第六章习题解

6-2 设随机二进制序列中 0 和 1 分别由 $g(t)$和$-g(t)$表示，它们的出现概率分别为 p 和$(1-p)$：

（1）求其功率谱密度及功率；

（2）若 $g(t)$为图 P6-2(a)所示波形，T_s 为码元宽度，问该序列存在离散分量 $f_s=\dfrac{1}{T_s}$ 否？

（3）若 g(t)改为图 P6-2(b)，回答问题（2）所问。

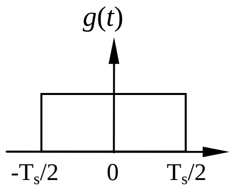


图 P6-2(a)

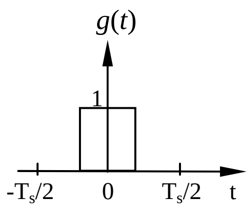


图 P6-2(b)

[解]（1）信号为双极性信号，所以功率谱密度为：

$$P_s(f)=4f_s p(1-p)|G(f)|^2+\sum_{m=-\infty}^{\infty}|f_s\cdot(2p-1)\cdot G(mf_s)|^2\cdot\delta(f-mf_s)$$

功率为，

$$P=\int_{-\infty}^{\infty}P_s(f)df=4f_s p(1-p)\int_{-\infty}^{\infty}|G(f)|^2\,df+\sum_{m=-\infty}^{\infty}|f_s\cdot(2p-1)G(mf_s)|^2$$

（2）$g(t)$由图 P6-2(a)所示，则

$$G(f)=T_s\cdot\frac{\sin\pi fT_s}{\pi fT_s},$$

由于$G(f_s)=0$，所以在频率 $f_s=\dfrac{1}{T_s}$ 不存在离散分量。

（3）当 $g(t)$由图 P6-2(b)所示时，

$$G(f)=\frac{T_s}{2}\frac{\sin\pi f\frac{T_s}{2}}{\pi f\frac{T_s}{2}},$$

由于$G(f_s)=\dfrac{T_s}{\pi}\neq 0$，所以在频率 $f_s=\dfrac{1}{T_s}$ 存在离散分量。

6-4 设某二进制数字基带信号中，数字信息“1”和“0”分别由 $g(t)$和$-g(t)$表示，且“1”与“0”出现的概率相等，$g(t)$是升余弦频谱脉冲，即

$$g(t)=\frac{1}{2}\cdot\frac{\cos(\pi t/T_s)}{1-4t^2/T_s^2}\cdot\mathrm{sinc}(t/T_s)$$

（1）写出该数字基带信号的功率谱密度表示式，并画出功率谱密度图；

（2）从该数字基带信号中能否直接提取频率 $f_s=1/T_s$ 分量；

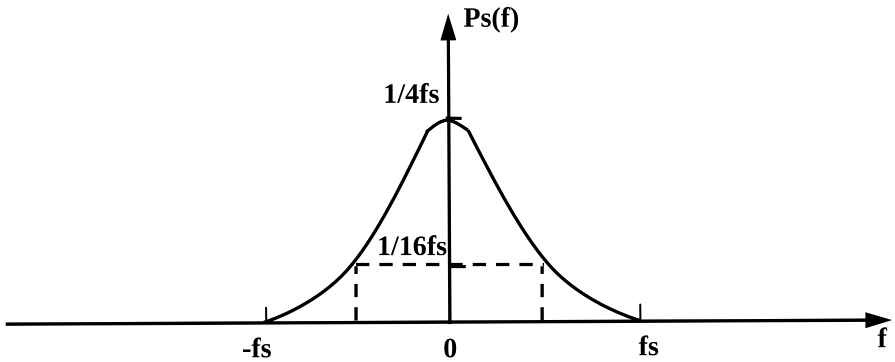
（3）若码元间隔 T_S =10^{-3}（s），试求该数字基带信号的传码率及频带宽度：

［解］（1）当信号为双极性，且出现“1”和“0”等概时，功率谱密度公式为

$$P_s(f)=f_s\cdot|G(f)|^2$$

$$G(f)=\begin{cases}\frac{T_s}{4}\left[1+\cos(\pi T_s|f|)\right] & |f|<f_s=\frac{1}{T_s}\\ 0 & |f|>f_s\end{cases}$$

$$P_s(f)=\begin{cases}\frac{1}{16f_s}\left(1+\cos(\pi f/f_s)\right)^2 & |f|<f_s\\ 0 & |f|>f_s\end{cases}$$



（2）因为 $P_s(f)$中不存在 $f_s=\frac{1}{T_s}$ 的离散谱线，所以不能提取相应分量。

（3）当$T_s=10^{-3}(s)$时，基带信号的码率为

$$R=\frac{1}{T_s}=1000\text{ 波特}$$

基带信号带宽为

$$B=f_s=1000\ \ \mathrm{Hz}$$

6-6 已知信息代码为 100000000011，求相应的 AMI 码，HDB_3码，PST 码及双相码。

［解］

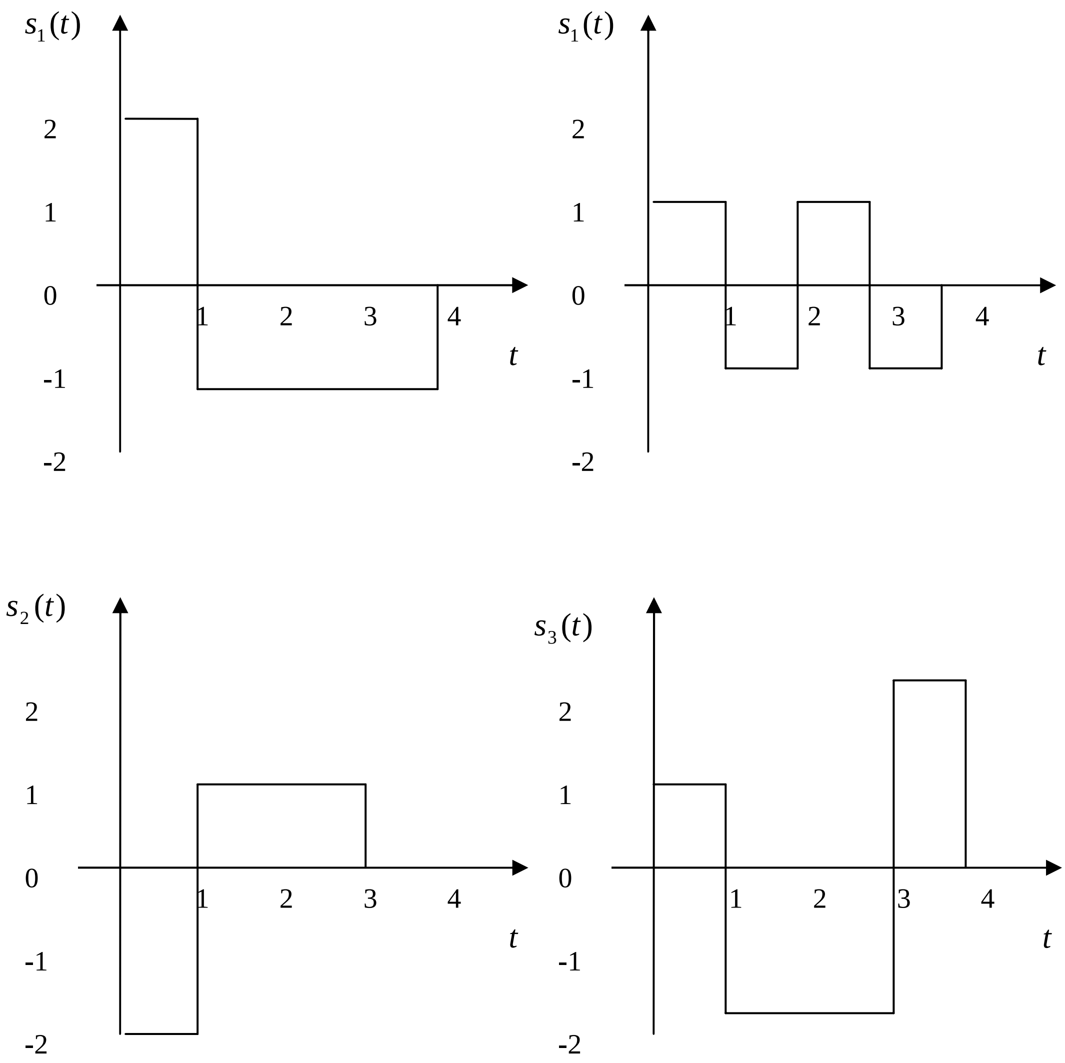
原代码	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
AMI	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1
HDB_3	1	0	0	0	V	-B	0	0	-V	0	1	-1
PST	+	0	-	+	-	+	-	+	-	+	+	-
双相码	10	01	01	01	01	01	01	01	01	01	10	10

6-10 分析图 P6-10 给出的四个信号波形。

（1）根据 Gram-Schmidt 法则，由这些波形生成一组正交奇函数；

（2）用矢量表示 4 个信号点；

（3）确定任意一对信号点之间的距离；



[解]（**1**）由于这 4 个函数都是[0,4]区间上阶梯函数，所以可以用如下矢量表示：

$s(t)=(s_1,s_2,s_3,s_4)$，其中 s_i，$i=1,2,3,4$，表示函数 $s(t)$ 在[*i*-1,*i*]取值。

所以

$s_1(t)=(2,-1,-1,-1)$，$s_2(t)=(-2,1,1,0)$，

$s_3(t)=(1,-1,1,-1)$，　$s_4(t)=(1,-2,-2,2)$，

实际上相当于把这 4 个函数用如下 4 个基函数表示

$$f_1(t)=\begin{cases}1 & 0\le t<1\\ 0 & 其余\end{cases} \qquad f_2(t)=\begin{cases}1 & 1\le t<2\\ 0 & 其余\end{cases}$$

$$f_3(t)=\begin{cases}1 & 2\le t<3\\ 0 & 其余\end{cases} \qquad f_4(t)=\begin{cases}1 & 3\le t<4\\ 0 & 其余\end{cases}$$

由 Gram-Schmidt 法则

$$b_1(t)=s_1(t)$$

$$\|b_1\|=\sqrt{7}$$

$$\varphi_1(t)=b_1(t)/\|b_1(t)\|=(2,-1,-1,-1)/\sqrt{7} \qquad （1）$$

$$b_2(t)=s_2(t)-\langle s_2(t),\varphi_1(t)\rangle\varphi_1(t)=(-2,1,1,-6)/7$$

其中 $\langle s_2(t),\varphi_1(t)\rangle=-6/\sqrt{7}$

$$\|b_2(t)\|=\sqrt{42}/7$$

$$\varphi_2(t)=b_2(t)/\|b_2(t)\|=(-2,1,1,-6)/\sqrt{42} \qquad （2）$$

$$b_3(t)=s_3(t)-\sum_{i=1}^{2}\langle s_3(t),\varphi_i(t)\rangle\varphi_i(t)=(1,-2,4,0)/3$$

其中 $\langle s_3(t),\varphi_1(t)\rangle=3/\sqrt{7}$，$\langle s_3(t),\varphi_2(t)\rangle=4/\sqrt{42}$

$$\|b_3(t)\|=\sqrt{21}/3$$

$$\varphi_3(t)=b_3(t)/\|b_3(t)\|=(1,-2,4,0)/\sqrt{21} \qquad （3）$$

$$b_4(t)=s_4(t)-\sum_{i=1}^{3}\langle s_4(t),\varphi_i(t)\rangle\varphi_i(t)=(-6,-9,-3,0)/7$$

其中 $\langle s_4(t),\varphi_1(t)\rangle=4/\sqrt{7}$，$\langle s_4(t),\varphi_2(t)\rangle=-18/\sqrt{42}$，$\langle s_4(t),\varphi_3(t)\rangle=-3/\sqrt{21}$

$$\|b_4(t)\|=\sqrt{126}/7$$

$$\varphi_4(t)=b_4(t)/\|b_4(t)\|=(-2,-3,-1,0)/\sqrt{14} \qquad （4）$$

所以由（1）—（4）可以得到

$$s_i(t)=\|b_i(t)\|\varphi_i(t)+\sum_{k=1}^{i-1}\langle s_i(t),\varphi_k(t)\rangle\varphi_k(t),\quad i=1,2,3,4$$

（**2**）用矢量表示信号点：

如果取$\{\varphi_i(t), i=1,2,3,4\}$为基函数，则$\{s_i(t), i=1,2,3,4\}$可表示为

$$\boldsymbol{s}_1=(\sqrt{7},0,0,0)$$

$$\boldsymbol{s}_2=(-6/\sqrt{7},\sqrt{42}/7,0,0)$$

$$\boldsymbol{s}_3=(3/\sqrt{7},4/\sqrt{42},\sqrt{84}/6,0)$$

$$\boldsymbol{s}_4=(4/\sqrt{7},-18/\sqrt{42},-3/\sqrt{21},\sqrt{126}/7)$$

（**3**）任意一对信号之间的距离：

$$d_{12}=\sqrt{\|\mathbf{s}_1-\mathbf{s}_2\|^2}=5$$

$$d_{13}=\sqrt{\|\mathbf{s}_1-\mathbf{s}_3\|^2}=\sqrt{5}$$

$$d_{14}=\sqrt{\|\mathbf{s}_1-\mathbf{s}_4\|^2}=\sqrt{12}$$

$$d_{23}=\sqrt{\|\mathbf{s}_2-\mathbf{s}_3\|^2}=\sqrt{14}$$

$$d_{24}=\sqrt{\|\mathbf{s}_2-\mathbf{s}_4\|^2}=\sqrt{31}$$

$$d_{34}=\sqrt{\|\mathbf{s}_3-\mathbf{s}_4\|^2}=\sqrt{19}$$

如果取$\{f_i(t), i=1,2,3,4\}$为基函数，也同样可以获得各信号点之间的距离，而且计算更为简单。

6-13 一个在 AWGN 信道上传输的 2 进制 PAM 系统，两个信号元的先验概率为：$P\{a_m=1\}=1/3, P\{a_m=-1\}=2/3$，试确定

（1） 检测器最佳门限；

（2） 平均错误概率；

[解 1] 设信号的能量是E_b，AWGN 噪声的功率谱密度为$N_0/2$，检测器判决门限为λ。

当发送$s_1(t)=$“1”时，错误概率

$$P(e\,|\,s_1)=\int_{-\infty}^{\lambda}p(r\,|\,s_1)dr$$

$$=\frac{1}{\sqrt{\pi N_0}}\int_{-\infty}^{\lambda}\exp\left[-\frac{(r-\sqrt{E_b})^2}{N_0}\right]dr$$

当发送$s_2(t)=$“-1”时，错误概率

$$P(e\,|\,s_2)=\int_{\lambda}^{+\infty}p(r\,|\,s_2)dr$$

$$=\frac{1}{\sqrt{\pi N_0}}\int_{\lambda}^{+\infty}\exp\left[-\frac{(r+\sqrt{E_b})^2}{N_0}\right]dr$$

平均错误概率

$$P_{be}=P(s_1)P(e\,|\,s_1)+P(s_2)P(e\,|\,s_2)$$

$$=\frac{1}{3\sqrt{\pi N_0}}\int_{-\infty}^{\lambda}\exp\left[-\frac{(r-\sqrt{E_b})^2}{N_0}\right]dr+\frac{2}{3\sqrt{\pi N_0}}\int_{\lambda}^{+\infty}\exp\left[-\frac{(r+\sqrt{E_b})^2}{N_0}\right]dr$$

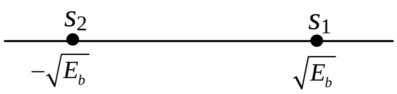
为了使平均错误概率最小，令$\dfrac{\partial P_{be}}{\partial\lambda}=0$，得$\lambda_o=\dfrac{N_0\ln 2}{4\sqrt{E_b}}$

因此，平均错误概率

$$P_{be}=\frac{1}{3}Q\left(\frac{\sqrt{E_b}-\lambda_o}{\sqrt{N_0/2}}\right)+\frac{2}{3}Q\left(\frac{\lambda_o+\sqrt{E_b}}{\sqrt{N_0/2}}\right)$$

[解 2]设基函数为$\varphi(t)=\dfrac{1}{\sqrt{E_b}}s(t)$，对于二元对映信号为

$$s_1(t)=\sqrt{E_b}\cdot\varphi(t)\text{，}\quad s_2(t)=-\sqrt{E_b}\cdot\varphi(t)$$



接收到信号为，$r(t)=s_i(t)+n(t)$，$i=1,2$

相关接收的判决变量为，　$r=\int_0^T r(t)\varphi(t)dt$

最大后验概率准则为：

$$\|r-s_1\|^2+N_0\ln P(s_2)>\|r-s_2\|^2+N_0\ln P(s_1)\text{，判发 }s_1$$

$$\|r-s_2\|^2+N_0\ln P(s_1)>\|r-s_1\|^2+N_0\ln P(s_2)\text{，判发 }s_2$$

即　　$r>\lambda_0=\dfrac{N_0\ln 2}{4\sqrt{E_b}}$，　　　　判发$s_1$

$r<\lambda_0=\dfrac{N_0\ln 2}{4\sqrt{E_b}}$，　　　　判发$s_2$

差错概率为：

$$P_{be}=\frac{1}{3}P\left\{r<\lambda_0\mid s_1\right\}+\frac{2}{3}P\left\{r>\lambda_0\mid s_2\right\}$$

$$=\frac{1}{3}\frac{1}{\sqrt{\pi N_0}}\int_{-\infty}^{\lambda_0}\exp\left\{-\frac{\left(r-\sqrt{E_b}\right)^2}{N_0}\right\}dr+\frac{2}{3}\frac{1}{\sqrt{\pi N_0}}\int_{\lambda_0}^{\infty}\exp\left\{-\frac{\left(r+\sqrt{E_b}\right)^2}{N_0}\right\}dr$$

$$=\frac{1}{3}Q\left(\frac{\sqrt{E_b}-\lambda_0}{\sqrt{N_0/2}}\right)+\frac{2}{3}Q\left(\frac{\lambda_0+\sqrt{E_b}}{\sqrt{N_0/2}}\right)$$

其中 $\lambda_0=\dfrac{N_0\ln 2}{4\sqrt{E_b}}$

6-14 采用对映信号的 2 进制通信系统中接收到信号为：

$$r(t)=s(t)+n(t)$$

其中 $s(t)$ 是图 P6-14 所示的信号，$n(t)$ 是零均值、功率谱密度为 $N_0/2$（W/Hz）的 AWGN 噪声，

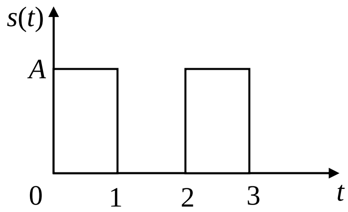


图 P6-14

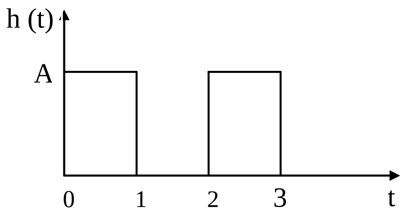
（1） 画出与 s(t)相匹配的滤波器的脉冲响应；

（2） 画出此匹配滤波器对该输入信号的输出；

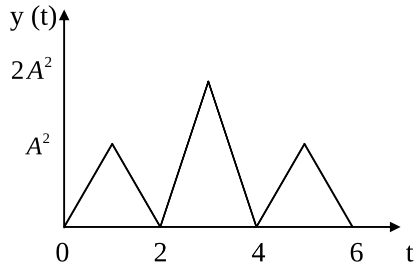
（3） 确定在 $t=3$ 时匹配滤波器输出噪声的方差；

（4） 确定作为 A 和 N_0 函数的差错概率表示式；

[解]（1）匹配滤波器脉冲响应 $h(t)=s(T-t)$



（2）匹配滤波器对该输入信号的输出 $y(t)=s(t)*h(t)$



（3）t =3 时刻匹配滤波器输出的噪声方差

$$E\left[y_n^2(t=3)\right]=\frac{N_0}{2}\int_0^3 h^2(3-t)dt=A^2N_0$$

（4）$E_b=\int_0^3 s^2(t)dt=2A^2$，二进制对映信号的平均错误概率为

$$P_b=Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)=Q\left(\sqrt{\frac{4A^2}{N_0}}\right)$$

6-18 在功率谱密度为 $N_0/2$ 的高斯白噪声下，设计一个与图 6－18 所示波形 $f(t)$相匹配的匹配滤波器。

（1）如何确定最大输出信噪比的时刻；

（2）求匹配滤波器的冲激响应和输出波形，并绘图形；

（3）求最大输出信噪比的值。

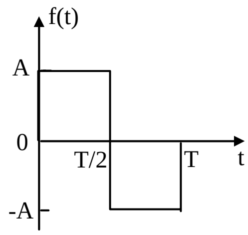
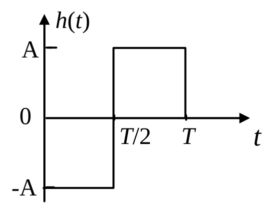


图 6－18

[解]（1）物理可实现的匹配滤波器，其输入端的信号必须在它输出最大信噪比的时刻 t_0 之前消失，故 $t_0 \geqslant T$，一般总是希望 t_0 尽量小些，所以选择 $t_0=T$。

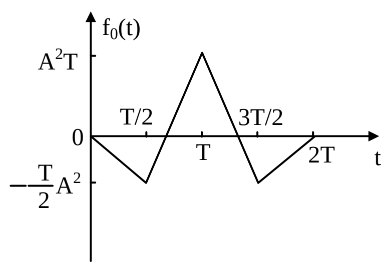
（2）$h(t)=f(t_0-t)=f(T-t)$

$$=\begin{cases}-\mathrm{A} & 0\le t\le T/2\\ \mathrm{A} & T/2<t\le T\\ 0 & 其他\end{cases}$$



$$f_0(t)=f(t)*h(t)=\int_{-\infty}^{\infty}f(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

$$=\begin{cases}-A^2t & 0\le t\le T/2\\ A^2(3t-2T) & \dfrac{T}{2}<t\le T\\ A^2(4T-2t) & T<t\le\dfrac{3T}{2}\\ A^2(t-2T) & \dfrac{3T}{2}<t\le 2T\\ 0 & 其他t\end{cases}$$



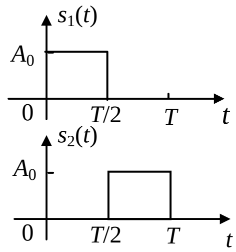
（3）$r_{omaz}=\dfrac{2E}{n_0}=\dfrac{2A^2T}{n_0}$

6-22 设到达接收机输入端的二进制信号码元 $s_1(t)$及 $s_2(t)$的波形如右图所示，输入高斯噪声功率谱密度为 $n_0/2$(W/Hz)：

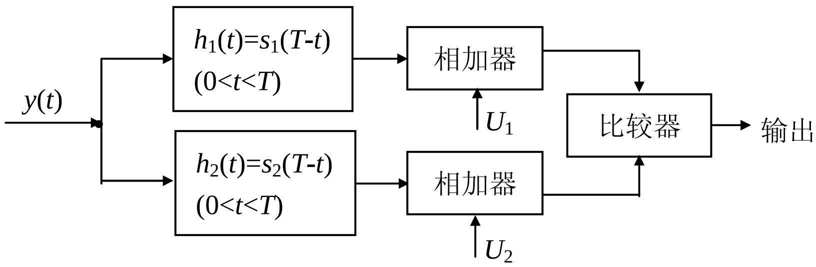
（1）画出匹配滤波器形式的最佳接收机结构；

（2）确定匹配滤波器的单位冲激向应及可能输出波形；

（3）求系统的误码率；



[解]（1）



$U_1=\frac{n_0}{2}\ln P(s_1)$

$U_2=\frac{n_0}{2}\ln P(s_2)$

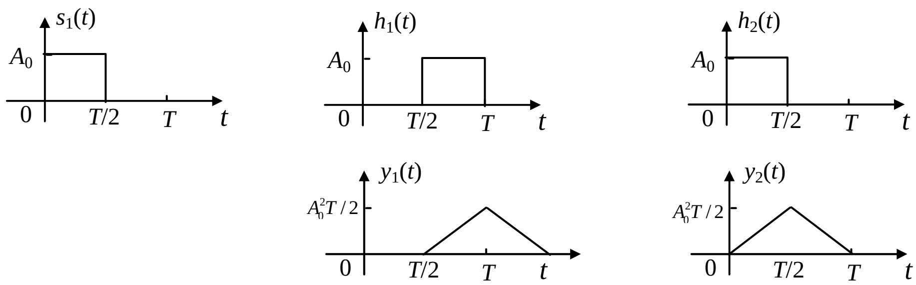
（2）$h_1(t)=s_1(T-t)=\begin{cases}A_0 & t\in\left[T/2,T\right]\\ 0 & \text{其他}\end{cases}=s_2(t)$

$$h_2(t)=s_2(T-t)=\begin{cases}A_0 & t\in\left[0,T/2\right]\\ 0 & \text{其他}\end{cases}=s_1(t)$$

当输入信号 $s_1(t)$ 时，滤波器 $h_1(t)$， $h_2(t)$ 输出波形 $y_1(t)$， $y_2(t)$

$$y_1(t)=\int_{T/2}^{T}h_1(\tau)s_1(t-\tau)d\tau=A_0\int_{T/2}^{T}s_1(t-\tau)d\tau$$

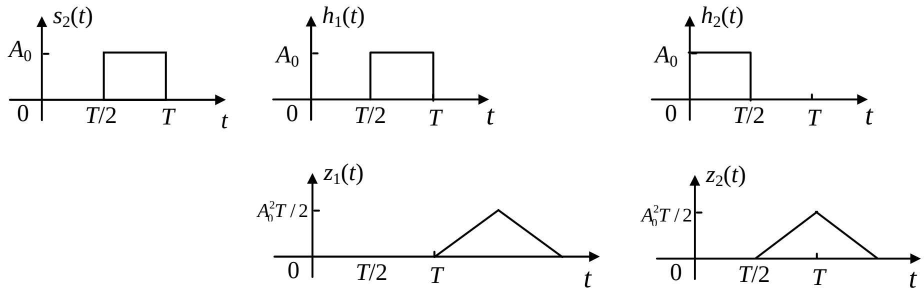
$$y_2(t)=\int_0^{T/2}h_2(\tau)s_1(t-\tau)d\tau=A_0\int_0^{T/2}s_1(t-\tau)d\tau$$



当输入信号 $s_2(t)$ 时，滤波器 $h_1(t)$ ， $h_2(t)$ 输出波形 $z_1(t)$ ， $z_2(t)$

$$z_1(t)=\int_{T/2}^{T} h_1(\tau)s_2(t-\tau)d\tau = A_0\int_{T/2}^{T} s_2(t-\tau)d\tau$$

$$z_2(t)=\int_{0}^{T/2} h_2(\tau)s_2(t-\tau)d\tau = A_0\int_{0}^{T/2} s_2(t-\tau)d\tau$$



（3）设 $P(s_1)=P(s_2)=1/2$，由于 $\rho=0$ ，所以 $P_e=Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)=Q\left(\sqrt{\frac{A_0^2T}{2N_0}}\right)$

6-25 某基带传输系统接收滤波器输出信号的基本脉冲波形如图 P6-25 所示三角形：

(1) 求该基带传输系统的传输函数 $H\left(f\right)$；

(2) 假设信道传输函数 $C\left(f\right)=1$，收发滤波器相同，即 $G_T\left(f\right)=G_R\left(f\right)$，试求这时 $G_T\left(f\right)$ 和 $G_R\left(f\right)$ 表示式；

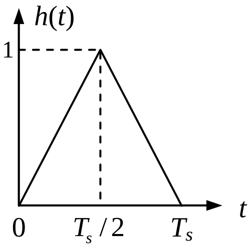


图 P6-25

[解]

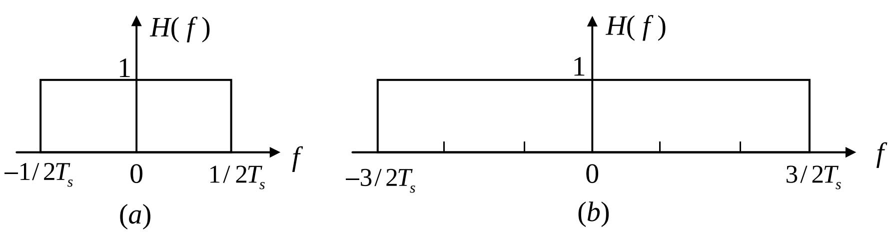
(1) $$H(f)=\int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-j2\pi ft}dt$$

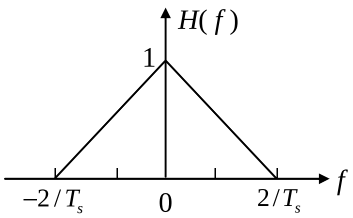
$$=\frac{T_s}{2}\left\{\sin c\left(\frac{T_s f}{2}\right)\right\}^2$$

(2) $$H(f)=G_T(f)\cdot c(f)\cdot G_R(f)$$

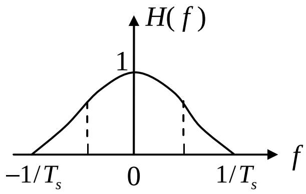
所以 $$G_T(f)=G_R(f)=\sqrt{H(f)}$$

6-27 设基带传输系统的发送滤波器，信道及接收滤波器组成的 $H\left(f\right)$，若要求以 $2/T_s$ 波特的速率进行数据传输，试检验图 P6-27 各种 $H\left(f\right)$ 满足消除抽样点上码间干扰条件否？





(c)



(d)

[解] 无码间干扰条件为

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} H(f+\frac{2m}{T_s})=\text{常数}$$

仅对（c）满足条件

6-29 使用二电平 PAM 在长为 1000 km 的有线信道上传输数据。该系统中每隔 50 km 使用一个再生中继器。信道的每一段在 $0 \le f \le 1200Hz$ 频段上具有理想（恒定）的频率响应，且具有 1 dB/km 的衰减。信道噪声为 AWGN。

(1) 请问无 ISI 时能传输的最高比特速率是多少？

(2) 请问每个中继器为达到 $P_b = 10^{-7}$ 的比特错误概率所需要的 E_b / N_0；

(1) 请问为达到要求的 E_b / N_0，每个中继器的发送功率，其中 $N_0 = 4.1\times10^{-21}$ W/Hz 。

[解](1) $R = 2W = 2400$ 波特；

(2) $P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) = 10^{-7}$， $\frac{E_b}{N_0} = 13.52$；

(3) $P_R = E_b R = 1.33\times10^{-16} W$， $P_T = P_R \times 10^5 = 1.33\times10^{-11} W$

6-34 输入到预编码器的二进制序列为 10010110010，其输出用来调制一个双二元发送滤波器。试建立一个形如表 6.5.1 的表，显示预编码序列、发送幅度电平、接收信号电平和译码序列。

[解]

输入序列		1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
预编码序列	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1
发送幅度电平	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1
接收信号电平		0	2	2	0	-2	0	0	-2	-2	0	2
译码序列		1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0

6-36 对于修正双二进部分响应信号方式，试画出包括预编码在内的系统组成方框图。

［解］ 对于修正双二进信号

$$x(nT)=\begin{cases}1 & n=-1\\ -1 & n=1\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$

在 $t=mT$ 时的采样值为

$$y_m=a_{m+1}-a_{m-1}+\xi_m$$

记 $b_m=a_{m+1}-a_{m-1}$

极性变换 $\quad p_m=0\to a_m=-1$

$\quad p_m=1\to a_m=1$

即 $\quad a_m=2p_m-1$

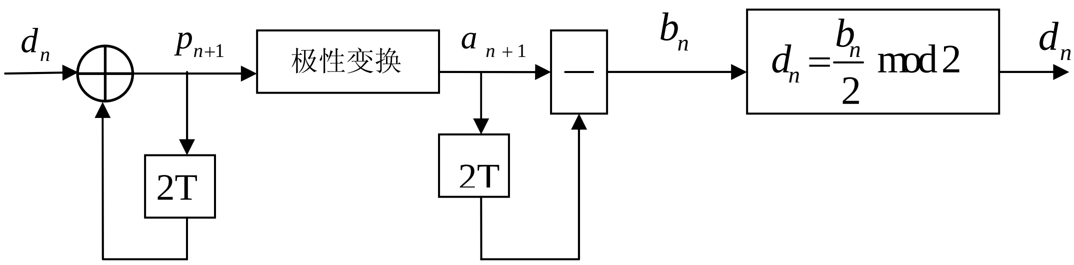
因此 $\quad b_m=2(p_{m+1}-p_{m-1})$

又 $\quad d_m=p_{m+1}\oplus p_{m-1}$

所以 $\quad d_m=\dfrac{b_m}{2}\mod 2$

即当 $b_m=\pm 2$ 时，$d_m=1$；当 $b_m=0$ 时，$d_m=0$。

系统组成框图如下所示：



6-37 某信道码间干扰长度为 3，信道脉冲响应采样值为 $x(0)=1$，$x(-T)=0.3$，$x(T)=0.2$，求 3 抽头迫零均衡器的抽头系数以及均衡后的剩余码间干扰值。

［解］ 设抽头矢量为 $\mathbf{c}^T=\left(c_{-1},c_0,c_1\right)$

$$\mathbf{X}=\begin{pmatrix} 1 & 0.3 & 0 \\ 0.2 & 1 & 0.3 \\ 0 & 0.2 & 1 \end{pmatrix},\quad \mathbf{q}^T=\left(0,1,0\right)$$

$$\mathbf{c}=\mathbf{X}^{-1}\cdot\mathbf{q}=\left(-0.3409,1.1346,-0.2273\right)^T$$

$$q(mT)=\sum_{n=-1}^{1}c_n x(mT-nT)$$

剩余码间干扰值

$q(2T)=-0.0455$， $q(T)=0$， $q(0)=0$， $q(-T)=0$， $q(-2T)=-0.1023$