# 浙江大学 2011 - 2012 学年 春夏 学期

## 《信号与系统（甲）》课程期末考试试卷

课程号：111C0061，开课学院：信电系

考试试卷：√A 卷、B 卷（请在选定项上打√）

考试形式：√闭、开卷（请在选定项上打√），允许带__计算器__入场

考试日期：2012 年 06 月 21 日，考试时间：120 分钟

**诚信考试，沉着应考，杜绝违纪。**

**考生姓名：**＿＿＿＿＿＿**学号：**＿＿＿＿＿＿**所属院系（专业）：**＿＿＿＿＿＿

| 题序 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 总 分 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得分 | | | | | | | | | |
| 评卷人 | | | | | | | | | |

一、 (12 分)请确定以下系统的线性性、因果性、稳定性和时不变性。

$$A: y[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot x[n]$$

$$B: y[n] = \sum_{k=-10}^{10} x[n-k]$$

$$C: H(s) = s(\text{微分器})$$

二、 (10 分) 一个 LTI 系统，假设初始静止（系统状态为零）。 当输入 $x(t)=u(t)$时，输出为 $y(t)=e^{-t}u(t)+u(t)$。

(1) 当输入 $x(t)=u(t-2)$时，求该系统的输出；

(2) 求该系统对题 2 图所示输入 $x(t)$时的响应。

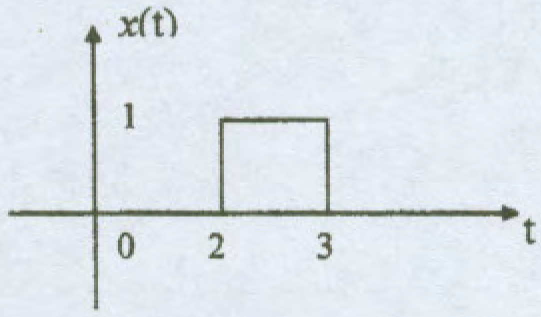



图 1 题 2 图

三、 (10 分) 有某一因果离散时间 LTI 系统，当输入为 $x_1[n]=(\frac{1}{2})^n u[n]$ 时，其输出的完全响应 $y_1[n]=2^n u[n]-(\frac{1}{2})^n u[n]$；系统的起始状态不变，当输入为 $x_2[n]=2(\frac{1}{2})^n u[n]$ 时，系统的完全响应为 $y_2[n]=3\cdot 2^n u[n]-2(\frac{1}{2})^n u[n]$。试求：

（1）系统的零输入响应；（2）系统对输入为 $x_3(n)=0.5(\frac{1}{2})^n u[n]$ 的完全响应（系统初始状态保持不变）。

四、 (15 分)已知某连续时间 LTI 系统，当输入为图 2 题 4 图 (a)所示的 $x_1(t)$ 时，输出为图 2 题 4 图 (b)所示的 $y_1(t)$。

（1） 当输入为 $\dfrac{dx_1(t)}{dt}$ 时，试求输出；

（2） 试求该系统的单位冲激响应 $h(t)$；

（3） 现若给该系统施加的输入信号为图 2 题 4 图 (c)所示，求系统的输出响应 $y_2(t)=x_2(t)*h(t)$。

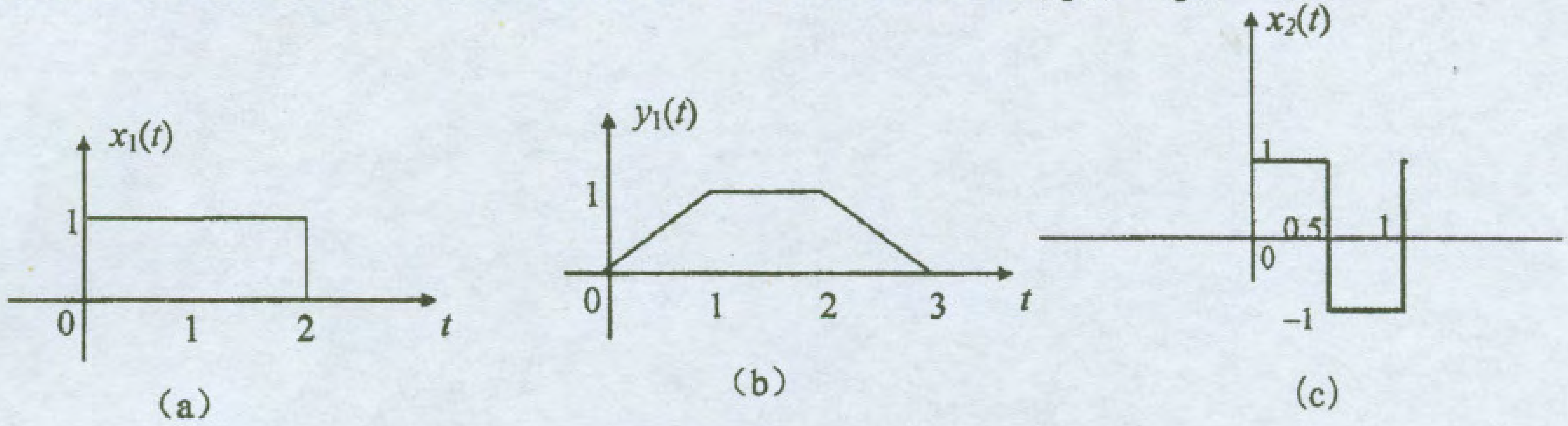



图2 题4图

五、(20 分) 某一连续时间 LTI 系统，其频率响应为 $H(j\omega)=\dfrac{j\omega+2}{(j\omega)^2+5j\omega+4}$

(1)写出系统的输入和输出的微分方程;

(2)求系统的单位冲激响应 h(t);

(3)画出系统直 II 型结构框图;

(4)当输入为 $x(t)=e^{-2t}u(t)$ 时，求其输出。

六、（15 分）已知一连续因果 LTI 系统 $y''(t)+3y'(t)+2y(t)=x'(t)+3x(t)$ .

(1) 当 $y(0^-)=1, y'(0^-)=-1$,输入 $x(t)=e^{-3t}u(t)$ 时，求零输入响应 $y_{zi}(t)$ 和零状态响应 $y_{zs}(t)$；

(2) 起始条件不变，输入为 $x(t)=2e^{-3t}u(t)$ 时，试求系统的全响应。

七、（10 分）某因果离散 LTI 系统的差分方程为

$$y[n]-\frac{3}{4}y[n-1]+\frac{1}{8}y[n-2]=x[n]+ax[n-1]。$$

（1）写出该系统函数 $H(z)$（$a$ 作为一个待定的参量），并判断系统的稳定性；

（2）若输入 $x[n]=1$ 时，输出 $y[n]=0$，求: $a$ 数；

（3）在（2）条件下，当输入为 $x[n]=u[-n-1]+2u[n]$ 时，求输出 $y[n]$。

八、（8 分）已知系统如图 3 所示，其中 $g_1(t)=\begin{cases}1, & |t|\le 0.5\\ 0, & 其它\end{cases}$，子系统的单位冲激响应为

$h_1(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-2n), h_2(t)=\dfrac{\sin\omega_c t}{\pi t}$，系统输入 $x(t)=\cos\pi t$。

（1）求子系统输出 $y_1(t)$ 以及它的频谱；

（2）如输出仅包含直流与基波，试确定 $\omega_c$。

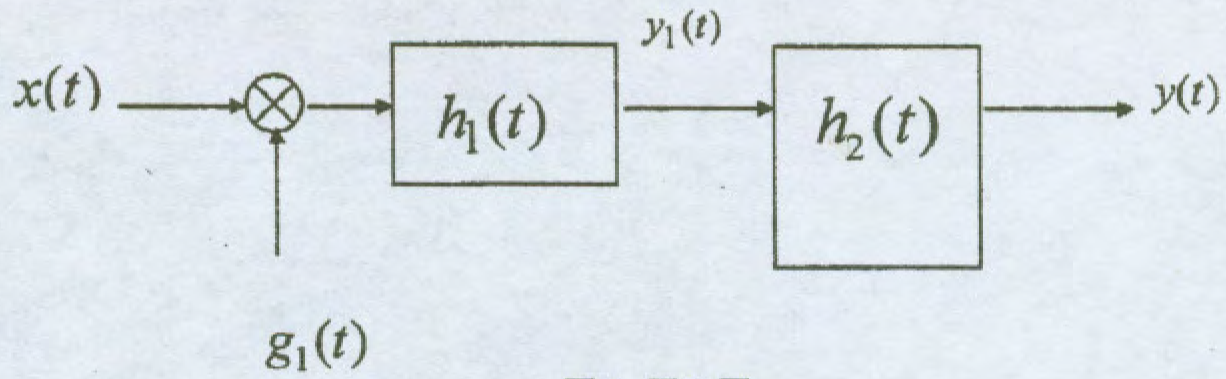



图 3 题 8 图

$x_1[n] = x[n-n_0]$
$y_2[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n x_2[n]$

Date: No

一. A 线性. 因果. 不稳定. 时变
B、线性、非因果、稳定. 时不变
C、线性. 因果(或非因果)、不稳定. 时不变

二. ① $u(t) \xrightarrow{LTI} y(t) = e^{-t}u(t) + u(t)$
$u(t-2) \xrightarrow{LTI} y(t-2) = e^{-(t-2)}u(t-2) + u(t-2)$

② $x(t) = u(t-2) - u(t-3)$

$u(t-3) \xrightarrow{LTI} y(t-3) = e^{-(t-3)}u(t-3) + u(t-3)$

$$x(t) \xrightarrow{LTI} y(t-2) - y(t-3)$$
$$= e^{-(t-2)}u(t-2) - e^{-(t-3)}u(t-3) + u(t-2) - u(t-3)$$

三. ①设零输入响应为 $y_{zi}[n]$，$x_1[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$ 对应的零状态响应为 $y_{zs}[n]$，则有:

$$y_{zi}[n] + y_{zs}[n] = 2^n u[n] - \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$
$$y_{zi}[n] + 2y_{zs}[n] = 3\cdot 2^n u[n] - 2\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$

解出: $\begin{cases} y_{zi}[n] = -2^n u[n] \\ y_{zs}[n] = 2\cdot 2^n u[n] - \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] \end{cases}$

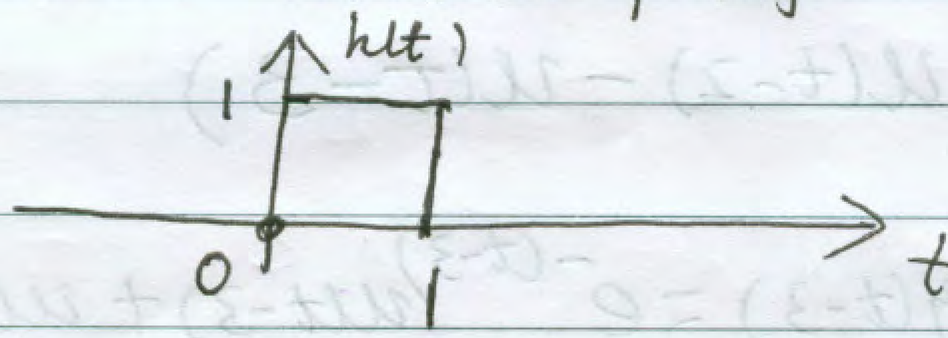
② $x_3[n] = 0.5\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] \xrightarrow{LTI}$

$y_{zi}[n] + \frac{1}{2} y_{zs}[n]$

$= \underline{-2^n u[n]} + \underline{2^n u[n]} - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$

$= -\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} u[n]$

四. ② $h(t)$ 如下图

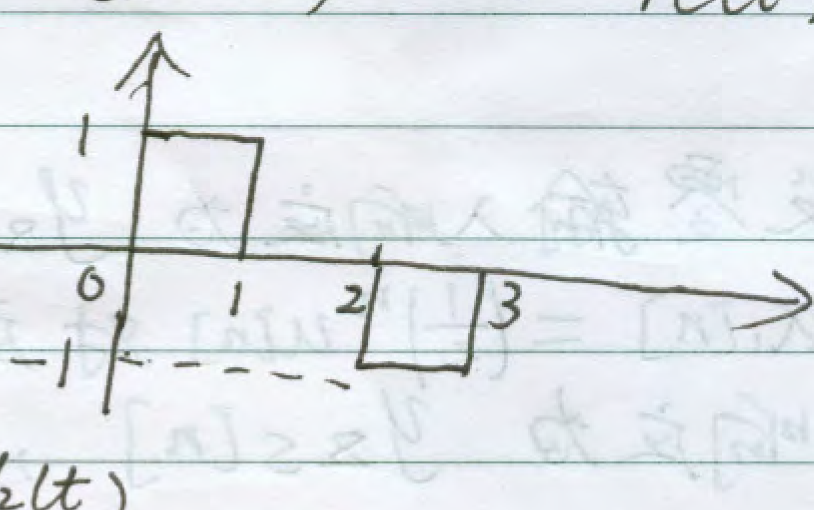



① $x_1(t) = u(t) - u(t-2)$

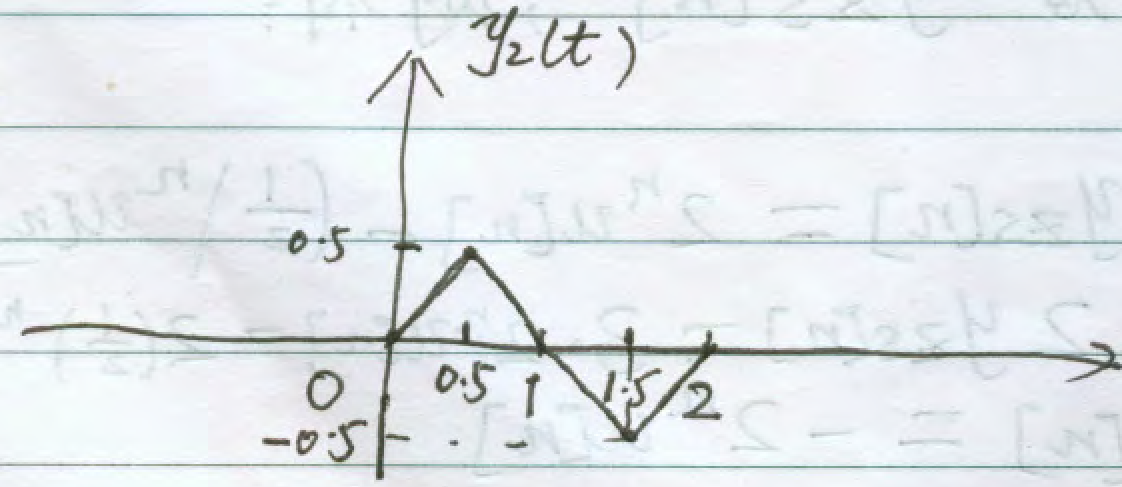
$\frac{dx_1(t)}{dt} = \delta(t) - \delta(t-2)$

$\frac{dx_1(t)}{dt} = \delta(t) - \delta(t-2) \xrightarrow{LTI} h(t) - h(t-2)$

$=$




③



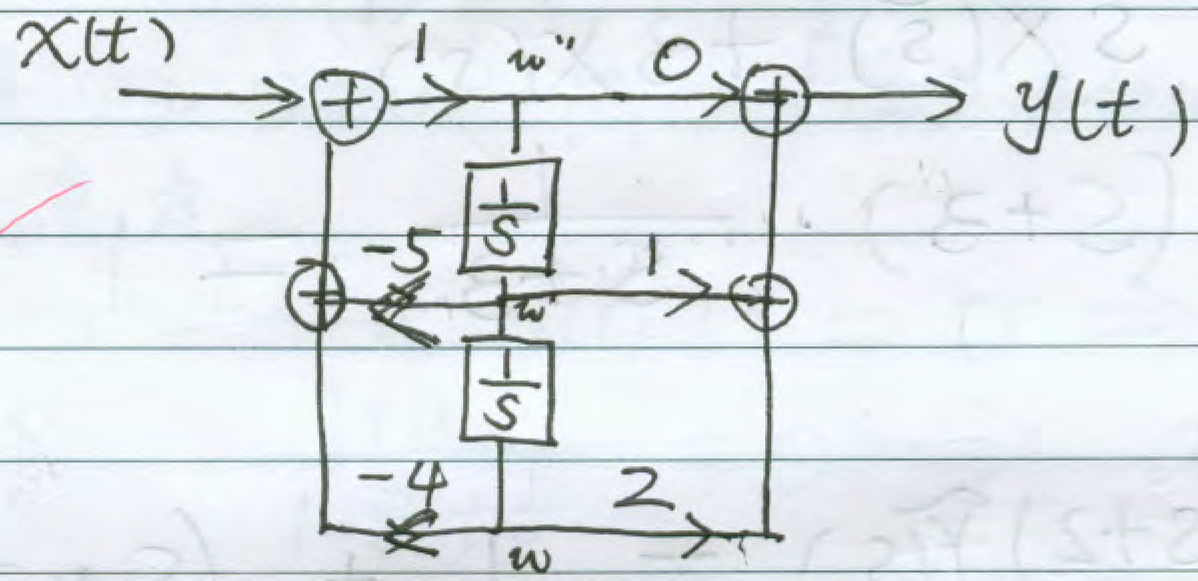
五、① $y''(t)+5y'(t)+4y(t)=x'(t)+2x(t)$

② $H(s)=\dfrac{s+2}{(s+1)(s+4)}=\dfrac{\frac{1}{3}}{s+1}+\dfrac{\frac{2}{3}}{s+4}$

因为有频率响应，所以收敛域包含 $j\omega$ 轴，所以收敛域为 $Re(s)>-1$

$$h(t)=\frac{1}{3}e^{-t}u(t)+\frac{2}{3}e^{-4t}u(t)$$

③




④ $X(s)=\dfrac{1}{s+2}$ $\quad Re(s)>-2$

$$Y(s)=X(s)H(s)=\frac{s+2}{(s+1)(s+4)}\cdot\frac{1}{s+2}$$

$Re(s)>-1$

$$Y(s)=\frac{1}{(s+1)(s+4)}$$

$$=\frac{\frac{1}{3}}{s+1}-\frac{\frac{1}{3}}{s+4} \quad Re(s)>-1$$

$$y(t)=\frac{1}{3}e^{-t}u(t)-\frac{1}{3}e^{-4t}u(t)$$

Date: No

六. ① $y(t) \xrightarrow{uL} \widehat{Y}(s)$

$$y'(t) \xrightarrow{uL} s\widehat{Y}(s) - y(0^-)$$

$$= s\widehat{Y}(s) - 1$$

$$y''(t) \xrightarrow{uL} s^2\widehat{Y}(s) - s\,y(0^-) - y'(0^-)$$

$$= s^2\widehat{Y}(s) - s + 1$$

$$s^2\widehat{Y}(s) - s + 1 + 3[s\widehat{Y}(s) - 1] + 2\widehat{Y}(s)$$

$$= s\widehat{X}(s) + 3\widehat{X}(s)$$

$$= (s+3)\cdot\frac{1}{s+3} = 1$$

$$(s^2+3s+2)\widehat{Y}(s) = \underbrace{1}_{\text{零状态响应}} + \underbrace{(s+2)}_{\text{零输入响应}}$$

$$\widehat{Y}(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)} + \frac{1}{s+1}$$

$$= \left(\frac{1}{s+1} - \frac{1}{s+2}\right) + \frac{1}{s+1}$$

$$y(t) = \underbrace{e^{-t}u(t) - e^{-2t}u(t)}_{y_{zs}(t)} + \underbrace{e^{-t}u(t)}_{y_{zi}(t)}$$

② 

$$y(t) = y_{zi}(t) + 2y_{zs}(t)$$

$$= e^{-t}u(t) + 2e^{-t}u(t) - 2e^{-2t}u(t)$$

$$= 3e^{-t}u(t) - 2e^{-2t}u(t)$$

七、① $H(z) = \dfrac{1+az^{-1}}{1-\frac{3}{4}z^{-1}+\frac{1}{8}z^{-2}}$

$$= \frac{1+az^{-1}}{(1-\frac{1}{4}z^{-1})(1-\frac{1}{2}z^{-1})}$$

因果 $\Rightarrow$ 收敛域 $|z| > \frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ 收敛域包含单位圆 $\Rightarrow$ 稳定

② $1^n \xrightarrow{LTI} H(1)\,1^n = 0 \Rightarrow H(1) = 0$

即 $\dfrac{1+a}{1-\frac{3}{4}+\frac{1}{8}} = 0 \Rightarrow a = -1$

③ $H(z) = \dfrac{1-z^{-1}}{1-\frac{3}{4}z^{-1}+\frac{1}{8}z^{-2}}$

$x[n] = u[-n-1] + 2u[n] = 1 + u[n]$

$1 \xrightarrow{LTI} 0$

$u[n] \xrightarrow{LTI} y_1[n]$

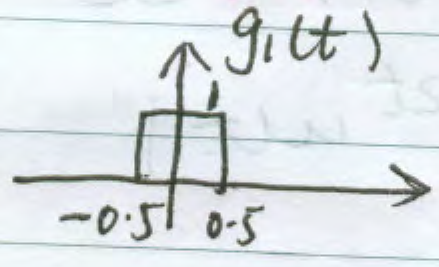
$$Y_1(z) = H(z)\cdot\frac{1}{1-z^{-1}} = \frac{1}{(1-\frac{1}{4}z^{-1})(1-\frac{1}{2}z^{-1})}$$

$$= \frac{-1}{1-\frac{1}{4}z^{-1}} + \frac{2}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$$

$$y_1[n] = -\left(\tfrac{1}{4}\right)^n u[n] + 2\left(\tfrac{1}{2}\right)^n u[n]$$

$$y[n] = 0 + y_1[n] = -\left(\tfrac{1}{4}\right)^n u[n] + 2\left(\tfrac{1}{2}\right)^n u[n]$$

八. ①




$\xrightarrow{F}$ $G_1(j\omega) = Sa(0.5\omega)$

$$F[x(t)g_1(t)] = F[g_1(t)\cos\pi t]$$

$$= \frac{1}{2\pi} F[g_1(t)] * F[\cos\pi t]$$

$$= \frac{1}{2\pi} \cdot Sa\left(\tfrac{1}{2}\omega\right) * \pi[\delta(\omega+\pi) + \delta(\omega-\pi)]$$

$$= \frac{1}{2}\left[Sa\left(\tfrac{1}{2}(\omega+\pi)\right) + Sa\left(\tfrac{1}{2}(\omega-\pi)\right)\right]$$

~~$F[h_1(t)] =$~~

$$h_1(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2} e^{jk\pi t}$$

$$F[h_1(t)] = \pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - k\pi)$$

$$F[y_1(t)] = F[x_1(t)g_1(t)]F[h_1(t)]$$

$$= \frac{\pi}{2}\left[\sum_{k=-\infty}^{+\infty} Sa\left(\tfrac{1}{2}(k+1)\pi\right)\delta(\omega-k\pi) + Sa\left(\tfrac{1}{2}(k-1)\pi\right)\delta(\omega-k\pi)\right]$$

$$= \frac{\pi}{2}\left[\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\left[Sa\left(\tfrac{1}{2}(k+1)\pi\right) + Sa\left(\tfrac{1}{2}(k-1)\pi\right)\right]\delta(\omega-k\pi)\right]$$

$nT \quad T=2 \quad w_s = \pi$ Date: No

因为 $1 \xrightarrow{F} 2\pi\delta(w)$

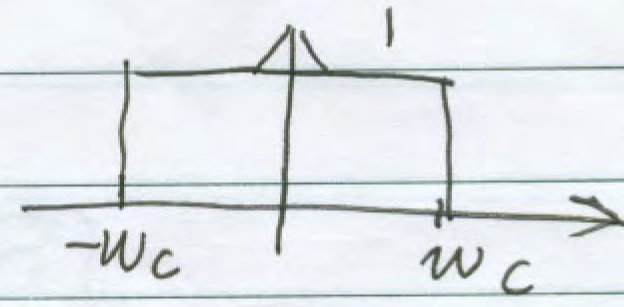
所以 $\frac{1}{2\pi} \xrightarrow{F} \delta(w)$

$$\frac{1}{2\pi}e^{+jk\pi t} \xrightarrow{F} \delta(w-k\pi)$$

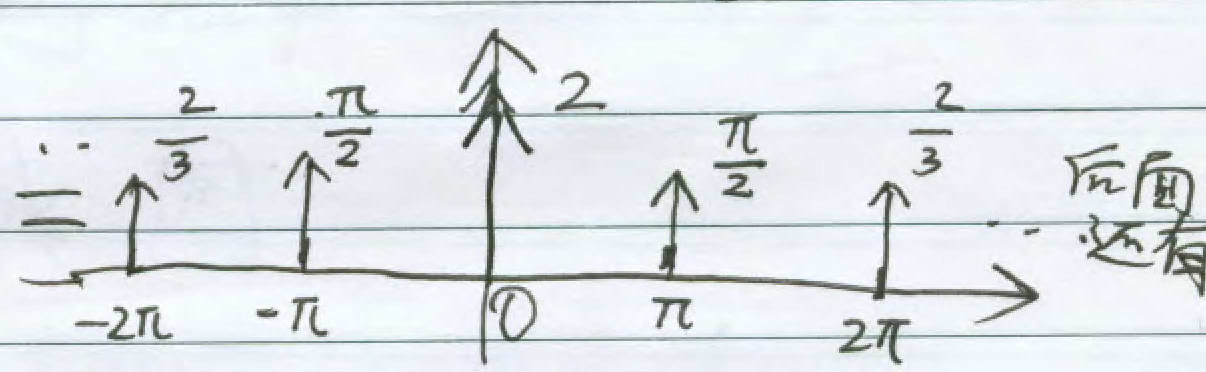
$$y_1(t) = \frac{\pi}{2}\left[\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\left[Sa\left(\tfrac{1}{2}(k+1)\pi\right) + Sa\left(\tfrac{1}{2}(k-1)\pi\right)\right]\frac{1}{2\pi}e^{jk\pi t}\right]$$

$$= \frac{1}{4}\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\left[Sa\left(\tfrac{1}{2}(k+1)\pi\right) + Sa\left(\tfrac{1}{2}(k-1)\pi\right)\right]e^{jk\pi t}$$

② $F[h_2(t)] =$




$F[y_1(t)] =$




所以 $\pi < w_c < 2\pi$