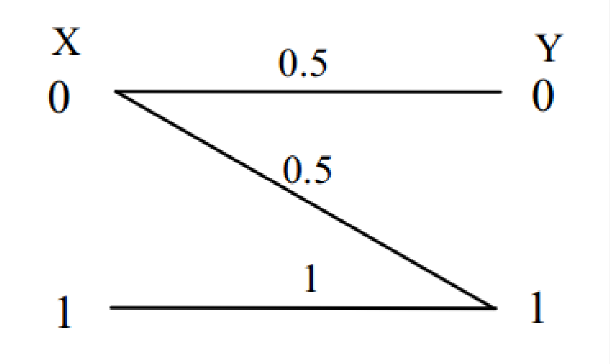
王浙波

21131105@zju. edu. cn

15868191843

QQ:241649738

1-3 信源以相等概率输出二进制数字“0”和“1”，在信道传输过程中“0”错成“1”的概率等于1/2，而“1”不会错成“0”，求从信道收到一位二进制数字对发送数字提供了多少信息？



解： 由题意，要求的是互信息$I(X;Y)$

$$I(X;Y) = H(X) - H(X|Y)$$

$$H(X|Y) = P(Y=0)H(X|Y=0) + P(Y=1)H(X|Y=1)$$

$$P(Y=0) = P(X=0)P(Y=0|X=0) + P(X=1)P(Y=0|X=1)$$

$$= \frac{1}{2}\times\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\times 0 = \frac{1}{4}$$

$$P(Y=1) = 1 - P(Y=0) = \frac{3}{4}$$

$$H(X|Y=0) = -P(X=0|Y=0)\log_2(P(X=0|Y=0)) - P(X=1|Y=0)\log_2(P(X=1|Y=0)) = 0$$

$$H(X|Y=1) = -P(X=0|Y=1)\log_2(P(X=0|Y=1)) - P(X=1|Y=1)\log_2(P(X=1|Y=1))$$

$$= -\frac{1}{3}\log_2(\frac{1}{3}) - \frac{2}{3}\log_2(\frac{2}{3}) = 0.9183 bit$$

所以，

$$I(X;Y) = H(X) - H(X|Y) = 1 - 0.75*0.9183 = 0.3113 \text{ bit}$$

EXECUTIVE SUMMARY

2-3

一个带宽为 50Hz 的低通信号 $x(t)$ 以奈奎斯特速率抽样，抽样值如下所示：

$$x(nT_s)=\begin{cases}-1, & -4\le n<0\\ 1, & 0<n\le 4\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

(1) 确定 $x(0.005)$；

(2) 此信号是功率型信号还是能量型信号？确定其功率或者能量值。

解：

(1) 由采样定理

$$x(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}x(kT_s)\operatorname{sinc}[2W(t-kT_s)]，\quad T_s=\frac{1}{2W}=0.01(s)$$

$$x(0.005)=\sum_{k=1}^{4}[\operatorname{sinc}(0.5-k)-\operatorname{sinc}(0.5+k)]$$

$$=\operatorname{sinc}(-0.5)-\operatorname{sinc}(4.5)$$

$$=\frac{\sin(0.5\pi)}{0.5\pi}-\frac{\sin(4.5\pi)}{4.5\pi}=0.566$$

(2) 是能量有限型信号，由于$\{\operatorname{sinc}(t-kT_s),k=0,\pm1,\cdots\}$是正交规范基，所以我们只考虑 k=1 时的信号能量 E_1，则 E=8 E_1

根据巴赛瓦尔公式，

$$E_1=\int_{-\infty}^{\infty}\left|\operatorname{sinc}[2W(t-T_s)]\right|^2dt=\int_{-\infty}^{\infty}|X(f)|^2df，$$

其中 $X(f)$ 是 $\operatorname{sinc}[2W(t-T_s)]$ 的傅里叶变换，则

$$X(f)=\begin{cases}\frac{1}{2W}\exp\{j2\pi T_s f\} & |f|<W\\ 0 & \text{其他}\end{cases}，$$

于是，$E_1=\int_{-\infty}^{\infty}|X(f)|^2df=\int_{-W}^{W}\left(\frac{1}{2W}\right)^2df=\frac{1}{2W}=\frac{1}{100}$，所以 E=8/100

EXECUTIVE SUMMARY

2-11

带通信号 $x(t)=\mathrm{sinc}(t)\cdot\cos 2\pi f_0 t$ 通过具有脉冲响应 $h(t)=\mathrm{sinc}^2(t)\cdot\sin 2\pi f_0 t$ 的带通滤波器。利用输入信号和脉冲响应的低通等效表示形式，找出输出信号的低通等效形式，并由此确定输出信号 $y(t)$。

解：

$$x(t)=\mathrm{sinc}(t)\cdot\cos 2\pi f_0 t \Rightarrow \hat{x}(t)=\boxed{\mathrm{sinc}(t)\cdot\sin 2\pi f_0 t}$$

$$x_l(t)=\mathrm{sinc}(t)$$

$$h(t)=\mathrm{sinc}^2(t)\cdot\sin 2\pi f_0 t \Rightarrow \hat{h}(t)=-\mathrm{sinc}^2(t)\cdot\cos 2\pi f_0 t$$

$$h_l(t)=\mathrm{sinc}^2(t)e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

$$\boxed{y(t)=\mathrm{Re}\left[y_l(t)e^{j2\pi f_0 t}\right]}$$

其中

$$\boxed{\begin{aligned} y_l(t)&=\frac{1}{2}x_l(t)\otimes h_l(t)\\ Y_l(f)&=\frac{1}{2}X_l(f)H_l(f)\end{aligned}}$$

$$X_l(f)=\begin{cases}1 & |f|<\frac{1}{2}\\ 0 & |f|>\frac{1}{2}\end{cases}$$

$$H_l(f)=\begin{cases}(1-f)/j & 0\le f\le 1\\ (1+f)/j & -1\le f\le 0\end{cases}$$

所以

$$Y_l(f)=\begin{cases}(1-f)/2j & 0\le f<\frac{1}{2}\\ (1+f)/2j & -\frac{1}{2}\le f\le 0\end{cases}$$

$$y_l(t)=\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}Y_l(f)e^{j2\pi ft}df$$

$$=\frac{1}{2j}\int_0^{\frac{1}{2}}(1-f)e^{j2\pi ft}df+\frac{1}{2j}\int_{-\frac{1}{2}}^{0}(1+f)e^{j2\pi ft}df$$

$$=\frac{\sin\pi t}{\pi t}-\frac{1}{2\pi t}\sin\pi t+\frac{1}{2\pi^2t^2}-\frac{1}{2\pi^2t^2}(\cos\pi t)$$

$$=\frac{-j}{4\pi t}\sin\pi t-\frac{j}{4\pi^2t^2}(1-\cos\pi t)=j\left\{-\frac{1}{4\pi t}\sin\pi t+\frac{1}{4\pi^2t^2}(\cos\pi t-1)\right\}$$

$$y(t)=\left\{\frac{1}{4\pi^2t^2}(1-\cos\pi t)+\frac{1}{4\pi t}\sin\pi t\right\}\sin(2\pi f_0 t)$$

2–25

将一个均值为零,功率谱密度为$N_0/2$的高斯白噪声加到一个中心频率为f_c,带宽为B的理想滤波器上，如图 P2-25 所示，

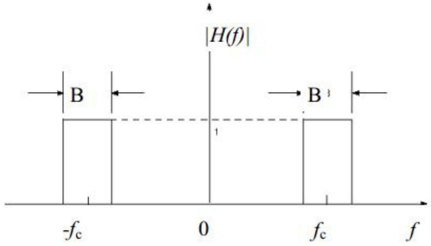


图 P2-25

（1）波器输出噪声的自相关函数；

（2）写出输出噪声的一维概率密度函数；

解：

输出噪声功率谱为

$$P_N(f)=\frac{N_0}{2}|H(f)|^2=\begin{cases}\dfrac{N_0}{2} & |f-f_0|<\dfrac{B}{2}\\ \dfrac{N_0}{2} & |f+f_0|<\dfrac{B}{2}\\ 0\end{cases}$$

$$R(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}P_N(f)e^{j2\pi f\tau}df$$

$$=N_0B\cdot\mathrm{sinc}(B\tau)\cdot\cos(2\pi f_c t)$$

输出为高斯噪声，均值为 0，方差为$\sigma^2=N_0B$，一维概率密度为

$$f_N(n)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left\{-\frac{n^2}{2\sigma^2}\right\}$$

2–35

设两个平稳过程 $X(t)$ 和 $Y(t)$ 之间有以下关系：

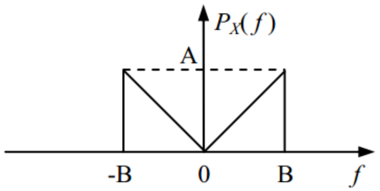


图 P2-35

$$Y(t)=X(t)\cos(2\pi f_0 t+\Theta)-\hat{X}(t)\sin(2\pi f_0 t+\Theta)$$

其中 f_0 为常数，Θ 是$[0,2\pi]$上均匀分布随机变量，Θ 与 $X(t)$ 统计独立。若已知 $X(t)$ 的功率谱密度如图 P2-35 所示，试求 $Y(t)$ 的功率谱密度，并画出其图形。

解：

$$Y(t+\tau)Y(t)=\frac{1}{2}X(t+\tau)X(t)[\cos(2\pi f_0\tau)+\cos(4\pi f_0 t+2\Theta+2\pi f_0\tau)]$$

$$+\frac{1}{2}\hat{X}(t+\tau)\hat{X}(t)[\cos(2\pi f_0\tau)-\cos(4\pi f_0 t+2\Theta+2\pi f_0\tau)]$$

$$-\frac{1}{2}X(t+\tau)\hat{X}(t)[-\sin(2\pi f_0\tau)+\sin(4\pi f_0 t+2\Theta+2\pi f_0\tau)]$$

$$-\frac{1}{2}\hat{X}(t+\tau)X(t)[\sin(2\pi f_0\tau)+\sin(4\pi f_0 t+2\Theta+2\pi f_0\tau)]$$

$$R_Y(\tau)=E[Y(t+\tau)Y(t)]=\frac{1}{2}R_X(\tau)\cos(2\pi f_0\tau)+\frac{1}{2}R_{\hat{X}}(\tau)\cos(2$$

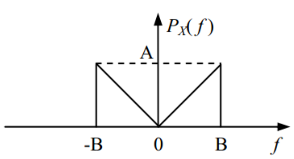
根据书本 $R_{X\hat{X}}(\tau)=-\hat{R}_X(\tau)$， $R_{\hat{X}}(\tau)=R_X(\tau)$ 可得

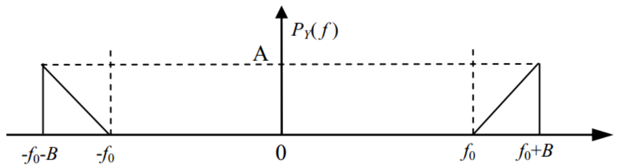
$$R_Y(\tau)=R_X(\tau)\cos 2\pi f_0\tau-\hat{R}_X(\tau)\sin 2\pi f_0\tau$$

SSB上边带

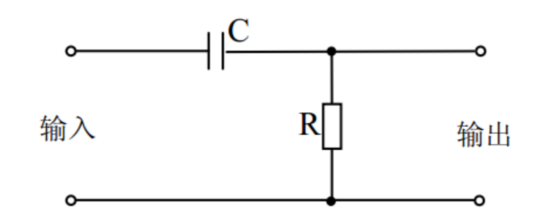
$$P_Z(f)=P_X(f)$$

$$P_Y(f)=F[R_Y(\tau)]=\begin{cases}P_Z(f-f_0) & f_0\le f\le f+B\\ P_Z(f+f_0) & -B-f_0\le f\le -f_0\\ 0 & -f_0\le f\le f_0\end{cases}$$





3-3 设某恒参信道可用右图所示的线性二端网络来等效。试求它的传输函数 $H(f)$，并说明信号通过该信道时会产生哪些失真？



解：

$$H(f)=\frac{R}{\dfrac{1}{j2\pi fC}+R}=\frac{1}{1-j\dfrac{1}{2\pi fRC}}$$

$$|H(f)|=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\dfrac{1}{2\pi fRC}\right)^2}}$$

随频率变化而变化，因此会产生幅频畸变（频率失真）$f\to 0, |H(f)|\to 0; f\to\infty, |H(f)|\to 1$，这是一个高通滤波器。

$$\arg H(f)=\arctan\frac{1}{2\pi fRC}$$

为非线性关系，因此会产生相频畸变（群延迟畸变），事实上这也是一个导前移相网络。

4-3 已知调制信号 $m(t)=\cos(2000\pi t)+\cos(4000\pi t)$，载波为 $\cos 10^4\pi t$，进行单边带调制，试确定该单边带信号的表示式，并画出频谱图。

解： 首先计算 $m(t)$ 的希尔伯特变换，

$$\hat{m}(t)=\sin(2000\pi t)+\sin(4000\pi t),$$

然后分别计算上边带与下边带的单边带调制信号。

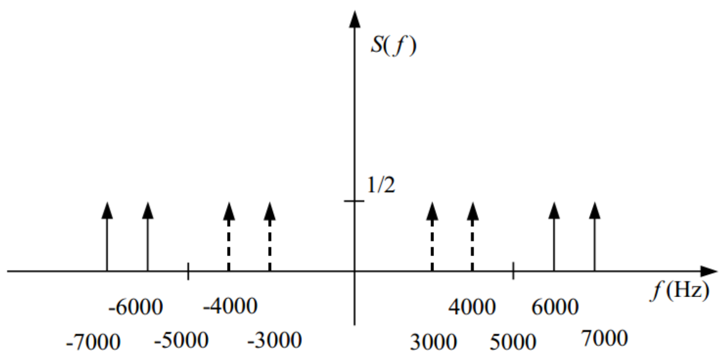
上边带信号：

$$\begin{aligned} s_U(t) &= m(t)\cos(10^4\pi t)-\hat{m}(t)\sin(10^4\pi t) \\ &= \{[\cos(2000\pi t)\cos(10^4\pi t)-\sin(2000\pi t)\sin(10^4\pi t)] \\ &\quad +[\cos(4000\pi t)\cos(10^4\pi t)-\sin(4000\pi t)\sin(10^4\pi t)]\} \\ &= [\cos(12000\pi t)+\cos(14000\pi t)] \end{aligned}$$

类似地，下边带信号为：

$$s_D(t)=\cos(8000\pi t)+\cos(6000\pi t)。$$

频谱图：实线为上边带信号，虚线为下边带信号。



EXECUTIVE SUMMARY

4-7

设某信道具有均匀的双边噪声功率谱密度 $P_n(f)$=0.5×10^{-3}W/Hz，在该信道中传输抑制载波的双边带信号，并设调制信号 $m(t)$ 的频带限制在 5kHz，而载波为 100kHz，已调信号的功率为 10kW。若接收机的输入信号在加至解调器之前，先经过带宽为 10kHz 的一理想带通滤波器滤波，试问：

(1) 该理想带通滤波器的中心频率为多大?

(2) 解调器输入端的信噪功率比为多少?

(3) 解调器输出端的信噪功率比为多少?

(4) 求出解调器输出端的噪声功率谱密度，并用图形表示出来。

解：

(1) 该理想带通滤波器的中心频率为 100kHz。

(2) $S_i = 10\times10^3$ (W)，$N_i = n_0 B = 2\times0.5\times10^{-3}\times10\times10^3 = 10$ (W)。所以，

$$\frac{S_i}{N_i} = \frac{10000}{10} = 1000\text{。}$$

(3) 因为抑制载波的双边带调制的信噪比增益 $G=2$，所以

$$\frac{S_o}{N_o} = G\frac{S_i}{N_i} = 2\times1000 = 2000\text{。}$$

(4) 若设解调器输入端的噪声为

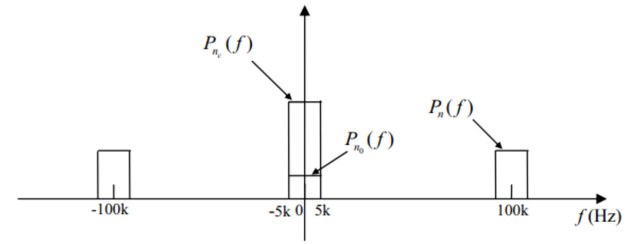
$$n_i(t) = n_c(t)\cos 2\pi f_c t - n_s(t)\sin 2\pi f_c t\text{，}$$

则输出端的噪声为

$$n_o(t) = \frac{1}{2}n_c(t)$$

设 $n_c(t)$ 的功率谱为 $P_{n_c}(f)$，则 $n_o(t)$ 的功率谱 $P_{n_0}(f)$ 是

$$P_{n_0}(f) = P_{n_c}(f)/4$$



4−9 设某信道具有均匀的双边噪声功率谱密度 $P_n(f)=0.5\times10^{-3}$W/Hz，在该信道中传输抑制载波的单边带（上边带）信号，并设调制信号 $m(t)$ 的频带限制在 5kHz，而载波是 100kHz，已调信号功率是 10kW。若接收机的输入信号在加至解调器前，先经过带宽为 5kHz 的一理想带通滤波器滤波，试问：

(1) 该理想带通滤波器中心频率为多大?

(2) 解调器输入端的信噪功率比为多少?

(3) 解调器输出端的信噪功率比为多少?

解：

(1) 该理想带通滤波器中心频率为 102.5kHz。

(2) $S_i=10\times10^3$ (W)，$N_i=n_0B=2\times0.5\times10^{-3}\times5\times10^3=5$ (W)。所以

$$\frac{S_i}{N_i}=2000\text{。}$$

(3) 因为抑制载波的单边带调制的信噪比增益 $G=1$，所以

$$\frac{S_o}{N_o}=G\frac{S_i}{N_i}=1\times2000=2000\text{。}$$

4-12 设某信道具有均匀的双边噪声功率谱密度 $P_n(f)=0.5\times10^{-3}$W/Hz，在该信道中传输振幅调制信号，并设调制信号 $m(t)$ 的频带限制于 5kHz，载频是 100kHz，边带功率为 10kW，载波功率为 40kW。若接收机的输入信号先经过一个合适的理想带通滤波器，然后再加至包络检波器进行解调。试求：

(1) 解调器输入端的信噪功率比；

(2) 解调器输出端的信噪功率比；

(3) 信噪比增益 G。

解： (1) 因为 $S_i = 10000 + 40000 = 50000\,(\text{W})$，

$$N_i = n_0 B = 2\times0.5\times10^{-3}\times10\times10^3 = 10\,(\text{W})，$$

所以
$$\frac{S_i}{N_i} = \frac{50000}{10} = 5000。$$

(2) 因为是大信噪比，所以可作如下估算。

$$S_o = \overline{m^2(t)} = 2\times10000 = 20000\,(\text{W})，$$

$$N_o = N_i = 10\,(\text{W})，$$

所以
$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{20000}{10} = 2000。$$

(3) 信噪比增益

$$G = \frac{S_o/N_o}{S_i/N_i} = \frac{2000}{5000} = \frac{2}{5}。$$

EXECUTIVE SUMMARY

4-14 设一个宽带调频系统，载波幅度为100V，频率为100MHz，调制信号 $m(t)$ 的频带限制为5kHz，$\overline{m^2(t)} = 5000V^2$，$k_f = 500\pi$（rad/s · v），最大频偏 $\Delta f = 75$ kHz，并设信道中噪声功率谱密度是均匀的，其中 $P_n(f) = 10^{-3}$ W/Hz（单边谱），试求：

1、接收机输入端理想带通滤波器的传输特性 $H(f)$；

2、解调器输入端的信噪功率比；

3、解调器输出端的信噪功率比；

4、若 $m(t)$ 以振幅调制方式传输，并以包络检波器检波，试比较输出信噪比和所需带宽方面与调频有何不同？

解：

（1）题设条件下频率调制信号带宽为

$$B = 2(\Delta f + f_m) = 2(75 + 5) \text{ kHz} = 160 \text{ kHz}$$

所以理想的输入带通滤波器为

$$H(f) = \begin{cases} 1 & 99.92\text{MHz} \le f \le 100.08\text{MHz} \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

（2）输入信噪比

$$(SNR)_{in} = \frac{P_{S\,in}}{P_{Nin}}$$

$$P_{S\,in} = \frac{A^2}{2} = 5000W$$

$$P_{Nin} = 10^{-3}\,\text{W/Hz} \cdot 160 \times 10^3\,\text{Hz}$$

$$=160\text{W}$$

所以 $(SNR)_{in} = 31.25$

（3）输出信噪比

$$(SNR)_{out} = \frac{P_{Sout}}{P_{Nout}} = \frac{3A^2 \cdot K_F^2 \cdot \overline{m^2(t)}}{8\pi^2 \cdot n_0 \cdot f_m} = \frac{3 \cdot 10000 \cdot (500\pi)^2 \cdot 5000}{8 \cdot \pi^2 \cdot 10^{-3} \cdot (5000)^3}$$

$$= 37.5 \times 10^3$$

（4）当 $m(t)$ 以调幅方式传输，并采用包络检波解调，所需要的带宽为

$$B_{AM} = 10\text{ kHz}$$

输出信噪比

$$(SNR)_{out} = \frac{P_{Sout}}{P_{Nout}}$$

$$P_{Sout} = \overline{m^2(t)} = 5000\text{ W}$$

$$P_{Nout} = 10^{-3} \cdot 10^4 = 10\text{ W}$$

所以 $(SNR)_{out} = 500$

所以 $$\frac{(SNR)_{FM}}{(SNR)_{AM}} = \frac{37.5 \times 10^3}{500} = 75$$

$$\frac{B_{FM}}{B_{AM}} = \frac{160}{10} = 16$$

EXECUTIVE SUMMARY

4-17 使用信号 $m(t)=\cos 2000\pi t+2\sin 2000\pi t$ 调制一个 800KHz 的载波，已产生 SSB AM 信号。 载波的振幅为 $A_c=100$。

（1）试确定信号 $\hat{m}(t)$。

（2）试确定 SSB AM 信号下边带表达式。

（3）试确定 SSB 信号下边带幅度谱。

解： （1）$m(t)=\cos 2000\pi t+2\sin 2000\pi t$，所以

$$\hat{m}(t)=\sin 2000\pi t-2\cos 2000\pi t$$

（2）下边带信号的时域表示为：

$$\begin{aligned}u(t)&=A_c m(t)\cos 2\pi f_c t+A_c\hat{m}(t)\sin 2\pi f_c t\\&=100(\cos 2000\pi t+2\sin 2000\pi t)\cos 1600000\pi t+\\&\quad 100(\sin 2000\pi t-2\cos 2000\pi t)\sin 1600000\pi t\\&=100(\cos 1598000\pi t-2\sin 1598000\pi t)\end{aligned}$$

EXECUTIVE SUMMARY

（3）由书上公式（4.2.19）或者直接对下边带时域信号进行傅里叶变换，

$$U(f)=50\left(\delta(f+799\cdot10^3)+\delta(f-799\cdot10^3)\right)-$$
$$j100\left(\delta(f+799\cdot10^3)-\delta(f-799\cdot10^3)\right)$$

于是 SSB 信号下边带幅度谱为$|U(f)|=50\sqrt{5}\left(\delta(f+799\cdot10^3)+\delta(f-799\cdot10^3)\right)$