

第二章

**人眼**: 感光器官-杆暗锥壳。同一时刻, 可适应的亮度范围较窄。人眼感知亮度不是简单的强度的函数。**光物理量**: 发光强度: 是从光源流出的能量的总量, 通常用瓦特来度量;**光通量**: 用流明数来度量给出观察者从光源感受到的能量。如, 远红外光光源发送出的光有实际能量, 但观察者很难感受到, 光通量几乎是零。**亮度**是光感知的主观描绘子, 实际上不能度量。**照度**: 照射在单位面积上的光通量量。**量化位数**每增加1位, 信噪比提升6db。**数字图像**的表示: 函数 灰度[适观象] 数阵列[适合算法开发] 矩阵表示: 像素值有非负性和有界性, 图像的能量有界。灰度级一般为 2 的整数次幂, 图像系统的**动态范围**定义为系统中最大可度量灰度与最小可度量灰度之比。实际中 **上限取决于饱和度, 下限取决于噪声**。**对比度**: 最高和最低灰度级之间的灰度差。最近邻内插: 把原图像中最近邻的灰度赋给每个内插的新位置。双线性内插: (用 4 个最近邻) V(x,y)=ax+by+cx+y+d。**街区**距离 D4=|x-s|+|y-t| **棋盘**距离 D8=max (|x-s|, |y-t|)。图像**相减**用于增强差别 使用图像**相乘**或**相除**来校正阴影。

第三章 
$$g(x,y)=\frac{d-c}{b-a}[f(x,y)-a]+c$$
线性灰度变换: 分段线性灰度变换: 对比度拉伸, 阈值处理。**灰度倒置变换**: 原先在暗区的细节, 转到亮区后可被看得清楚些。S=L-1-r。**对比度变换**:用于压缩像素值较大的图像的动态范围。**幂律变换**:s=c\*r^v, 具有局部动态范围的压缩或者放大**直方图均衡基本原**理: 满足要求 的灰度变换为右式, 其中积分部  $s=T(r)=(L-1)\int_0^r p_r(w)dw$  分为累积分布函数 CDF。直方图**规范化**: 使得处理后图像的直方图具有规定的形状 不一定是平均分布。线性空间滤波和频域滤波存在一一对应的关系。**空域滤波**: 一般用一模板在图像的邻域上进行操作。模板可以是二维线性滤波的冲激响应, 也可以是非线性滤波。**盒式滤波**: 所有系数都相等的空间均值滤波。**低通高斯滤波**器核: 各向同性, 是唯一可分离的圆对称核。边缘填充方式: 零填充, 镜像填充, 复制填充 为了保留感兴趣的物体, 通过空间平滑滤波去去除小物体。低通滤波是**估计阴影**模式的一种粗糙的、简单的方法。**中值滤波**: 对于突发脉冲信号, 若出现长度小于窗口尺寸的一半, 则被抑制掉。椒盐噪声具有这样的性质。**锐化空间滤波器** (高通): 突出灰度的过渡部分**拉普拉斯算子**: 最简单的各向同性**二阶微分算子**

0	1	0	1	1	1
1	-4	1	1	-8	1
0	1	0	1	1	1

将原图和拉普拉斯图像叠加在一起, 可以复原背景特性并保持锐化效果。
$$g(x,y)=f(x,y)+c[V^2f(x,y)]$$

注意模板中心像素符号的正负, 进行两者相加或相减  
若V^2 f(x,y)模板中心为正: 取c=1, 得到合成的增强模板

- Sobel 算子
- Robert交叉算子

$$S_1=\begin{bmatrix}-1&0&-1\\0&2&0\\1&0&1\end{bmatrix}, S_2=\begin{bmatrix}-1&0&1\\-2&0&2\\-1&0&1\end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix}1&0\\0&-1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0&1\\-1&0\end{bmatrix}$$

空间增强的混合方法: 对梯度图像进行平滑并用拉普拉斯图像与它相乘, 保留灰度变化强烈区域的细节, 降低灰度变化相对平坦区域的噪声。

第四章 频率域滤波

$$F(u)=F\{f(t)\}=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j2\pi ut} dt$$
频域平移对应于空域相移 怎么样的函数是带限的: f(t) ∈ (-∞, +∞) 离散频率域的间隔为: Δu=1/T M 个分量跨越的整个频率范围 1ΔT。DFT 的频率分辨率取决于空域持续时间, 跨度的频率范围取决于采样间隔。
$$F(u,v)=\int\int f(t,z)e^{-j2\pi(ut+vt)} dt dz \quad f(t,z)=\int\int F(u,v)e^{j2\pi(ut+vt)} du dv$$
**二维离散傅里叶变换**

$$F(u,v)=\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)e^{-j2\pi(xu/M+vy/N)},$$

$$u=0,1,2,\cdots M-1, \quad v=0,1,2,\cdots N-1$$

$$f(x,y)=\frac{1}{MN}\sum_{u=0}^{M-1}\sum_{v=0}^{N-1}F(u,v)e^{j2\pi(xu/M+vy/N)},$$

$$x=0,1,2,\cdots M-1, \quad y=0,1,2,\cdots N-1$$

**相比幅度谱, 相位谱对图像内容起到更重要的支配性作用**  
**周期扩充**:若要使 DFT 方法与直接卷积法产生相同的结果, 则在 DFT 方法实施前, 必须对函数补足周期后再计算变换, 否则会产生缠绕错误。**零填充方法**:若原函数尾端不是零, 补充 0 之后会有频谱泄漏, 导致图像产生块效应.用高斯窗将降低泄漏

频率域滤波步骤小结

- 1.将大小为M\*N的图像f(x,y), 根据填零规则扩展为P\*Q, 典型地, P=2\*M, Q=2\*N,得到填零后的图像f\_p(x,y)
- 2. 用(-1)^(x+y) f\_p(x,y) 将图像平移;
- 3. 计算来自上一步函数的DFT, 得到F(u,v);
- 4. 生成一个实对称的, 大小也为P\*Q的, 中心在 (P/2, Q/2) 处的滤波函数H(u,v), 并与F(u,v)相乘;
- 5. 得到处理后的图像

$$g_p(x,y)=\{real[F^{-1}(H(u,v)F(u,v))]\}(-1)^{x+y}$$

- 6. 提取 g\_p(x,y) 的 左上限M\*N区域, 即为滤波后的结果
- 高斯低通滤波器** 频率域高斯的傅里叶变换也是高斯函数, 因此没有振铃效应, 可以应用到医学等特殊场合。

频率域的拉普拉斯算子

- 空域  $\nabla^2 f=\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$
- 频率域  $H(u,v)=-4\pi^2(u^2+v^2)=-4\pi^2D^2(u,v)$
- 频率域增强:

$$g(x,y)=F^{-1}\{F(u,v)-H(u,v)F(u,v)\}$$
$$=F^{-1}\{[1+4\pi^2D^2(u,v)]F(u,v)\}$$

**巴特沃斯(Butter worth)低通滤波器** n 阶巴特沃斯低通滤波器频率特性较平滑, 振铃现象较少, 但随 n 增加, 振铃会加重

$$H(u,v)=\frac{1}{1+\left[\frac{D(u,v)}{D_0}\right]^{2n}}$$

**高频强调滤波例子**:  $g(x,y)=F^{-1}\{[k_1+k_2\cdot H_{hp}(u,v)]F(u,v)\}$ **更一般形式** hp-highpass**同态滤波**: 先对图像作对数运算, 即变换到对数亮度域中——称为密度域。图像的形成: f(x,y)=i(x,y)×r(x,y) 同态分析: z(x,y)=ln f(x,y)=ln i(x,y)+ln r(x,y) 然后可采用以前讨论的各种增强方法对 z(x,y)进行增强处理, 最后取指数**同态滤波的特点**: 由于需要进行对数和指数运算, 计算量大; 对于加性噪声, 不能用同态滤波消除。**选择性滤波**: 带阻滤波器: 理想带阻 高斯带阻滤波器: 陷波滤波器: 消除以(u,v)为中心, D 为半径的区域内的所有频率分量。为防止相移, 去除频谱上关于原点 H(u,v)= $\begin{cases}0 & \text{若 } D_1(u,v)\leq D_0 \text{ 或 } D_2(u,v)\leq D_0 \\ 1 & \text{其它}\end{cases}$  点对称的点。

第五章 图像复原技术 图像复原则大部分是一个**客观过程** 复原利用退化的**先验知识**是**面向退化模型**的 设立**最佳准则**产生**最佳估计退化模型**: g(x,y)=H[f(x,y)]+η(x,y) H 是综合所有退化因素的函数; n(x,y)是系统的加性噪声。频域退化模型: G(u,v)=H(u,v)F(u,v)+N(u,v)**噪声模型**: 近似认为与坐标、内容不相关, 幅度随机可用函数近似

1. 高斯噪声: p(z)= $\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}$
2. 瑞利噪声: 均值μ=a+ $\sqrt{nb}/4$
3. 爱尔兰噪声
4. 指数噪声  $p(z)=\begin{cases}\frac{2}{b}(z-a)e^{-\frac{2}{b}(z-a)} & z\geq a \\ 0 & z<a\end{cases}$   $\sigma^2=\frac{b(4-\pi)}{4}$
5. 均匀噪声
6. 脉冲噪声, **周期干扰**的参数可通过对频谱图的分析来估计, 有时也可直接在受污染的图像上推断干扰的周期性特征;**传感噪声**:有时噪声的概率密度参数可根据传感器确定, 但使用环境有关, 光照不同, 变化很大, 通过测试获得噪声的参数。**一般的图像**:找一些有理由认为平坦的区域, 统计其直方图, 从而从直方图形状确定。

**只存在噪声的复原——空间滤波**

$$\hat{f}(x,y)=\frac{1}{mn}\sum_{(x,y)\in S}g(s,t)$$

**算数均值滤波器** **几何均值滤波器**

**谐波均值滤波器**:  $\hat{f}(x,y)=\frac{1}{mn}\sum_{(x,y)\in S}\frac{1}{g(s,t)}$

- 善于处理盐粒噪声和高斯噪声, 但不适用于胡椒噪声;

**逆谐波均值滤波器**:  $\hat{f}(x,y)=\frac{1}{mn}\sum_{(x,y)\in S}\frac{g(s,t)^{Q+1}}{g(s,t)^Q}$

- Q称为滤波器阶数
  - 当Q>0时, 适用于消除“胡椒”噪声
  - 当Q<0时, 适用于消除“盐”噪声
  - Q=0时, 成为非加权平均滤波器 (算数均值滤波器)
  - Q=-1时, 成为谐波均值滤波器

**统计排序滤波器 (非线性滤波器)**:  
**中值滤波器**  $\hat{f}(x,y)=median\{g(s,t)\}$ **最大值和最小值滤波器**分别用于发现最大点和最暗点, 去胡椒和盐粒噪声  $\hat{f}(x,y)=\max_{(x,y)\in S}\{g(s,t)\}$   $\hat{f}(x,y)=\min_{(x,y)\in S}\{g(s,t)\}$ **中点滤波器**  $\hat{f}(x,y)=\frac{1}{2}[\max_{(x,y)\in S}\{g(s,t)\}+\min_{(x,y)\in S}\{g(s,t)\}]$  结合了统计排序和求平均 对于随机分布噪声工作得最好 如高斯或均匀噪声**修正的α均值滤波**:  
去掉d/2个最高灰度值和d/2个最小灰度值, 剩余的作平均进行滤波

- 若d=0, 则就是算术平均滤波
  - 若d=(mn-1), 则就是中值滤波
- $$\hat{f}(x,y)=\frac{1}{nm-d}\sum_{(x,y)\in S_0}g_r(s,t)$$

滤波除噪声的同时起到平滑作用, 对于多种噪声混合的情况下很有效。**自适应滤波器**: 以滤波覆盖的局部区域内图像的统计特性为基础 自适应局部**降噪滤波器**

$$\hat{f}(x,y)=g(x,y)-\frac{\sigma_g^2}{\sigma_L^2}[g(x,y)-m_L] \frac{\sigma_g^2}{\sigma_g^2+\sigma_L^2}$$

这个σ<sub>g</sub><sup>2</sup>为滤波唯一参数 则返回g(x,y)。 则等同于均值滤波

自适应**中值滤波器**: 标准中值滤波一律以中值代替原值, 会引起不必要的细节损失; 随着脉冲密度的增大, 需要更大的窗口来消除尖峰噪声。该滤波器试图在保留图像细节的同时平滑非冲激噪声。

1. 通过陷波带通滤波器获取噪声模式的空域近似值:
$$\eta(x,y)=F^{-1}\{H_{Np}(u,v)G(u,v)\}$$
2. 原图像减去噪声的加权量, 使得恢复图像在每个像素邻域内的方差最小
$$\hat{f}(x,y)=g(x,y)-w(x,y)\eta(x,y)$$

**估计退化函数**: 观察、试验、建模**观察** 以高信噪比区域 g 为子图像处理, 通过各种增强方法获得 (假设) 没有噪声时的图像 f, 则获得该子图像的系系统函数 H 为 基于得到的系统函数更大比例上重新构建具有相同性质的函数 H。**试验**: 如果可以使用与获取退化图像的设备相似的装置。**建模**: 例: 景物与照相机作相对运动, 快门时间为 T。

$$g(x,y)=\int_0^T f[x-x_0(t),y-y_0(t)]dt$$

傅立叶变换结果如下:

$$G(u,v)=F(u,v)\int_0^T \exp[-j2\pi(x_0(t)+vy_0(t))]dt$$

**逆滤波及其病态性质**  
原图 F 加一噪声项, 在 H(u,v)接近于零时, 噪声项会很大, 图像淹没于噪声中。图像恢复要重点考虑如何控制噪声的干扰, 即控制病态性。**维纳滤波 (最小均方误差)**: 转移函数如下

$$H_w(u,v)=\frac{H^*(u,v)}{[H(u,v)]^2+\gamma\frac{S_{\eta(u,v)}}{S_f(u,v)}}$$

Sn 和 Sf 分别为噪声和未退化图像信号的功率谱。它对噪声放大有自动抑制作用。没有信噪比信息, 可假设常数 K。

**约束最小平方恢复**: 约束最小平方恢复只需要噪声**方差**和**均值**的知识, 容易估计获得。**几何均值滤波器**  $H_G(u,v)=\left[\frac{H^*(u,v)}{[H(u,v)]^2}\right]^{\alpha}$ **滤 波 器**  $\left[\frac{H^*(u,v)}{[H(u,v)]^2+\gamma S_{\eta(u,v)}/S_f(u,v)}\right]^{1-\alpha}$ (频域):  
若α=1, 则成为去卷积滤波器, 即逆滤波器;  
若α=1/2, 实际上 是逆滤波器和参数化维纳滤波器的几何平均, 故称为几何均值滤波器;  
若α=1/2, 且γ=1, 得到的滤波器称为功率谱均衡滤波器;  
若α=0, 则就是参数化维纳滤波器;  
• 若延时γ=0, 就成为逆滤波器; γ=1, 标准维纳滤波器, 一般可通过选择γ的数值来获得希望的维纳平滑效果。

**雷登变换**: 沿着给定的某条直线, 对在该直线上的图像中的像素灰度求和。

$$g(\rho_i,\theta_i)=\iint f(x,y)\delta(x\cos\theta_i+y\sin\theta_i-\rho_i)dxdy$$
**傅里叶切片定理**: 对于给定的θ, 就是 Fourier 变换在 θ 角方向的切片。**滤波反投影步骤**: 计算每个角度投影的一维傅里叶变换; 用滤波函数|w|乘以每一个傅里叶变换, 并乘以一个合适的窗 (汉明); 求每一个滤波后变换的一维反傅里叶变换, 对上一步骤得到的所有一维反变换, 进行角度方向的积分。

第六章 彩色图像处理

光源三基色: 红 R、绿 G、蓝 B 颜色三基色: 青 C、品红 M、黄 Y CMY 到 CMYK 模型的转换: 引入黑色 K令K=min(C,M,Y), 则有: 反之后, 从CMY到CMY的转换为:

- C=(C-K)/Y
- M=(M-K)/(1-K)
- Y=(Y-K)/(1-K)
- C=C(1-K)+K
- M=M(1-K)+K
- Y=Y(1-K)+K

**颜色的三种基本特性量**:  
**亮度** L: 无色的强度概念。**色调** H: 光谱混合中与主波长有关的属性。观察者感知的主要颜色。**饱和度** S: 相对的纯净度, 与一种颜色混合白光的数量有关。**RGB 到 HSI 模型的转换**:
$$I=\frac{1}{3}(R+G+B) \quad S=1-\frac{3}{R+G+B}[\min(R,G,B)]$$
$$H=\begin{cases}\arccos\left\{\frac{[(R-G)+(R-B)]/2}{[(R-G)^2+(R-B)(G-B)]^{1/2}}\right\} & , \text{若 } G\geq B \\ 360-\arccos\left\{\frac{[(R-G)+(R-B)]/2}{[(R-G)^2+(R-B)(G-B)]^{1/2}}\right\} & , \text{若 } G<B\end{cases}$$

**从 HSI 到 RGB 的彩色转换**:  
若 H ∈ [0°, 120°], 则 H ∈ [120°, 240°], 则  $B=I(1-S)$   $R=I(1-S)$ 
$$R=I\left[1+\frac{S\cos H}{\cos(60^\circ-H)}\right] \quad G=I\left[1+\frac{S\cos(H-120^\circ)}{\cos H}\right]$$
$$G=3I-(R+B) \quad B=3I-(R+G)$$
若 H ∈ [240°, 360°], 则  $G=I(1-S)$ 
$$B=I\left[1+\frac{S\cos(H-240^\circ)}{\cos(300^\circ-H)}\right]$$
$$R=3I-(G+B)$$

**伪彩色** (Pseudo Color) 增强: 一幅黑白图像, 灰度范围是 0 - Mf, 分成 N 个不同的灰度区间 Li, i=1,2,...N. 给每个灰度区间分配一种色彩。**全彩色处理基础**: 分别处理每一幅分量图像, 然后重新合成彩色图像; 直接处理彩色像素表, 作为向量处理。**补色**: 在彩色环上与色调直接相对的另一端称为补色; 对于增强彩色图像暗区的细节较有效。**彩色反差**: 最简单的方法之一是把某些感兴趣区域之外的彩色映射为不突出的无确定性的颜色。

**HSI 空间的直方图处理增强**: 单独对彩色图像的 RGB 分量进行直方图均衡, 将产生不正确的颜色, 因此不能采用。(对! 空间做直方图增强)  
**彩色图像的平滑**: 彩色平均平滑可以在每个彩色平面的基础上执行, 结果与使用彩色向量执行平滑是相同的。RGB 空间平滑后得到平均颜色, 而 HSI 中颜色不变, 故 RGB 平滑和 HSI 平滑随着滤波尺寸的增加而会变得更加显著。彩色图像的**锐化**: 一个向量的拉普拉斯也是一个向量, 其分量等于输入向量的各个分量分量的拉普拉斯。  
RGB 向量空间中的**分割**: 欧式距离度量

$$D(z,a)=\|z-a\|=\left\| (z-a)^T (z-a) \right\|^{1/2}=\left\{ (z_g-a_g)^2+(z_r-a_r)^2+(z_b-a_b)^2 \right\}^{1/2}$$

**椭圆距离度量** (马氏距离)  $D(z,a)=\left\{ (z-a)^T C^{-1}(z-a) \right\}^{1/2}$   
绝对距离度量: 方盒子 (计算代价较低)  
**彩色边缘检测**:

$$g_{xx}=u\cdot u=u^T u=\left|\frac{\partial R}{\partial x}\right|^2+\left|\frac{\partial G}{\partial x}\right|^2+\left|\frac{\partial B}{\partial x}\right|^2$$
$$u=\frac{\partial R}{\partial x}+\frac{\partial G}{\partial x}+\frac{\partial B}{\partial x}$$

定义: 和  $g_{yy}=v\cdot v=v^T v=\left|\frac{\partial R}{\partial y}\right|^2+\left|\frac{\partial G}{\partial y}\right|^2+\left|\frac{\partial B}{\partial y}\right|^2$ 
$$v=\frac{\partial R}{\partial y}+\frac{\partial G}{\partial y}+\frac{\partial B}{\partial y}$$
$$g_{xy}=u\cdot v=u^T v=\frac{\partial R}{\partial x}\frac{\partial R}{\partial y}+\frac{\partial G}{\partial x}\frac{\partial G}{\partial y}+\frac{\partial B}{\partial x}\frac{\partial B}{\partial y}$$

则彩色向量的最大变化率方向为:  $\theta(x,y)=\frac{1}{2}\arctan\left[\frac{2g_{xy}}{g_{xx}-g_{yy}}\right]$  **矢量梯度的方**

以及在此方向上变化率的值为:  $F_{\theta}(x,y)=\left\{\left[\frac{1}{2}(g_{xx}+g_{yy})+(g_{xx}-g_{yy})\cos 2\theta(x,y)+2g_{xy}\sin 2\theta(x,y)\right]\right\}^{1/2}$ **彩色图像中的噪声**: 与单色图像相比, 同样级别的细颗粒噪声在彩色图像中不太引人注意。**带噪图像的 HSI 分量**: 注意噪声对 H 和 S 图像的影响最大, 而噪声在 I 图像中却显得轻微些。求余弦和最小值操作的**非线性**造成。I 中本身是三分量的平均, 噪声影响小)。单道噪声在转 HSI 中会**扩散**。**彩色图像压缩**: 原始彩色图像描述所需的比特数要比灰度图像大 3~4 倍, 通过减小或者消除冗余和/或不相关数据的处理, 可以实现对彩色图像的压缩。

第七章 形态学图像处理

**结构元的基本定义**: 结构元的原点用黑点表示。若结构元对称且未显示原点时, 通常假定原点位于对称中心处; 通常要求结构元是矩形阵列, 因此需要添加背景元素。但背景本身不属于结构元。**腐蚀**: 用 B 腐蚀 A 可表示成集合的包含交运算 A⊖B={z|z⊆A} 如果 B 的原点包含在 B 内部, 则式中满足条件的 z 必在 A 中, 故 A⊖B⊆A**膨胀** (dilation): 膨胀是腐蚀的对偶。 $A\oplus B=\{z|[\hat{z}\cap B]\cap A\neq\varnothing\}$  用 B 膨胀 A 得到的集合, 是 B 的映像位移与 A 至少有一个非零元素相交时 B 的原点位置的集合。如果结构元的原点在结构元内部, 则原点总是膨胀后的元素, 这时膨胀结果必然包含 A。**膨胀的结果**: 膨胀会“增长”或者“粗化”二值图像中的物体。这种特殊的方式和粗化的宽度由所用的结构元来控制。**膨胀和腐蚀的对偶性**: 对目标进行膨胀, 相当于对背景进行腐蚀。反之一样  $(A\oplus B)^c=A^c\ominus\hat{B}$  **开运算** (Opening):  $A\circ B=(A\ominus B)\oplus B$  **(A⊖B)<sup>c</sup> = A<sup>c</sup> ⊕ B<sup>^</sup>** **闭运算** (Closing):  $A\bullet B=(A\oplus B)\ominus B$  **开运算**能把比结构元小的斑点、突刺滤掉, 能切断细长搭接而引起分离作用; **闭运算**能把比结构元小的缺口或孔填上, 搭接短的间隙而引起连通。开操作: 外凸角变圆了, 内凹角不受影响。

**开操作和闭操作的对称性**:  $(A\circ B)^c=A^c\bullet\hat{B}$   
• 击中变换就是除不用考虑的像素外, 若**前景**和**背景**都匹配了, 则击中了 (Hit), 结构元原点置为 1, 否则结构元原点置 0  
× 为不匹配  $A\circ B=(A\ominus B)\cap(A^c\ominus\hat{B})$

(a) (b) (c) (d) (a) B<sub>1</sub> (b) B<sub>2</sub>



二值形态学简单算法：

噪声滤除：将开和闭操作结合起来，可用于滤除图像噪声。

$$(((A\ominus B)\oplus B)\ominus B)\oplus B=(A\circ B)\bullet B$$

边界提取： $\beta(A)=A-(A\ominus B)$

孔洞填充：已知孔洞内像素点。

连通分量的提取：类似孔洞填充。

凸壳：如果集合A内连接任意两个点的直线段都在A的内部，则称集合A是凸形的。

细化：逐渐去掉集合上的边界元素。

$$A\odot B=A-(A*B)=A\bigcap(A*B)^c$$

细化过程对边界的各个方向进行，故应该用一组结构元

$\{B\}=\{B^1,B^2,B^3,...,B^N\}$ 这里Bi是Bi-1旋转后的形式，迭代至不变。

粗化与细化在形态学上是对偶的过程.定义为

$$A\oslash B=A\bigcup(A*B)$$

但所有0和1要互换。实际操作时，先对背景进行细化，再对结果求补集。

骨架化（中轴变换）：骨架可看成是区域边界内切圆的圆心的集合。

先用下式得到骨架集： $S_k(A)=(A\ominus kZ)-(A\ominus kZ)\circ B$

其中 $(A\ominus kZ)=((...((A\ominus B)\ominus B...) \ominus B)$ 最后将结果合并

$$S(A)=\bigcup_{k=0}^K S_k(A)$$

形态学重建：

形态学重建涉及两幅图像和一个结构元，一幅图像是标记，包含操作的起始点，另一幅图像是模板，约束该变换。

测地膨胀：

令F表示标记图像，G表示模板图像，均为二值图像，且 $F\subseteq G$

大小为1的标记图像关于模板的测地膨胀定义为： $D_G^{(1)}(F)=(F\oplus B)\cap G$

F关于G的大小为n的测地膨胀定义为： $D_G^{(n)}(F)=D_G^{(1)}(D_G^{(n-1)}(F))$

集合求交在每一步中都执行，并约束标记F的膨胀，保持其小于等于模板图像G

测地属性：

令F表示标记图像，G表示模板图像，均为二值图像，且 $F\subseteq G$

大小为1的标记图像关于模板的测地腐蚀性定义为：

$$E_G^{(1)}(F)=(F\ominus B)\oslash G$$

F关于G的大小为n的测地腐蚀性定义为： $E_G^{(n)}(F)=E_G^{(1)}(E_G^{(n-1)}(F))$

集合求并在每一步中都执行，并保证一幅图像的测地属性仍然大于或等于其模板图像。

形态学重建的应用：

重建开操作：重建开操作可以正确恢复腐蚀后所保留物体的形状。

填充孔洞：基于形态学重建，可以建立一个全自动化的孔洞填充过程。

边界清除：删除接触边界的物体，可以屏蔽图像，处理只保留完整的物体；

可用作视频中存在物体的一个信号。

灰度图像的数学形态学操作：

灰度膨胀操作通常有二种效果：如果结构元数值都为正，则结果趋于图像更亮；根据所用结构元的值和形状，灰暗的细节被减小或消失。

对应非平坦结构元，则有

$$(f\ominus b)(s,t)=\min\{f(s+x,t+y)-b(x,y)| (s+x,t+y)\in D_f; (x,y)\in D_b\}$$

膨胀和腐蚀的对偶性

$$(f\ominus b)^c(s,t)=(f^c\oplus b^c)(s,t)$$
 这里函数的补定义为  $f^c=-f(x,y)$

$$(f\oplus b)^c(s,t)=(f^c\ominus b^c)(s,t)$$
 函数的映象定义为  $\hat{b}=b(-x,-y)$

开操作和闭操作：开操作  $f\circ b=(f\ominus b)\oplus b$

闭操作交换算符位置

灰度开操作常用于去除较结构元小的亮壳细节，同时相对地保持整体图像灰度和较平坦的暗区域不变；灰度闭操作常用于除去图像上的暗细节，而亮细节或平坦的暗区域基本不受影响。

形态学平滑：先对图像进行开操作，再对结果作闭操作。

形态学梯度： $g=(f\oplus b)-(f\ominus b)$

顶帽变换：校正阴影示例

• 顶帽变换

$$T_{\text{hat}}(f)=f-(f\circ b)$$
 
$$B_{\text{hat}}(f)=(f\bullet b)-f$$

粒度测定：对于比背景亮且有规则形状的颗粒，方法由使用逐渐增大的结构元对图像执行开操作组成。

某个特殊尺寸的开操作会应对包含类似尺寸颗粒的图像区域产生最大的效果。对于每次开操作，计算操作后像素值的和，一般会随着结构元的增大而减小。

计算连续开操作导致的像素值的变化，可得到图像中颗粒的主要大小分布。

纹理分割：

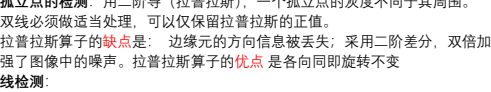
第八章 图像分割

1.2 阶导数：一阶导数通常产生较粗的边缘；二阶导数对精细细节，如细线、孤立点和噪声有较强的响应；二阶导数在灰度斜坡和灰度台阶过渡处会产生双边缘响应；二阶导数的符号可用于确定边缘的过渡是从亮到暗还是从暗到亮。二阶导数的零交叉点可用于定位相边缘的中心。

孤立点的检测：用二阶导（拉普拉斯），一个孤立点的灰度不同于其周围。双线必须做适当处理，可以仅保留拉普拉斯的正值。

拉普拉斯算子的缺点：边缘元的方向信息被丢失；采用二阶差分，双倍加强了图像中的噪声。拉普拉斯算子的优点：是各向同即旋转不变

线检测：



边缘模型：台阶、斜坡和屋顶

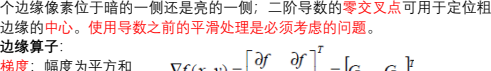
一阶导数的幅度可用于检测图像中是否存在边缘；二阶导数的符号可确定一个边缘像素位于暗的一侧还是亮的一侧；二阶导数的零交叉点可用于定位相边缘的中心。使用导数之前的平滑处理是必须考虑的问题。

边缘算子：

梯度：幅度为平方和  $\nabla f(x,y)=\left[\frac{\partial f}{\partial x} \quad \frac{\partial f}{\partial y}\right]^T=\left[G_x \quad G_y\right]^T$

方向角为 arctan (Gy/Gx)

Prewitt 算子实现较简单，但 Sobel 算子对噪声的抑制能力更好些，一般 Sobel 算子有较好的效果。



Marr-Hildreth 边缘检测器（LOG）：(Laplacian of a Gaussian)

先高斯滤波再用 Laplacian 算子或者直接用 LoG 算子，都需要找零交叉；将 LoG 算子分解成行列分离操作，从而提高速度。

Marr-Hildreth 边缘检测器特点：

有较强的噪声抑制能力，检测到的点沿的宽度为一个像素，检测到的边缘连成闭合曲线，利用 LoG 算子还可直接得到目标区域的二值图，主要缺点是计算量太大。

坎尼（Canny）边缘检测算子：

图像边缘点的条件：该点的边缘强度大于沿该点梯度方向的两个相邻像素点的边缘强度；与该点梯度方向上（近似）相邻两点的方向差小于 45°；以该点为中心的 3×3 邻域中的边缘强度极大值大于某个阈值。

步骤：用一个高斯滤波器平滑输入图像，计算梯度幅值图像和角度图像，对梯度幅值图像应用（局部）非极大值抑制；双阈值处理和连接分析来检测并连接边缘。

边缘的局部连接：边缘元能够相互连接的基础是相邻并具有一定的相似性。

霍夫变换：

θ的取值为[-90°，90°]

1.若图像尺寸为N×N，则r的取值为  $\left\lfloor -\sqrt{2}N,\sqrt{2}N \right\rfloor$

2.若将θ的取值量化为0°，±15°，±30°，±45°，±60°，±75°，+90°，则共有12个值

3.若将r的取值量化为50个等分

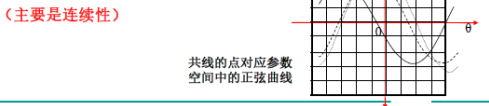
则共有12×50个单元，可统计每个单元中

正弦曲线出现的频度；若频度超过某阈值。

则认为有对应该（θ<sub>0</sub>,r<sub>0</sub>）值的直线。

检验选中单元像素间的关系

（主要是连续性）



Hough 变换的缺点：曲线参数空间的量化精度不易确定，需要结合实际多次调整。如果 r 和 θ 量化过粗，则找到的 r<sub>0</sub>、θ<sub>0</sub> 值太粗糙，不能精确定位直线。

若 r 和 θ 量化过细，则计算量大，且落入单元格中的点数过于分散，不能有效地进行检测

基于阈值处理的分割：

最简单的分割方法——按灰度值二值化。

Ostu 方法（全局阈值）：使分割后目标内部和背景内部总方差（称为类内方差）较小，而目标与背景的灰度平均值之差又较大（用类间方差表示）

用图像平滑改善全局阈值处理。

边缘改进全局阈值处理：仅用位于或者接近边缘的像素，则得到的直方图将有几个高度近似相同的波峰。像素位于物体和背景上的概率近似相等，改善了直方图模式的对称性；用满足基于梯度和拉普拉斯算子的简单度量的像素有加深直方图波峰间的波谷的倾向。

可变阈值处理：

阴影校正：先采集一幅没有目标的背景图像，与有目标的图相减，从而消除光照不均匀现象。

局部阈值法（无法得到背景图像）如果某图像块内有目标和背景，则直方图呈双峰，据此可确定局部门限；如果图像块内只有目标或只有背景，则直方图呈单双峰，找不出合适的局部门限值，但可根据邻近的双峰的块得到局部门限，通过内插给该图像块规定一门限，从而进行分割。

基于区域的分割：将具有相似性质度的像素聚集到同一区域

先对每个需要分割的区域找出一种子像素作为生长的起点；然后将种子像素周围与种子像素有相同或相似性质的像素，加入到种子像素所在的区域中（注意生长过程中要保持区域内的连通性）；再将这些新加入的像素做为新的种子，继续进行上面的过程，直到不再有像素加入区域。

区域分裂与聚合：将一幅图像细分为一组任意的不相交区域，然后聚合或分裂这些区域，并使其满足分割条件。

通常将图像按 4 象限方式分割成 4 个区域，可用 4 叉树形式表示。对每个区域，检查内部相似性：如果区域内部像素性质不一致，则对该区域进一步分割；有相似的性质，则将它们合并。

用形态学分水岭的分割：经常应用于一幅图像的梯度图，而不是图像本身。汇水盆地的区域最小值就可以对应于感兴趣物体的较小梯度值。

局限性：由于噪声和梯度的其他局部不规则性造成过度分割；存在着大量潜在的最小值，可以用平滑滤波器对图像进行过滤或用标记约束感兴趣区域。

标记的使用：与感兴趣物体相联系的标记称为内部标记，与背景相关联的标记称为外部标记。

选择标记的典型过程：预处理（平滑滤波器）；定义标记必须满足的准则集合。

分割中运动的应用：

累积差值图像（ADI）：是通过将参考图像与序列中每幅后续图像进行比较。当参考图像和序列中一幅图像之间在某个像素位置上出现一次差异时，累积图像中每个像素位置的计数器计数一次。当运动物体灰度大于背景时：正 ADI 的非零区域等于运动物体的大小；正 ADI 的位置对应于参考帧中运动物体的位置；当运动物体完全移出参考帧物体时，正 ADI 的面积不再变化；

物体的运动方向和速度可以由绝对 ADI 和负 ADI 中的值决定。

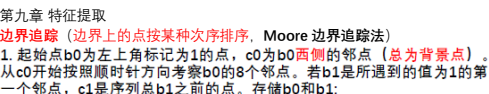
第九章 特征提取

边界追踪（边界上的点按某种次序排序，Moore 边界追踪法）

1. 起始点b0为左上角标记为1的点，c0为b0西侧的邻点（总为背景点）。从c0开始按照顺时针方向考察b0的8个邻点。若b1是所遇到的值为1的第一个邻点，c1是序列总b1之前的点。存储b0和b1；

2. 令b=b1，c=c1。

3. 从c开始顺时针方向前进，令c的8个邻点为n1,n2,...,n8。找到标1的第一个n(k)。标记 b=n(k)，c=n(k-1)。



边界链码（弗里曼链码）：

边界的链码可用边界跟踪算法得到关于形状的特征，如周长、曲率等可直接用链码得到

链码一般不能直接用于目标识别：

因为链码串常常很长；噪声干扰大。

特点：目标平移，则链码不变；链码的每个方向码加上一个常数（以 8 或 4 取模），相当于目标旋转。

对 8 方向链码：加上奇数：旋转 45°的倍数；加上偶数：旋转 90°的倍数。

若链码的起点不同：同一目标会有不同的链码，头尾相接后的循环链码一样。一阶差分形成的码（差分链码）：旋转归一化。

MPP 的基本思想——内墙的凸和外墙的凹顶点才能成为 MPP 的顶点。

标记图：标记（signature）是将二维的边界化为一维函数的形式。这种方法产生的标记不受目标平移的影响；目标的尺度变换会改变标记后的幅度；目标的旋转会影响角度测量的起点。

边界线段：将边界分成数段，并简化对每段的表示，以减少复杂度；对于非凸的边界，可借助凸包概念将边界分段。

细化与骨架化：细化操作是把区域的截面宽度缩到最小，即单像素宽度，也就是把物体变细，直到出现最小的像点连通性。（文字识别）

骨架化（MAT）中轴变换：对于一个区域 R，若边界为 B，对区域中每一点 P，我们在 B 上搜索与它最近的点，若能找到多于一个同样距离的最近点，则 P 属于 R 的中轴或称骨架。

距离变换等效地得到骨架：找每个像素与标记为 1 的像素的最小距离。脊是局部极大值的集合，相比细化方法，距离变换往往容易产生连续的骨架。

边界描述子：边界的长度：8 链码中代表斜向的奇数链码的长度计为 2√0.5。边界的直径：边界上相隔最近的二点间的距离，即二点间的直线长度。曲率

形状数：组成最小整数的差分链码。（差分链码的循环移位）

形状数的阶 n：形状数序列的长度

傅立叶描绘子：边界上有 N 个点，按逆时针方向，坐标依次为(x<sub>k</sub>,y<sub>k</sub>)，表示成复数形式：s(k)=x<sub>k</sub>+iy<sub>k</sub> 傅里叶变换。

统计矩：
$$\mu_n=\sum_{r=1}^L\left(r_1-m\right)^n f\left(r_1\right)$$

r 的 n 阶中心矩 
$$\mu_n=\sum_{r=1}^L\left(r_1-m\right)^n f\left(r_1\right)$$

区域表示：

数组表示；四叉树表示。

区域描述子：

区域面积，区域重心(区域重心)，圆度率（旋转、尺度不变）

紧致度：compactness=P<sup>2</sup>/A

偏心率 eccentricity= $\sqrt{1-(b/a)^2}$  (a 为长轴)

拓扑描述符：区域的连通数 C，区域的孔数 H，欧拉数 E=C-H。

纹理：

统计方法：使用一幅图像或一个区域的灰度直方图的统计矩。

灰度共生矩阵：在一幅图像中规定一种对于两个像素间的位置关系，利用这些像素对得到的二维直方图。

频谱方法：图像上周期性和方向性的纹理在频谱上有相应的表现。

不变矩：p+q 阶矩 
$$\mu_{pq}=\sum_x\sum_yx^p y^q f(x,y)$$

不变矩 
$$\bar{x}=m_{10}/m_{00}$$

P+q 阶中心矩：
$$\mu_{pq}=\sum_x\sum_y(x-\bar{x})^p(y-\bar{y})^q f(x,y)$$

霍特林（Hotelling）变换：用矩阵 Cx 的特征矩阵 A 作线性变换

均值矢量 
$$\bar{m}_x=E\{\bar{x}\}$$

协方差矩阵 
$$C_x=E\{(\bar{x}-\bar{m}_x)(\bar{x}-\bar{m}_x)^T\}$$

• 其中矩阵元素 
$$c_{i,j,x}=E\{(x_i-m_{i,x})(x_j-m_{j,x})\}$$
 为  $x_i$  和  $x_j$  的协方差

自相关矩阵 
$$R_x=E\{\bar{x}\bar{x}^T\}$$

有 
$$C_x=R_x-\bar{m}_x\bar{m}_x^T$$

可用 M 个样本估计均值矢量和协方差矩阵

$$\bar{m}_x=\frac{1}{M}\sum_{k=1}^M\bar{x}_k$$

$$C_x=\frac{1}{M}\sum_{k=1}^M\bar{x}_k\bar{x}_k^T-\bar{m}_x\bar{m}_x^T$$

A 称为 C 的特征矩阵,按照特征值的大小，将对应特征向量从左向右按列排列而成。

霍特林变换是可逆的，若只取 Cx 的最大的 K 个特征值对应的特征矢量，构成 N×K 阶变换矩阵 A<sub>K</sub>。

利用前 k 个特征值重建的 x 的均方误差：

$$\bar{m}_y=A^T E\{(\bar{x}-\bar{m}_x)\}=0$$

$$C_y=E\{(\bar{y}-\bar{m}_y)(\bar{y}-\bar{m}_y)^T\}=E\{A^T(\bar{x}-\bar{m}_x)[A^T(\bar{x}-\bar{m}_x)]^T\}=E\{A^T(\bar{x}-\bar{m}_x)(\bar{x}-\bar{m}_x)^T A\}=A^T C_x A$$

第十章：图像模式分类

模式是对客体的定量或结构的描述

模式采用特征进行描述如重量、颜色（如红、绿、蓝三个分量的值）、尺寸等、形状、特征，都可作为模式的特征。特征矢量：如果一组特征可用一组测量数据表征，则可表示成矢量形式，称之为特征矢量。模式类：具有某些共同特征的模式集合。模式识别：是根据特征或属性识别模式的自动技术，即依据一定的量度或观测基础将待识别模式划分到各自的模式类的过程。

描绘子对基于模式向量方法的目标识别的最终性能会有深刻影响。

结构模式(树)：适于表示多层次排列的表达，可以是语义层概念的大小分层。

基于匹配的识别技术通过一个原型模式向量来表示每个类。根据一种预先定义的量度，将一个未知模式赋予最接近的类。最简单的方式是最小距离分类器。使用欧氏距离计算。

当均值间的距离与每个类的分散度或者随机性相比较大时，最小距离分类器工作得很好。

最近邻分类：优点：简单，可分割大多数几何可分的类别（各模式类几何意义上分开）。缺点：要存储和计算所有训练样本，因只用了最近邻样本的信息，易受噪声影响，X 的最近邻点为噪声时会失误。改进方法：集群方法——

将几个子集，用各子集的平均样本作最近邻法分类。K-近邻法——根据邻近的 K 个样本中多数点的类别来分类。（投票）

非线性可分情况：多项式，如二次判别函数的判决面是一个超二次曲面；特殊函数展开；广义线性判别函数：在高维空间成为线性可分（核方法）。

相关匹配目标检测的问题：计算量大；不具有旋转和尺度不变性；对形变、遮挡和光照变化等敏感。

最佳（贝叶斯）统计分类器：分类器有 W 个类，针对每个样本，计算判别为每个类的平均损失，并将样本对应的最低损失赋给相应的类，则关于决策的总体平均损失将是最低的。

Bayes公式：

$$P(a_i|X)=\frac{p(X|a_i)P(a_i)}{p(X)}$$

平均损失为：
$$r_j(x)=\frac{1}{p(x)}\sum_{i=1}^Kp(x|a_i)p(a_i)$$

若总共两类，他们的先验概率相同， $P(a_1)=P(a_2)=1/2$

则决策边界为：满足  $p(x_0|a_1)=p(x_0|a_2)$  的  $x_0$

当两个类的先验概率不同时，若  $a_1$  出现的概率大，则  $x_0$  左移，若  $a_2$  出现的概率大，则  $x_0$  右移。

三维模式的分类器示例：

$$\text{均值: } m_1=\frac{1}{3}\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ 和 } m_2=\frac{1}{3}\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

方差： $C_1=C_2=\frac{1}{12}\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

判决函数： $d(x)=x^TC_1^{-1}m_1-\frac{1}{2}m_1^TC_1^{-1}m_1$



第七章的纹理结构

用比小斑点大的结构元对图像做闭操作：用尺寸大于大斑点间隔的结构元对图像做开操作；使用形态学梯度求得边界。

灰度级形态学重建：基本和二值图像的形态学重建相同。

测地膨胀：灰度最小在每一步中都执行，并约束标记 f 的膨胀，保持其小于等于模板图像 g。

灰度级重建开操作：重建开操作可以正确恢复腐蚀后所保留物体的形状。

定义为  $O_f^{(n)}(f)=R_f^2[(f\ominus nb)]$

其中，(f⊖nb)表示b对f的n次腐蚀（普通形态学腐蚀，非测地腐蚀）