浙江大学 200__ - 200__学年__季学期

《　　信号与系统　　》课程期末考试试卷

开课学院：信息学院　，考试形式：闭卷，允许带＿＿＿＿＿入场

考试时间：＿＿年＿＿月＿＿日，所需时间：120　分钟

考生姓名：＿＿＿＿＿＿学号：＿＿＿＿＿专业：＿＿＿＿＿＿＿＿

题序	一	二	三	四	五	六	七	八	总 分
得分									
评卷人									

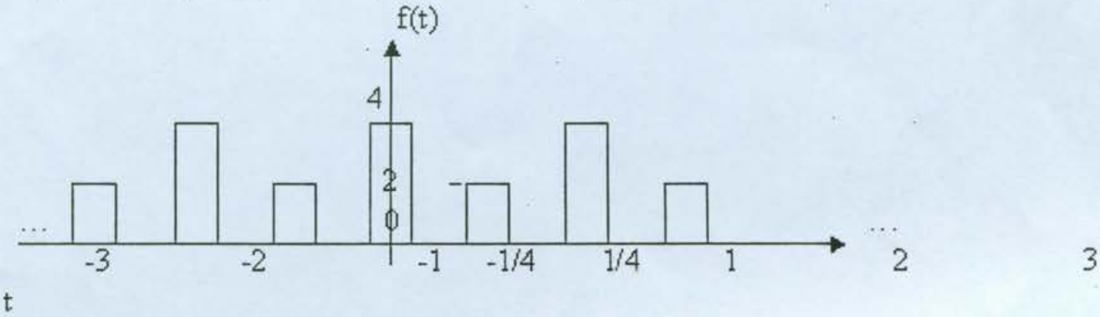
一、（6 分）说明以下系统的因果性、记忆性、稳定性、线性时不变等特性

（a）$y(n)=x(2-n)+x(n)$

(b) $y(t)=\alpha^{e(t)}$

二、（25 分）求以下信号的变换或反变换

(1) 已知 f(t)为周期信号（如下图），求 F(ω)



(2) 已知 $x(n)=\delta[6-3n]$，求 $X(\Omega)$

(3) 已知 $X(z)=\dfrac{36z^2-24z}{12z^2-7z+1}$，$|z|>1/3$，求 $x(n)$

(4) 已知 $F(s)=\dfrac{e^{-s}}{s(s^2+1)}$，　求 $f(t)$

$\frac{1}{s}$　$\frac{1}{s^2+1}$

(5) 已知 $f(t)=\begin{cases} E(1-2|t|/\tau), & |t|<\tau/2 \\ 0, & |t|>\tau/2 \end{cases}$

求 $F(\omega)$ 及 $F(s)$

三、(10 分) 已知一因果 LTI 系统：$Y(s)=X(s)H_1(s)+E(s)H_2(s)$

当 $t>0$ 时有：

(1) $x(t)=0$;

(2) (2) 当输入 $e_1(t)=(e^{-t}+2e^{-2t})U(t)$ 时，输出响应为 $(e^{-t}+5e^{-2t})U(t)$;

(3) (3) 当输入 $e_2(t)=(2e^{-t}+e^{-2t})U(t)$ 时，输出响应为 $(5e^{-t}+e^{-2t})U(t)$;

(4) (4) 当输入 $e_3(t)=(e^{-t}+e^{-2t})U(t)$ 时，输出响应为 $(e^{-t}+e^{-2t})U(t)$。

当 $t>0$ 时，求当输入 $e(t)=(e^{-t}-e^{-2t})U(t)$ 时，系统输出响应。

四、(14 分)

(1) 已知：$x[n]=U[n]-U[n-2]$

$h_1[n]=\delta[n]-\delta[n-1]$

$h_2[n]=\alpha^n U[n-1]$

求：$y[n]=x[n]*h_1[n]*h_2[n]$

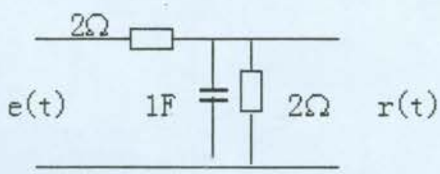
(2) 已知：$f(t)=\sin\pi t+\cos 3\pi t$，系统为：

$$h(t)=\frac{\sin 2\pi t\cdot\cos 4\pi t}{\pi t}$$

求：系统的 $y_{zs}(t)$。

五、(15 分)

已知电路(如下图)：



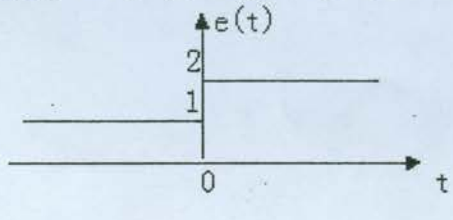
输入 $e(t)=2e^{-2t}U(t)\cos t$;

求：(1) 系统函数 $H(s)$;

(2) 系统完全响应 $r(t)$。

六、(15 分) 已知某一稳定 LTI 系统：$H(j\omega)=j\omega/(-\omega^2+3j\omega+2)$，

输入 $e(t)$：

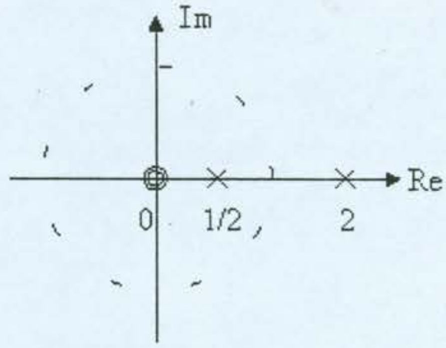


求:(1)系统冲激响应 $h(t)$；(2)系统初始状态（$t=0^+$）；
(3) $t>0$ 时，系统响应 $y(t)$。

七、(15 分)某一稳定离散 LTI 系统函数的零极点图分布如下图所示，已知对 $(-1)^n$ 的响应为 $(2/9)(-1)^n$；

求：(1) $H(z)$ 及收敛域、系统频响；

(2) 当输入 $e[n]=(1/3)^n U[n]$ 时，系统响应 $y[n]$。



答案

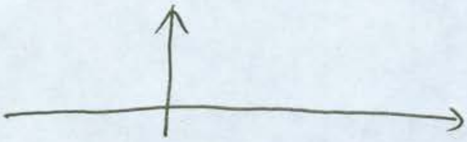
一、 ⓐ $y[n] = x[2-n] + x[n]$

非因果，记忆、稳定、线性、时变

ⓑ $y = a^{e(t)}$

因果，无记忆、稳定、非线性、时不变

二、 ① 一个周期内（此题下标不清楚，无法做）



大致思路为先求一个周期傅氏变换 $F(jw)$

再用 $a_k = \frac{1}{T_0} F(jkw_0)$ 代入求 a_k

表示 $f(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jkw_0 t}$

最后求得 $F(f(t)) = 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k \delta(w - kw_0)$

② $x[n] = \delta[6-3n]$

$$X(e^{jw}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta[6-3n] e^{-jwn}$$ (只有 $n=2$ 时有值

$$= e^{-j2w}$$

③ $\cancel{X(z) = \frac{36z^2 - 24z}{12z^2 - 7z + 1} = \frac{3(12z^2 - 7z + 1) - 3z - 3}{12z^2 - 7z + 1}}$

$$\cancel{= 3 - \frac{3(z+1)}{(3z-1)(4z-1)}}$$

$$\cancel{\frac{X(z)}{z} = \frac{3}{z} - \frac{3(z+1)}{z(3z-1)(4z-1)}}$$

③ $\frac{X(z)}{z} = \frac{36z-24}{12z^2-7z+1} = \frac{36z-24}{(3z-1)(4z-1)}$

$= \frac{-36}{3z-1} + \frac{60}{4z-1}$

$X(z) = \frac{-36z}{3z-1} + \frac{60z}{4z-1}$

$= \frac{-36}{3-z^{-1}} + \frac{60}{4-z^{-1}}$

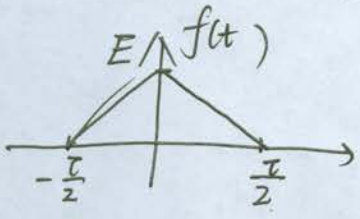
$= \frac{-12}{1-\frac{1}{3}z^{-1}} + \frac{15}{1-\frac{1}{4}z^{-1}} \quad |z|>\frac{1}{3}$

$x[n] = -12\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n] + 15\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]$

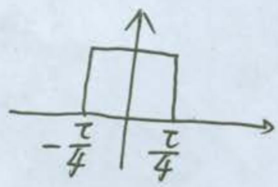
④ $\frac{1}{s(s^2+1)} = \frac{1}{s} - \frac{s}{s^2+1} \xrightarrow{\text{拉氏反变换}} u(t) - \cos t\, u(t)$

$F(s) = \frac{e^{-s}}{s(s^2+1)} \xrightarrow{\text{拉氏反变换}} u(t-1) - \cos(t-1)u(t-1)$

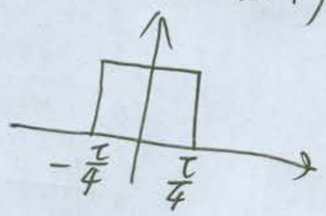
⑤



$=$



$*$



$F(f(t)) = \frac{E\tau}{2} Sa^2\left(\frac{\tau}{4}w\right)$

$= \frac{E\tau}{2} \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\tau}{4}w\right)}{\frac{\tau^2}{16}w^2} = \frac{8E\sin^2\left(\frac{\tau}{4}w\right)}{\tau w^2}$

将 $w = \frac{s}{j}$ 代入

$F(s) = \frac{2E\left(e^{\frac{\tau}{2}s} + e^{-\frac{\tau}{2}s} - 2\right)}{\tau s^2}$

三、设 $x(t) \xrightarrow{LTI} y_1(t)$

$$e^{-t}u(t) \xrightarrow{LTI} y_2(t)$$

$$e^{-2t}u(t) \xrightarrow{LTI} y_3(t)$$

则

$$\begin{cases} y_1(t) + y_2(t) + 2y_3(t) = (e^{-t} + 5e^{-2t})u(t) \\ y_1(t) + 2y_2(t) + y_3(t) = (5e^{-t} + e^{-2t})u(t) \\ y_1(t) + y_2(t) + y_3(t) = (e^{-t} + e^{-2t})u(t) \end{cases}$$

解出：

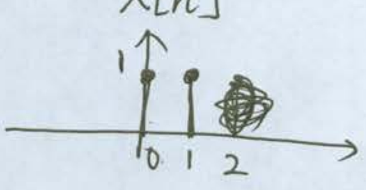
$$\begin{cases} y_1(t) = (-3e^{-t} - 3e^{-2t})u(t) \\ y_2(t) = 4e^{-t}u(t) \\ y_3(t) = 4e^{-2t}u(t) \end{cases}$$

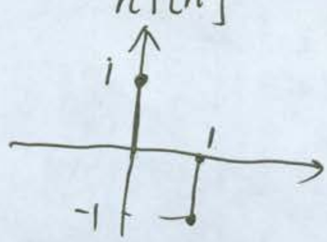
$$e^{-t}u(t) - e^{-2t}u(t) \xrightarrow{LTI} y_1(t) + y_2(t) - y_3(t)$$

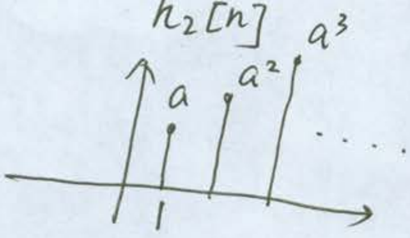
$$= (-3e^{-t} - 3e^{-2t} + 4e^{-t} - 4e^{-2t})u(t)$$

$$= (e^{-t} - 7e^{-2t})u(t)$$

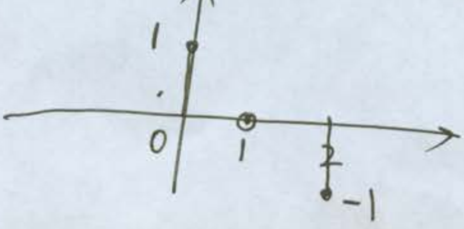
四、







$x[n] * h_1[n] = \delta[n] - \delta[n-2]$



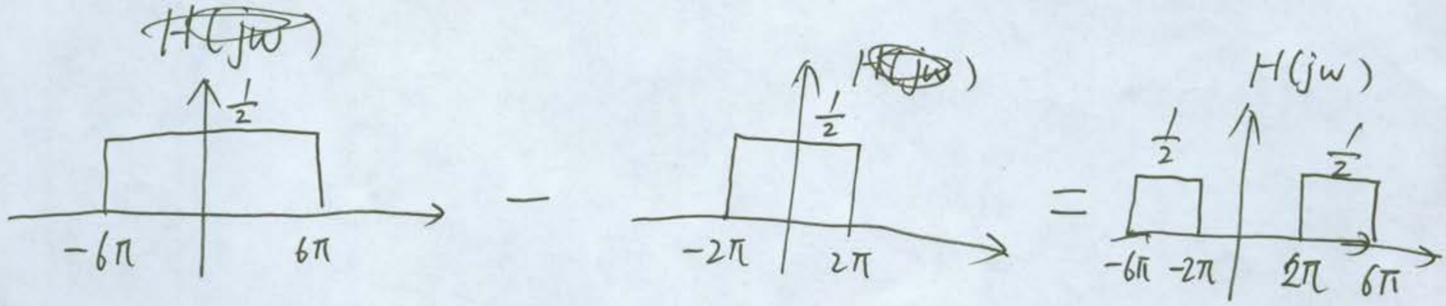
$$x[n] * h_1[n] * h_2[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h_2[k]\left(\delta[n-k] - \delta[n-k-2]\right)$$

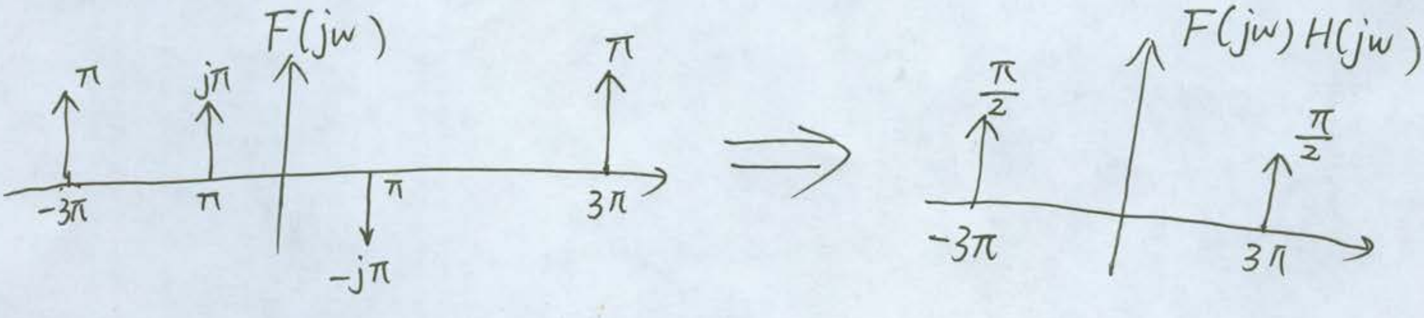
$$= h_2[n] - h_2[n-2]$$

$$= a^n u[n-1] - a^{n-2} u[n-3]$$

$$= \begin{cases} a & n=1 \\ a^2 & n=2 \\ a^n - a^{n-2} & n \geq 3 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

② $h(t) = \dfrac{\sin 2\pi t \cos 4\pi t}{\pi t} = \dfrac{\sin 6\pi t - \sin 2\pi t}{2\pi t}$





$$y(t) = F^{-1}[F(j\omega)H(j\omega)] = \frac{1}{2}\cos 3\pi t$$

五: ① $H(s)=\dfrac{\dfrac{\frac{2}{s}}{\frac{1}{s}+2}}{\dfrac{\frac{2}{s}}{\frac{1}{s}+2}+2}=\dfrac{1}{2(s+1)}$

② $E(s)=\dfrac{2(s+2)}{(s+2)^2+1}$

$$R(s)=H(s)E(s)=\frac{s+2}{(s+1)[(s+2)^2+1]}$$

$$=\frac{\frac{1}{2}}{s+1}+\frac{-\frac{1}{2}s-\frac{1}{2}}{(s+2)^2+1}$$

$$=\frac{\frac{1}{2}}{s+1}+\frac{-\frac{1}{2}(s+2)+\frac{1}{2}}{(s+2)^2+1}$$

$$=\frac{\frac{1}{2}}{s+1}+\frac{-\frac{1}{2}(s+2)}{(s+2)^2+1}+\frac{\frac{1}{2}}{(s+2)^2+1}$$

$r(t)=\frac{1}{2}e^{-t}u(t)-\frac{1}{2}e^{-2t}\cos t\,u(t)+\frac{1}{2}e^{-2t}\sin t\,u(t)$

六、 $H(s)=\dfrac{s}{s^2+3s+2}$ 稳定 $\Rightarrow$ $Re(s)>-1$

$$=\frac{s}{(s+1)(s+2)}$$

$$=\frac{-1}{s+1}+\frac{2}{s+2}$$

① $h(t)=-e^{-t}u(t)+2e^{-2t}u(t)$

② ~~$y(0^+)=$~~ $e(t)=1+u(t)$

$1=e^{0t}\xrightarrow{LTI}H(0)e^{0t}=0$ ~~$y(0^+)=0$~~

$y(0^+)=0$

③ 求输入为$u(t)$时的输出

$$Y(s)=\frac{s}{s^2+3s+2}\cdot\frac{1}{s}=\frac{1}{(s+1)(s+2)}$$

$$=\frac{1}{s+1}-\frac{1}{s+2}$$

$$y(t)=e^{-t}u(t)-e^{-2t}u(t)$$

七、 ① $H(z)=\dfrac{Az^2}{(z-\frac{1}{2})(z-2)}$

由 $(-1)^n \xrightarrow{LTI} \frac{2}{9}(-1)^n$ 可得：

ⓐ $H(z)$收敛域包含$|z|=|-1|=1$，由此可得，

收敛域$\frac{1}{2}<|z|<2$

ⓑ $H(-1)=\frac{2}{9}$，即

$$\frac{A}{(-1-\frac{1}{2})(-1-2)}=\frac{2}{9}\Rightarrow A=1$$

$$H(z)=\frac{z^2}{(z-\frac{1}{2})(z-2)}=\frac{1}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})(1-2z^{-1})}$$

频响：$H(e^{jw})=\dfrac{e^{j2w}}{(e^{jw}-\frac{1}{2})(e^{jw}-2)}$

② $E(z)=\dfrac{1}{1-\frac{1}{3}z^{-1}}$ $\quad |z|>\frac{1}{3}$

$$Y(z)=H(z)E(z)=\frac{1}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})(1-\frac{1}{3}z^{-1})(1-2z^{-1})}\quad \frac{1}{2}<|z|<2$$

$$=\frac{-1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}+\frac{\frac{2}{5}}{1-\frac{1}{3}z^{-1}}+\frac{\frac{24}{15}}{1-2z^{-1}}$$

$$y[n]=-\left(\tfrac{1}{2}\right)^n u[n]+\tfrac{2}{5}\left(\tfrac{1}{3}\right)^n u[n]-\tfrac{24}{15}2^n u[-n-1]$$