32

浙江大学 2009 - 2010 学年春夏季学期

《信号与系统（甲）》课程期末考试试卷

课程号：111C0061；考试试卷：✔A 卷、B 卷（请在选定项上打 √）

开课学院（系）：信电系，考试形式：√闭、开卷（请在选定项上打 √），允许带 计算器 入场

考试时间：2010 年 07 月 6 日，所需时间：120 分钟

考生姓名：________ 学号：________ 专业：________

考生承诺："我确认本次考试是完全通过自己的努力完成的。"

考生签名：

题序	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								
评卷人								

一、选择题（四选一）（10×2 分）

1. 下列信号中哪个是功率信号 （C）

A. $\delta(t)$,　　B. $Sa(t)$

C. $u(t)$　　D. $\delta'(t)$

2. 下列哪个系统是LTI系统 （D）

A. $y(t)=3x(t)+3$　　B. $y[n]=x[n]x[n-10]$

C. $y(t)=\sin(3t)x(t)$　　D. $y[n]=x[n-1]+x[n+3]$

3. $x[n]=\cos(8\pi n/31)$ 的周期是 （A）

A. 31　B. 4　C. 非周期　D. 31/4

4. 下列哪句陈述是不正确的 （C）

A. 系统的完全响应可以分解成零输入响应和零状态响应；

B. 系统的完全响应包含自由响应和强迫响应；

C. 零输入响应等于自由响应，而零状态响应等于强迫响应；
D. 通过卷积积分计算得到的是系统的零状态响应.

5. 试计算信号 $x(t)=(\frac{\sin 100\pi t}{\pi t})(\frac{\sin 200\pi t}{\pi t})$ 的奈奎斯特频率. （D）

A. 200π　　B. 300π　　C. 400π　　D. 600π

6. 试确定信号 $x(t)=t[u(t-1)-u(t-2)]$ 的收敛域 （A）

A 整个 S 平面　　B 左半 S 平面
C 右半 S 平面　　D 除虚轴以外的整个 S 平面

7. 下列哪句陈述是正确的 （A）
A 连续时间周期信号的傅立叶级数存在收敛条件和吉布斯现象；
B 连续时间非周期信号的傅立叶变换存在收敛条件，但不存在吉布斯现象；
C 离散时间周期信号的傅立叶级数存在收敛条件，但不存在吉布斯现象；
D 离散时间非周期信号的傅立叶变换不存在收敛条件和吉布斯现象；

8. $x(3t-2)\delta(t-1)$ 的正确结果是 （B）

A. $x(-5)\delta(t-1)$　　B. $x(1)\delta(t-1)$

C. $x(3t-5)\delta(t-1)$　　D. $x(3t-5)$

9. 单边拉氏变换象函数 $F(s)=\frac{e^{-s}}{s+1}$ 的原函数 $f(t)$ 是 （B）

A. $e^{-t}u(t-1)$　　B. $e^{-(t-1)}u(t-1)$

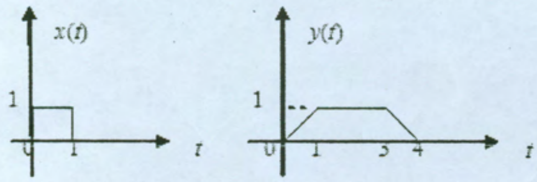
C. $e^{-t}u(t+1)$　　D. $u(t-1)$

10 已知某一阶连续系统的极点和零点分别是 $s=-1$ 和 $s=-2$，$H(\infty)=1$,则系统的系统函数 $H(s)$ 为 （B）

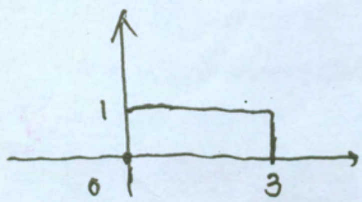
A. $\frac{s+2}{s+1}$　B. $\frac{s+1}{s+2}$　C. $(s+1)(s+2)$　D. $\frac{s-2}{s-1}$

二. 简单计算题(分题 5 分)

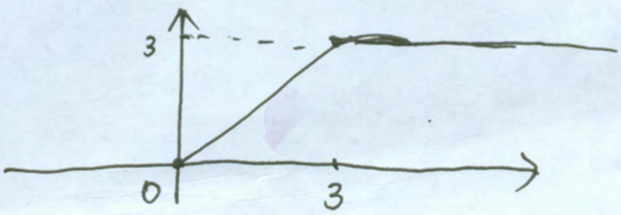
1. 已知某连续时间 LTI 系统，当输入为 $x(t)$时，输出为 $y(t)$，如下图所示，求该系统的单位阶跃响应。



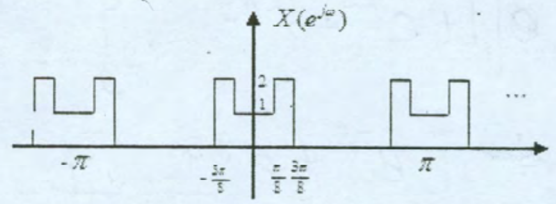
① h(t)

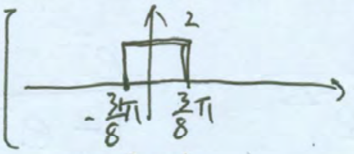
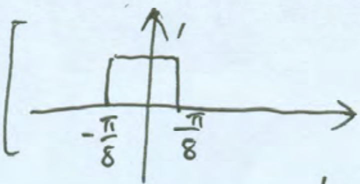


② $s(t)=u(t)*h(t)$



2.求下列离散时间信号的傅立叶反变换

$F^{-1}\Big[$  $\Big]$

$= F^{-1}\Big[$  $\Big] - F^{-1}\Big[$  $\Big]$

$$= \frac{2\sin\frac{3}{8}\pi t}{\pi t} - \frac{\sin\frac{\pi}{8}t}{\pi t}$$

3. 已知 $x(t)\xleftrightarrow{F}X(j\omega)$，若 $y(t)=\int_{-\infty}^{t}(\tau-2)x(4-2\tau)d\tau$，求 $y(t)$ 的傅立叶变换 $Y(j\omega)$。

$$\cancel{y'(t) = (t-2)x(4-2t) = -\frac{1}{2}\left[(4-2t)x(4-2t)\right]}$$

$$\cancel{\therefore\ tx(t) \xrightarrow{F} j\frac{dX(j\omega)}{d\omega}} \qquad \cancel{\therefore\ (4-2t)x(4-2t) \xrightarrow{F} \frac{j}{2}\frac{d\left[X(\frac{j\omega}{2})e^{-j2\omega}\right]}{d\omega}}$$

解：

$$tx(t) \xrightarrow{F} j\frac{dX(j\omega)}{d\omega}$$

$$-2tx(-2t) \xrightarrow{F} \frac{1}{2}j\frac{dX(-j\frac{\omega}{2})}{d\omega}$$

$$(4-2t)x(4-2t) = -2(t-2)x(-2(t-2)) \xrightarrow{F} \frac{j}{2}\frac{dX(-j\frac{\omega}{2})}{d\omega}e^{-j2\omega}$$

$$(2-t)x(4-2t) \xrightarrow{F} \frac{j}{4}\frac{dX(-j\frac{\omega}{2})}{d\omega}e^{-j2\omega}$$

$$(t-2)x(4-2t) = -\frac{j}{4}\frac{dX(-j\frac{\omega}{2})}{d\omega}e^{-j2\omega}$$

$$Y(j\omega) = \frac{-\frac{1}{8}X'(-\frac{j\omega}{2})e^{-j2\omega}}{j\omega} + \frac{\pi}{8}X'(j0)\delta(\omega)$$

4. 用采样周期 T 对连续时间信号 $x(t)=\cos(4000\pi t)$ 采样，得到一离散时间信号 $x[n]=\cos(\frac{\pi n}{3})$，确定一种选取的 T 与这个信息相符，你所选的 T 是唯一的吗？若是，解释为什么？若不是，请给出另一种选择的 T 与已知信息相符。

$$\cancel{4000\pi T =}$$

$$4000\pi\cdot nT = \left(\frac{\pi}{3}+2k\pi\right)n$$

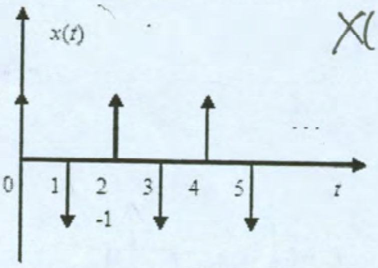
$$4000T = \frac{\pi}{3}+2k$$

$$T = \frac{\pi}{12000}+\frac{k}{2000} \quad \forall k\in Z$$

$$T_1 = \frac{\pi}{12000}$$

$$T_2 = \frac{7\pi}{12000}$$

5．求下图所示信号的拉氏变换。



$$X(s) = \left[1+e^{-2s}+e^{-4s}\cdots\right] - \left[e^{-s}+e^{-3s}\cdots\right]$$

$$= \frac{1}{1-e^{-2s}} - \frac{e^{-s}}{1-e^{-2s}} \qquad Re(s)>0$$

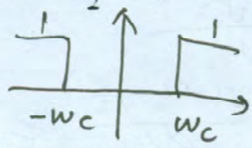
$$= \frac{1}{1+e^{-s}}$$

三. (10 分)已知一个理想高通滤波器，其频率响应为 $H(j\omega)=\begin{cases} e^{-j\omega t_0}, & |\omega|>\omega_c \\ 0, & |\omega|<\omega_c \end{cases}$，其中 ω_c 为截止角频率，

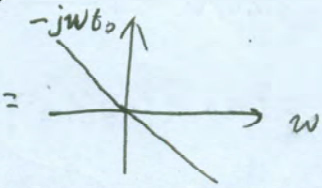
t_0为延时时间。(a) 求系统的单位冲激响应；(b) 当输入激励为 $x(t)=2e^{-t}u(t)$时，若要求输出信号 $y(t)$ 的能量

为输入信号 $x(t)$能量的 50%，即$|Y(j\omega_c)|^2=\frac{1}{2}|X(0)|^2$，试确定 ω_c 应具有的值。

(a) $|H(jw)| =$



$\theta(jw) =$



$$F^{-1}\left[|H(jw)|\right] = \delta(t) - \frac{\sin w_c t}{\pi t}$$

$$F^{-1}\left[|H(jw)|e^{-jwt_0}\right] = \delta(t-t_0) - \frac{\sin w_c(t-t_0)}{\pi(t-t_0)}$$

(b) $$|Y(jw_c)| = |X(jw_c)||H(jw_c)|$$

$$= \left|\frac{2}{jw_c+1}\right| |H(jw_c)|$$ → 此项为1

$$|Y(jw_c)|^2 = \frac{4}{w_c^2+1} \cdot 1 = \frac{1}{2} \quad 2^2 = 2$$

所以 $w_c = 1$

四. (15 分) 研究一个 LTI 系统，其输入 $x[n]$与输出 $y[n]$满足

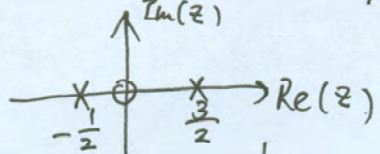
$$y[n]-y[n-1]-\frac{3}{4}y[n-2]=x[n-1]$$

(a)求系统函数 $H(z)$，并画出零极点图；

(b)求系统的单位样值响应，并分析系统的稳定性与因果性；

(c)求该系统的频率响应。

(a) $H(z)=\dfrac{z^{-1}}{1-z^{-1}-\frac{3}{4}z^{-2}}=\dfrac{z^{-1}}{\left(1-\frac{3}{2}z^{-1}\right)\left(1+\frac{1}{2}z^{-1}\right)}$



(b) $H(z)=\dfrac{\frac{1}{2}}{1-\frac{3}{2}z^{-1}}\;\dfrac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}z^{-1}} \Rightarrow h[n]=\begin{cases}\frac{1}{2}\left[\left(\frac{3}{2}\right)^n u[n]-\left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n]\right] & \text{不稳定，因果}\\ -\frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}\right)^n u[-n-1]-\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n] & \text{稳定，非因果}\\ -\frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}\right)^n u[-n-1]+\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)^n u[-n-1] & \text{不稳定，非因果}\end{cases}$

(c) $H(e^{jw})=\dfrac{e^{-jw}}{1-e^{-jw}-\frac{3}{4}e^{-j2w}}$

五.(15 分) 一个因果稳定的 LTI 系统，其频率响应为 $H(j\omega)=\dfrac{j\omega+4}{6-\omega^2+5j\omega}$

(a)写出系统的输入和输出的微分方程；

(b)求系统的单位冲激响应 $h(t)$；

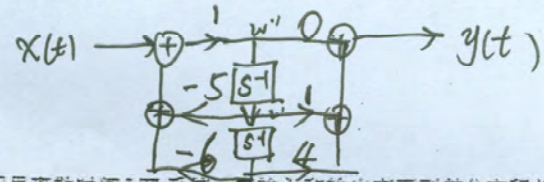
(c)画出系统结构框图.

(a) $H(s)=\dfrac{s+4}{s^2+5s+6}$ $\qquad y''(t)+5y'(t)+6y(t)=x'(t)+4x(t)$

(b) $H(s)=\dfrac{2}{s+2}-\dfrac{1}{s+3}$ $\qquad$ 因果 $\Rightarrow \mathrm{Re}(s)>-2$

$h(t)=2e^{-2t}u(t)-e^{-3t}u(t)$

(c)



六.（10 分）某因果离散时间 LTI 系统，其输入和输出有下列差分方程描述：

$$y[n-1]+2y[n]=x[n]$$

（a） 若 $y[-1]=1$, $x[n]=3(1/4)^n u[n]$，求 $n\ge 0$ 时系统的输出 $y[n]$，并指出零输入响应与零状态响应；

$y[n]=\underbrace{\left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n]+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]}_{\text{零状态}}\underbrace{-\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n]}_{\text{零输入}}$

（b） 若 $x[n]=\begin{cases}1, & n<0\\ 2, & n\ge 0\end{cases}$，求 $-\infty<n<\infty$ 时系统的输出 $y[n]$

$y[n]=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n]+\frac{2}{3}u[n]$

(a) $y[n-1]\xrightarrow{uz} z^{-1}Y(z)+y[-1]=z^{-1}Y(z)+1$

$x[n]\xrightarrow{uz} =\dfrac{3}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}$

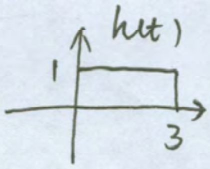
$z^{-1}Y(z)+1+2Y(z)=\dfrac{3}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}$

$(z^{-1}+2)Y(z)=\dfrac{3}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}-1$

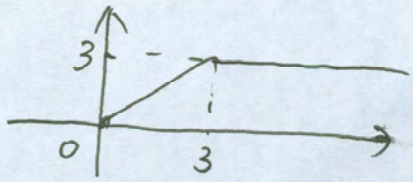
2009-2010 考试题答案

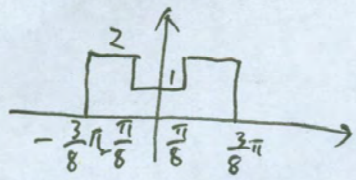
一、 C D A C D A A B B

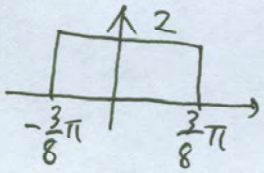
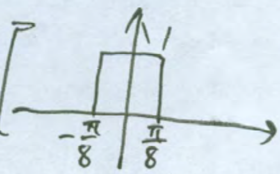
二、 ①



阶跃响应 $S(t) = u(t) * h(t)$



② $F^{-1}\Big[$  $\Big]$

$= F^{-1}\Big[$  $\Big] - F^{-1}\Big[$  $\Big]$

$$= \frac{2\sin\frac{3}{8}\pi t}{\pi t} - \frac{\sin\frac{\pi}{8}t}{\pi t}$$

③

$$x(t) \xrightarrow{F} X(j\omega)$$

$$t\,x(t) \xrightarrow{F} j\frac{dX(j\omega)}{d\omega}$$ 频域微分性质

$$-2t\,x(-2t) \xrightarrow{F} j\frac{d\left[\frac{1}{2}X(-j\frac{\omega}{2})\right]}{d\omega}$$ 时域扩展性质

$$= \frac{j}{2}X'(-j\frac{\omega}{2}) \cdot -\frac{j}{2} = \frac{1}{4}X'(-j\frac{\omega}{2})$$

$$(4-2t)x(4-2t) = -2(t-2)x[-2(t-2)] \xrightarrow{F} \frac{1}{4}X'(-j\frac{\omega}{2})e^{-j2\omega}$$

$$(t-2)x(4-2t) = -\frac{1}{2}(4-2t)x(4-2t) \xrightarrow{F} -\frac{1}{8}X'(-j\frac{\omega}{2})e^{-j2\omega}$$

$$\int_{-\infty}^{t}(\tau-2)x(4-2\tau)d\tau = u(t) * [(t-2)x(4-2t)] \xrightarrow{F}$$

$$\cancel{\left[\frac{1}{j\omega} + \pi\delta(\omega)\right]\left(-\frac{1}{8}X'(-j\frac{\omega}{2})e^{-j2\omega}\right) = -\frac{1}{8}\frac{X'(-j\frac{\omega}{2})e^{-j2\omega}}{j\omega}}$$

$$\int_{-\infty}^{t}(\tau-2)\,x(4-2\tau)\,d\tau = u(t) * [(t-2)\,x(4-2t)]$$

$$\xrightarrow{F} \left(\frac{1}{j\omega}+\pi\delta(\omega)\right)\left(-\frac{1}{8}X'(-j\tfrac{\omega}{2})e^{-j2\omega}\right)$$

$$= -\frac{X'(-j\frac{\omega}{2})e^{-j2\omega}}{8j\omega} - \frac{\pi}{8}X'(0)\delta(\omega)$$

④ 对 $\forall T$ 满足

$$4000\pi\cdot nT = \frac{\pi}{3}n + 2k\pi n \quad k\in Z$$

都能相符。

化简得:

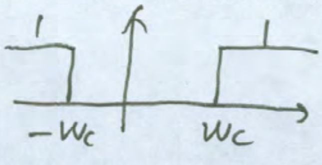
$$T = \frac{1}{12000} + \frac{k}{2000} \quad k\in Z$$

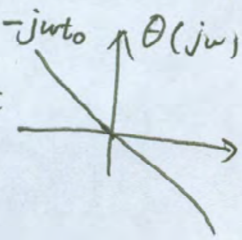
$$T_1 = \frac{1}{12000} \quad T_2 = \frac{7}{12000} \quad \cdots$$

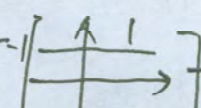
5. $$X(s) = [1+e^{-2s}+e^{-4s}\cdots] + [e^{-s}+e^{-3s}\cdots+\cdots]$$

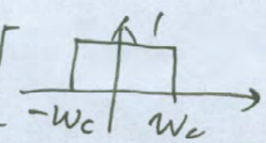
$$= \frac{1}{1-e^{-2s}} + \frac{e^{-s}}{1-e^{-2s}} = \frac{1-e^{-s}}{1-e^{-2s}} = \frac{1}{1+e^{-s}}$$

$$|e^{-2s}|<1 \Rightarrow Re\{s\}>0$$

三. ⓐ $|H(j\omega)| =$ 

$\theta(j\omega) =$ 

$F^{-1}[|H(j\omega)|] = F^{-1}[$ 

$] - F^{-1}[$ 

$]$

$$= \delta(t) - \frac{\sin w_c t}{\pi t}$$

$$F^{-1}\left[|H(j\omega)|e^{-j\omega t_0}\right] = \delta(t-t_0) - \frac{\sin \omega(t-t_0)}{\pi(t-t_0)}$$

(b) $X(j\omega) = \dfrac{2}{j\omega+1} \Rightarrow X(0) = 2 \qquad X(j\omega_c) = \dfrac{2}{j\omega_c+1}$

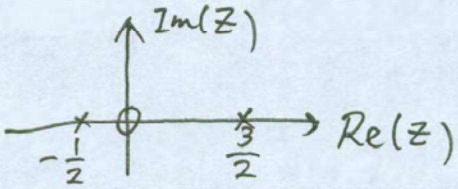
$$Y(j\omega_c) = X(j\omega_c)H(j\omega_c) = \frac{2}{j\omega_c+1}\cdot 1 = \frac{2}{j\omega_c+1}$$

$$|Y(j\omega_c)|^2 = \frac{4}{1+\omega_c^2} = \frac{1}{2}|X(0)|^2 = \frac{1}{2}\cdot 2^2 = 2$$

所以 $\omega_c = 1$

四. (a) $H(z) = \dfrac{z^{-1}}{1-z^{-1}-\frac{3}{4}z^{-2}} = \dfrac{z^{-1}}{(1-\frac{3}{2}z^{-1})(1+\frac{1}{2}z^{-1})}$

$$= \frac{z}{(z-\frac{3}{2})(z+\frac{1}{2})}$$



(b) $H(z) = \dfrac{\frac{1}{2}}{1-\frac{3}{2}z^{-1}} - \dfrac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}$

$$h[n] = \begin{cases} \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}\right)^n u[n] - \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n] & \text{不稳定、因果} \\ -\frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}\right)^n u[-n-1] - \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n] & \text{稳定、非因果} \\ -\frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}\right)^n u[-n-1] + \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)^n u[-n-1] & \text{不稳定、非因果} \end{cases}$$

(c) $H(e^{j\omega}) = \dfrac{e^{-j\omega}}{1-e^{-j\omega}-\frac{3}{4}e^{-j2\omega}}$

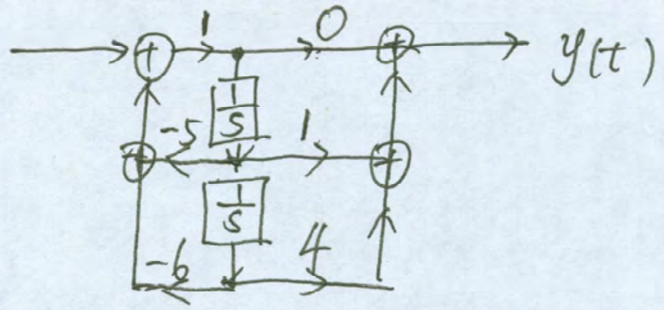
五、ⓐ $H(s)=\dfrac{s+4}{s^2+5s+6}=\dfrac{s+4}{(s+2)(s+3)}=\dfrac{2}{s+2}-\dfrac{1}{s+3}$

因果 $\Rightarrow$ $Re(s)>-2$

$$y''(t)+5y'(t)+6y(t)=x'(t)+4x(t)$$

ⓑ $h(t)=2e^{-2t}u(t)-e^{-3t}u(t)$

ⓒ



六 ⓐ $y[n-1]\xrightarrow{uz} z^{-1}Y(z)+y[-1]=z^{-1}Y(z)+1$

$x[n]\xrightarrow{uz}\dfrac{3}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}$

$$z^{-1}Y(z)+1+2Y(z)=\frac{3}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}$$

$$2(1+\tfrac{1}{2}z^{-1})Y(z)=\underbrace{\frac{3}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}}_{零状态}-\underbrace{1}_{零输入}$$

$$Y(z)=\frac{\frac{3}{2}}{(1+\frac{1}{2}z^{-1})(1-\frac{1}{4}z^{-1})}-\frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}$$

$$=\frac{1}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}+\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}-\frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}$$

$$y[n]=\underbrace{(-\tfrac{1}{2})^n u[n]+\tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{4})^n u[n]}_{零状态响应}-\underbrace{\tfrac{1}{2}(-\tfrac{1}{2})^n u[n]}_{零输入响应}$$

$=(-\frac{1}{2})^n\frac{1}{2}u[n]+\frac{1}{2}(\frac{1}{4})^n u[n]$

(b) $x[n] = 1 + u[n]$

$$1^n \xrightarrow{LTI} H(1)\,1^n = \frac{1}{3}$$

求 $u[n]$ 对应输出

$$z^{-1}Y(z) + 2Y(z) = \frac{1}{1-z^{-1}} \qquad |z|>1$$

$$Y(z) = \frac{\frac{1}{2}}{(1-z^{-1})(1+\frac{1}{2}z^{-1})}$$

$$= \frac{\frac{1}{3}}{1-z^{-1}} + \frac{\frac{1}{6}}{1+\frac{1}{2}z^{-1}} \qquad |z|>1$$

$$y[n] = \frac{1}{3}u[n] + \frac{1}{6}\left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$

两者结合

$$x[n] \xrightarrow{LTI} \frac{1}{3} + \frac{1}{3}u[n] + \frac{1}{6}\left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$