信号

——by XZQ

1. **卷积**的物理含义：

   对线性时不变系统而言，不同时刻的输入，对应的系统响应只相差一个时延。因此卷积的含义是：某一时刻τ的输入信号值$x(\tau)$作为激励，系统的输出为$x(\tau)h(t-\tau)$。再通过积分，对所有时刻输入的激励所产生的输出进行叠加。

2. **系统的性质判定**：线性/非线性、时变/时不变、因果/非因果、稳定/非稳定

3. **傅里叶变换**的物理含义：信号在一组正交基函数上做内积（投影），对原始信号进行分解。

   傅里叶反变换的$\frac{1}{2\pi}$：https://www.zhihu.com/question/301910683

4. **离散信号的傅里叶变换**为什么是周期的、**采样定理**：

   离散信号相当于对一个连续信号做冲激串采样（时域相乘），时域的冲激串在频域还是冲激串，而信号的时域相乘等于频域卷积，因此离散信号的频域等于原来连续信号的频谱做周期延拓。

5. **冲激串的频谱**：

   首先冲激串在时域上是一个周期函数，可以用傅里叶级数进行表示。采样间隔为T，就对应于周期为T的冲激串。可以算出所有谐波频率$k\omega_0$上的系数$a_k=\frac{1}{T}$。因此，冲激串就等于这些$e^{jk\omega_0 t}$求和。

   $$\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{1}{T}e^{jk\omega_0 t}$$

   因为每个谐波频率的基函数$e^{jk\omega_0 t}$的频谱是频移后的冲激$2\pi\delta(\omega-k\omega_0)$，所以时域冲激串的频谱就是这一系列频移冲激的叠加成的频域冲激串。

   $$\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{1}{T}e^{jk\omega_0 t}\xrightarrow{\mathcal{F}}\frac{2\pi}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-k\omega_0)$$

   这也体现了一个非常重要的性质，周期为T的冲激串信号，频谱周期为$\frac{2\pi}{T}$。结合时域相乘等于频域卷积的性质，也证明了采样定理，即需要$\frac{1}{T}>2f_m$。

6. **离散信号的抽取和内插**：

   D倍抽取：频谱在$[-\pi,\pi]$内延展D倍，幅度变为$\frac{1}{D}$。

   I倍内插：I倍插零+增益为I，截止频率$\frac{\pi}{I}$的低通滤波。频谱在$[-\pi,\pi]$内收缩I倍，幅度变为I。

7. **连续系统的离散实现**：$h[n]=h_c(nT)$

8. **拉氏变换**：$s=\sigma+j\omega$，引入衰减因子$e^{-\sigma t}$，能够分析原本傅里叶变换中不收敛的信号，将变换推广到复频域，可以进行一些稳定性的分析，将微分方程转化为代数方程。

   收敛域性质：

   1. 收敛域平行于$j\omega$轴。
   2. $x(t)$有限长：整个S平面
   3. $x(t)$右边信号：最右边极点的右边
   4. $x(t)$左边信号：最左边极点的左边
   5. $x(t)$双边信号：看成一个左边信号和一个右边信号的叠加，为有限带状

   稳定系统：$H(s)$的收敛域包含$j\omega$轴，即$h(t)$存在傅里叶变换

   用**单边拉氏变换**，可以得到零状态响应/零输入响应

9. **Z变换**：将$e^{j\omega n}$推广到z^n，$z = re^{j\omega}$。

   收敛域性质：

   1. 圆环状
   2. $x[n]$有限长：整个Z平面
   3. $x[n]$双边序列：圆环型区域
   4. $x[n]$右边序列：最外面极点的外面
   5. $x[n]$左边序列：最里面极点的里面

   稳定系统：$H(z)$的收敛域包含单位圆