浙江大学 20_12_－20_13_学年_春夏_学期

《 电磁场与电磁波 》课程期中考试试卷

课程号：__11120010______，开课学院：__信电系_______

考试形式：一纸开卷，允许带一张 A4 大小手写稿入场

考试日期：_2013___年__4__月_26__日，考试时间：__120__分钟 （10:30-12:30）

诚信考试，沉着应考，杜绝违纪。

考生姓名：______________学号：______________所属专业：________________

题序	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	**总分**
得分											
评卷人											

1. 在大气中传播的激光束可以用电场强度来表示，其衰减源自大气的吸收作用。假定某激光的电场强度为 $E(x,t)=272e^{-0.01x}\cos(3\times10^{15}t+10^{7}x)$ (V/m)，其中，x 是到激光源的距离，单位为 m。试确定: (1) 波的传播方向；(2) 波的速度；(3)在 x=100m 处波的幅值。

解：(1) 由于余弦函数的变量 t 和 x 的符号相同，因此波沿负 x 方向传播。

(2) $v_p=\dfrac{\omega}{k}=\dfrac{3\times10^{15}}{10^{7}}=3\times10^{8}$ (m/s)

(3) 在 x=100m 处，$E(x, t)$的幅值 $272e^{-0.01\times100}=100$ (V/m)

2. 一个 50Ω的传输线，连接到一个由 50Ω的电阻与 16pF 的电容相串联的负载。当信号为 100MHz 时，求在负载处的电压反射系数以及电压驻波比。

解： $R_L=50$ Ω， $X_L=\dfrac{1}{j\omega C}=-j\dfrac{1}{2\pi\times10^{8}\times16\times10^{-12}}=-j100$ Ω， 所以 $Z_L=50-j\,10($ Ω，

$$\Gamma=\frac{Z_L-Z_C}{Z_L+Z_C}=\frac{50-j100-50}{50-j100+50}=\frac{-j}{1-j}=0.5-0.5j=\frac{\sqrt{2}}{2}e^{-j\frac{\pi}{4}}$$

$$\rho=\frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}=\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}=3+\sqrt{2}=4.4$$

3. 已知某传输线接终端负载 Z_L 后电压反射系数 $\Gamma = 0.5e^{-j\frac{\pi}{3}}$，问 Z_L 为容性还是感性。如果 $\lambda = 24\,\text{cm}$，求最靠近负载的电压最大值和最小值的位置。

解：根据反射系数相角，Z_L 在圆图下半圆，所以是容性。

最靠近负载的电压最大值位置为圆图负载点到正实轴的电长度：$l_{\max} = \dfrac{2\pi - \frac{\pi}{3}}{2\pi} \times \dfrac{\lambda}{2} = 10$ cm

最靠近负载的电压最小值位置为圆图负载点到负实轴的电长度：$l_{\min} = \dfrac{\pi - \frac{\pi}{3}}{\pi} \times \dfrac{\lambda}{4} = 4$ cm

4. 一 57cm 长的无损传输线，在短路时测得输入阻抗 $Z_{in}^{sc} = j40.42\,\Omega$，在开路时测得输入阻抗 $Z_{in}^{oc} = -j121.24\Omega$，求传输线的特征阻抗 Z_c。另外得知其长度介于 3 至 3.25 个波长之间，试求传输线的传播常数 k。

解：$Z_{\text{in}} = Z_{\text{c}} \dfrac{Z_{\text{L}} + jZ_{\text{c}} \tan kl}{Z_{\text{c}} + jZ_{\text{L}} \tan kl}$

短路时 $Z_{in}^{sc} = jZ_c \tan kl$，　　开路时 $Z_{in}^{oc} = \dfrac{Z_c}{j \tan kl}$

所以 $Z_c = \sqrt{Z_{in}^{sc} Z_{in}^{oc}} = \sqrt{(j40.42)(-j121.24)} = 70\ \Omega$

$\tan kl = \sqrt{\dfrac{-Z_{in}^{sc}}{Z_{in}^{oc}}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$，$kl = \dfrac{\pi}{6} + n\pi$，$n$ 为整数。

由于长度介于 3 至 3.25 个波长之间，即 kl 介于 6π至 6.5π之间，

所以 $kl = \dfrac{\pi}{6} + 6\pi = \dfrac{37\pi}{6} = 19.4\,\text{rad}$　　$k = \dfrac{37\pi}{6 \times 0.57} = 34\,\text{rad/m}$

5. 在相对介电常数分别为 ε_{r1} 与 ε_{r3} 的无耗介质中间放置一块厚度为 d、相对介电常数为 ε_{r2} 的介质板，$d = \dfrac{\lambda_0}{4\sqrt{\varepsilon_{r2}}}$，假设这三种介质的磁导率均为$\mu_0$，现有一若均匀平面波从介质 1 垂直投射到介质板上，如果没有反射，试证明 $\varepsilon_{r2} = \sqrt{\varepsilon_{r1}\varepsilon_{r3}}$。

证：相当于四分之一波长匹配器。

$Z_{c1} = \sqrt{\dfrac{\mu_0}{\varepsilon_{r1}\varepsilon_0}}$，　$Z_{c2} = \sqrt{\dfrac{\mu_0}{\varepsilon_{r2}\varepsilon_0}}$，　$Z_{c3} = \sqrt{\dfrac{\mu_0}{\varepsilon_{r3}\varepsilon_0}}$

$Z_{c3} = \sqrt{Z_{c1} Z_{c2}}$　所以　$\varepsilon_{r2} = \sqrt{\varepsilon_{r1}\varepsilon_{r3}}$

6. 在 $\varepsilon=9\varepsilon_0$， $\mu=\mu_0$ 的非导电媒介中，一个电磁波的磁场强度为

$H(z,t)=\hat{x}0.25\sin(10^8 t-kz+\pi/4)$ (A/m)， 求波矢 k 的数值，并求相应的电场强度 $E(z, t)$、坡印亭矢量和时间平均功率流密度。

解： $\omega=10^{10}$ rad/s

$$k=\omega\sqrt{\mu\varepsilon}=\omega\sqrt{9\mu_0\varepsilon_0}=\frac{3\omega}{c}=\frac{3\times10^8}{3\times10^8}=1 \text{ rad/m}$$

$$\eta=\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}=\frac{1}{3}\times120\pi=40\pi=125.7\ \Omega$$

从磁场的表达式可见，波沿+z 方向传播（k 的方向），磁场为 x 方向，所以电场为-y 方向。

$$\begin{aligned}E(z,t)&=-\hat{y}\eta0.25\sin(10^8 t-kz+\pi/4)\\&=-\hat{y}40\pi\times0.25\sin(10^8 t-z+\pi/4)\\&=-\hat{y}10\pi\sin(10^8 t-z+\pi/4)\\&=-\hat{y}31.4\sin(10^8 t-z+\pi/4)\quad \text{(V/m)}\end{aligned}$$

瞬时坡印亭矢量：

$$S(r,t)=E\times H=\hat{z}2.5\pi\sin^2(10^8 t-kz+\pi/4)=\hat{z}7.85\sin^2(10^8 t-kz+\pi/4)\quad \text{（W/m}^2\text{）}$$

时间平均功率流密度：$<S(z,t)>=\hat{z}\frac{1}{2}\times2.5\pi=3.93$ （W/m^2）

7. 一个平面波具有以下的电场 $E(z,t)=\hat{x}3\cos(\omega t-kz+\frac{\pi}{6})+\hat{y}\sqrt{3}\sin(\omega t-kz-\frac{\pi}{3})$ (V/m)，试确定：(1) 其极化状态（线极化、圆极化、椭圆极化；左旋或右旋）； (2) 电场 E 的幅度和倾角。

解：

$$\begin{aligned}E(z,t)&=\hat{x}3\cos(\omega t-kz+\frac{\pi}{6})+\hat{y}\sqrt{3}\sin(\omega t-kz-\frac{\pi}{3})\\&=\hat{x}3\cos(\omega t-kz+\frac{\pi}{6})+\hat{y}\sqrt{3}\cos(\omega t-kz-\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{2})\\&=\hat{x}3\cos(\omega t-kz+\frac{\pi}{6})+\hat{y}\sqrt{3}\cos(\omega t-kz-\frac{5\pi}{6})\end{aligned}$$

电场幅度 $|E|=\sqrt{3^2+3}=2\sqrt{3}=3.46$ V/m

$$\frac{E_y}{E_x}=\frac{\sqrt{3}}{3}e^{j(-\frac{5\pi}{6}-\frac{\pi}{6})}=\frac{\sqrt{3}}{3}e^{-j\pi}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$$

线极化，倾角为-30°

8. 若均匀平面波在一种色散媒质中传播，该媒质的相对介电常数为$\varepsilon_r = 1 + \dfrac{\omega^2}{A^2}$，相对磁导率

$\mu_r = 1$，式中 A 为有角频率量纲的常数（A>0）。求电磁波在该媒质中的传播常数、相速和群速。

解：相速：

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} = \frac{c}{\sqrt{1+\dfrac{\omega^2}{A^2}}} = \frac{cA}{\sqrt{A^2+\omega^2}}\text{，}\quad \text{所以}\quad k = \frac{\omega\sqrt{A^2+\omega^2}}{cA}$$

$$\frac{dk}{d\omega} = \frac{1}{cA}\sqrt{A^2+\omega^2} + \frac{\omega}{cA}\frac{\omega}{\sqrt{A^2+\omega^2}} = \frac{A^2+2\omega^2}{cA\sqrt{A^2+\omega^2}}$$

群速：$v_g = \dfrac{d\omega}{dk} = \dfrac{cA\sqrt{A^2+\omega^2}}{A^2+2\omega^2}$

9. 一各向异性媒质的张量介电常数为$\varepsilon = \varepsilon_0 \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$，$\mu_r = 1$，频率为 1GHz 的均匀平面波沿 z 方向传播时。求：(1) $E = (\hat{x}-\hat{y})E_0 \cos\omega t$ 所对应 D 的特性；(2) 求 E_x 和 E_y 沿 z 方向的相速；(3) 从原点出发，该波行进多远可成为圆极化波。

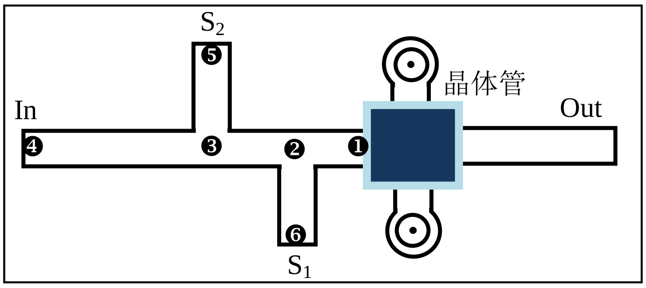
解：(1) $D = \vec{\varepsilon} E = \varepsilon_0 \begin{bmatrix} 4\hat{x}\hat{x} & 0 & 0 \\ 0 & 9\hat{y}\hat{y} & 0 \\ 0 & 0 & 4\hat{z}\hat{z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}E_0 \cos\omega t \\ -\hat{y}E_0 \cos\omega t \\ 0 \end{bmatrix} = (4\hat{x}-9\hat{y})E_0 \cos\omega t$

(2) 相速：$v_{px} = \dfrac{c}{\sqrt{4}} = 1.5\times 10^8\,(\text{m/s})$，$\quad v_{py} = \dfrac{c}{\sqrt{9}} = 1\times 10^8\,(\text{m/s})$

(3) $\Delta\varphi = |k_y d - k_x d| = \dfrac{\pi}{2}$，$\quad d = \dfrac{\pi}{2|k_y - k_x|} = \dfrac{\pi}{2(\sqrt{9}-\sqrt{4})k_0} = \dfrac{\pi}{2k_0} = \dfrac{\lambda_0}{4}$

f=1GHz, $\quad \lambda_0 = 0.3$m, 所以 d=0.075m

10. 如下图为微波放大器的输入匹配电路。用双电纳匹配器进行匹配，两并联开路支线 S_1、S_2 的间距为 7.5mm，第一个并联支线 S_1 离开晶体管输入端为 6.04mm。已知传输线的工作波长为 3cm，特征阻抗为 50Ω。测得晶体管输入端❶处的电压反射系数为 $0.75\angle -150°$。



(1) 晶体管的归一化输入阻抗可直接从圆图的__N__点读出，其归一化值为_0.15-j0.26_，实际阻值为 7.5-j13__Ω。

(2) ❶处的驻波比可直接在圆图的点___E____读出，其值为_____7__________。

(3) 找出**实现匹配时**（并联开路支线 S_1、S_2 的长度为最短）电路上各点对应**导纳圆图**上的点，将相应的**导纳圆图**上点的标号填入下面表格

电路上点	1	2	3	4	5	6
对应导纳圆图上点	P	Y, H	D	D	A	A

(4) 求匹配时，并联开路支线 S_1 的最短长度 l_1 及此时 S_2 的长度 l_2。

解：由于开路线加长半波长的整数倍后，得到的导纳相同，因此，“最短长度”为小于半波长的值。

求 S_1 最短的长度 l_1

Ⓘ 点的归一化电纳值为-j0.62，Ⓨ 点的归一化电纳值为 j0.40，Ⓗ 点的归一化电纳值为 -j0.40

Ⓗ 和 Ⓘ 点电纳值的差值较小，最短 S_1 引入的归一化电纳值为-j0.40-(-j0.62)=j0.22

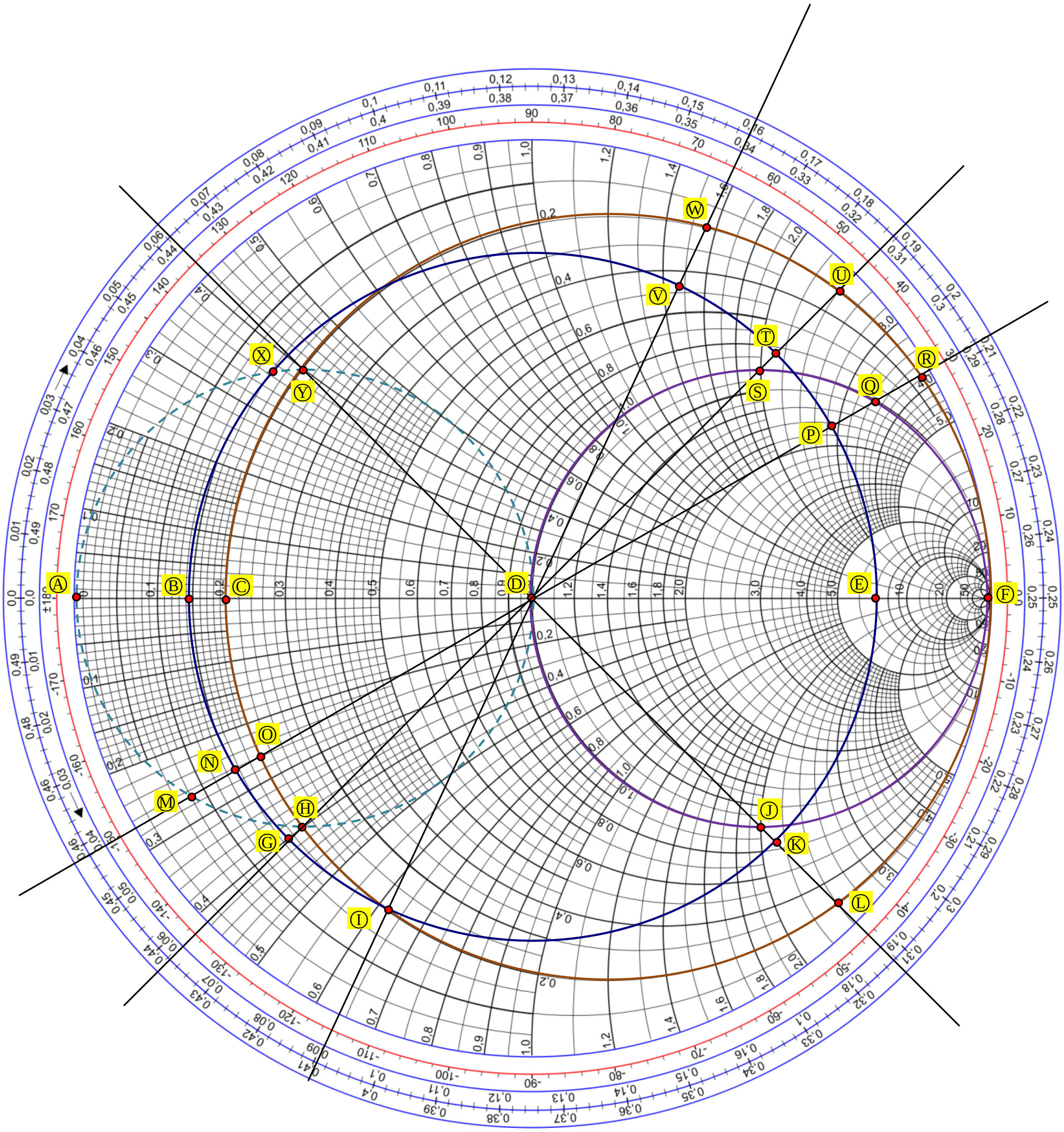
由圆图中读出长度 $l_1=0.0345\lambda_g=0.0345\times30=1.035$mm

求 S_2 的长度 l_2

Ⓢ 点的归一化电纳值为 j2

S_2 引入的归一化电纳值为-j2

由圆图中读出长度 $l_2=$（0.5-0.176）$\lambda_g=0.324\times30=9.72$mm


A
B
C
D
E
F
G
H
I
J
K
L
M
N
O
P
Q
R
S
T
U
V
W
X
Y