EXECUTIVE SUMMARY

习题课II

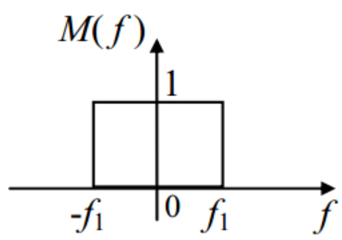
Chapter5 - Chapter6

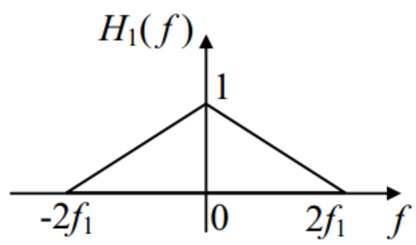
5-4 已知某信号 $m(t)$的频谱 $M(f)$如图所示。将它通过传输函数为 $H_1(f)$的滤波器后再进行理想抽样。

（1）抽样速率应为多少？

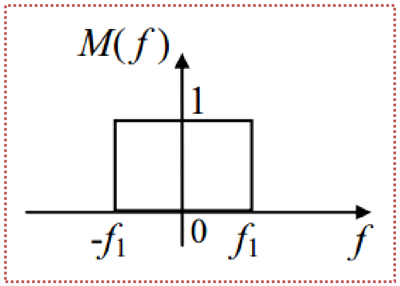
（2）若设抽样速率 $f_s=3f_1$，试画出已抽样信号 $m_s(t)$ 的频谱；

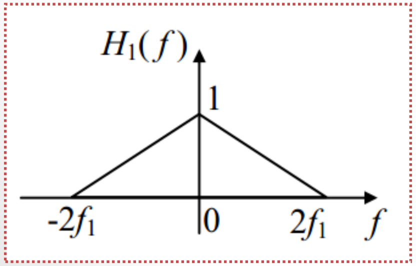
（3）接收端的接收网络应具有怎样的传输函数 $H_2(f)$，才能由 $m_s(t)$ 不失真地恢复 $m(t)$。

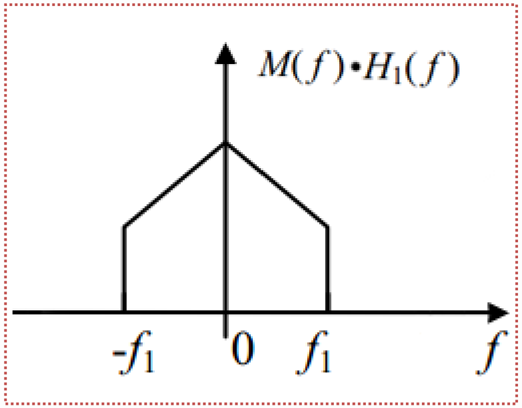




解：



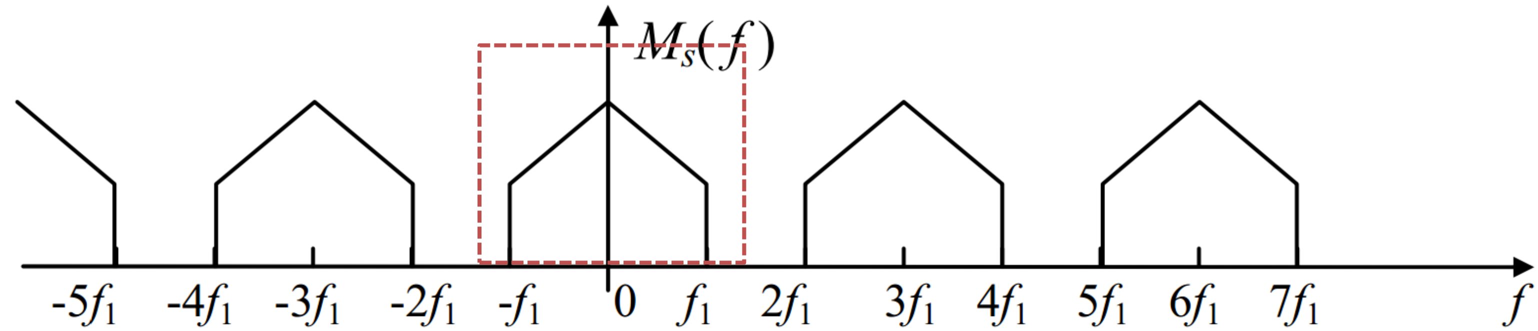




<u>根据Nyquist采样定理，采样速率要大于$2f_1$</u>

5-4

（2）



（3）

$$H_2(f)=\begin{cases}1/H_1(f) & |f|\le f_1\\ 0 & |f|>f_1\end{cases}$$

低通，滤除有用信号频带外的噪声和干扰

5-10

采用 13 折线 A 律编码，设最小量化间隔为 1 个单位，已知抽样脉冲值为+635 单位。

（1）求此时编码器输出码组，并计算量化误差；

（2）写出对应于该 7 位码（不包括极性码）的均匀 11 位码（采用自然二进编码）；

解：

（1） 参考书中p135 的例5.3.1

表 5.3.4 各段起始电平

段落序号	1	2	3	4	5	6	7	8
起始电平	0	16Δ	32Δ	64Δ	128Δ	256Δ	512Δ	1024Δ
段内量化区间长度	Δ	Δ	2Δ	4Δ	8Δ	16Δ	32Δ	64Δ

极性码 $C_1=1$

+635 单位位于第七段，所以 $C_2C_3C_4=110$

$512+3*32 < 635 < 512+4*32$ ⇒ 段内码为0011

所以输出码组为： $C_1C_2C_3C_4C_5C_6C_7C_8=1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1$

恢复电平为量化区间的中间值，所以为 $512+3.5*32 = 624$ ⇒ 误差为$635-624 = 11$

5-10

（2） 均匀量化11位码：

以非均匀量化时的最小量化间隔作为均匀量化时的量化间隔，那么从13折线的第一段到第八段共有2048个均匀量化区间，需要11位编码。

参考：樊昌信的《通信原理》

$$(624)_{10} = 010\ \ 0111\ \ 0000$$

5-16 单路话音信号的最高频率为 4kHz，抽样速率为 8kHz，以 PCM 方式传输。设传输信号的波形为矩形脉冲，其宽度为 τ，且占空比为 1：

（1）抽样后信号按 8 级量化，求 PCM 基带信号第一零点频宽；

（2）若抽样后信号按 128 级量化，PCM 二进制基带信号第一零点频宽又为多少？

解：（1）

抽样速率为8KHz → 每秒8K个采样点

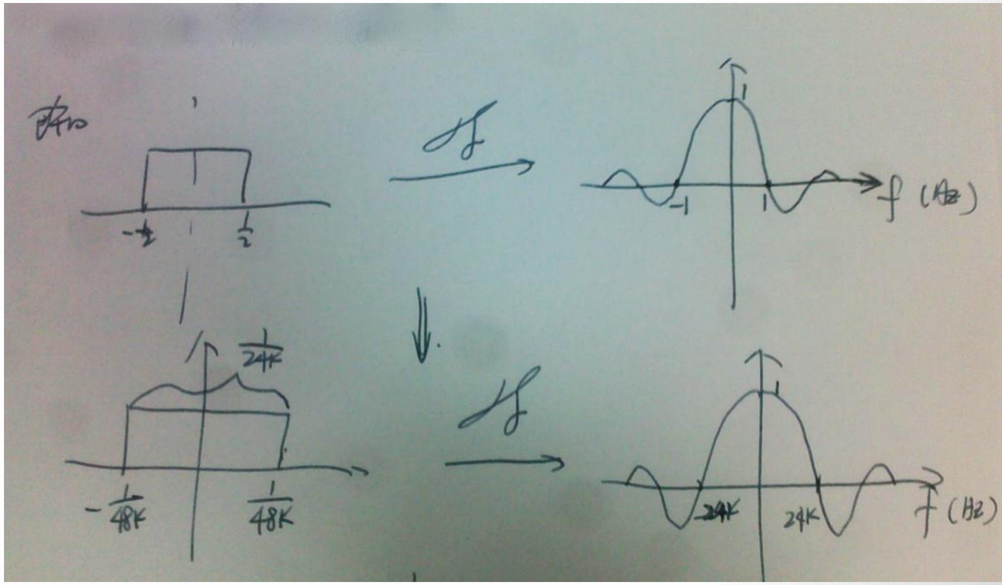
8级量化 → 每个采样点3bit表示

⇒ 每秒24K个矩形脉冲

所以，第一零点频宽为24KHz。

（2）

同理，第一零点频宽为56KHz。



浙江大学
ZheJiang University

通 信 原 理

第六章　习　　题

此处的g(t)和-g(t)就是v(t)

6.2 设随机二进制序列0和1分别由g(t)和-g(t)表示，它们出现的概率分别为p和1-p，求(1)功率谱及功率(2)是否存在fs=1/Ts分量

见课本147页：**PAM**信号的功率谱

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \delta(t-tT)$$

$$v(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g_T(t-nT)$$

注意：此处的$\{a_n\}$不是固定的0和1，是1和-1

$$S_V(f)=\frac{\sigma_a^2}{T}\left|G_T(f)\right|^2+\frac{m_a^2}{T^2}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left|G_T\left(\frac{m}{T}\right)\right|^2\delta\left(f-\frac{m}{T}\right)$$

$$S_V(f)=\frac{\sigma_a^2}{T}\left|G_T(f)\right|^2+\frac{m_a^2}{T^2}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left|G_T\left(\frac{m}{T}\right)\right|^2\delta\left(f-\frac{m}{T}\right)$$

（1）求PAM信号功率谱密度函数步骤

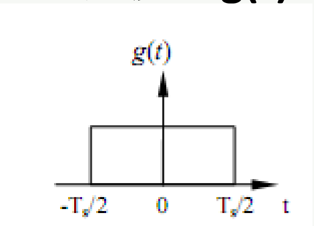
a.求序列 $\{a_n\}$ 的均值 m_a 和方差 σ_a^2

$$p\{a_n=1\}=p,\ p\{a_n=-1\}=1-p,$$

$$m_a=E\{a_n\}=2p-1$$

$$\sigma_a^2=E\{a_n^2\}-E^2\{a_n\}=1-(2p-1)^2=4p(1-p)$$

b.求成型滤波器g(t)的傅里叶变换 $G_T(f)$



FT

$$G(f)=T_s\cdot\frac{\sin\pi fT_s}{\pi fT_s},$$

门函数的傅里叶变换要求**熟记**，期中考试时用过，平时的习题中也经常用到

c.代入最上方公式

（2）判断某个频率点上是否存在分量

只需要将f代入，判断 $S_V(f)$ 是否为0

6.4 设随机二进制序列0和1分别由g(t)和-g(t)表示， 它们出现的概率相等，g(t)是升余弦函数。求(1)功率谱密度并画图(2)是否存在fs=1/Ts分量(3) 求数字基带信号bit率和带宽（求解同6.2， 见答案）

升余弦函数：时域：

$$x(t)=\mathrm{sinc}(t/T)\cdot\frac{\cos(\pi\alpha t/T)}{1-4\alpha^2t^2/T^2}$$

$\alpha=1$

$$g(t)=\frac{1}{2}\cdot\frac{\cos(\pi t/T_s)}{1-4t^2/T_s^2}\cdot\mathrm{sinc}(t/T_s)$$

频域：

$$X_{rc}(f)=\begin{cases}T, & 0\le|f|\le(1-\alpha)/2T\\ \frac{T}{2}\left[1+\cos\frac{\pi T}{\alpha}\left(|f|-\frac{1-\alpha}{2T}\right)\right], & \frac{1-\alpha}{2T}\le|f|\le\frac{1+\alpha}{2T}\\ 0, & |f|>\frac{1+\alpha}{2T}\end{cases}$$

$\alpha=1$

$$G(f)=\begin{cases}\frac{T_s}{4}[1+\cos(\pi T_s|f|)] & |f|<f_s=\frac{1}{T_s}\\ 0 & |f|>f_s\end{cases}$$

浙江大学
ZheJiang University

$$S_V(f)=\frac{\sigma_a^2}{T}\left|G_T(f)\right|^2+\boxed{\frac{m_a^2}{T^2}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left|G_T\left(\frac{m}{T}\right)\right|^2\delta\left(f-\frac{m}{T}\right)}$$

$= 0$

由于 $m_a=0$，$\sigma_a^2=1$

故 $P_s(f)=f_s\cdot|G(f)|^2$

$$G(f)=\begin{cases}\frac{T_s}{4}[1+\cos(\pi T_s|f|)] & |f|<f_s=\frac{1}{T_s}\\ 0 & |f|>f_s\end{cases}$$

$$P_s(f)=\begin{cases}\frac{1}{16f_s}(1+\cos(\pi f/f_s))^2 & |f|<f_s\\ 0 & |f|>f_s\end{cases}$$

（2）因为 $P_s(f)$中不存在 $f_s=\frac{1}{T_s}$ 的离散谱线，所以不能提取相应分量。

（3）当 $T_s=10^{-3}(s)$时，基带信号的码率为

$$R=\frac{1}{T_s}=1000\ \text{波特}$$

码率在二进制系统中就是符号周期的倒数，若为M进制则要乘以$\log_2 M$

基带信号带宽为

$$B=f_s=1000\ \text{Hz}$$

EXECUTIVE SUMMARY

6-10 分析图 P6-10 给出的四个信号波形。

（1）根据 Gram-Schmidt 法则，由这些波形生成一组正交奇函数；

（2）用矢量表示 4 个信号点；

（3）确定任意一对信号点之间的距离；

解：

（1）由于这 4 个函数都是[0,4]区间上阶梯函数，所以可以用如下矢量表示：

$s(t)=(s_1,s_2,s_3,s_4)$，其中 s_i，$i=1,2,3,4$，表示函数 $s(t)$ 在$[i\text{-}1,i]$取值。

所以

$$s_1(t)=(2,-1,-1,-1)\text{，}\quad s_2(t)=(-2,1,1,0)\text{，}$$

$$s_3(t)=(1,-1,1,-1)\text{，}\qquad s_4(t)=(1,-2,-2,2)\text{，}$$

由 Gram-Schmidt 法则

$$b_1(t)=s_1(t)$$

$$\|b_1\|=\sqrt{7}$$

$$\varphi_1(t)=b_1(t)/\|b_1(t)\|=(2,-1,-1,-1)/\sqrt{7}$$

$$b_2(t)=s_2(t)-\langle s_2(t),\varphi_1(t)\rangle\varphi_1(t)=(-2,1,1,-6)/7$$

其中 $\langle s_2(t),\varphi_1(t)\rangle=-6/\sqrt{7}$

$$\|b_2(t)\|=\sqrt{42}/7$$

$$\varphi_2(t)=b_2(t)/\|b_2(t)\|=(-2,1,1,-6)/\sqrt{42} \quad (2)$$

$$b_3(t)=s_3(t)-\sum_{i=1}^{2}\langle s_3(t),\varphi_i(t)\rangle\varphi_i(t)=(1,-2,4,0)/3$$

其中 $\langle s_3(t),\varphi_1(t)\rangle=3/\sqrt{7}$，$\langle s_3(t),\varphi_2(t)\rangle=4/\sqrt{42}$

$$\|b_3(t)\|=\sqrt{21}/3$$

$$\varphi_3(t)=b_3(t)/\|b_3(t)\|=(1,-2,4,0)/\sqrt{21} \quad (3)$$

$$b_4(t)=s_4(t)-\sum_{i=1}^{3}\langle s_4(t),\varphi_i(t)\rangle\varphi_i(t)=(-6,-9,-3,0)/7$$

其中 $\langle s_4(t),\varphi_1(t)\rangle=4/\sqrt{7}$，$\langle s_4(t),\varphi_2(t)\rangle=-18/\sqrt{42}$，$\langle s_4(t),\varphi_3(t)\rangle=-3/\sqrt{21}$

$$\|b_4(t)\|=\sqrt{126}/7$$

$$\varphi_4(t)=b_4(t)/\|b_4(t)\|=(-2,-3,-1,0)/\sqrt{14} \quad (4)$$

（2）用矢量表示信号点：

如果取 $\{\varphi_i(t), i=1,2,3,4\}$ 为基函数，则 $\{s_i(t), i=1,2,3,4\}$ 可表示为

$$\mathbf{s}_1 = (\sqrt{7}, 0, 0, 0)$$

$$\mathbf{s}_2 = (-6/\sqrt{7}, \sqrt{42}/7, 0, 0)$$

$$\mathbf{s}_3 = (3/\sqrt{7}, 4/\sqrt{42}, \sqrt{84}/6, 0)$$

$$\mathbf{s}_4 = (4/\sqrt{7}, -18/\sqrt{42}, -3/\sqrt{21}, \sqrt{126}/7)$$

$$f_1(t) = \begin{cases} 1 & 0 \le t < 1 \\ 0 & \text{其余} \end{cases} \qquad f_2(t) = \begin{cases} 1 & 1 \le t < 2 \\ 0 & \text{其余} \end{cases}$$

$$f_3(t) = \begin{cases} 1 & 2 \le t < 3 \\ 0 & \text{其余} \end{cases} \qquad f_4(t) = \begin{cases} 1 & 3 \le t < 4 \\ 0 & \text{其余} \end{cases}$$

$s_1(t) = (2,-1,-1,-1)$， $s_2(t) = (-2,1,1,0)$，

$s_3(t) = (1,-1,1,-1)$， $s_4(t) = (1,-2,-2,2)$，

（3）任意一对信号之间的距离：

$$d_{12} = \sqrt{\|\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_2\|^2} = 5$$

$$d_{13} = \sqrt{\|\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_3\|^2} = \sqrt{5}$$

$$d_{14} = \sqrt{\|\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_4\|^2} = \sqrt{12}$$

$$d_{23} = \sqrt{\|\mathbf{s}_2 - \mathbf{s}_3\|^2} = \sqrt{14}$$

$$d_{24} = \sqrt{\|\mathbf{s}_2 - \mathbf{s}_4\|^2} = \sqrt{31}$$

$$d_{34} = \sqrt{\|\mathbf{s}_3 - \mathbf{s}_4\|^2} = \sqrt{19}$$

6.13 一个在AWGN信道上传输的 2进制 PAM 系统，两个信号元的先验概率为p{an=1}=1/3,p{an=-1}=2/3,求 (1)检测器最佳门限(2)平均错误概率；

方法一：求解最佳判决门限就是要使平均错误概率最小

[解 1] 当发送 $s_1(t)=$ “1” 时，错误概率

$$P(e|s_1)=\int_{-\infty}^{\lambda}p(r|s_1)dr=\frac{1}{\sqrt{\pi N_0}}\int_{-\infty}^{\lambda}\exp\left[-\frac{(r-\sqrt{E_b})^2}{N_0}\right]dr$$

当发送 $s_2(t)=$ “－1” 时，错误概率

$$P(e|s_2)=\int_{\lambda}^{+\infty}p(r|s_2)dr=\frac{1}{\sqrt{\pi N_0}}\int_{\lambda}^{+\infty}\exp\left[-\frac{(r+\sqrt{E_b})^2}{N_0}\right]dr$$

平均错误概率 $P_{be}=P(s_1)P(e|s_1)+P(s_2)P(e|s_2)$

为了使平均错误概率最小，令 $\frac{\partial P_{be}}{\partial \lambda}=0$，得 $\lambda_o=\frac{N_0\ln 2}{4\sqrt{E_b}}$

[解 2] 设基函数为 $\varphi(t)=\frac{1}{\sqrt{E_b}}s(t)$，对于二元对映信号为

方法二的思想：应用最大后验准则，即MAP，见课本167页

$s_1(t)=\sqrt{E_b}\cdot\varphi(t)$, $s_2(t)=-\sqrt{E_b}\cdot\varphi(t)$ 接收信号为 $r(t)=s_i(t)+n(t)$

最大后验概率准则为：

$\|r-s_1\|^2+N_0\ln P(s_2)>\|r-s_2\|^2+N_0\ln P(s_1)$，判发 s_1

$\|r-s_2\|^2+N_0\ln P(s_1)>\|r-s_1\|^2+N_0\ln P(s_2)$，判发 s_2

6.14 、6.18 见 pdf

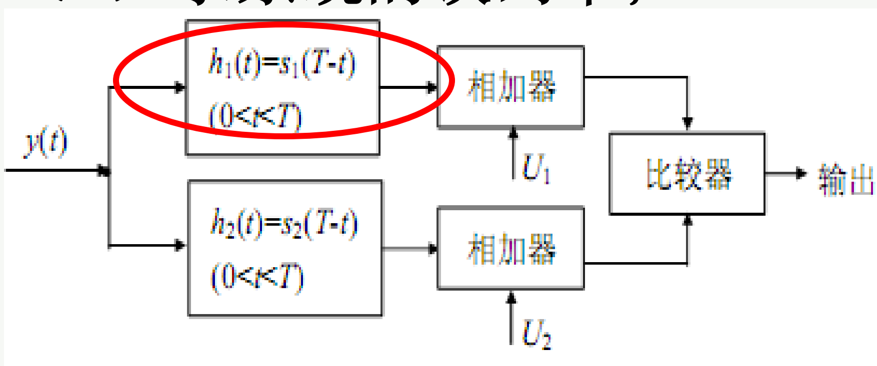
6.22 设到达接收机输入端的二进制信号码元 s1(t)及 s2(t)的波形如右图所示，输入高斯噪声功率谱密度为n0/2

（1）画出匹配滤波器形式的最佳接收机结构；

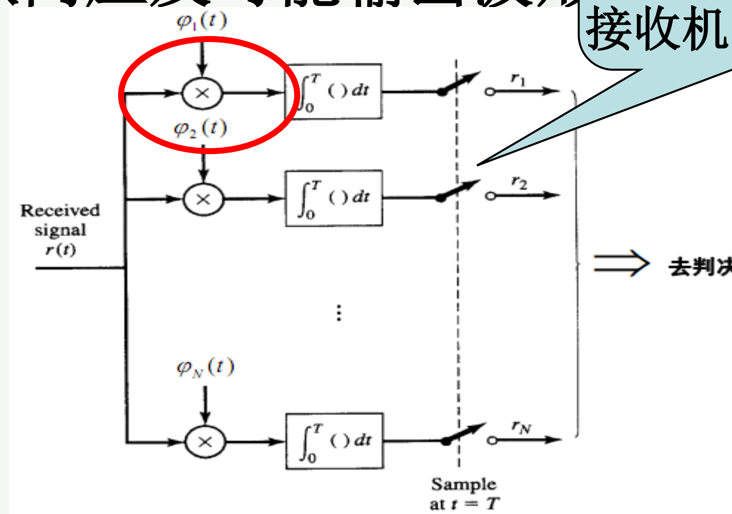
（2）确定匹配滤波器的单位冲激向应及可能输出波形

（3）求系统的误码率；

注意区分两种接收机



匹配滤波器形式解调



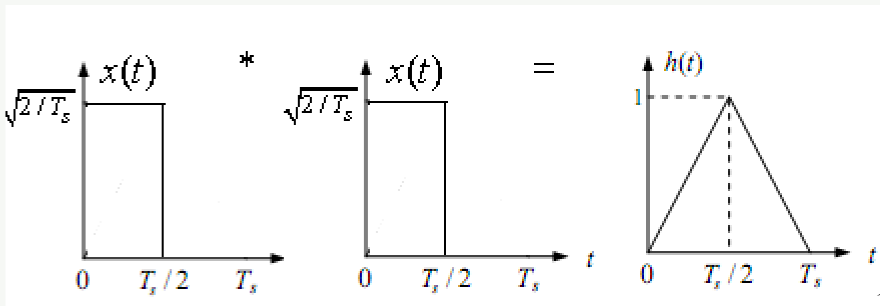
基函数相关形式解调

匹配滤波器：h(t)=s(T- t),h(t)相当于信号系统课程中线性时不变系统的系统响应，后面不需要进行积分

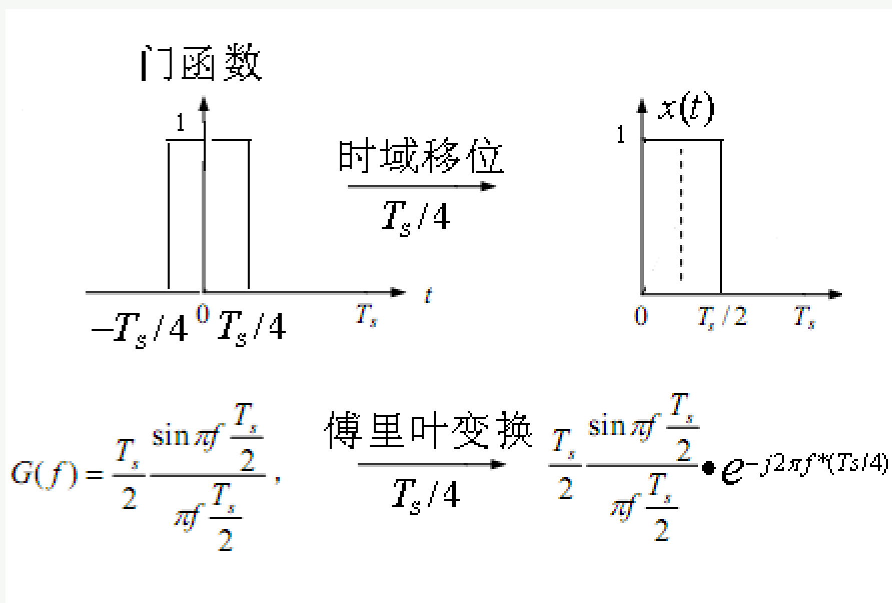
基函数相关：“相关”即求信号和基函数的相似程度，故接收机中要先相乘后进行积分

6-25　某基带传输系统接收滤波器输出信号的基本脉冲波形 如图所示三角形：(1) 求该基带传输系统的传输函数

求H(f)：

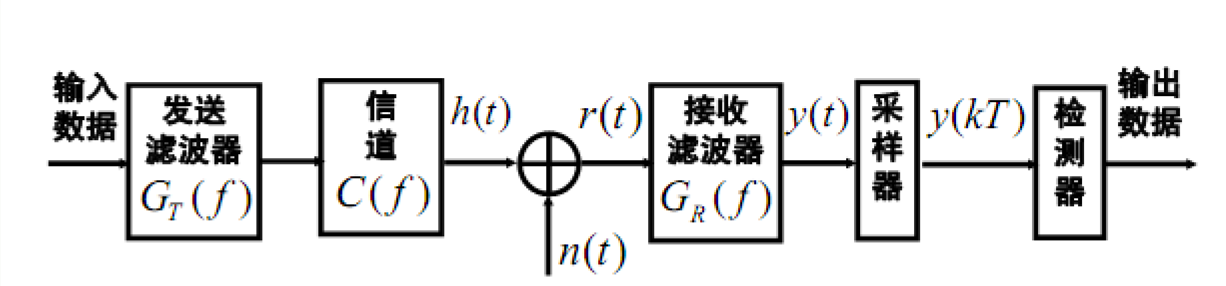


可以用信号与系统中的傅里叶变换性质求解



浙江大学 ZheJiang University

(2) 假设信道传输函数 C(f) =1， 收发滤波器相同，求收发滤波器表示式



系统函数为：$H(f)=G_T(f)C(f)G_R(f)$

$$G_T(f)=G_R(f)=\sqrt{H(f)}$$

6.27 若要求以 2/Ts 波特的速率进行数据传输，检验图中各种 H (f)满足消除抽样点上码间干扰条件否?

接收滤波器输出每隔 T 时间采样，采样值为

$$y(mT)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n x(mT-nT)+\xi(mT)$$

简写为

$$y_m=\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n x_{m-n}+\xi_m=\underbrace{x_0\cdot a_m}_{\text{有用信号}}+\underbrace{\sum_{n\neq m} a_n x_{n-m}}_{\text{码间干扰}}+\underbrace{\xi_m}_{\text{噪声干扰}}$$

直观地说：码间干扰是由信道的非理想引起的。现实中的信道总是带限的，频域的截断会造成时域传输码元的拖尾，因此相邻几个码元之间会相互影响，这就是所谓的码间干扰。无码间干扰系统设计的目标就是将系统设计成接近理想信道，$\sum_{m=-\infty}^{\infty} X\left(f+\frac{m}{T}\right)=T$ 能满足这个条件，升余弦函数就是其中一个范例。

无码间干扰带限信号设计准则——Nyquist准则

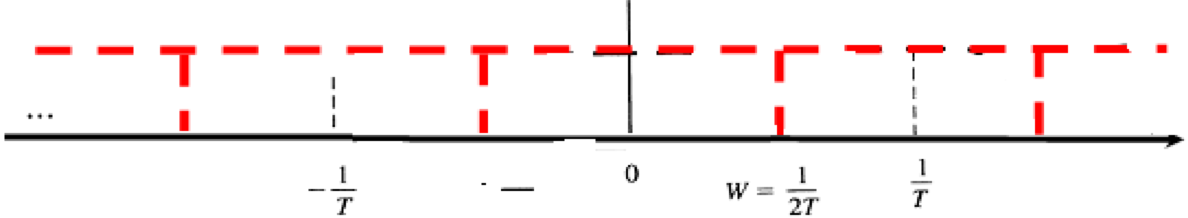
无码间干扰的充要条件是： $x(nT)=\begin{cases}1 & n=0\\ 0 & n\neq 0\end{cases}$

充要条件是它的Fourier变换 $X(f)$ **满足**

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} X\left(f+\frac{m}{T}\right)=T$$

波特率为**R=2/T**

设计目标 $\sum_{m=-\infty}^{\infty} X\left(f+\frac{m}{T}\right)=T$



浙江大学 ZheJiang University

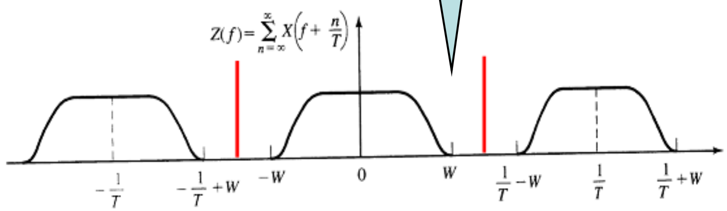
平移间隔1/T大于2w显然不满足条件

理想情况，冲击响应非因果，不可实现

回顾一下判断是否满足无码间干扰条件会遇到的三种情况：

（1）如果 $T < \frac{1}{2W}$，即 $\frac{1}{T} > 2W$。

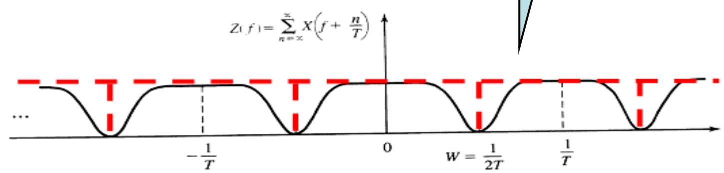
不管 $X(f)$ 形状如何，不可能保证 $Z(f) = T$，所以不可能设计一个无码间干扰系统。



（2）如果 $T = \frac{1}{2W}$，即 $\frac{1}{T} = 2W$（称为Nyquist速率）。

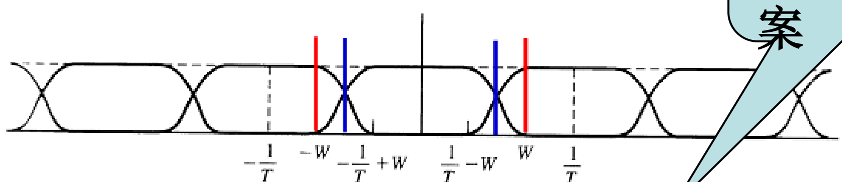
于是仅当 $X(f) = \begin{cases} T & |f| < W \\ 0 & 其它 \end{cases}$

才可能保证 $Z(f) = T$



（3）如果 $T > \frac{1}{2W}$，即 $\frac{1}{T} < 2W$。

可以设计 $X(f)$ 使 $Z(f) = T$。



实际过程中采用方案

从上面讨论可知符号率 R_B 不能大于二倍的信道带宽 $2W$，所以信道传输符号的最高码率为

$$\frac{R_B}{W} = 2 \quad 波特/赫$$

[解] 无码间干扰条件为

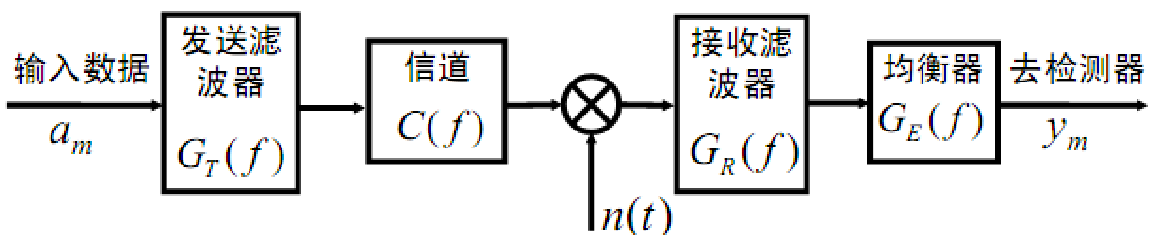
$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} H\left(f+\frac{2m}{T}\right) = 常数$$

仅对（c）满足条件

波特率为R=2/T

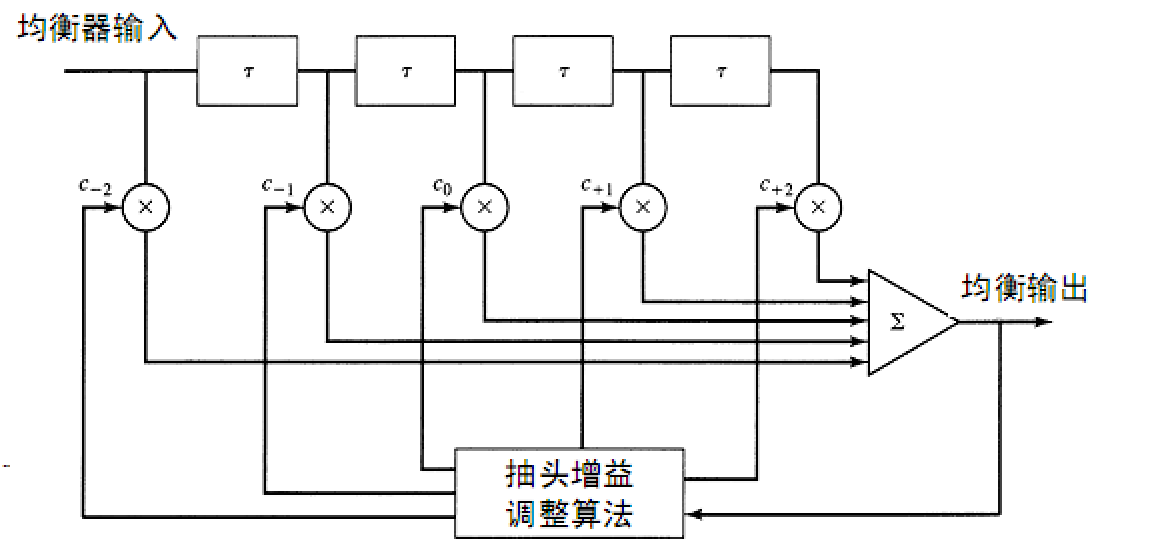
6-28,6-29分析见PDF

6.37 某信道码间干扰长度为 3， 信道脉冲响应采样值为 x(0) = 1 ,x(-T) = 0.3,x(T)=0.2, 求抽头迫零均衡器的抽头系数以及均衡后的剩余码间干扰值。



线性均衡器的时域实现 — 横向滤波器

具有$2N+1$个抽头系数的横向滤波器是一种参数易调的线性滤波器。



发送滤波器、信道和接收滤波器的组合频率传递函数为 $X(f)=G_T(f)C(f)G_R(f)$

脉冲响应为 $x(t)\Leftrightarrow X(f)$

$x(t)$ 经均衡器输出脉冲响应为 $q(t)=\sum_{n=-N}^{N}c_n x(t-nT)$

按间隔 T 的采样值为 $q(mT)=\sum_{n=-N}^{N}c_n x(mT-nT)=\begin{cases}1 & m=0\\ 0 & m=\pm1,\pm2,\cdots\pm N\end{cases}$

可以用矩阵形式写为 $\mathbf{Xc}=\mathbf{q}$

$\mathbf{X}$为 $(2N+1)\times(2N+1)$ 矩阵，它的元素 $x_{i,j}=x(iT-jT)$；$\mathbf{c}$ 是均衡器抽头系数构成的矢量，$\mathbf{c}^T=(c_{-N},c_{-N+1},\cdots,c_0,\cdots,c_N)$； $\mathbf{q}$ 为一个(2N+1)维矢量，$\mathbf{q}^T=(0,0,\cdots,0,1,0,\cdots,0)$。

[解] 若采用3 抽头均衡器，设抽头矢量为 $\mathbf{c}^T=(c_{-1},c_0,c_1)$ $\mathbf{X}\cdot\mathbf{c}=\mathbf{q}$

$$\mathbf{X}=\begin{pmatrix}1 & 0.3 & 0\\ 0.2 & 1 & 0.3\\ 0 & 0.2 & 1\end{pmatrix},\quad \mathbf{q}^T=(0,1,0),\quad \mathbf{c}^T=(-15/44,\ 25/22,\ -5/20)$$

$$\mathbf{X}=\begin{pmatrix}0.3 & 0 & 0\\ 1 & 0.3 & 0\\ 0.2 & 1 & 0.3\\ 0 & 0.2 & 1\\ 0 & 0 & 0.2\end{pmatrix},\quad \mathbf{X}\cdot\mathbf{c}=\mathbf{q},\quad \mathbf{q}^T=\left(-\frac{9}{88},0,1,0,-\frac{1}{22}\right)$$