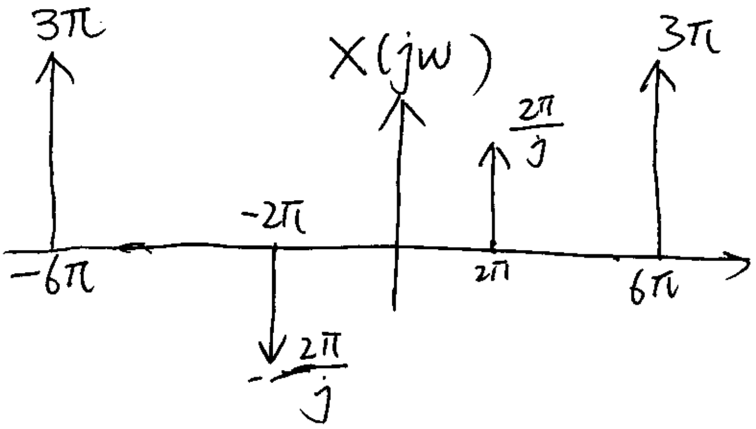
第五章试题答案（复习资料 P49）

1. ① $T=\frac{1}{3}$ $w_s=6\pi$

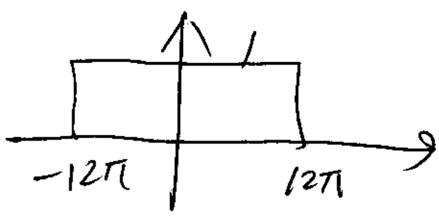


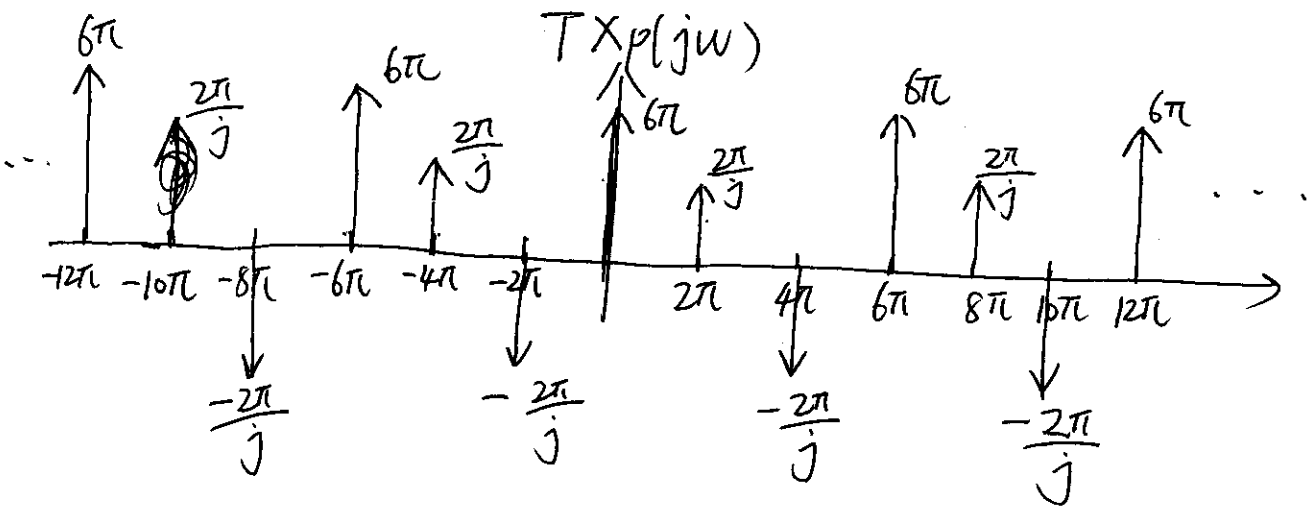
$w_M=6\pi$

$2w_M > w_s$，不满足抽样定理。

② $X_p(jw)=\frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{+\infty} X(j(w-kw_s))$

$X_r(jw)=T X_p(jw)$。





因此 $x_r(t)=3+6\cos(6\pi t)+\underline{3\cos(12\pi t)}+2\sin(2\pi t)$

滤波器边缘幅度算一半

$-2\sin(4\pi t)+2\sin 8\pi t-2\sin(10\pi t)$

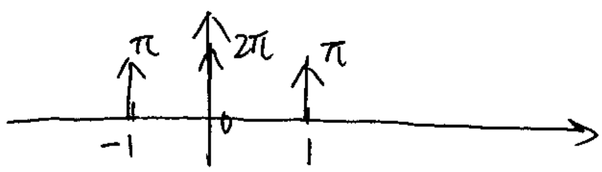
③ $x_r(t)$为第二题答案的导数

$x_r(t)=-36\pi\sin(6\pi t)-36\pi\sin(12\pi t)+4\pi\cos(2\pi t)$

$-8\pi\cos(4\pi t)+16\pi\cos(8\pi t)-20\pi\cos(10\pi t)$

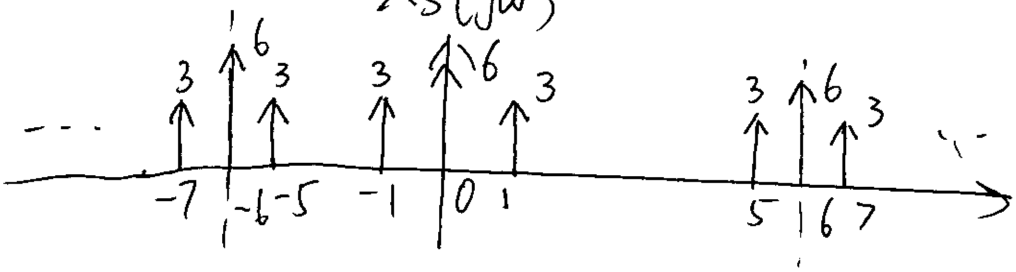
2. $T_s = \frac{\pi}{3}$ $\quad w_s = 6$

① $X(jw)$



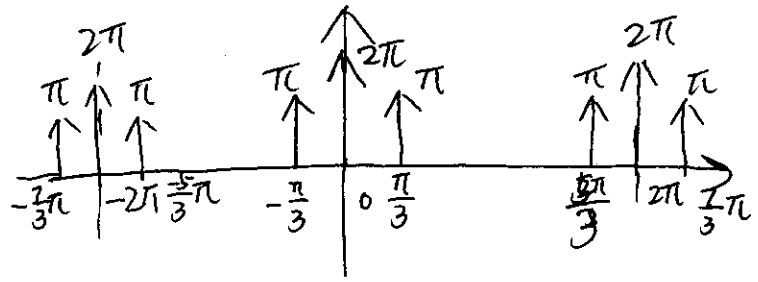
$X_s(jw)$是 $X(jw)$ 除以T_s后，以 6为周期循环

$X_s(jw)$



② $x[n] = x(nT)$

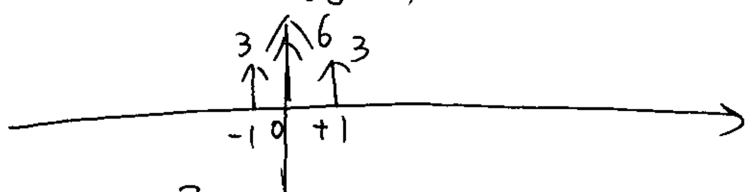
$X(e^{jw})$



注： $X(e^{jw}) = X_s(j\frac{w}{T})$

由于 $\delta(\frac{w}{T}) = T\delta(w)$，因此$\delta$的幅度要乘以T。

③ $Y(jw)$



$$y(t) = \frac{3}{\pi} + \frac{3}{\pi}\cos t$$

3、① $w_s=\frac{2\pi}{T}=20\pi$　　$X(jw)$最高频率 $w_M=9\pi$,

$w_s>2w_M$，不会混叠。

② 截止频率 2.5π，输出$y(t)$

$$y(t)=\sum_{k=0}^{2}\frac{\sin(k\pi t)}{2^k}=\frac{1}{2}\sin(\pi t)+\frac{1}{4}\sin(2\pi t)$$

$$=\frac{1}{4j}\left[e^{j\pi t}-e^{-j\pi t}\right]+\frac{1}{8j}\left[e^{j2\pi t}-e^{-j2\pi t}\right]$$

$y(t)$以$T_0=2$为周期　$w_0=\frac{2\pi}{T_0}=\pi$

$$y(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}a_k e^{jkw_0t}$$，因此

$a_1=\frac{1}{4j}$　　$a_{-1}=-\frac{1}{4j}$

$a_2=\frac{1}{8j}$　　$a_{-2}=-\frac{1}{8j}$　　其他$a_k=0$

4、① $$h[n]=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}e^{-j\frac{1}{3}w}e^{jwn}\,dw$$

$$=\frac{\sin[(n-\frac{1}{3})\pi]}{\pi(n-\frac{1}{3})}$$

③ $y[n]=x[n]*h[n]$

$$=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}x[k]\frac{\sin[(n-k-\frac{1}{3})\pi]}{\pi(n-k-\frac{1}{3})}$$

② 不能，因为内插和抽取只是选择$x[n]$的值，而不是改变$x[n]$的值。但③ $y[n]$是$x[n]$的线性组合

5、① $h[n] = T h_c(nT)$ P195 (5-48)

$$h_c(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-w_c}^{w_c} jw\, e^{jwt}\, dw$$

$$= \frac{w_c}{\pi t}\cos(w_c t) - \frac{1}{\pi t^2}\sin(w_c t)$$

将 $w_c = \frac{\pi}{T}$ 代入

$$h_c(t) = \frac{w_c}{\pi t}\cos\left(\frac{\pi}{T}t\right) - \frac{1}{\pi t^2}\sin\left(\frac{\pi}{T}t\right)$$

$$h[n] = T h_c(nT)$$

$$= T\left[\frac{w_c}{n\pi T}\cos\left(\frac{\pi}{T}\cdot nT\right) - \frac{1}{\pi t^2}\sin\left(\frac{\pi}{T}\cdot nT\right)\right]$$

$$= \cancel{T}\cdot\frac{w_c}{n\pi \cancel{T}}\cos(n\pi)$$

$$= \frac{w_c}{n\pi}\cdot(-1)^n = \frac{(-1)^n}{nT}$$

②

$\cancel{H(e^{jw}) = \{ j\frac{w}{T}}$ w

$$H(e^{jw}) = j\frac{w}{T} \qquad |w| < \pi$$

6. 可以，前提条件是 $x(t)$ 带限且满足采样定理 $2W_m < W_s$

证明：$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} |X(jw)|^2 dw \quad ①$$

由于 $\cancel{X(e^{jw}) = \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{+\infty}}$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x[n]|^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} |X(e^{jw})|^2 dw \quad ②$$

由于

$$X(e^{jw})=\frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{+\infty}X\left(j\frac{w-2k\pi}{T}\right)$$

当满足采样定理时，

$$X(e^{jw})=\frac{1}{T}X\left(j\frac{w}{T}\right)\quad(|w|<\pi)\qquad ③$$

③代入②得：

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}|x[n]|^2=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\left|\frac{1}{T}X\left(j\frac{w}{T}\right)\right|^2dw$$

$$\overset{\left(\text{换元 } w'=\frac{w}{T}\right)}{=}\frac{1}{2\pi T}\int_{-\frac{\pi}{T}}^{\frac{\pi}{T}}|X(jw)|^2dw$$

当满足采样定理时，$X(jw)$在$|w|>\frac{\pi}{T}$时为0

因此有：

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}|x[n]|^2=\frac{1}{2\pi T}\int_{-\infty}^{+\infty}|X(jw)|^2dw$$

$$\overset{(\text{根据①})}{=}\frac{1}{T}\int_{-\infty}^{+\infty}|x(t)|^2dt$$

即 $\int_{-\infty}^{+\infty}|x(t)|^2dt=T\sum_{n=-\infty}^{+\infty}|x[n]|^2$