

# 浙江大学 20 12 - 20 13 学年 春夏 学期

## 《信号与系统（甲）》课程期末考试试卷

课程号： 111C0061 ， 开课学院： 信电系

考试试卷：  $\sqrt{}$  A 卷、B 卷（请在选定项上打  $\sqrt{}$ ）

考试形式：  $\sqrt{}$  闭、开卷（请在选定项上打  $\sqrt{}$ ），允许带 计算器 入场

考试日期： 2013 年 07 月 03 日，考试时间： 120 分钟

诚信考试，沉着应考，杜绝违纪。

考生姓名： 学号： 所属院系：

题序	一	二	三	四	五	六	总分
得分							
评卷人							

### 一、选择题（四选一）（10×2 分）

- 下列信号中哪个是能量信号  
A.  $\delta(t)$       B.  $Sa(t)$       C.  $u(t)$       D.  $\delta'(t)$  ( )
- 下列哪个系统是因果 LTI 系统 ( )  
A.  $y(t) = x(t) + 1$       B.  $y[n] = 2x[n]x[n-1]$   
C.  $y(t) = e^{-t}x(t)$       D.  $y[n] = x[n-1] - x[-n]$
- $x[n] = \sin(4\pi n/11)$  的周期是 ( )  
A. 11      B. 2      C. 非周期      D. 11/2
- 一个因果低通连续时间 LTI 系统对阶跃信号  $u(t)$  的响应  $s(t)$  满足 ( )  
A.  $\lim_{t \rightarrow +\infty} s(t) = \infty$       B.  $\lim_{t \rightarrow +\infty} s(t) = \text{常数}$       C.  $\lim_{t \rightarrow +\infty} s(t) \neq 0$       D.  $\lim_{t \rightarrow +\infty} s(t) = 0$
- 试计算信号  $x(t) = \cos 100\pi t \cdot \frac{\sin 200\pi t}{\pi t}$  的奈奎斯特频率。 ( )  
A.  $200\pi$       B.  $300\pi$       C.  $400\pi$       D.  $600\pi$
- 试确定信号  $x(t) = t^2[u(t-1) - u(t-2)]$  的收敛域 ( )  
A 整个 S 平面      B 左半 S 平面  
C 右半 S 平面      D 除虚轴以外的整个 S 平面
- 下列哪句陈述是正确的 ( )  
A 连续时间周期信号的傅立叶级数存在收敛条件和吉布斯现象;  
B 连续时间非周期信号的傅立叶变换存在收敛条件, 但不存在吉布斯现象;  
C 离散时间周期信号的傅立叶级数存在收敛条件, 但不存在吉布斯现象;

D 离散时间非周期信号的傅立叶变换不存在收敛条件和吉布斯现象;

8.  $x(2t-1)\delta(t-2)$  的正确结果是 ( )

A.  $x(-3)\delta(t-2)$  B.  $x(3)\delta(t-2)$

C.  $x(2t-3)\delta(t-2)$  D.  $x(2t-3)$

9. 单边拉氏变换象函数  $F(s) = \frac{e^{-2s}}{s+2}$  的原函数  $f(t)$  是 ( )

A.  $e^{-2t}u(t-2)$  B.  $e^{-(t-2)}u(t-2)$

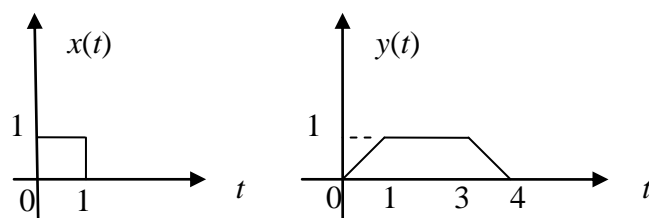
C.  $e^{-t}u(t+2)$  D.  $u(t-2)$

10 已知某一阶连续系统的极点和零点分别是  $s=-1$  和  $s=-2$ ,  $H(\infty)=1$ , 则系统的系统函数  $H(s)$  为 ( )

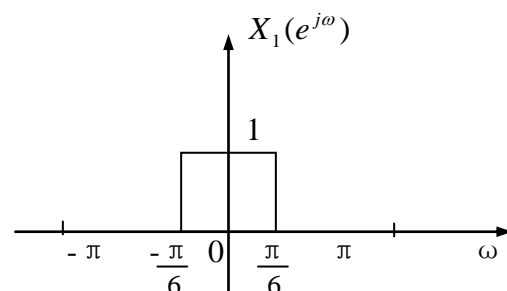
A.  $\frac{s+2}{s+1}$  B.  $\frac{s+1}{s+2}$  C.  $(s+1)(s+2)$  D.  $\frac{s-2}{s-1}$

## 二. 每小题 5 分

1. 已知某连续时间 LTI 系统, 当输入为  $x(t)$  时, 输出为  $y(t)$ , 如下图所示, 求该系统的单位冲激响应。



2. 已知离散时间信号的傅里叶变换  $X(e^{j\omega}) = X_1(e^{j\omega}) \cdot e^{-j\omega}$ ,  $X_1(e^{j\omega})$  如图所示, 求原信号  $x[n]$



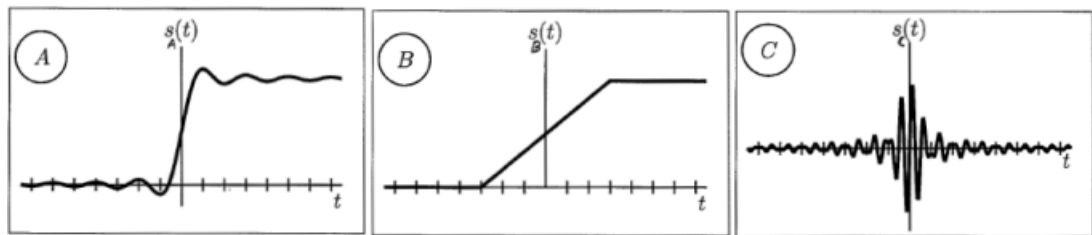
3. 已知  $x(t) \xrightarrow{F} X(j\omega)$ , 若  $y(t) = \int_{-\infty}^t x(4-2\tau)d\tau$ , 求  $y(t)$  的傅立叶变换  $Y(j\omega)$ 。

4. 用采样周期  $T$  对连续时间信号  $x(t) = \cos(4000\pi t)$  采样, 得到一离散时间信号  $x[n] = \cos(\frac{\pi n}{4})$ 。问该采样是否一定满足采样定理, 请举一个具体的例子支持你的观点。

5. 求  $F(s) = \frac{e^{-2s} + e^{-s}}{1 - e^{-3s}}$ ,  $\text{Re}\{s\} > 0$  的原函数  $f(t)$

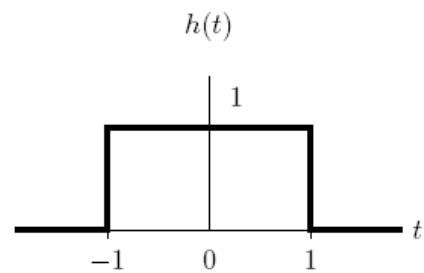
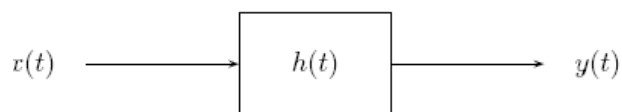
三. (10 分) 已知一个理想高通滤波器, 其频率响应为  $H(j\omega) = \begin{cases} e^{-j\omega\tau_0}, & |\omega| > \omega_c \\ 0, & |\omega| < \omega_c \end{cases}$ , 其中  $\omega_c$  为截止角频率。 (a) 求系统的单位冲激响应; (b) 当输入激励为  $x(t) = \frac{\sin 10\pi t}{\pi t}$  时, 若要求输出信号  $y(t)$  的能量为输入信号  $x(t)$  能量的 50%, 试确定  $\omega_c$  应具有的值。

四. (15 分) 某 3 个 LIT 系统对单位阶跃信号的响应分别为如下图 A、B、C 所示。



1. 试确定那些所对应的 LIT 系统为低通特性？
2. 试画出所对应的 LIT 系统可能的频率响应和单位冲激响应？

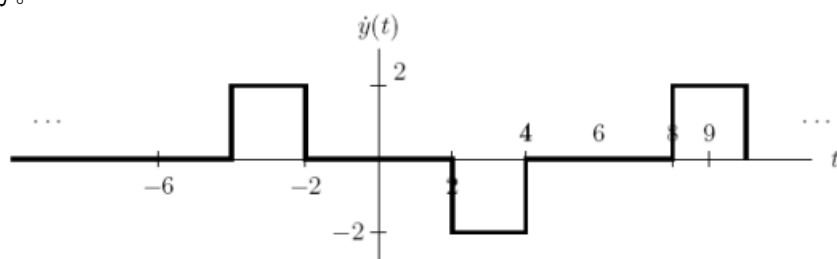
五.(10 分) 考虑某一 LTI 系统:



假设以下条件:

1. 输入信号  $x(t)$  的直流量为零;
2. 该输入信号  $x(t)$  对应的输出信号的微分如下图所示。

试求该输入信号, 并画出该输入信号。



六. (15 分) 某因果离散时间 LTI 系统, 其输入和输出有下列差分方程描述:

$$y[n-1] + 2y[n] = x[n]$$

1. 写出该系统的系统函数, 并判断其稳定性;
2. 若  $y[-1]=1$ ,  $x[n]=3(1/4)^n u[n]$ , 求  $n \geq 0$  时系统的输出  $y[n]$ , 并指出零输入响应与零状态响应;
3. 若  $x[n] = \text{sgn}[n] + \delta[n]$ , 求系统的输出  $y[n]$ 。

# 2013年信号与系统(甲) 试卷答案

## 一. 选择题

- ① ~~B~~ ② C ③ A ④ C ⑤ D ⑥ ~~A~~  
 ⑦ A ⑧ B ⑨ B ⑩ A

二.

①



②

$$x_1[n] = \frac{\sin \frac{\pi}{6} n}{\pi n}$$

$$x[n] = x_1[n-1] = \frac{\sin \frac{\pi}{6} (n-1)}{\pi (n-1)}$$

③

设  $p(t) = x(-2t)$ , 则  $P(j\omega) = \frac{1}{2} X(-j\frac{\omega}{2})$

设  $q(t) = p(t-2) = x(-2(t-2)) = x(4-2t)$ , 则

$$Q(j\omega) = P(j\omega) e^{-j\omega 2} = \frac{1}{2} X(-j\frac{\omega}{2}) e^{-j2\omega}$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(4-2\tau) d\tau = \int_{-\infty}^t q(\tau) d\tau$$

$$= q(t) * u(t)$$

所以  $Y(j\omega) = Q(j\omega) \cdot F[u(t)]$

$$= \left[ \frac{1}{j\omega} + \pi \delta(\omega) \right] \cdot \frac{1}{2} X(-j\frac{\omega}{2}) e^{-j2\omega}$$

$$= \frac{X(-j\frac{\omega}{2}) e^{-j2\omega}}{2j\omega} + \frac{\pi}{2} X(j0) \delta(\omega)$$



④  $\omega_s = 8000\pi$ , 所以满足采样定理的最大采样周期

$$T_s = \frac{2\pi}{\omega_s} = \frac{2\pi}{8000\pi} = \frac{1}{4000}$$

又有:  $x[n] = \cos[(4000\pi T)n] = \cos(\frac{\pi}{4}n)$

则  $4000\pi T = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

化简有:

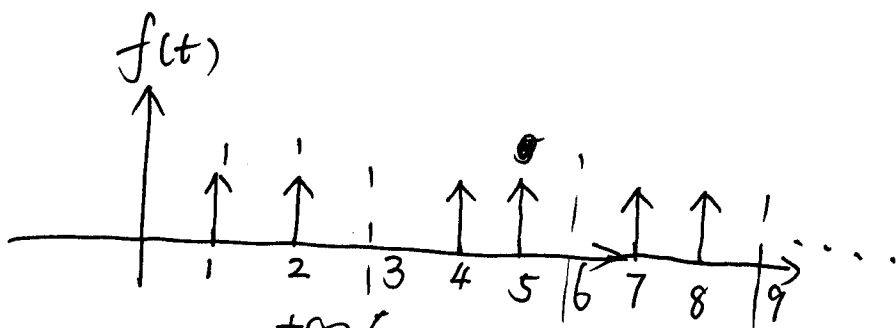
$$T = \frac{1}{16000} + \frac{1}{2000}k$$

由于  $k$  可取任意整数, 则  $T$  可能大于  $\frac{1}{4000}$ , 不满足采样定理。

例如  $k=1$  时,  $T = \frac{1}{2000} + \frac{1}{16000} \cancel{\frac{1}{4000}}$   
 $= \frac{9}{16000} > \frac{1}{4000}$

此时不满足采样定理。

⑤



$$f(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} (f(t-1-3k) + f(t-2-3k))$$

三. (a) 设  $H_1(j\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| > \omega_c \\ 0 & |\omega| < \omega_c \end{cases}$ , 则

$$h(t) = h_1(t-t_0)$$

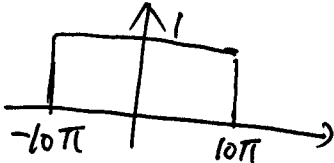
$$h_1(t) = F^{-1} \left[ \begin{array}{c} \text{rect} \left( \frac{\omega}{2\omega_c} \right) \end{array} \right]$$

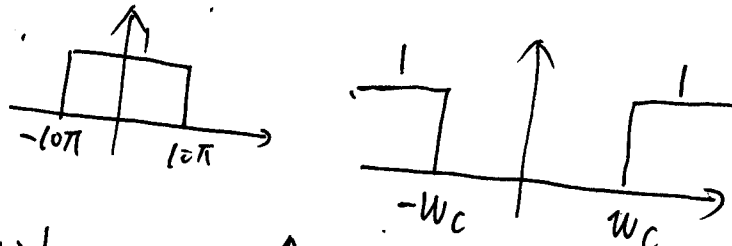
$$= F^{-1} \left[ 1 - \text{rect}\left(\frac{\omega}{2\omega_c}\right) \right]$$

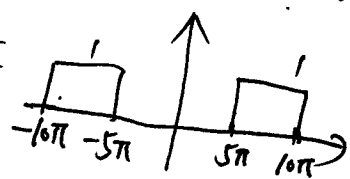
$$= F^{-1}[1] - F^{-1} \left[ \text{rect}\left(\frac{\omega}{2\omega_c}\right) \right]$$

$$= f(t) - \frac{\sin \omega_c t}{\pi t}$$

$$h(t) = h_1(t - t_0) = f(t - t_0) - \frac{\sin \omega_c (t - t_0)}{\pi (t - t_0)}$$

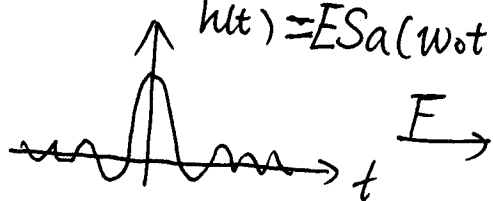
⑥  $X(j\omega) =$  

$$|Y(j\omega)| = |X(j\omega)H(j\omega)| =$$


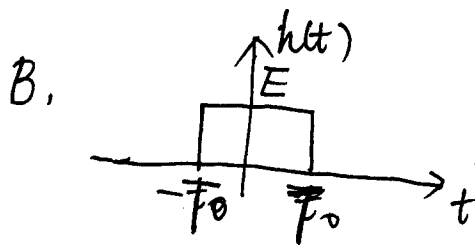
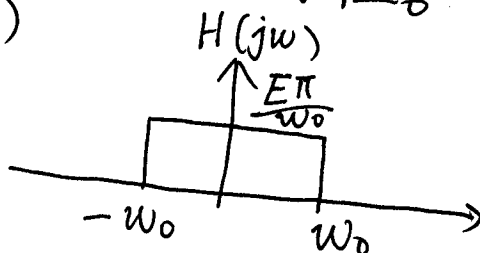
当  $\omega_c$  为  $5\pi$  时,  $|Y(j\omega)| =$   , 刚好为输入信号能量的 50%

四. ① A、B 对应的 LTI 系统为低通特性。

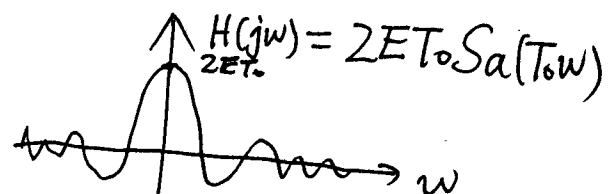
② A:  $h(t) = E \text{Sa}(\omega_0 t)$



$\xrightarrow{F}$

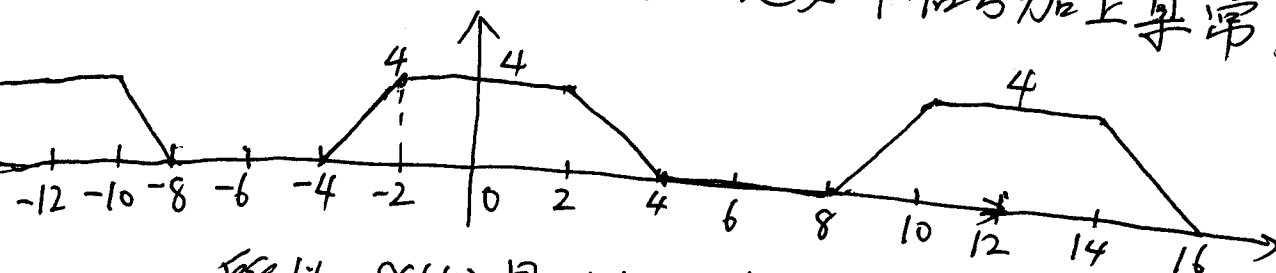


$\xrightarrow{F}$

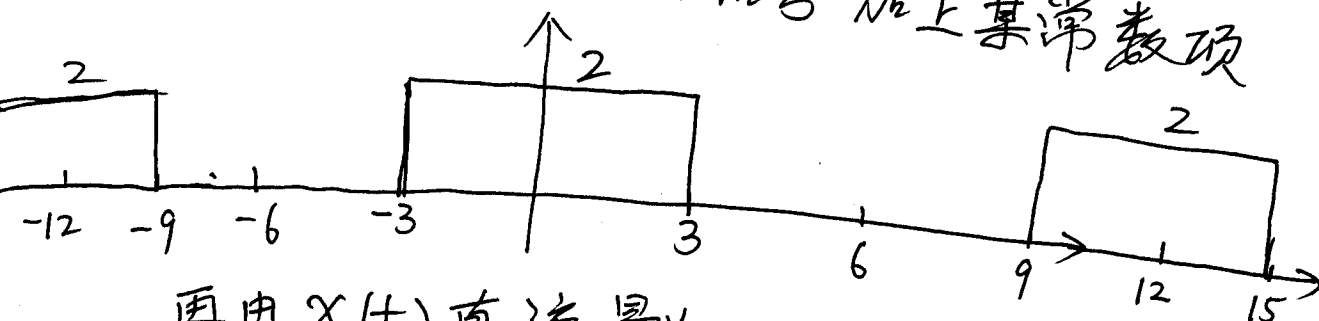


C.  $h(t) = \frac{E \sin(\omega_1 t)}{\pi t} \cos \omega_0 t \xrightarrow{F}$

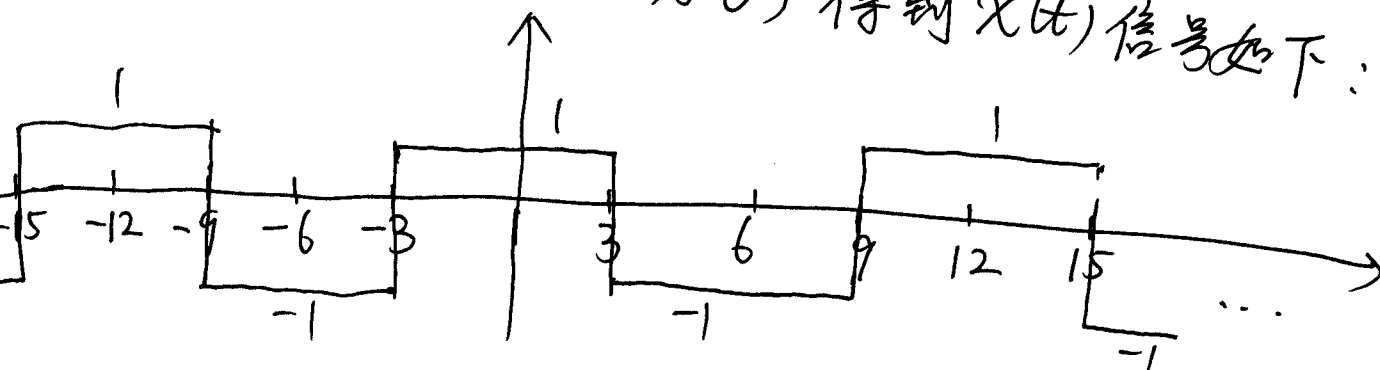
五、先画出  $y(t)$ ,  $y(t)$  是如下信号加上某常数项:



所以  $x(t)$  是以下信号加上某常数项



再由  $x(t)$  直流量为 0, 得到  $x(t)$  信号如下:



六. ①  $H(z) = \frac{1}{2+z^{-1}} = \frac{1}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}$

极点  $z = \frac{1}{2}$ , 再加上因果得到右边序列, 推出收敛域  $|z| > \frac{1}{2}$ , 收敛域包含单位圆, 所以稳定。

②  $z^{-1} \widetilde{Y}(z) + y[-1] + 2 \widetilde{Y}(z) = \widetilde{X}(z) = \frac{3}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}$

$z^{-1} \widetilde{Y}(z) + 1 + 2 \widetilde{Y}(z) = \frac{3}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}$

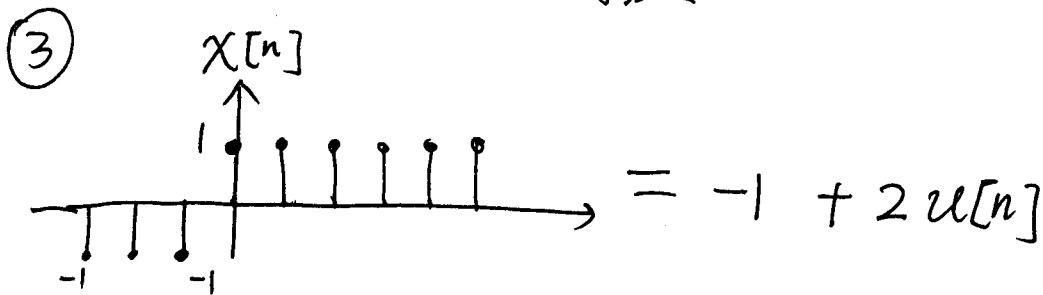
$(2+z^{-1}) \widetilde{Y}(z) = \frac{3}{1-\frac{1}{4}z^{-1}} - 1$

零状态      零输入

$$\begin{aligned}
 Y(z) &= \frac{3}{(2+z^{-1})(1-\frac{1}{4}z^{-1})} - \frac{1}{2+z^{-1}} \\
 &= \frac{\frac{3}{2}}{(1+\frac{1}{2}z^{-1})(1-\frac{1}{4}z^{-1})} - \frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}z^{-1}} \\
 &= \cancel{\frac{1}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}} + \frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{4}z^{-1}} - \frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y[n] &= \underbrace{\left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n] + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]}_{\text{零状态响应}} - \underbrace{\frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n]}_{\text{零输入响应}}
 \end{aligned}$$

$$= \underbrace{\frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n] + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]}_{\text{全响应}}$$



因为:  $a^n \xrightarrow{LTI} H(a)a^n$

则  $1 = 1^n \xrightarrow{LTI} H(1) = \frac{1}{3}$

下面求  $2u[n]$  对应的响应:

$$\begin{aligned}
 Y(z) &= \frac{2}{1-z^{-1}} H(z) = \frac{2}{1-z^{-1}} \cdot \frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}z^{-1}} \\
 &= \frac{1}{(1-z^{-1})(1+\frac{1}{2}z^{-1})} \\
 &= \frac{\frac{2}{3}}{1-z^{-1}} + \frac{\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}
 \end{aligned}$$

$$\text{则 } y[n] = \frac{2}{3}u[n] + \frac{1}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$

$$\text{总的响应 } y[n] = \frac{2}{3}u[n] + \frac{1}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n] - \frac{1}{3}$$