信号与系统期末考试试卷 （闭卷）

考试时间：8：30------10:30

一、（32 分每题 4 分）选择题

1. 连续信号 $x(t)=t^n e^{-at}u(t)$ 该信号的拉普拉斯变换的收敛域为（B）。

$A.\ \mathrm{Re}\{s\}>a;\quad B.\ \mathrm{Re}\{s\}>-a;\quad C.\ \mathrm{Re}\{s\}>0;\quad D.\ \mathrm{Re}\{s\}<-a$

2. 下列输入输出关系的系统中，为线性时不变系统的是（A）。

$A.\ y[n]=x[n+1]-x[n-1];$ $B.\ y[n]=x^2[n-2]$；

$C.\ y(t)=t^2x(t-1);$ $D.\ y(t)=x(3t)$

3. 连续信号 x(t) 的占有频率为 0～10kHz，经均匀采样后，构成一离散时间信号，为了保证能够从离散时间信号恢复原信号 x(t)，则采样周期的最大值不得超过（C）。

A: 10^{-4}s； B: 10^{-5}s； C: 5×10^{-5}s； D: 10^{-3}s

4. 已 x[n]是一绝对可和信号，其有理 z 变换为 X(z)，若 X(z)在 z=1/2 处有一个极点，则 x[n]可能是（C D）。

A：有限信号； B：左边信号； C：右边信号； D：双边信号。

5. 下例单位冲激响应所对应的系统哪些是稳定的？（A）

$A.\ h(t)=e^{-(1-2j)t}u(t)$ $B.\ h(t)=e^{-t}\cos(2t)u(-t)$

$C.\ h[n]=n\cos(\pi n/4)u[n]$ $D.\ h[n]=(1/3)^n u[-n+10]$

6. 下列哪些信号是周期的？（B）

$A.\ x[n]=\sin 7n$ $B.\ x(t)=\sin 7t$

$C.\ x(t)=e^{(-1+j)t}$ $D.\ x[n]=e^{-jn}$

7. 下列说法哪些是正确的？（D）

A. 一个因果的 LTI 系统的逆系统是因果的。×

B. 若一个 LTI 系统是因果的，它就是稳定的。×

C. 一个非因果的 LTI 系统与一个因果的 LTI 系统级联，必定是非因果的。

D. 当且仅当一个连续时间 LTI 系统的单位阶跃响应 s(t)在 n<0 是零，该系统是因果的。

8. 下列频谱函数对应的时域信号哪些是实偶信号？（D）

$A.\ X(j\omega)=u(\omega)-u(\omega-2);$ $B.\ X(j\omega)=\cos(2\omega)\sin(\omega/2);$

$C.\ X(j\omega)=e^{j\omega}\sin(2\omega)/\omega$； $D.\ X(j\omega)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}(1/2)^{|k|}\delta(\omega-k\pi)$

信号与系统期末考试试卷 （闭卷）

二、计算题

1（6分）某因果线性时不变系统由下列微分方程所描述：

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t)+\frac{d}{dt}y(t)-6y(t)=\frac{d}{dt}x(t)+x(t)$$

求系统的 H(s)和 h(t).

解：$H(S)=\frac{S+1}{S^2+S-6}=\frac{S+1}{(S+3)(S-2)}=\frac{\frac{2}{5}}{S+3}+\frac{\frac{3}{5}}{S-2}$

因果 $\Rightarrow$ 右边信号 $\Rightarrow$ $Re(s)>2$

$h(t)=\frac{2}{5}e^{-3t}u(t)+\frac{3}{5}e^{2t}u(t)$

2（6分） 已知： $y[n]=x_1[n+3]*x_2[-n-1]$

其中：$x_1[n]=(1/2)^n u[n]$; $x_2[n]=(1/3)^n u[n]$

求: Y(z)及其收敛域。

解：$X_1(z)=\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$ $|z|>\frac{1}{2}$

$x_1[n+3]\xrightarrow{z}\frac{z^3}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$ $|z|>\frac{1}{2}$

$x_2[-n-1]=\left(\frac{1}{3}\right)^{-n-1}u[-n-1]=3\cdot 3^n u[-n-1]$

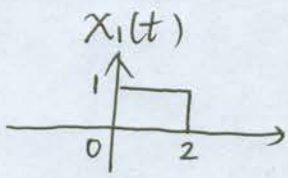
$x_2[-n-1]\xrightarrow{z}\frac{-3}{1-3z^{-1}}$ $|z|<3$

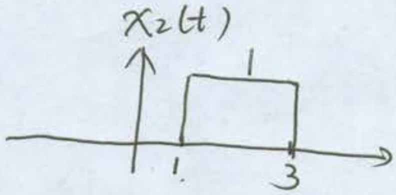
$Y(z)=\frac{-3z^3}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})(1-3z^{-1})}$ $\frac{1}{2}<|z|<3$

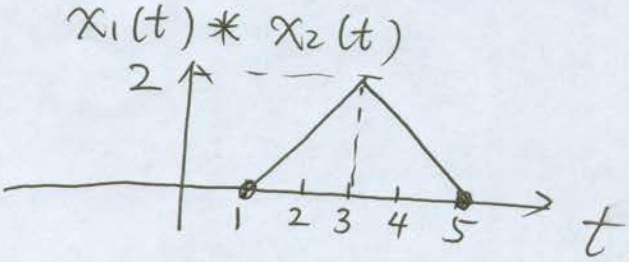
3（6分） 已知: $x_1(t)=u(t)-u(t-2)$; $x_2(t)=u(t-1)-u(t-3)$

求：$y(t)=x_1(t)*x_2(t)$ 并简要画出 $y(t)$ 的波形。

解：







4（6 分） 求离散时间信号 $x[n]=n^2u[n]$ 的 z 变换及其收敛域。

$$u[n] \xrightarrow{z} \frac{1}{1-z^{-1}} \qquad |z|>1$$

$$n\,u[n] \xrightarrow{z} -z\,\frac{d\left(\frac{1}{1-z^{-1}}\right)}{dz} = \frac{z^{-1}}{(1-z^{-1})^2}$$

$$n^2u[n] \xrightarrow{z} -z\,\frac{d\left(\frac{z^{-1}}{(1-z^{-1})^2}\right)}{dz} = \frac{z^{-1}(1+z^{-1})}{(1-z^{-1})^3}$$

$$|z|>1$$

5（6 分） 求 $x(t)=[u(t)-u(t-2)]\cos(5t)$ 的频谱函数 $X(j\omega)$，并画出 $|X(j\omega)|$ 的简图。

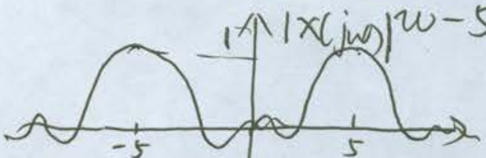
解：

$$X(jw) = \int_0^2 \cos 5t\, e^{-jwt}\,dt$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^2 e^{-j(w-5)t}\,dt + \frac{1}{2}\int_0^2 e^{-j(w+5)t}\,dt$$

$$= \frac{1}{2}\cdot -\frac{1}{j(w-5)}\left[e^{-j(w-5)2}-1\right] + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{-j(w+5)}\left[e^{-j(w+5)2}-1\right]$$

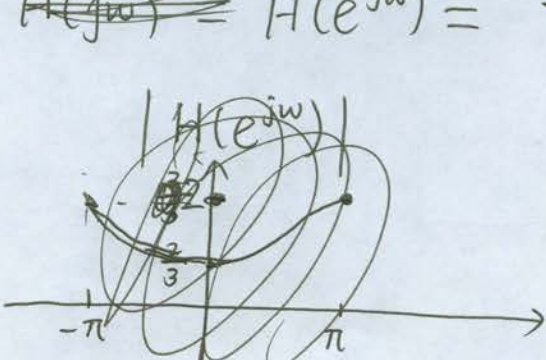
$$= \frac{\sin(w-5)}{w-5}e^{-j(w-5)} + \frac{\sin(w+5)}{w+5}e^{-j(w+5)}$$

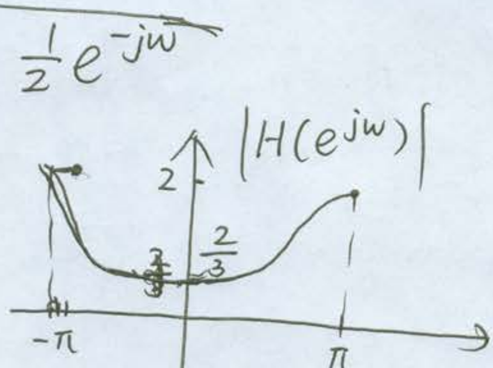


6（6 分） 已知描述某离散时间系统的差分方程为：$y[n]+0.5y[n-1]=x[n]$，求该系统的频率响应。并简要画出该系统的幅频特性。

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}$$

$$\cancel{H(jw)} = H(e^{jw}) = \frac{1}{1+\frac{1}{2}e^{-jw}}$$





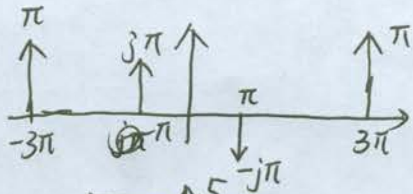
7（6分） 求 $y(t)=\int_{-\infty}^{t}x(\tau)d\tau$ 的傅立叶变换，已知 $x(t)$ 的频谱为 $X(j\omega)$。

解：$y(t)=x(t)*u(t)$

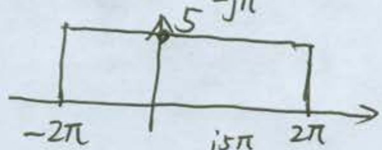
$$Y(jw)=X(jw)U(jw)$$
$$=X(jw)\left[\frac{1}{jw}+\pi\delta(w)\right]$$
$$=\frac{X(jw)}{jw}+\pi X(j0)\delta(w)$$

8（6分）已知信号 $x(t)=\sin\pi t+\cos 3\pi t$，求该信号经过冲激响应为 $h(t)=\frac{5\sin 2\pi t}{\pi t}$ 的系统后的输出。

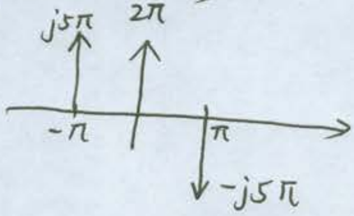
解：$X(jw)=$



$H(jw)=$

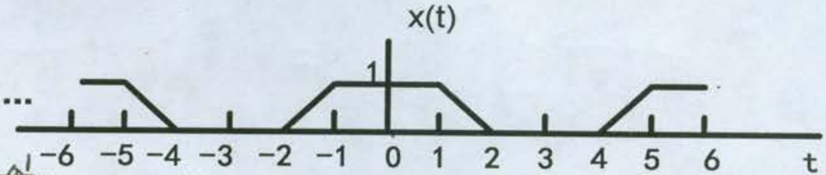


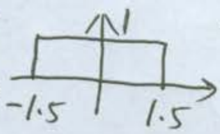
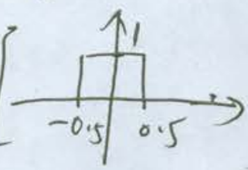
$X(jw)H(jw)=$



$y(t)=x(t)*h(t)=5\sin\pi t$

9（10分） 利用傅立叶变换（或傅立叶级数）的性质，求如图所示信号的傅立叶级数表示。



解：F[] = F[] · F[]

$$=3Sa(1.5w)Sa(0.5w)=\frac{4\sin\frac{3}{2}w\sin\frac{1}{2}w}{w^2}$$

$$a_k=\frac{1}{T_0}X(jkw_0)=\frac{1}{T_0}\cdot\frac{4\sin(\frac{3}{2}kw_0)\sin(\frac{1}{2}kw_0)}{k^2w_0^2}$$

将 $T_0=6$ $w_0=\frac{2\pi}{T_0}=\frac{2\pi}{6}=\frac{\pi}{3}$ 代入

$$a_k=\frac{6\sin(\frac{\pi}{2}k)\sin(\frac{\pi}{6}k)}{k^2\pi^2}$$

$$x(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}a_k e^{jkw_0t}=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\frac{6\sin(\frac{\pi}{2}k)\sin(\frac{\pi}{6}k)}{k^2\pi^2}e^{j\frac{\pi}{3}kt}$$

10 （10 分） 已知某初始松弛的因果线性时不变系统可用二阶常系数线性微分方程来描述，且已知下述条件：

A. 若输入 $x(t)=1$，则输出 $y(t)=-1$；

B. 系统函数 $H(s)$ 有一个极点在 $s=-1$ 处，有一个零点在 $s=1$ 处；

C. 系统是稳定的；

D. 系统的单位冲激响应 $h(t)$ 的初始值为 2。

试求描述该系统的微分方程。

解：根据 B，可设

$$H(S)=\frac{A(S-1)(S+B)}{(S+1)(S+C)}$$

这一项可以没有。

（二阶微分方程，最多只能这样）

初值定理

$$h(0)=\lim_{S\to+\infty} SH(S)=\lim_{S\to+\infty}\frac{AS(S-1)(S+B)}{(S+1)(S+C)}=2$$

观察可知，S+B 那项没有，且

$A=2$，所以

$$H(S)=\frac{2(S-1)}{(S+1)(S+C)}$$

根据 A，可知

$$H(0)=\frac{2(-1)}{(0+1)(0+C)}=-1\Rightarrow C=2$$

所以 $H(S)=\dfrac{2(S-1)}{(S+1)(S+2)}$

$$y''(t)+3y'(t)+2y(t)=2x'(t)-2x(t)$$