第四章　模拟调制系统

§4.1　概述

基带模拟信号调制载波，使载波的某个参数随基带模拟信号变化而变化。

$$c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \phi_c)$$

根据消息信号 $m(t)$ 来调制载波的振幅、频率或相位，则分别称它们是调幅、调频和调相。

模拟调制目的在于：

① 通过调制把基带消息信号的频谱搬移到载波频率，即

把基带信号变成带通信号，使适应于带通信道的要求；

② 通过调制可以提高信号通过信道传输时的抗干扰能力，

特别通过展宽频带可以增加抗干扰能力；

③ 通过频分复用使多个消息信号同时传输；

线性调制

已调信号的频谱结构和调制信号的频谱结构相同；已调信号的频谱是调制信号频谱沿频率轴平移的结果。

线性调制种类：

－普通调幅（AM）；

－双边带抑制载波调幅（DSB-SC AM）；

－单边带调制（SSB）；

－残留边带调制（VSB）；

非线性调制（角调制）

已调信号的频谱除了频谱搬移外，还增加了许多新的频率成分，

占用的频带远比调制信号频带宽。

非线性调制种类：

一调频(FM)；

一调相(PM);

§4.2 线性调制系统

一、双边带抑制载波调幅（DSB-SC AM）

消息信号 $m(t)$

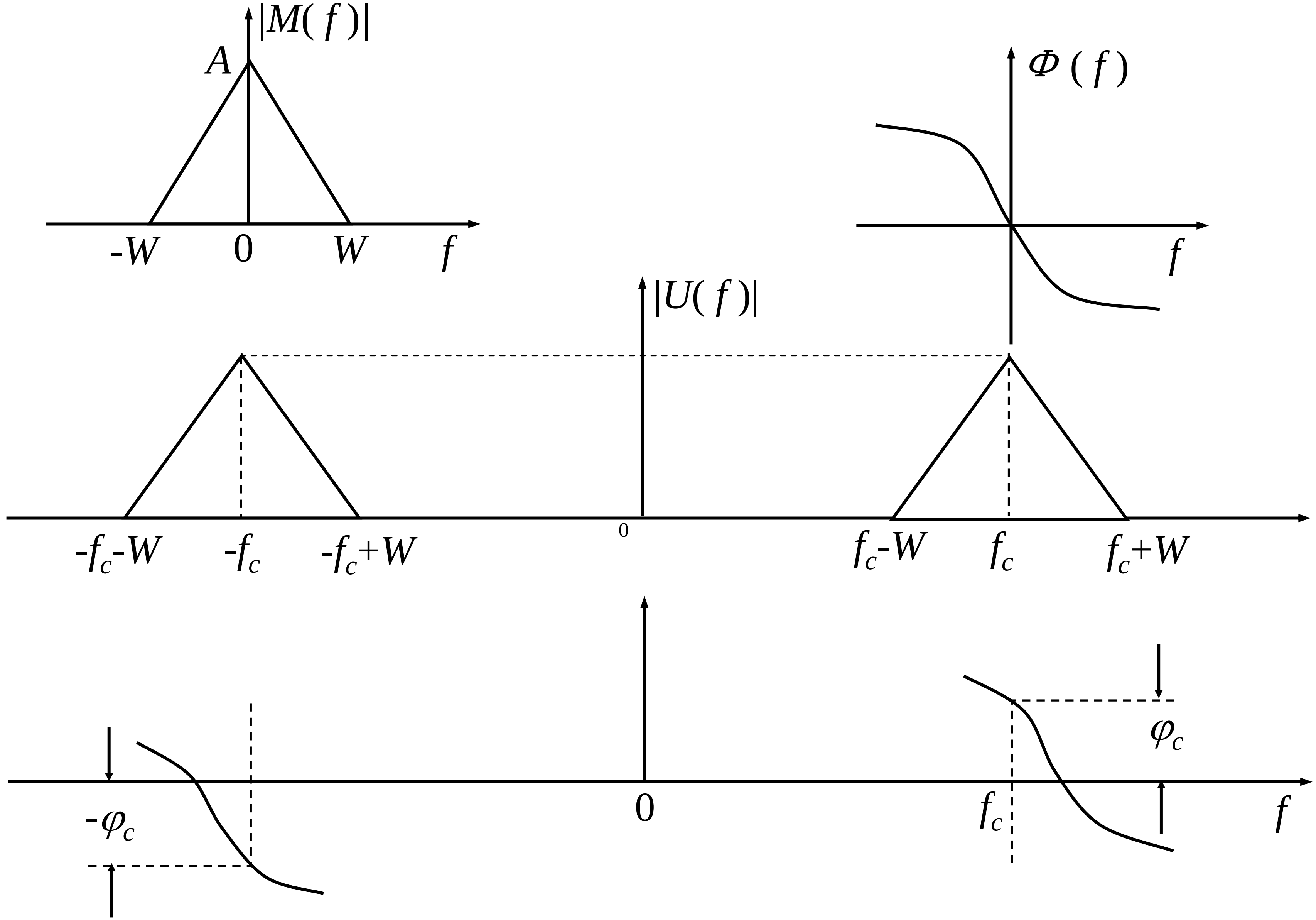
载波 $c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \phi_c)$

① 已调信号时域表示：

$$
\begin{aligned}
u(t) &= m(t) \cdot c(t) \\
&= A_c m(t) \cos(2\pi f_c t + \phi_c)
\end{aligned}
$$

② 已调信号频域表示：

$$
\begin{aligned}
U(f) &= \mathcal{F}\left[m(t)\right] \otimes \mathcal{F}\left[A_c \cos(2\pi f_c t + \phi_c)\right] \\
&= \frac{A_c}{2}\left[M(f - f_c)e^{j\phi_c} + M(f + f_c)e^{-j\phi_c}\right]
\end{aligned}
$$



调制信号 $m(t)$ 的带宽为 W ，则已调**DSB-SC**信号的带宽为 $2W$

③ DSB-SC AM信号的功率谱

相关函数：

$$R_u(\tau) = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} u(t)u(t-\tau)dt$$

$$= \frac{A_c^2}{2}R_m(\tau)\cos(2\pi f_c\tau)$$

功率谱：

$$P_u(f) = \mathcal{F}\left[\frac{A_c}{2}R_m(\tau)\cos(2\pi f_c\tau)\right]$$

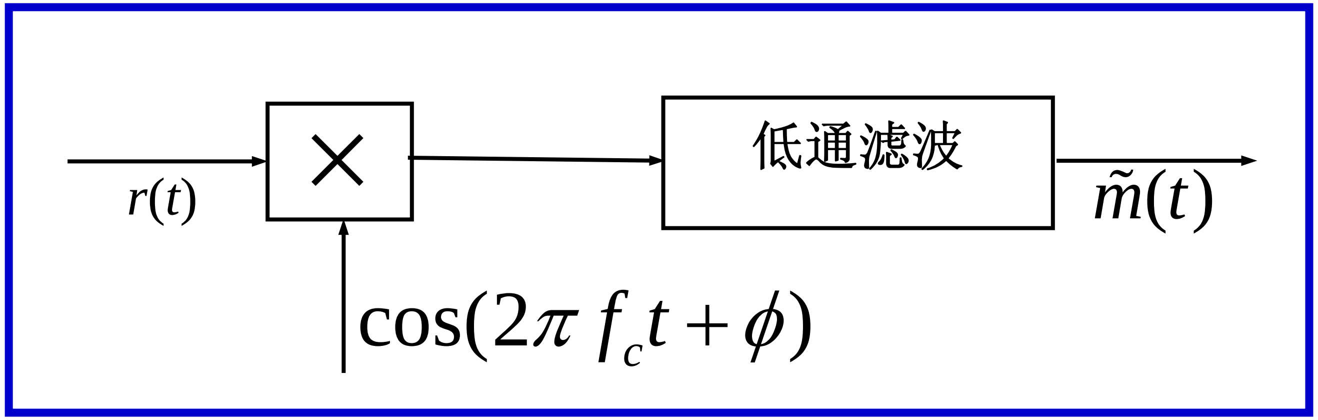
$$= \frac{A_c^2}{4}\left[P_m(f-f_c)+P_m(f+f_c)\right]$$

$P_m(f)$为消息信号 $m(t)$的功率谱。

已调信号总功率：

$$P_u = R_u(0) = \frac{A_c^2}{2}P_m$$

④ DSB-SC AM信号解调



$$r(t)\cdot\cos(2\pi f_c t+\phi)=A_c m(t)\cos(2\pi f_c t+\phi_c)\cos(2\pi f_c t+\phi)$$

$$=\frac{1}{2}A_c m(t)\cdot\cos(\phi_c-\phi)+\frac{1}{2}A_c m(t)\cos(4\pi f_c t+\phi_c+\phi)$$

$$\tilde{m}(t)=\frac{1}{2}A_c m(t)\cos(\phi_c-\phi)$$

当 $\phi=\phi_c$ $\qquad \tilde{m}(t)=\frac{1}{2}A_c m(t)$

二、普通调幅（AM）

消息信号 $m(t)$

载波 $c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \phi_c)$

① 普通调幅（AM）信号时域表示：

$$u(t) = A_c \left[1 + m(t)\right] \cos(2\pi f_c t + \phi_c)$$

或者 $$u(t) = A_c \left[1 + a \cdot m_n(t)\right] \cos(2\pi f_c t + \phi_c)$$

其中 $$m_n(t) = \frac{m(t)}{\max\left|m(t)\right|}$$

$a \le 1$ 是调制指数

② 普通调幅（AM）信号频域表示：

$$U(f)=\mathcal{F}\left\{\left[1+a\cdot m_n(t)\right]\cos(2\pi f_c t+\phi_c)\right\}$$

$$=\frac{A_c}{2}\Big[e^{j\phi_c}aM_n(f-f_c)+e^{-j\phi_c}aM_n(f+f_c)$$

$$+e^{j\phi_c}\delta(f-f_c)+e^{-j\phi_c}\delta(f+f_c)\Big]$$

普通调幅（AM）要求的带宽和双边带抑制载波(DSB-SC)情况相同，为 $2W$ 。

③ AM信号的功率谱

$$(1+a\cdot m_n(t)) \Leftrightarrow \delta(f)+a^2P_{m_n}(f)$$

$$P_u(f)=\frac{A_c^2}{4}\left[\delta(f-f_0)+a^2P_{m_n}(f-f_0)+\right.$$
$$\left.\delta(f+f_0)+a^2P_{m_n}(f+f_0)\right]$$

普通AM信号的总功率为：

$$P_u=\frac{A_c^2}{2}+\frac{A_c^2}{2}a^2P_{m_n}$$

P_{m_n} 为 $m_n(t)$ 的功率

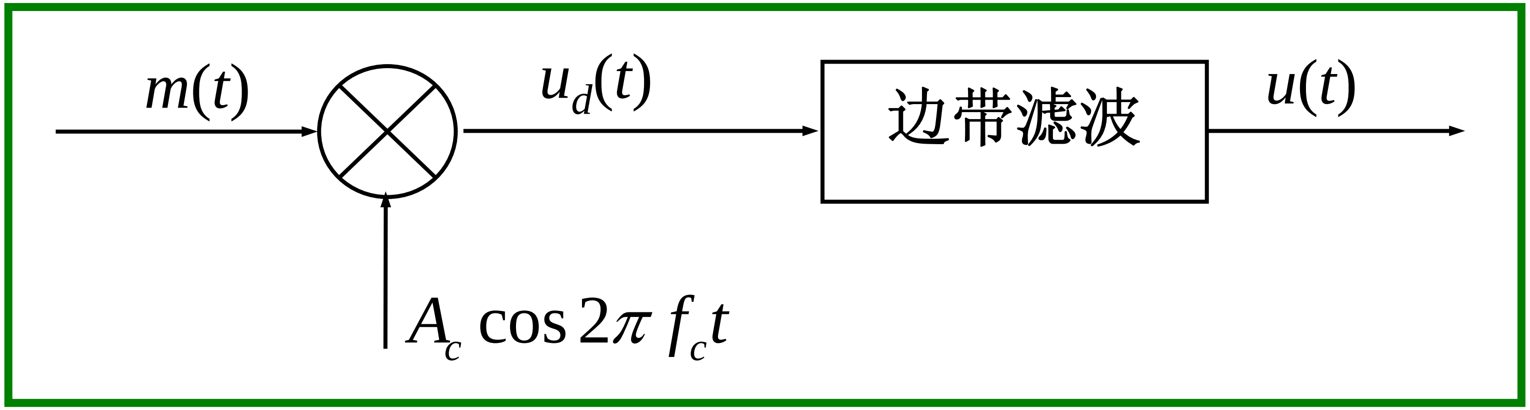
④ 普通调幅信号解调

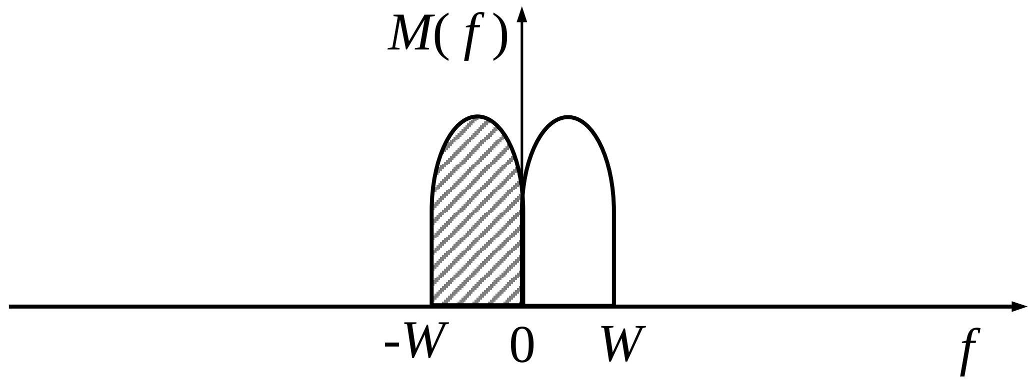
a、包络扦波；b、相干解调

三、单边带调制（SSB）

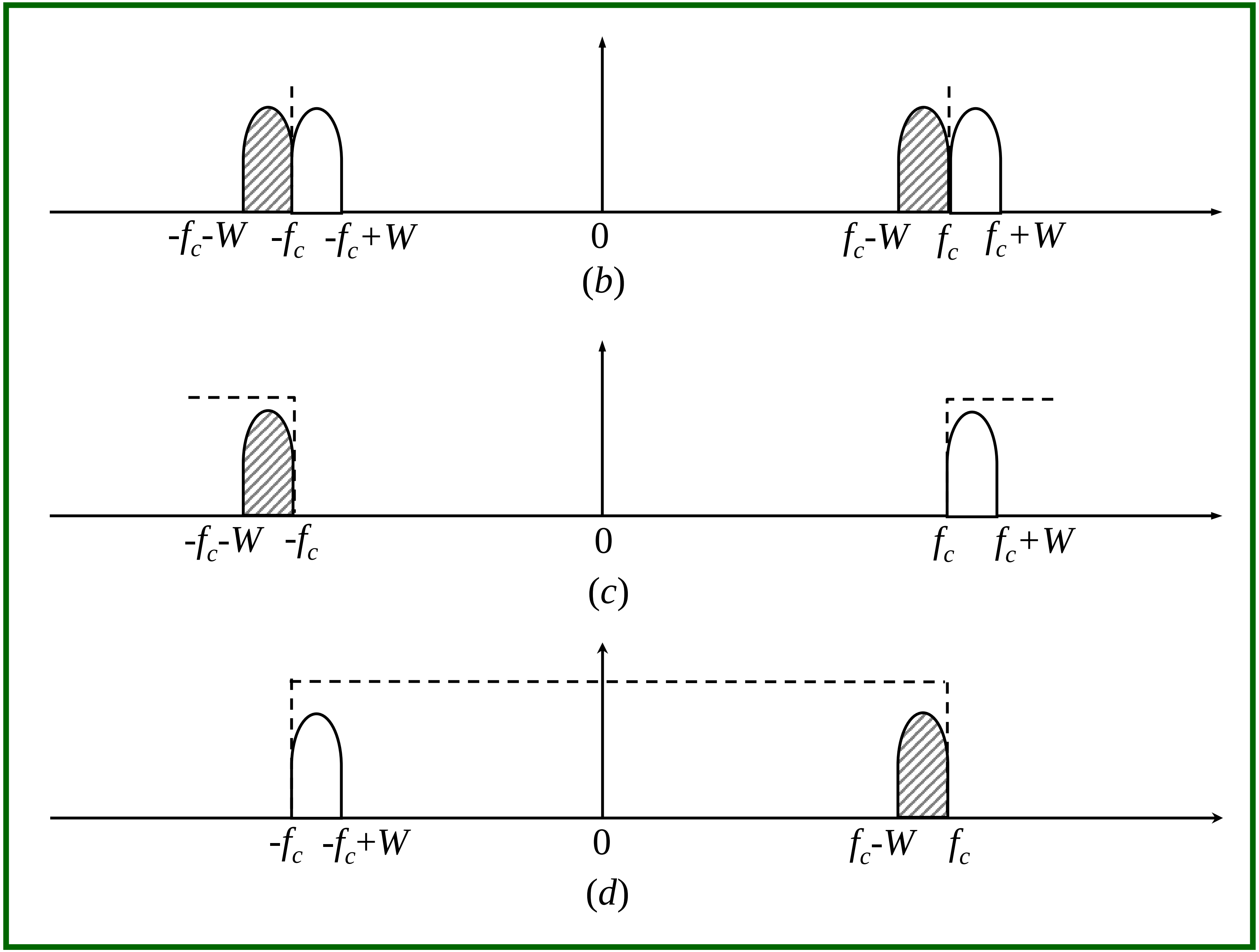
① 二种产生单边带信号的方法

1、滤波法



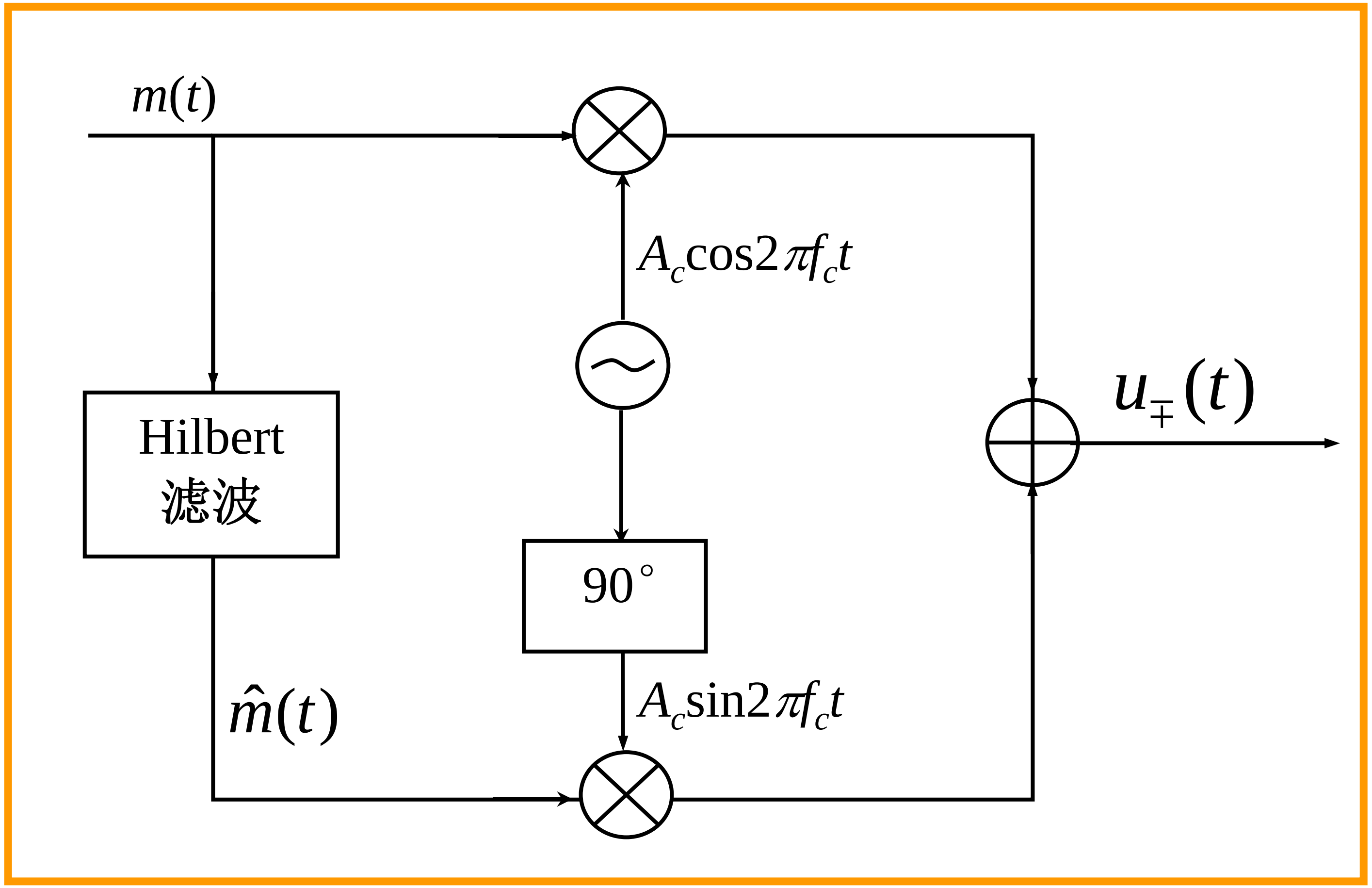


(a)



$-f_c-W$
$-f_c$
$-f_c+W$
0
f_c-W
f_c
f_c+W
(b)
$-f_c-W$
$-f_c$
0
f_c
f_c+W
(c)
$-f_c$
$-f_c+W$
0
f_c-W
f_c
(d)

2、正交法



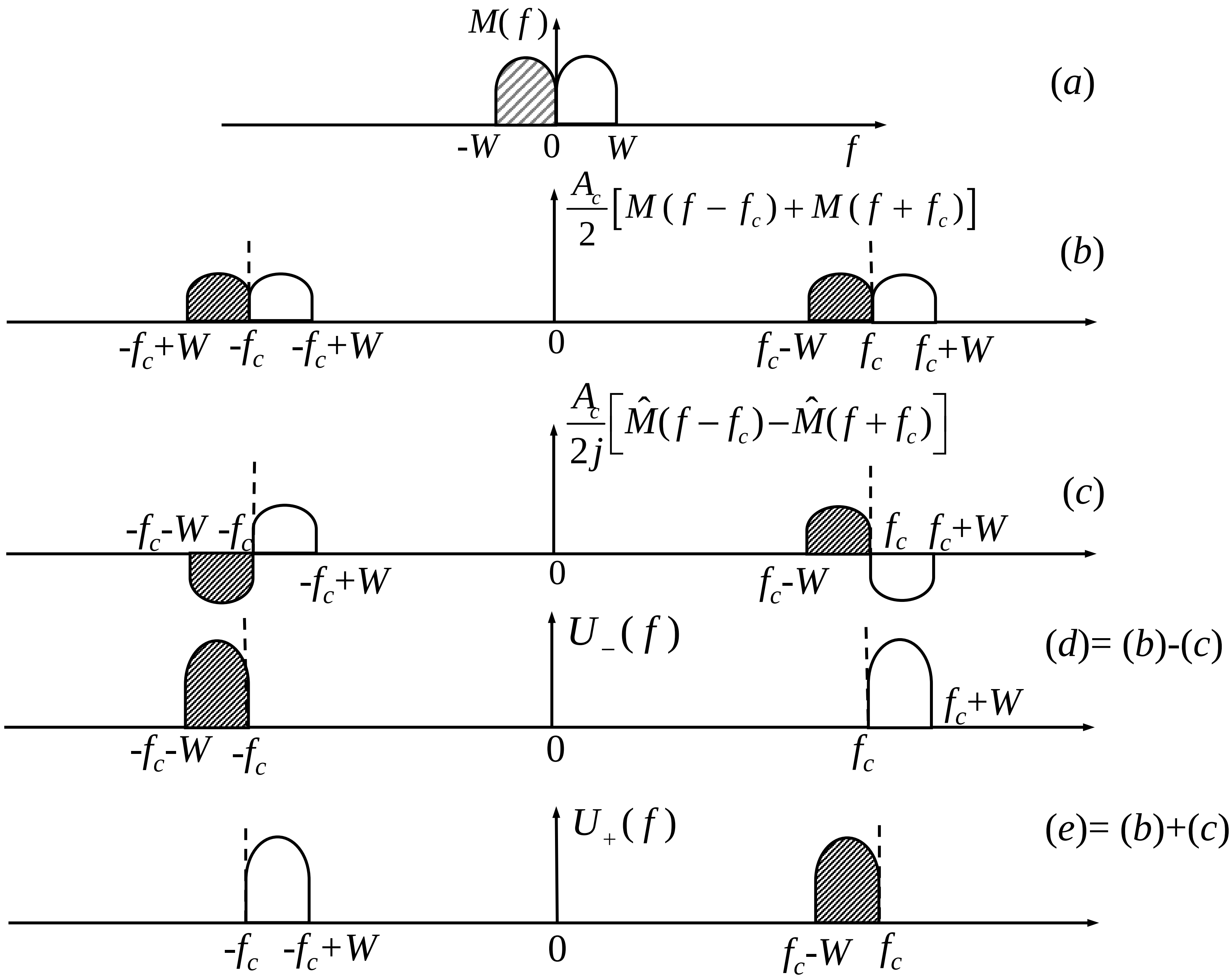
$$u_{\mp}(t) = A_c m(t)\cos(2\pi f_c t) \mp A_c \hat{m}(t)\sin(2\pi f_c t)$$

$u_{\mp}(t)$的频谱为

$$U_{\mp}(f)=\frac{A_c}{2}\left[M(f-f_c)+M(f+f_c)\right]\mp\frac{A_c}{2j}\left[\hat{M}(f-f_c)-\hat{M}(f+f_c)\right]$$

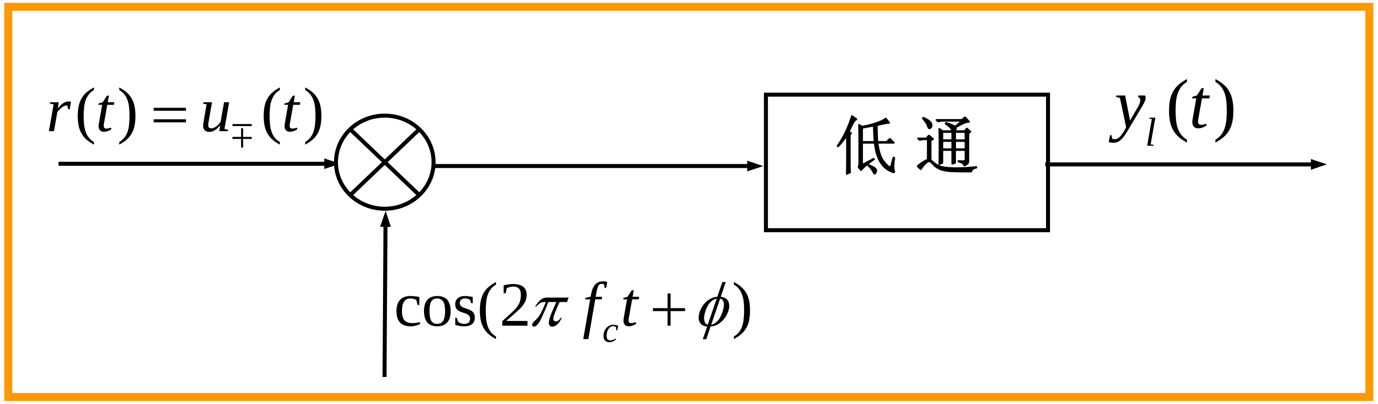
$$\hat{M}(f-f_c)=\begin{cases}-jM(f-f_c) & f>f_c\\ jM(f-f_c) & f<f_c\\ 0 & f=f_c\end{cases}$$

$$\hat{M}(f+f_c)=\begin{cases}-jM(f+f_c) & f>-f_c\\ jM(f+f_c) & f<-f_c\\ 0 & f=-f_c\end{cases}$$



$M(f)$
(a)
-W 0 W f
$\frac{A_c}{2}\left[M(f-f_c)+M(f+f_c)\right]$
(b)
-f_c+W -f_c -f_c+W 0 f_c-W f_c f_c+W
$\frac{A_c}{2j}\left[\hat{M}(f-f_c)-\hat{M}(f+f_c)\right]$
(c)
-f_c-W -f_c -f_c+W 0 f_c f_c+W f_c-W
$U_-(f)$
(d)= (b)-(c)
-f_c-W -f_c 0 f_c f_c+W
$U_+(f)$
(e)= (b)+(c)
-f_c -f_c+W 0 f_c-W f_c

② SSB信号解调

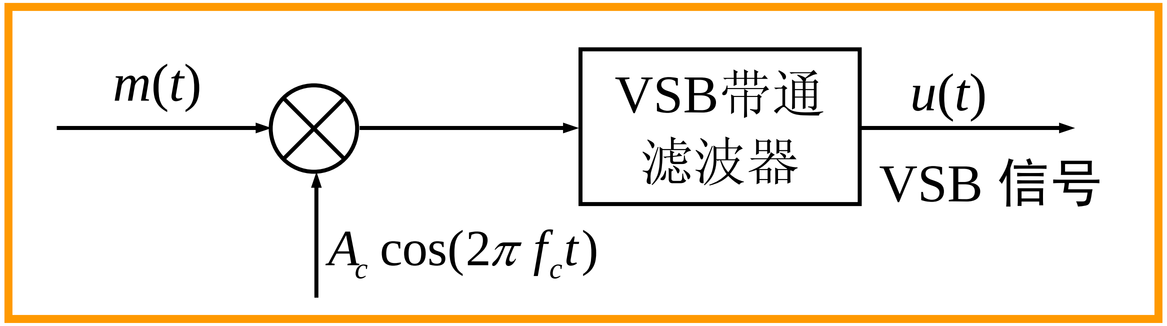


$$r(t) = u_{\mp}(t) = A_c m(t)\cos 2\pi f_c t \mp A_c \hat{m}(t)\sin 2\pi f_c t$$

$$y_l(t) = A_c m(t)\cos\phi \mp A\hat{m}(t)\sin\phi$$

如果有相位误差，不仅使有用输出信号减少了 $\cos\phi$ ，而且产生不希望有的信号分量 $\hat{m}(t)$，所以希望有较严格的 $\phi = 0$ 。

四、残留边带调幅VSB AM（Vestigial-Sideband AM）



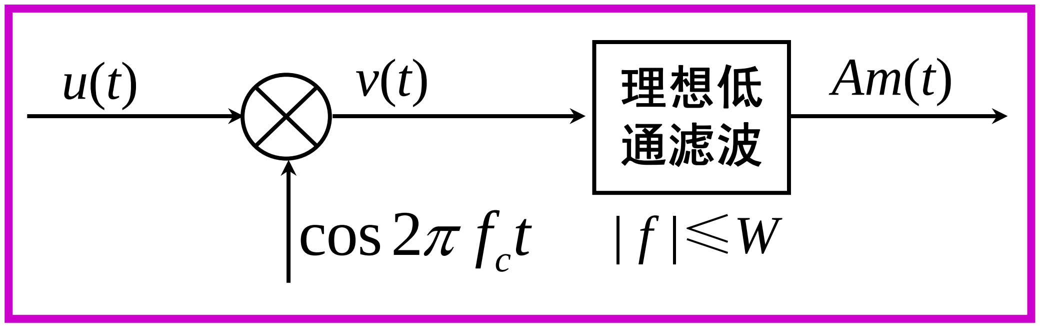
VSB边带滤波的脉冲响应为 $h(t)$**，则VSB AM信号** $u(t)$**的频谱**

$$U(f)=\frac{A_c}{2}\left[M(f-f_c)+M(f+f_c)\right]\cdot H(f)$$

其中 $h(t) \Leftrightarrow H(f)$

$\boldsymbol{H(f)}$**应满足什么条件才能达到VSB的要求?**

首先看解调：



$$v(t)=u(t)\cos(2\pi f_c t) \Leftrightarrow V(f)=\frac{1}{2}\left[U(f-f_c)+U(f+f_c)\right]$$

代入的表示式 $U(f)$ 得到

$$V(f)=\frac{A_c}{2}\left[M(f-2f_c)+M(f)\right]H(f-f_c)+$$

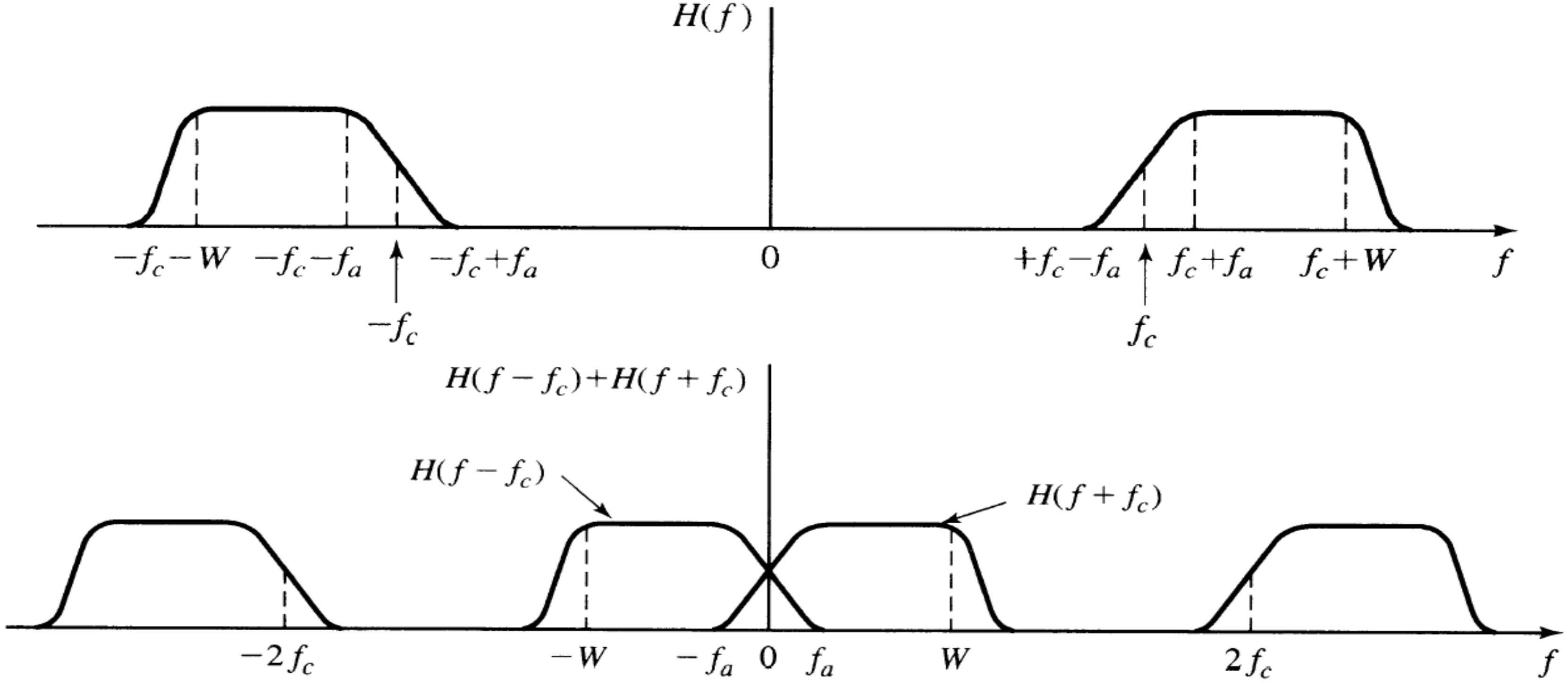
$$\frac{A_c}{4}\left[M(f)+M(f+2f_c)\right]H(f+f_c)$$

低通输出的频谱为：

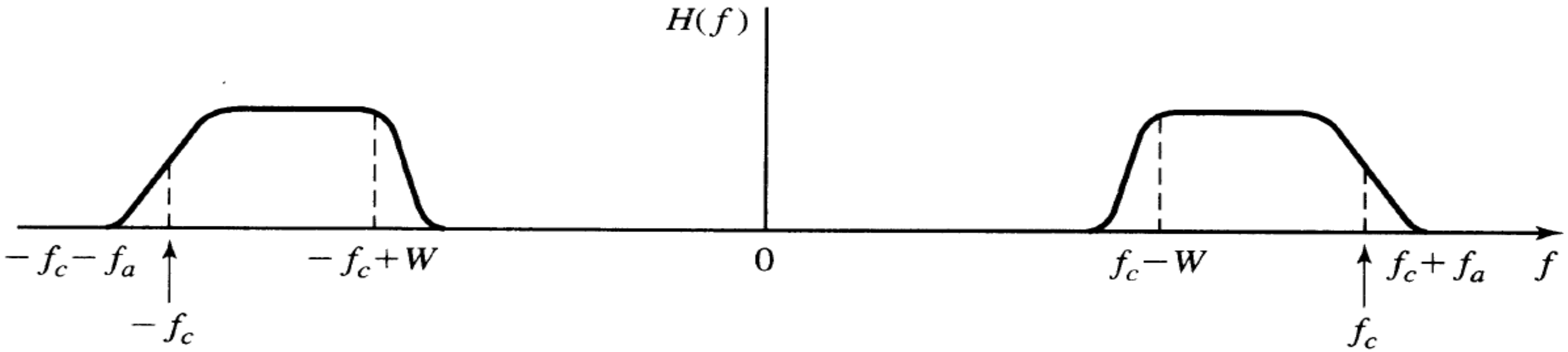
$$V_l(f)=\frac{A_c}{4}M(f)\left[H(f-f_c)+H(f+f_c)\right]$$

为了保证输出不失真，就要求：

$$\boxed{H(f-f_c)+H(f+f_c)=\text{常数} \qquad |f|<W}$$



保留上边带、残留下边带的VSB带通滤波器的频率特性



保留下边带、残留上边带的VSB带通滤波器的频率特性

§4.3 非线性调制（角度调制）

一、一般概念

角度已调信号的**一般形式**为：

$$u(t) = A_c \cos\left[2\pi f_c t + \phi(t)\right]$$

瞬时相位： $2\pi f_c t + \phi(t)$

瞬时频率： $f_i(t) = \dfrac{1}{2\pi} \cdot \dfrac{d}{dt}\left[2\pi f_c t + \phi(t)\right]$

$$= f_c + \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d}{dt}\phi(t)$$

调相： $\phi(t) = k_p \cdot m(t)$

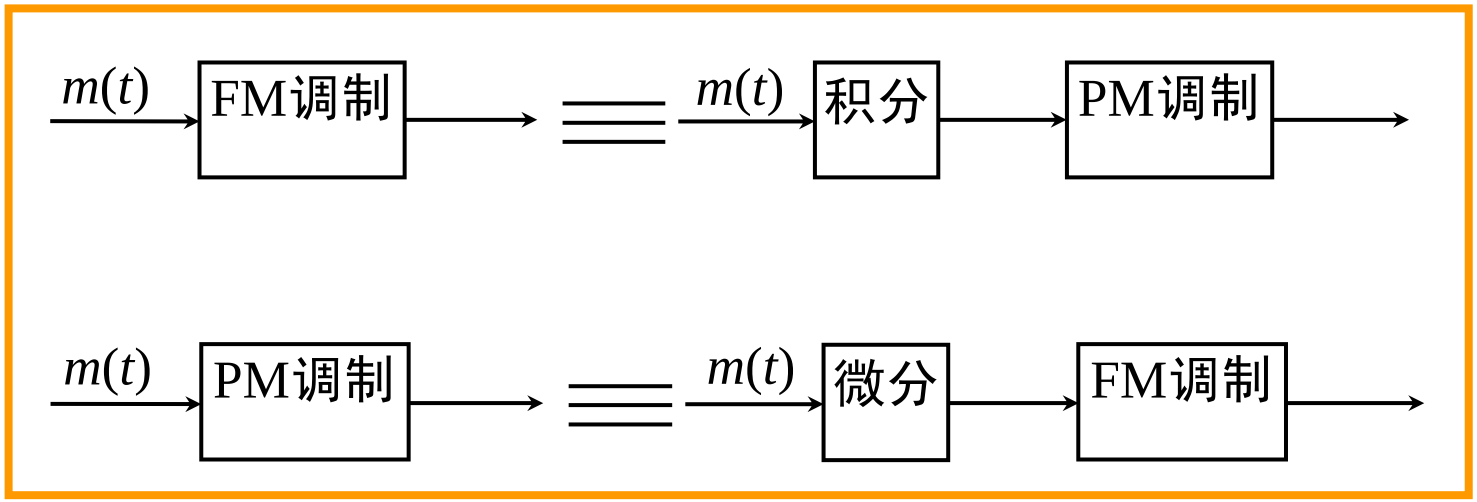
调频： $f_i(t) - f_c = k_f \cdot m(t) = \dfrac{1}{2\pi} \cdot \dfrac{d}{dt}\phi(t)$

$$\phi(t)=\begin{cases} k_p \cdot m(t) & PM \\ 2\pi k_f \cdot \int_{-\infty}^{t} m(\tau)d\tau & FM \end{cases}$$

调制消息信号先经过积分，再去调相，实际上就是调频；

$$\frac{1}{2\pi}\cdot\frac{d}{dt}\phi(t)=\begin{cases} \frac{1}{2\pi}k_p\frac{d}{dt}m(t) & PM \\ k_f \cdot m(t) & FM \end{cases}$$

调制消息信号先经过微分，再去调频，实际上就是调相；



调相信号最大相偏为： $\Delta\phi_{\max} = k_p \max\left[\left|m(t)\right|\right]$

调频信号最大频偏为： $\Delta f_{\max} = k_f \max\left[\left|m(t)\right|\right]$

调相和调频信号的**调制指数**定义为：

$$\beta_p = k_p \max\left[\left|m(t)\right|\right] = \Delta\phi_{\max}$$

$$\beta_f = \frac{k_f \max\left[\left|m(t)\right|\right]}{W} = \frac{\Delta f_{\max}}{W}$$

W 为消息调制信号 $m(t)$ 的带宽

注意：如果角调制系统中，在所有时刻均有 $\phi(t) \ll 1$，则角调制系统被称为是窄带角调制。这时，

$$u(t) = A_c \cos 2\pi f_c t \cdot \cos\phi(t) - A_c \sin 2\pi f_c t \cdot \sin\phi(t)$$

$$\approx A_c \cos 2\pi f_c t - A_c \cdot \phi(t) \cdot \sin 2\pi f_c t$$

这时已调信号实际上相当于普通AM信号。

二、角调制信号的频谱特点

$$u(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \beta \sin 2\pi f_m t)$$

$$= R_e \left\{ A_c e^{j2\pi f_c t} \cdot e^{j\beta \sin(2\pi f_m t)} \right\}$$

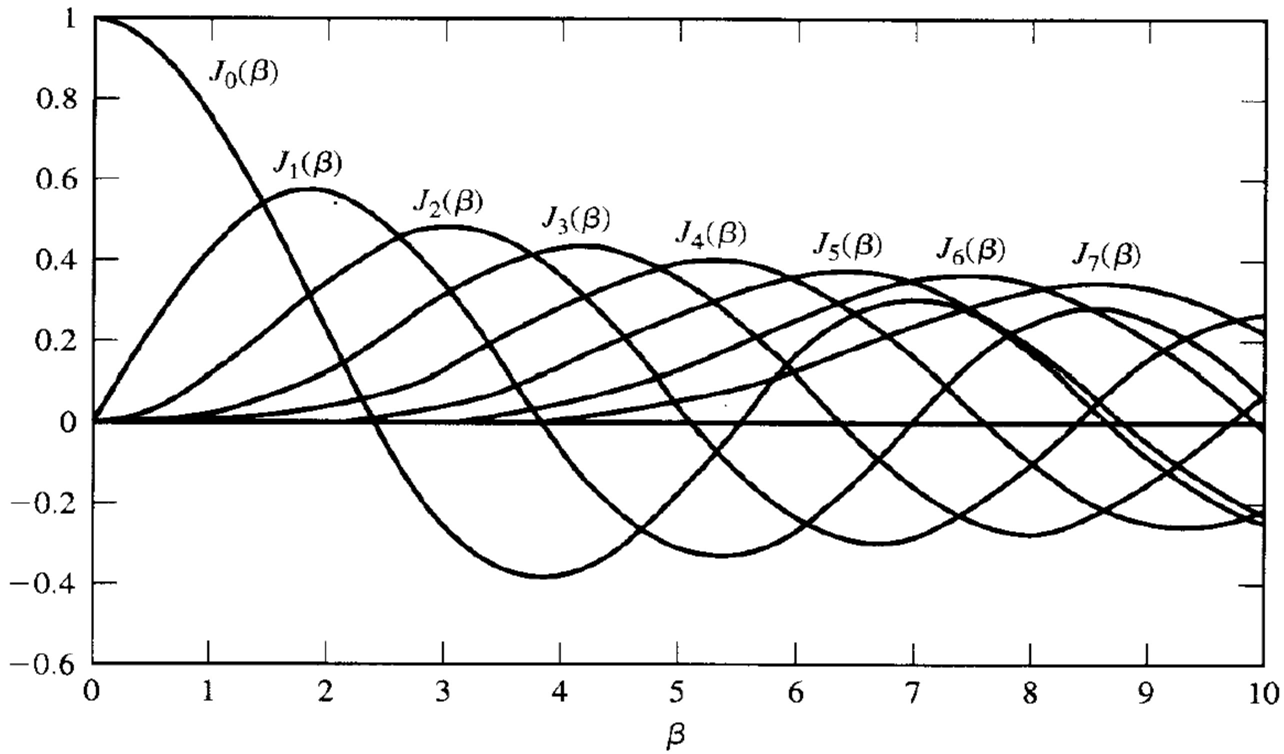
$e^{j\beta \sin(2\pi f_m t)}$是周期为 $T_m = 1/f_m$的周期函数

所以 $$e^{j\beta \sin(2\pi f_m t)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) e^{j2\pi n f_m t}$$

$$u(t) = \mathrm{Re}\left\{ A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) e^{j2\pi n f_m t} \cdot e^{j2\pi f_c t} \right\}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_c J_n(\beta) \cos\left[2\pi (f_c + n f_m) t\right]$$

在角调制信号中，包含了无限多个频率分量，各次频率分量大小由 $J_n(\beta)$ 确定；



卡尔森公式—角调制信号带宽（包含信号总功率的98%）：

$$\boxed{B = 2(\beta + 1)\cdot f_m}$$

对于正弦调制：$m(t) = a\cos(2\pi f_m t)$

$$\beta = \begin{cases} \beta_p = k_p \cdot a \\ \beta_f = \dfrac{k_f \cdot a}{f_m} \end{cases} \Longrightarrow B = \begin{cases} 2(k_p \cdot a + 1)\cdot f_m & PM \\ 2(k_f \cdot a + f_m) & FM \end{cases}$$

§4.4　线性调制系统的抗噪声性能

调制方式有三个主要考虑的指标：

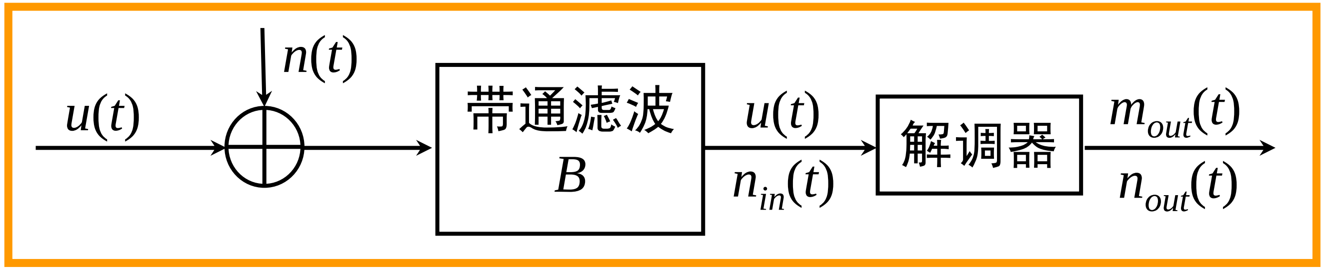
① 已调信号的带宽要求；

② 调制系统的抗噪声能力；

③ 系统实现的复杂性；

调制系统的抗噪声能力是用解调前后的信噪比增益来衡量：

$$\boxed{G=\frac{SNR_{out}}{SNR_{in}}}$$



输入噪声： $n_{in}(t)=n_c(t)\cos 2\pi f_o t-n_s(t)\sin 2\pi f_o t$

输入噪声功率： $E\left[n_{in}^2(t)\right]=\sigma_{in}^2=\sigma_c^2=\sigma_s^2=N_0\cdot B$

输入信噪比： $$(SNR)_{in} = \frac{E\left[u^2(t)\right]}{E\left[n_{in}^2(t)\right]}$$

输出信噪比： $$(SNR)_{out} = \frac{E\left[m^2(t)\right]}{E\left[n_{out}^2(t)\right]}$$

$$G = \frac{SNR_{out}}{SNR_{in}}$$

一、DSB-SC AM

解调器输入信号： $u(t) = m(t) \cdot \cos(2\pi f_c t)$

$$P_u = E\left[u^2(t)\right] = E\left\{\left[m(t)\cos(2\pi f_c t)\right]^2\right\}$$

$$= E\left[\frac{1}{2} m^2(t)\right]$$

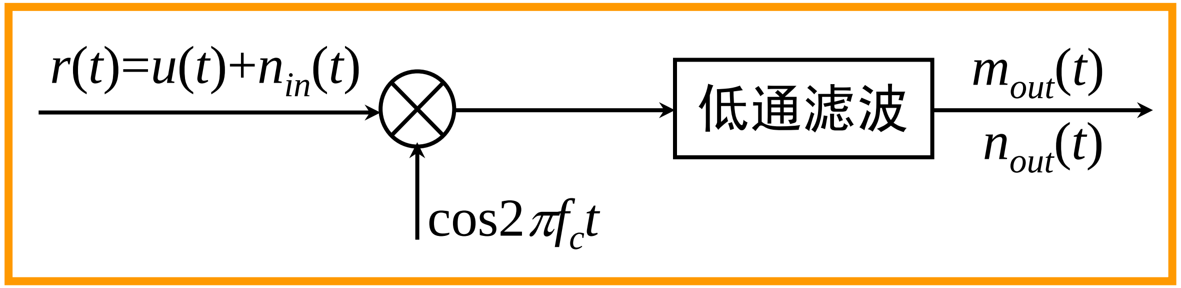
解调器输入噪声： $n_{in}(t) = n_c(t)\cos 2\pi f_c t - n_s(t)\sin 2\pi f_c t$

$$P_{n_{in}} = B \cdot N_0$$

所以

$$(SNR)_{in} = \frac{P_u}{P_{n_{in}}} = \frac{\frac{1}{2} E\left[m^2(t)\right]}{B \cdot N_0}$$

采用相干解调：



$$r(t)=\left[m(t)+n_c(t)\right]\cos 2\pi f_c t-n_s(t)\sin 2\pi f_c t$$

$$r(t)\times\cos 2\pi f_c t=\frac{1}{2}\left[m(t)+n_c(t)\right]+\text{高频项}$$

输出信号功率： $$P_{m_{out}}=\frac{1}{4}E\left[m^2(t)\right]$$

输出噪声功率： $$P_{n_{out}}=\frac{1}{4}E\left[n_c^2(t)\right]=\frac{1}{4}N_oB$$

所以

$$(SNR)_{out}=\frac{E\left[m^2(t)\right]}{N_o\cdot B}$$

$$\boxed{G=\frac{(SNR)_{out}}{(SNR)_{in}}=2}$$

二、SSB AM

已调SSB信号： $$u(t)=m(t)\cos 2\pi f_o t \mp \hat{m}(t)\sin 2\pi f_o t$$

输入信号功率：

$$P_u = E\left[u^2(t)\right] = \frac{1}{2}\left\{E\left[m^2(t)+\hat{m}^2(t)\right]\right\}$$
$$= E\left[m^2(t)\right]$$

输入噪声功率： $$P_{n_{in}} = B\cdot N_o$$ （***B*** **仅为双边带的一半**）

输入信噪比：

$$(SNR)_{in} = \frac{E\left[m^2(t)\right]}{B\cdot N_o}$$

采用相干解调：$r(t)=\left[m(t)+n_c(t)\right]\cos 2\pi f_c t-\left[\hat{m}(t)+n_s(t)\right]\sin 2\pi f_c t$

$$r(t)\cdot\cos 2\pi f_o t=\frac{1}{2}\left[m(t)+n_c(t)\right]+\text{高频项}$$

解调器输出信号功率：$P_{m_{out}}=\frac{1}{4}E\left[m^2(t)\right]$

解调器输出噪声功率：$P_{n_{out}}=\frac{1}{4}E\left[n_c^2(t)\right]=\frac{1}{4}BN_0$

输出信噪比: $(SNR)_{out}=\dfrac{E\left[m^2(t)\right]}{BN_o}$

$$\boxed{G=\frac{(SNR)_{out}}{(SNR)_{in}}=1}$$

因为单边带信号的带宽为双边带信号的一半，所以在输入信号功率相同条件下，单边带和抑制载波双边带的输出信噪比是一样的。

三、普通AM调制

解调输入信号： $$u(t) = \left[1 + am_n(t)\right]\cos 2\pi f_c t$$

$$m_n(t) = \frac{m(t)}{\max\left|m(t)\right|}, \qquad a \le 1$$

输入信号功率： $$P_u = \frac{1}{2} + \frac{a^2}{2}E\left[m_n^2(t)\right]$$

输入噪声功率： $$P_{n_{in}} = N_o \cdot B$$

输入信噪比： $$(SNR)_{in} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{a^2}{2}E\left[m_n^2(t)\right]}{N_o B}$$

解调前信号加噪声：

$$r(t)=\left[1+a\cdot m_n(t)+n_c(t)\right]\cos 2\pi f_c t-n_s(t)\sin 2\pi f_c t$$

采用相干解调：

$$r(t)\times\cos 2\pi f_c t=\frac{1}{2}\left[1+am_n(t)+n_c(t)\right]+\text{高频项}$$

$$P_{m_{out}}=\frac{a^2}{4}E\left[m_n^2(t)\right]$$

输出的噪声功率： $P_{n_{out}}=\frac{1}{4}BN_o$

输出信噪比： $(SNR)_{out}=\frac{a^2E\left[m_n^2(t)\right]}{N_oB}$

所以

$$\boxed{G=\frac{2a^2E\left[m_n^2(t)\right]}{1+a^2E\left[m_n^2(t)\right]}}$$

采用包络检波：

$$r(t)=\left[1+am_n(t)+n_c(t)\right]\cos 2\pi f_c t-n_s(t)\sin 2\pi f_c t$$
$$=V(t)\cos\left[2\pi f_c t+\varphi(t)\right]$$

包络为 $V(t)=\sqrt{\left[1+am_n(t)+n_c(t)\right]^2+n_s^2(t)}$

当 $1+am_n(t)\gg n_c(t)$ 和 $n_s(t)$ 时

$$V(t)\approx 1+am_n(t)+n_c(t)$$

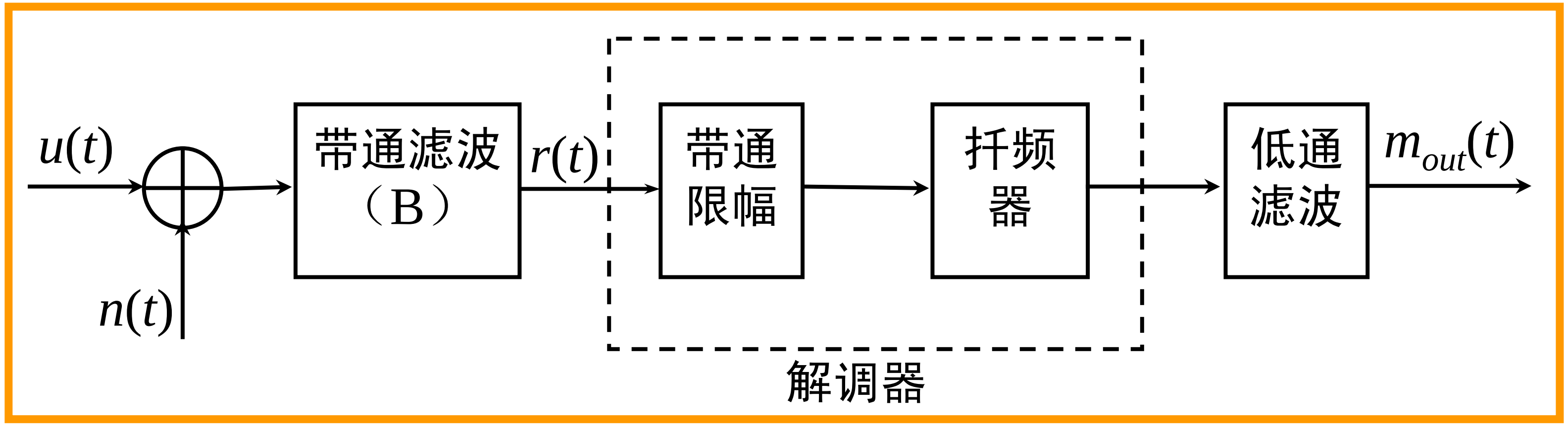
（包络检波输出与相干解调输出一样，仅差一个因子0.5，它不影响输出信噪比，所以这时信噪比增益与相干解调时一样。）

对于100%正弦波调幅，a=1，

$$E\left[m_n^2(t)\right]=E\left[\sin^2 2\pi f_c t\right]=\frac{1}{2}$$ ，所以 $G=\frac{2}{3}$

§ 4.5 非线性调制（角调制）系统的抗噪声能力

调频解调过程：



$$u(t) = A_c \cos\left[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_{-\infty}^{t} m(t)dt\right]$$

$$= A_c \cos\left[2\pi f_c t + \varphi(t)\right]$$

其中 $$\varphi(t) = 2\pi k_f \int_{-\infty}^{t} m(t)dt$$

$$r(t) = u(t) + n_{in}(t)$$

$$= u(t) + n_c(t)\cos 2\pi f_c t - n_s(t)\sin 2\pi f_c t$$

输入信号功率： $P_u = \dfrac{1}{2} A_c^2$

输入噪声功率： $P_{n_{in}} = N_o \cdot B$ （B由卡尔森公式给出）

输入信噪比： $(SNR)_{in} = \dfrac{A_c^2}{2N_o \cdot B}$

$\varphi(t) = 2\pi k_f \int_{-\infty}^{t} m(t)dt$

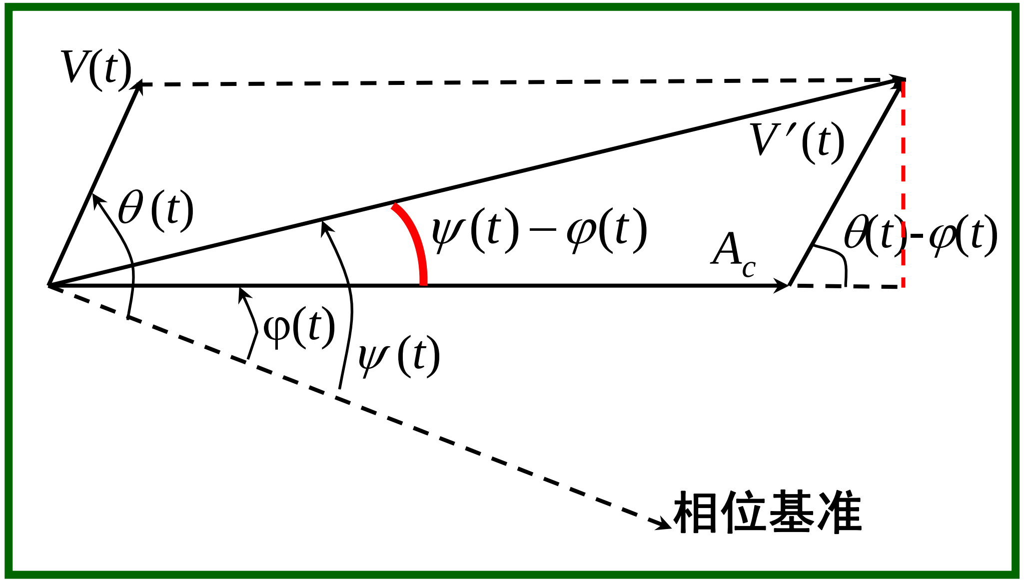
把噪声写成幅，角形式：

限幅后为常数

$$n_{in}(t) = V(t)\cos\left[2\pi f_c t + \theta(t)\right]$$

$$r(t) = A_c \cos\left[2\pi f_c t + \varphi(t)\right] + V(t)\cos\left[2\pi f_c t + \theta(t)\right]$$

$$= V'(t)\cos\left[2\pi f_c t + \psi(t)\right]$$



$$\boxed{\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d}{dt}(2\pi f_c t + \psi(t))}$$

$$\tan(\psi - \varphi) = \frac{V \cdot \sin(\theta - \varphi)}{A_c + V\cos(\theta - \varphi)}$$

$$\tan(\psi-\varphi)=\frac{V\cdot\sin(\theta-\varphi)}{A_c+V\cos(\theta-\varphi)}$$

所以 $$\psi(t)=\varphi(t)+\arctan\frac{V(t)\cdot\sin(\theta(t)-\varphi(t))}{A_c+V(t)\cdot\cos(\theta(t)-\varphi(t))}$$

当 $A_c \gg V(t)$ **时，**

$$\psi(t)=\varphi(t)+\frac{V(t)}{A_c}\cdot\sin\left[\theta(t)-\varphi(t)\right]$$

解调器由限幅放大和鉴频器组成，其功能相当于对合成信号的相位进行微分，所以解调输出为：

直流　　信号　　噪声

$$\boxed{f_c+\frac{1}{2\pi}\frac{d\varphi(t)}{dt}+\frac{1}{2\pi}\frac{d}{dt}\left\{\frac{V(t)}{A_c}\cdot\sin\left[\theta(t)-\varphi(t)\right]\right\}}$$

输出信号为： $m_{out}(t)=k_f\cdot m(t)$ （**低通滤波带宽正好是**$m(t)$**的带宽** f_m）

$$P_{m_{out}}=k_f^2\cdot E\left[m^2(t)\right]$$

鉴频后的噪声： $n_d(t)=\frac{1}{2\pi A_c}\cdot\frac{d}{dt}\left\{V(t)\sin\left[\theta(t)-\varphi(t)\right]\right\}$

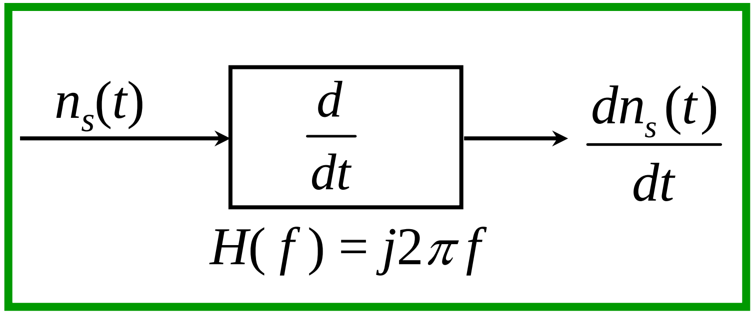
其中 $V(t)$ 是Rayleigh分布，$\theta(t)$均匀分布； $\theta(t)-\varphi(t)$ 仍为均匀分布；

所以可认为 $V(t)\sin\left[\theta(t)-\varphi(t)\right]$ 与 $n_s(t)=V(t)\sin\theta(t)$ 一样。

输出噪声：

$$\boxed{n_d(t)=\frac{1}{2\pi A_c}\cdot\frac{d}{dt}\left[n_s(t)\right]}$$

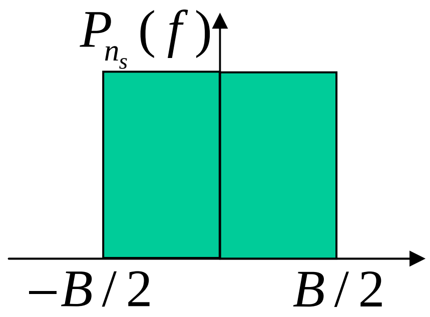
$n_s(t)$是$n_{in}(t)$的低频正交分量，是一个带宽为$B/2$，功率谱密度为$2N_o$的低频噪声。

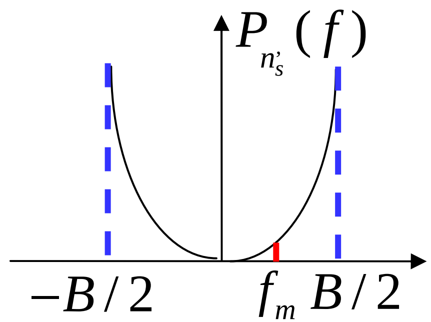


$\frac{dn_s(t)}{dt}$ 和 $n_d(t)$ 的功率谱为：

$$P_{n_s'}(f)=\begin{cases}8\pi^2N_0f^2 & 0\le f\le\frac{B}{2}\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$

$$P_{n_d}(f)=\begin{cases}\frac{2}{A_c^2}N_0f^2 & 0\le f\le\frac{B}{2}\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$





鉴频输出噪声通过带宽为 f_m 的理想低通滤波器，则输出噪声功率为：

$$P_{n_d} = \int_0^{f_m} P_d(f)df = \frac{2}{3}\frac{N_0 \cdot f_m^3}{A_c^2}$$

输出信噪比为：

$$(SNR)_{out} = \frac{k_f^2 E\left[m^2(t)\right]}{\frac{2}{3}\frac{N_o \cdot f_m^3}{A_c^2}}$$

$$= \frac{3A_c^2 \cdot k_f^2 \cdot E\left[m^2(t)\right]}{2N_o \cdot f_m^3}$$

信噪比增益

$$\boxed{G = \frac{(SNR)_{out}}{(SNR)_{in}} = \frac{3 \cdot B \cdot k_f^2 E\left[m^2(t)\right]}{f_m^3}}$$

对于正弦调频， $m(t)=\cos(2\pi f_m t)$

$$u(t)=A_c\cos\left[2\pi f_c t+2\pi k_f\int_{-\infty}^{t}\cos(2\pi f_m t)dt\right]$$

调制指数： $\beta_f=\frac{\Delta f_{\max}}{f_m}=\frac{k_f\cdot\max|m(t)|}{f_m}=\frac{k_f}{f_m}$

$$E\left[m^2(t)\right]=\frac{1}{2}$$

$$\boxed{(SNR)_{out}=\frac{3A_c^2\cdot k_f^2\cdot E\left[m^2(t)\right]}{2N_o\cdot f_m^3}}$$

$$\boxed{G=\frac{(SNR)_{out}}{(SNR)_{in}}=\frac{3\cdot B\cdot k_f^2 E\left[m^2(t)\right]}{f_m^3}}$$

输出信噪比： $(SNR)_{out}=\frac{3}{2}\cdot\beta_f^2\cdot\frac{(A_c^2/2)}{N_0\cdot f_m}$

信噪比增益： $G=\frac{3\cdot B\cdot\beta_f^2}{2\cdot f_m}$

利用卡尔森公式： $B=2(\beta_f+1)\cdot f_m$

得到 $\boxed{G=3(\beta_f+1)\cdot\beta_f^2}$

例如当调频指数 $\beta_f = 5$为时，得到G=450；而对于**100%**正弦调幅，其信噪比增益仅为$2/3$，二者相差数百倍，所以调频信号质量明显好于调幅。但必须注意，这时调频所需带宽为：

$$B = 2 \cdot (\beta_f + 1) f_m = 12 f_m$$

而普通调幅仅需要：$B = 2 f_m$