2-1 选用最简单的周期信号：单频正弦信号、频率  $f=50$  赫兹，进行谱分析。
- 2-2 谱分析参数可以从下表中任选一组（也可自定）。对各组参数时的序列，计算：一个正弦周期是否对应整数个抽样间隔？观察区间是否对应整数个正弦周期？

信号频率 $f$ (赫兹)	谱分析参数	抽样间隔 $T$ (秒)	截断长度 $N$ (抽样个数)
50	第一组参数	0.000625	32
50	第二组参数	0.005	32
50	第三组参数	0.0046875	32
50	第四组参数	0.004	32
50	第五组参数	0.0025	16

- 2-3 对以上几个正弦序列，依次进行以下过程。
- 2-3-1 观察并记录一个正弦序列的图形（时域）、频谱（幅度谱、频谱实部、频谱虚部）形状、幅度谱的第一个峰的坐标（ $U, V$ ）。
- 2-3-2 分析抽样间隔  $T$ 、截断长度  $N$ （抽样个数）对谱分析结果的影响；
- 2-3-3 思考  $X(k)$  与  $X(e^{j\omega})$  的关系；
- 2-3-4 讨论用  $X(k)$  近似表示  $X(e^{j\omega})$  时的栅栏效应、混叠现象、频谱泄漏。

### 三、主要仪器设备

MATLAB 编程。

### 四、操作方法和实验步骤

(参见“二、实验内容和步骤”)

### 五、实验数据记录和处理

#### 1.主程序代码

```
clear all;
close all;
T=[0.000625,0.005,0.0046875,0.004,0.0025];%抽样间隔
NN0=31;%采样数
NN1=15;%采样数
SSAsin(T(1),NN0);
SSAsin(T(2),NN0);
SSAsin(T(3),NN0);
SSAsin(T(4),NN0);
SSAsin(T(5),NN1);
```

#### 2.画时域图、求 DFT、画频域图、求 DTFT 函数 SSAsin(T,N0)代码

```
function SSAsin(T,N0)
    f=50;
    N=0:N0;
    t=0:0.0005:0.1;
    x0=sin(2*pi*f*t);%原信号
    x1=sin(2*pi*f*T*N);%抽样序列

    %时域图
    figure
    subplot(4,2,[1,2]);plot(t,x0);title('时域图');
    subplot(4,2,[3,4]);stem(N,x1);title('抽样序列');

    %时域图2
    subplot(4,2,5);%实部
    stem(N,real(x1));
    title('实部');

    subplot(4,2,6);%虚部
    stem(N,imag(x1));
    title('虚部');

    subplot(4,2,7);%模
    stem(N,abs(x1));
```

```

title('幅度');

subplot(4,2,8);%相角
stem(N,angle(x1));
title('相角');

%频谱
x2=fft(x1,N0+1);
magX=abs(x2);%幅度
realX=real(x2);%实部
imagX=imag(x2);%虚部
figure
subplot(3,1,1);stem(N,magX);title('幅度');
subplot(3,1,2);stem(N,realX);title('实部');
subplot(3,1,3);stem(N,imagX);title('虚部');

%DTFT与DFT对比
w=0:pi/1000:2*pi;
Xw=x1*(exp(-1*j)).^(N'*w);%利用公式，求DTFT
figure
subplot(2,1,1);plot(w,abs(Xw));title('DTFT');
subplot(2,1,2);stem(N,magX);title('DFT');
end

```

## 六、实验结果与分析

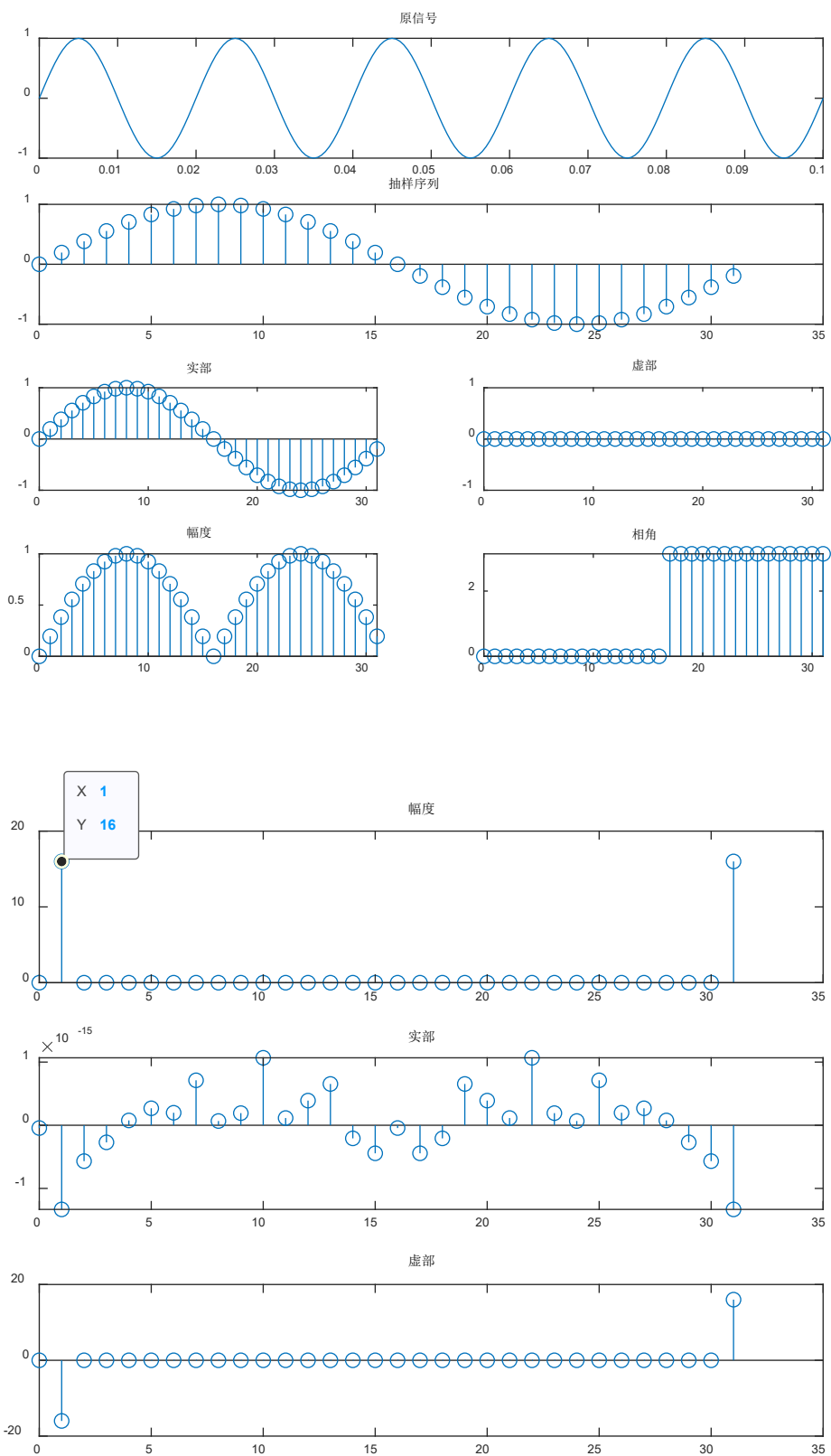
### 6-1 实验结果

6-1-1 计算：一个正弦周期是否对应整数个抽样间隔？观察区间是否对应整数个正弦周期？

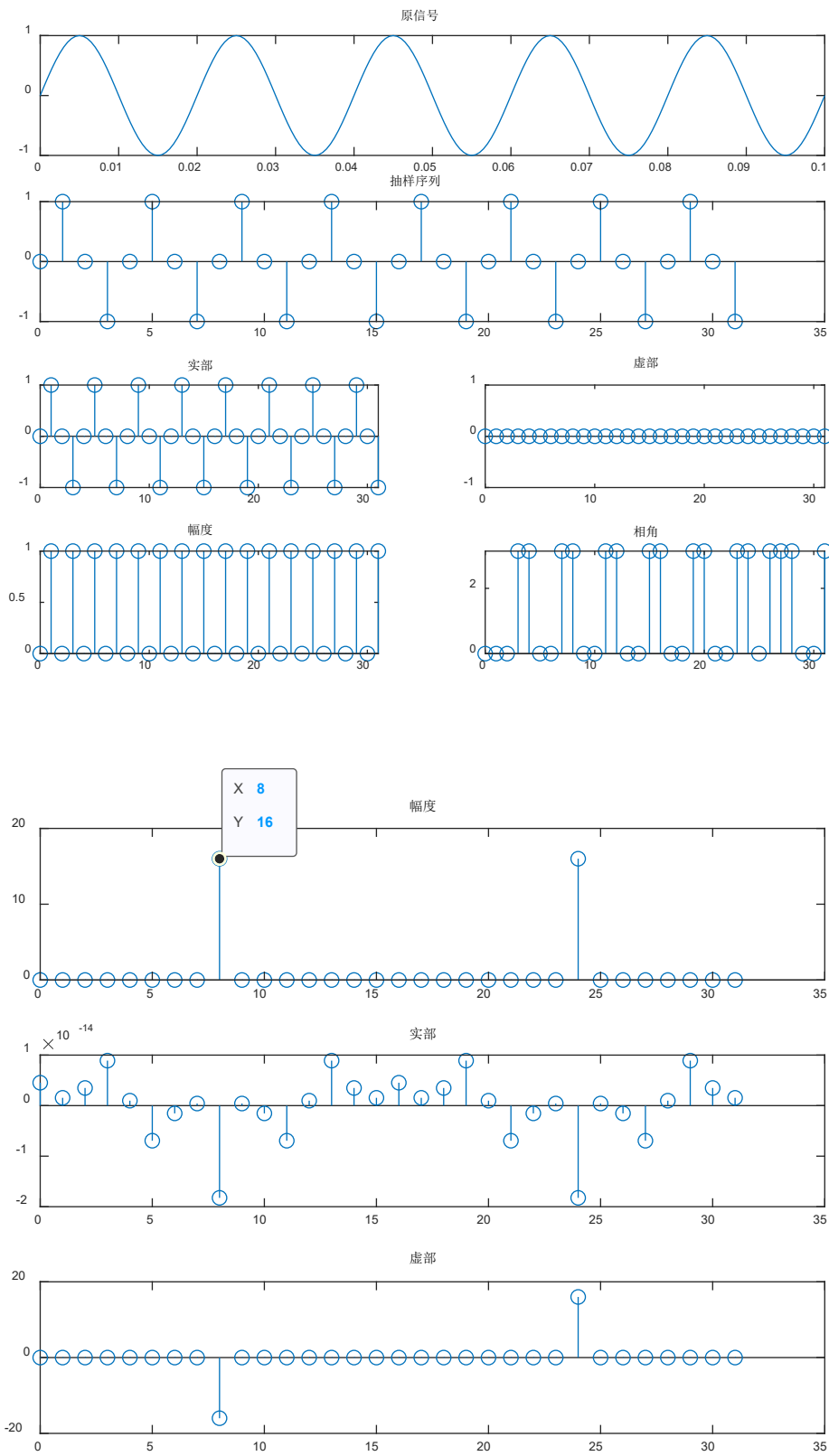
谱分析参数	抽样间隔 T	截断长度 N	是否对应整数抽样	是否对应整数正弦周期
第一组参数	0.000625	32	$0.02/0.000625=32$ 是	$0.000625*32/0.02=1$ 是
第二组参数	0.005	32	$0.02/0.005=4$ 是	$0.005*32/0.02=8$ 是
第三组参数	0.0046875	32	$0.02/0.0046875=4.26$ 不是	$0.0046875*32/0.02=7.5$ 不是
第四组参数	0.004	32	$0.02/0.004=5$ 是	$0.004*32/0.02=6.4$ 不是
第五组参数	0.0025	16	$0.02/0.0025=8$ 是	$0.0025*16/0.02=2$ 是

6-1-2 每组参数对应的时域图和频域图

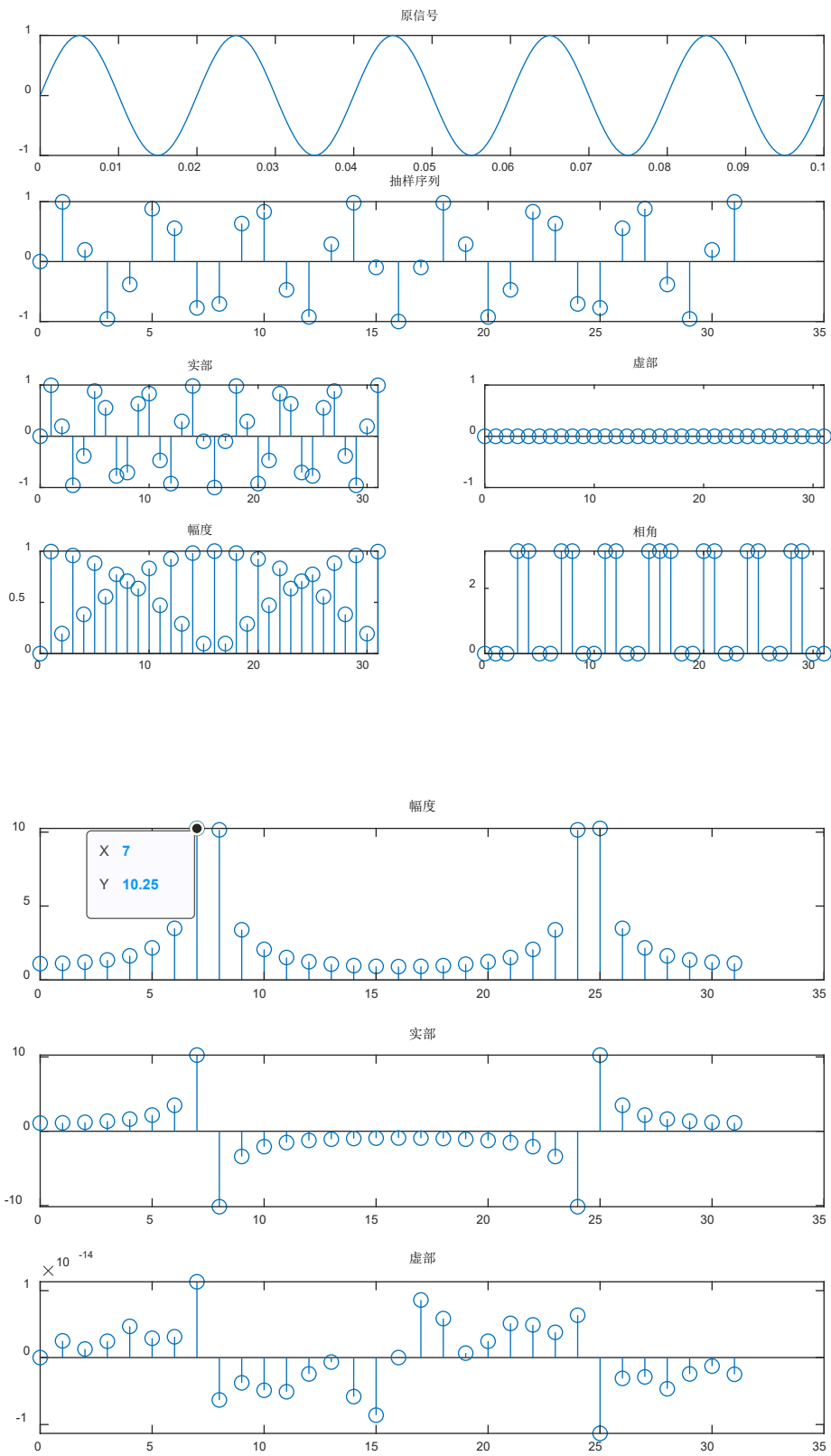
第一组参数：



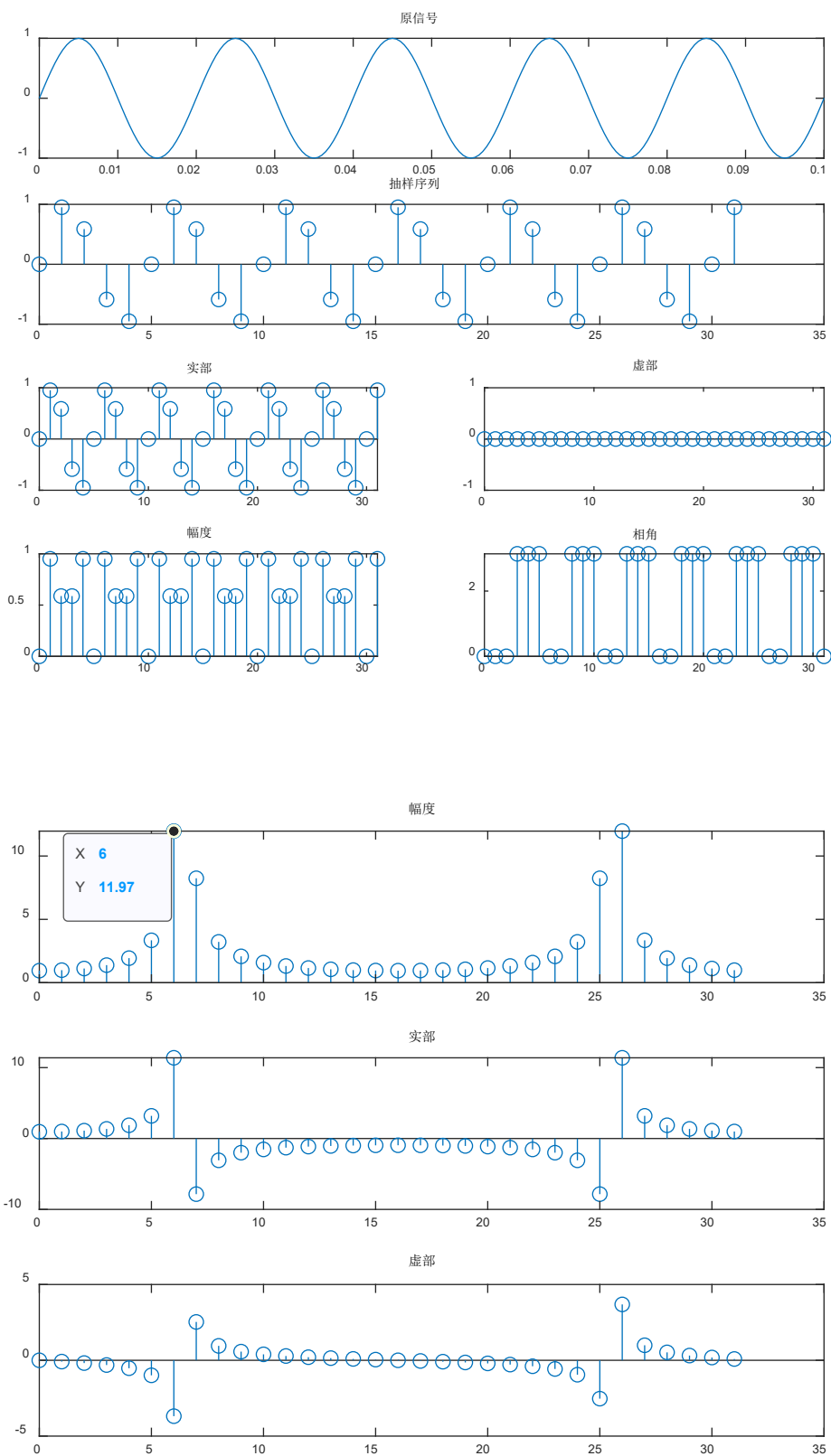
第二组参数:



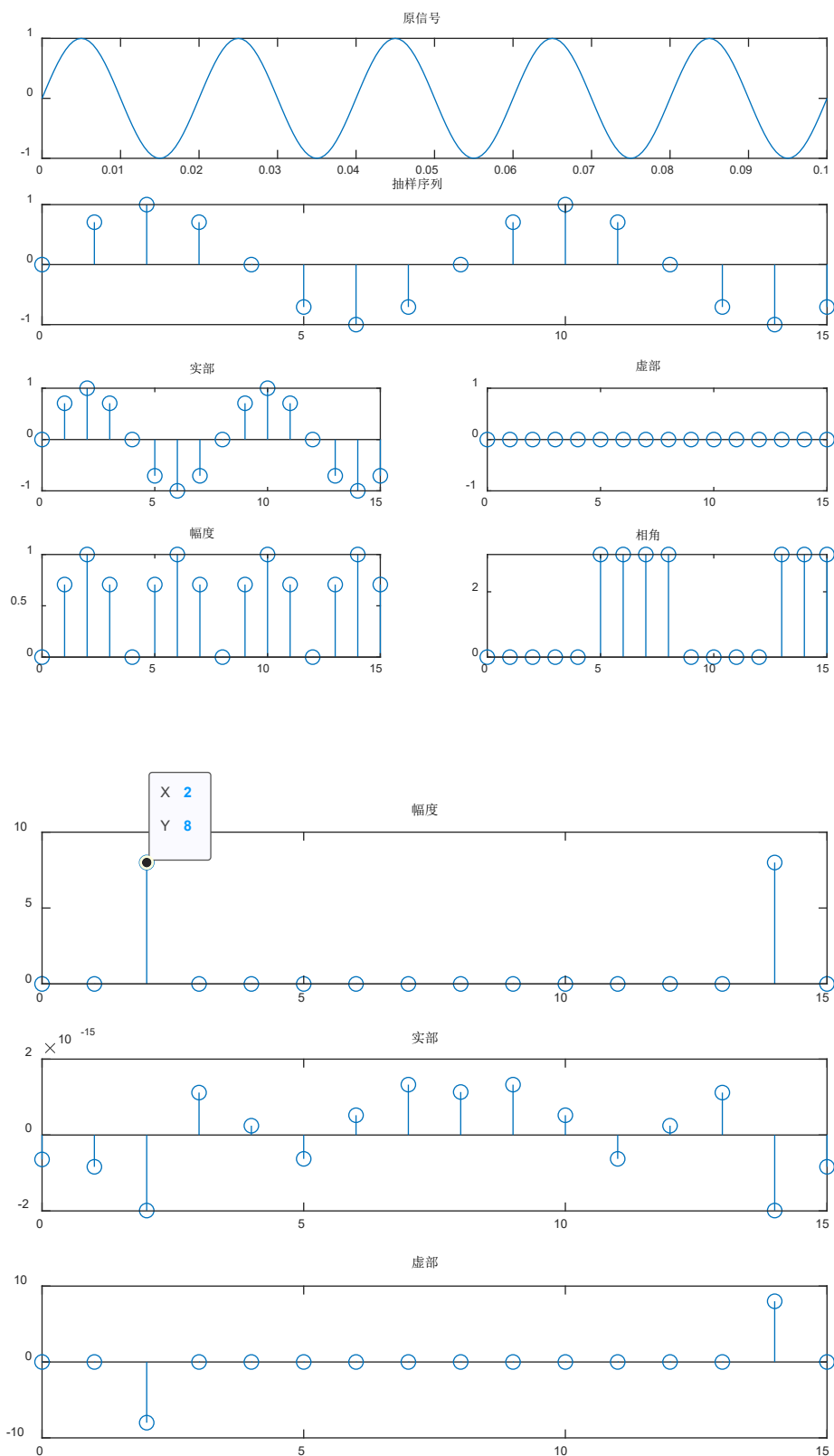
第三组参数:



第四组参数:



第五组参数:



6-1-3 分析抽样间隔  $T$ 、截断长度  $N$ （抽样个数）对谱分析结果的影响



- 1.若抽样间隔  $T$  不满足  $\frac{1}{T} > 2f_s$ ，则会引起频谱混叠
- 2.截断长度  $N$  会造成频谱泄露和栅栏效应

#### 6-1-4 $X(k)$ 与 $X(e^{j\omega})$ 的关系

$X(k)$ 是对 $X(e^{j\omega})$ 的  $N$  点采样

#### 6-1-5 用 $X(k)$ 近似表示 $X(e^{j\omega})$ 时的栅栏效应、混叠现象、频谱泄漏

1. $X(k)$ 近似表示  $X(e^{j\omega})$ 一定会产生栅栏效应，但增加频域抽样点数可以减小栅栏效应
- 2.当取样时间不满足抽样定理，会发生混叠现象
- 3.无限长序列截断成有限长序列，频谱会扩散、拖尾、变宽，即频谱泄露。可以通过取更长的数据、窗函数缓慢截断，如三角形窗、升余弦窗等，减少泄露

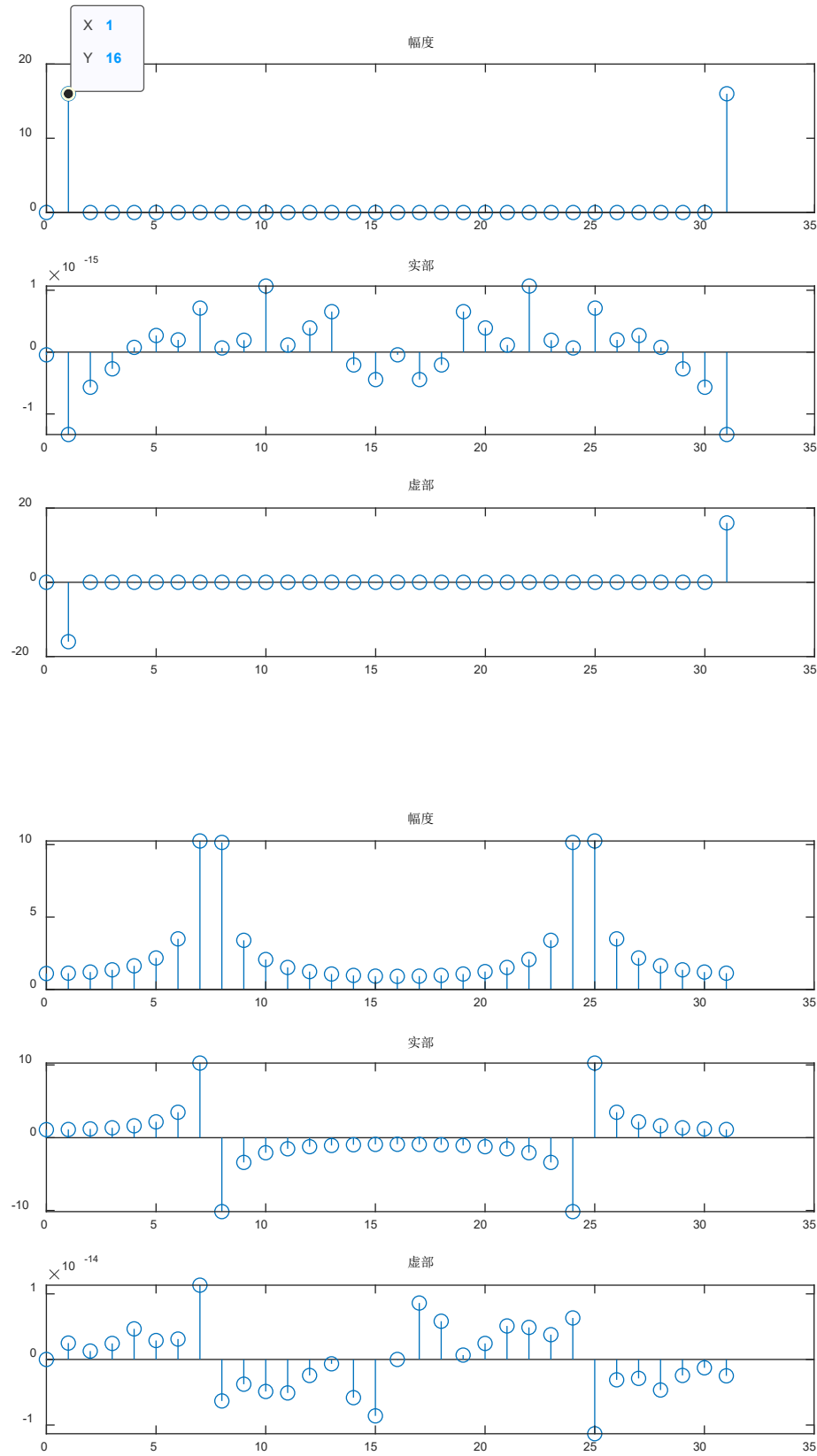
6-2 根据上列参数来推测相应频谱的形状、谱峰所在频率（U）和谱峰的数值（V）、混叠现象和频谱泄漏的有无。

谱分析参数	抽样间隔 $T$	截断长度 $N$	谱峰所在频率 $U$	峰值 $V$
第一组参数	0.000625	32	1	16
第二组参数	0.005	32	8	16
第三组参数	0.0046875	32	7	10.25
第四组参数	0.004	32	6	12
第五组参数	0.0025	16	2	8

- 1.信号频率位 50Hz，抽样间隔  $T$  均满足  $\frac{1}{T} > 2f_s$ ，满足奈奎斯特采样定理，不会出现频率混叠现象；
- 2.采样后，对序列进行有限长截断，相当于频谱再频域上与  $\text{sinc}$  函数卷积，频谱发生扩散、拖尾、变宽，产生频谱泄露；

#### 6-3 实验结果的特征与记录

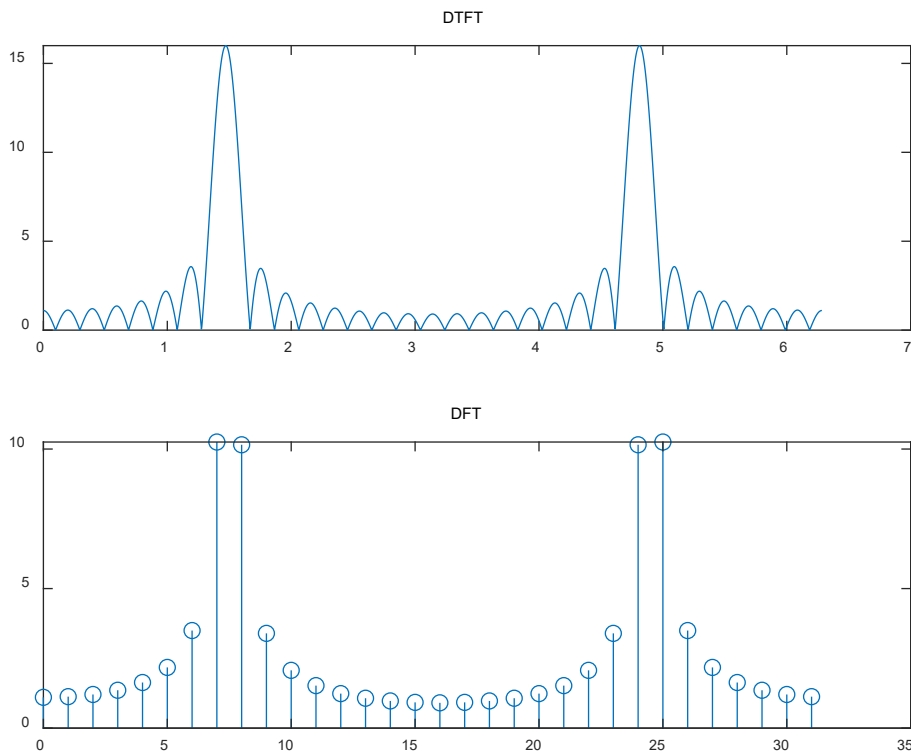
- 1.频谱泄露与栅栏效应



正弦序列的频谱峰值应该只有一个，且其余点幅值为0或接近0。以上是序列1和序列3的频谱图，对比以上两个序列的频谱可以发现，序列1的频谱没有发生频谱泄露。但当  $T=0.0046875s$ ，序列3的DFT

图既不满足峰值唯一，也不满足其余点接近 0；

对该信号做 DTFT 进行对比：



可以发现由于采样数  $N$  的限制，导致采样失去了峰值信息；由于截断作用，原频谱与  $\text{sinc}$  函数频谱卷积引起了峰值周围的拖尾，导致其余点幅度不为 0；

2.可以发现，以上均满足采样定理的谱分析结果总体趋势接近正弦信号的频谱， $T$  与  $N$  会造成不同程度的峰值受损和峰值点外的点幅度不为 0；其影响可以通过取较好的  $T$  和  $N$  减弱，并且当一个正弦周期对应整数个抽样间隔，观察区间对应整数个正弦周期时，可以避免频谱泄露和减小栅栏效应；

### 6-3 用基本理论、基本概念来解释各种现象

#### 1.频谱混叠

时域信号采样离散化时，采样频率  $f_c$  不满足奈奎斯特采样定理： $f_c \geq 2f_{\max}$  就会发生频谱混叠。

#### 2.频谱泄露

信号为无限长序列，运算需要截取其中一部分（截断），于是需要加窗函数，加上窗函数相当于时域相乘，于是相当于频域卷积，当窗函数取矩形窗函数相当于与  $\text{sinc}$  函数卷积，于是频谱中除了本来该有的主瓣之外，还会出现本不该有的旁瓣，即频谱泄露。频谱泄露也可以理解为分析结果中，出现了本来没有的频率分量。对于无限长周期序列，若做整周期截断，则不会发生频谱泄露，原因是整周期截断后，做周期延拓可以恢复原序列。

#### 3.栅栏效应

DFT 的频谱限于基频  $f_0$  的整数倍处的离散谱。像“栅栏”观看一个景象，只在离散点地方看到真实景象；可以通过增加频域抽样点和在时域数据末端填零的方法减小栅栏效应。