第八章 数字通信中的同步技术

要使数字通信系统能够正常工作、运行，需要各个层次的时间同步加以保证，在这个意义上说数字通信也可以称为是同步通信。

模拟和数字调制系统中，相干解调具有信噪比性能好，误码率低的优点；但它要求接收机的本地振荡与接收到的信号载波保持频率，相位上的一致，也就是要求接收机载波同步。

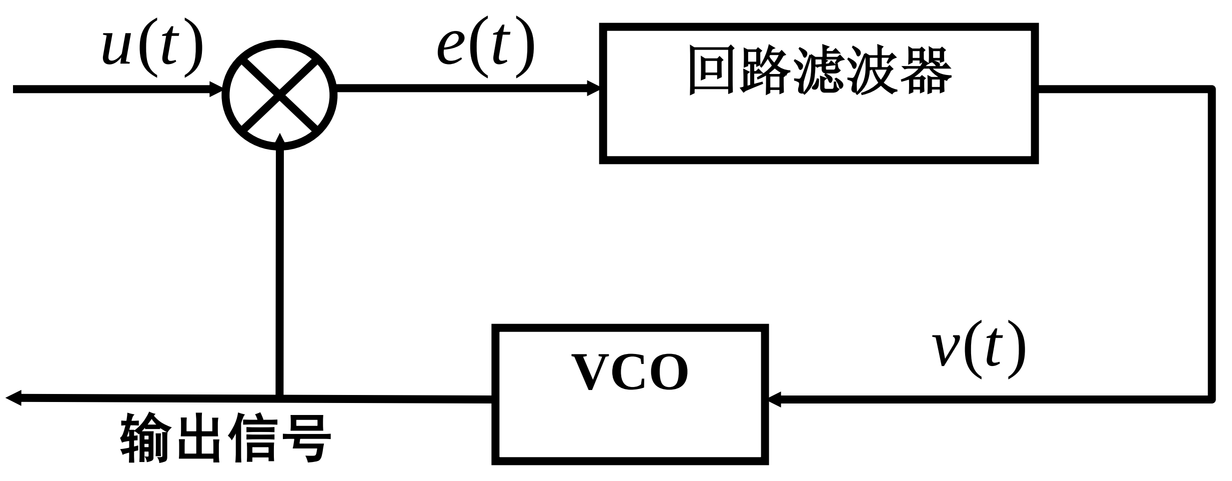
在数字通信中，不管是相干，还是非相干解调都要求按码元间隔采样，判决，所以接收机必须产生一个与接收码元信号起止时间一致的时钟，按这个时钟产生采样时刻。这种时钟同步称之为码元同步或位同步。

在数字通信系统中除了载波同步，位同步之外，还需要更高层的同步——群（帧）同步、网同步。

§ 8.1 锁相环路

8.1.1 锁相环路的组成和工作原理

锁相环路是一种关于时间的伺服系统，**它是最重要的一种同步技术。锁相环路实现对周期信号的相位估计。**锁相环路（PLL）由乘法器（鉴相器）、回路滤波器和压控振荡器(VCO)组成，



锁相环路（PLL）的组成

锁相环输入为$u(t)$　　$u(t)=\cos(2\pi f_c t+\varphi)$

压控振荡器输出为：　　$\sin(2\pi f_c t+\hat{\varphi})$

鉴相器是一个乘法器，它的输出

$$
\begin{aligned}
e(t) &= \cos(2\pi f_c t+\varphi)\cdot\sin(2\pi f_c t+\hat{\varphi}) \\
&= \frac{1}{2}\sin(\varphi-\hat{\varphi})+\frac{1}{2}\sin(4\pi f_c t+\varphi+\hat{\varphi})
\end{aligned}
$$

回路滤波器$G(s)$是一个低通滤波器，例如它可以是简单的比例积分滤波器，

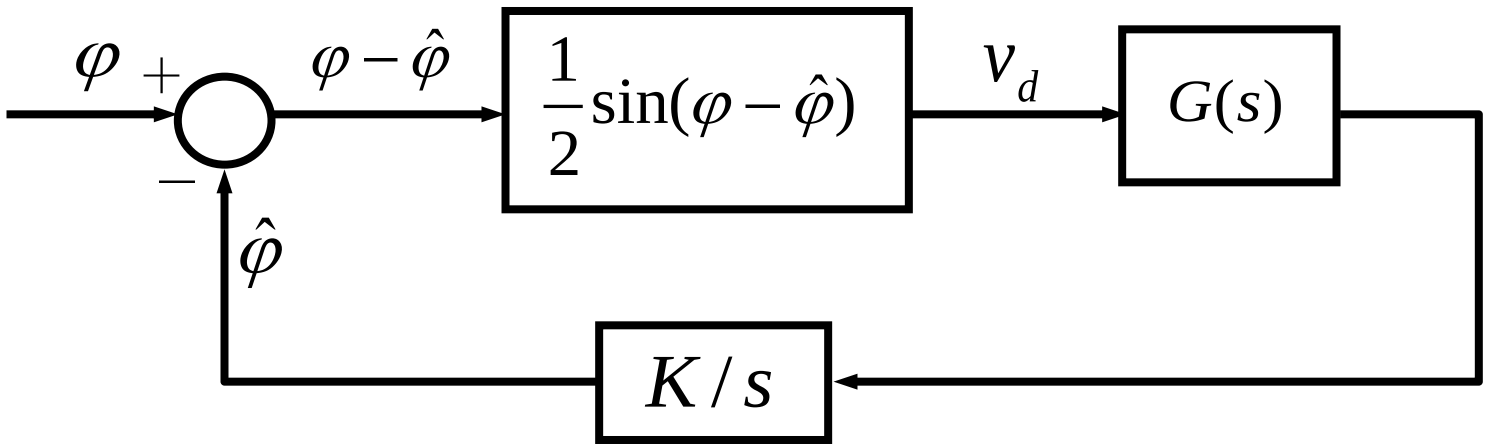
$$G(s)=\frac{1+\tau_2 s}{1+\tau_1 s}$$

其中二个参数 $\tau_1,\tau_2(\tau_1 \gg \tau_2)$，用来控制回路滤波器的带宽。回路滤波器的输出电压控制VCO。VCO产生一个正弦信号，它的相位为

$$2\pi f_c t+\hat{\varphi}(t)=2\pi f_c t+K\int_{-\infty}^{t} v(t)dt$$

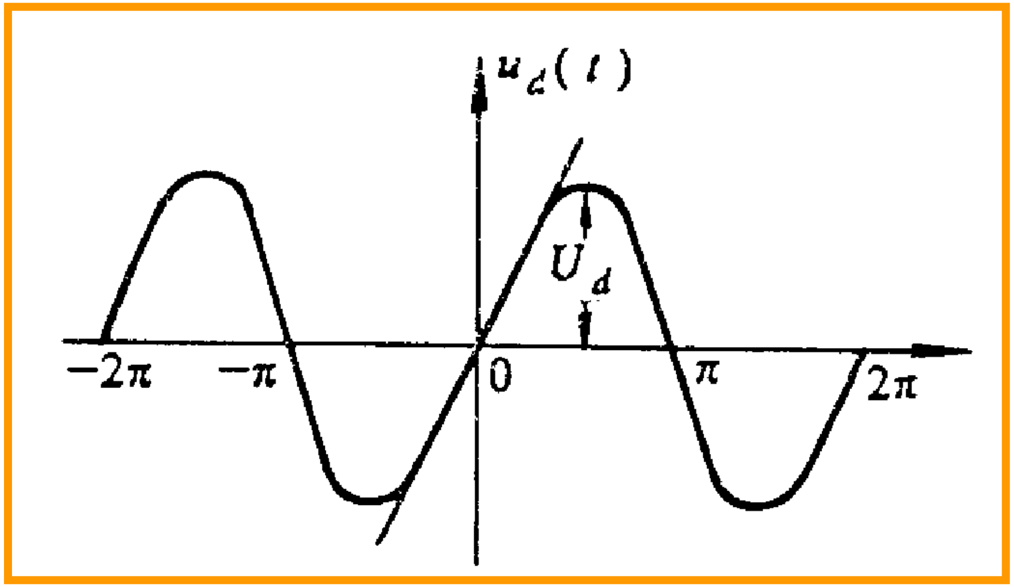
VCO输出相位估计与输入电压之间是积分关系，

$$\hat{\varphi}(t) = K\int_{-\infty}^{t} v(t)dt$$



锁相环的等效闭环系统方框图

鉴相特性为： $V_d = K_d \sin(\varphi - \hat{\varphi}) = K_d \sin\Delta\varphi$



从鉴相特性可见当相位误差 $\Delta\varphi > 0$ 时，产生正的误差电压 v_d 去控制VCO，使 $\hat{\varphi}$ 得增加，从而减小相位误差。当 $\Delta\varphi < 0$ 时，产生负的误差电压 v_d 去控制VCO，使 $\hat{\varphi}$ 减小，从而使相位误差向正的方向增大。

平衡点是 $\Delta\varphi = 0$，这是一个稳定的平衡点。

当环路工作在跟踪模式时，这时相位误差很小，可以采用近似

$$\sin(\varphi-\hat{\varphi})\approx\varphi-\hat{\varphi}$$

得到闭环方程

$$\frac{1}{2}[\varphi(s)-\hat{\varphi}(s)]\cdot G(s)\cdot\frac{K}{s}=\hat{\varphi}(s)$$

闭环传递函数

$$H(s)=\frac{\hat{\varphi}(s)}{\varphi(s)}=\frac{KG(s)/s}{1+KG(s)/s}$$

如果代入此例积分滤波器$G(s)$的表示式，得到闭环传递函数为

$$H(s)=\frac{1+\tau_2 s}{1+(\tau_2+1/K)s+(\tau_1/K)s^2}$$

通过一些运算，

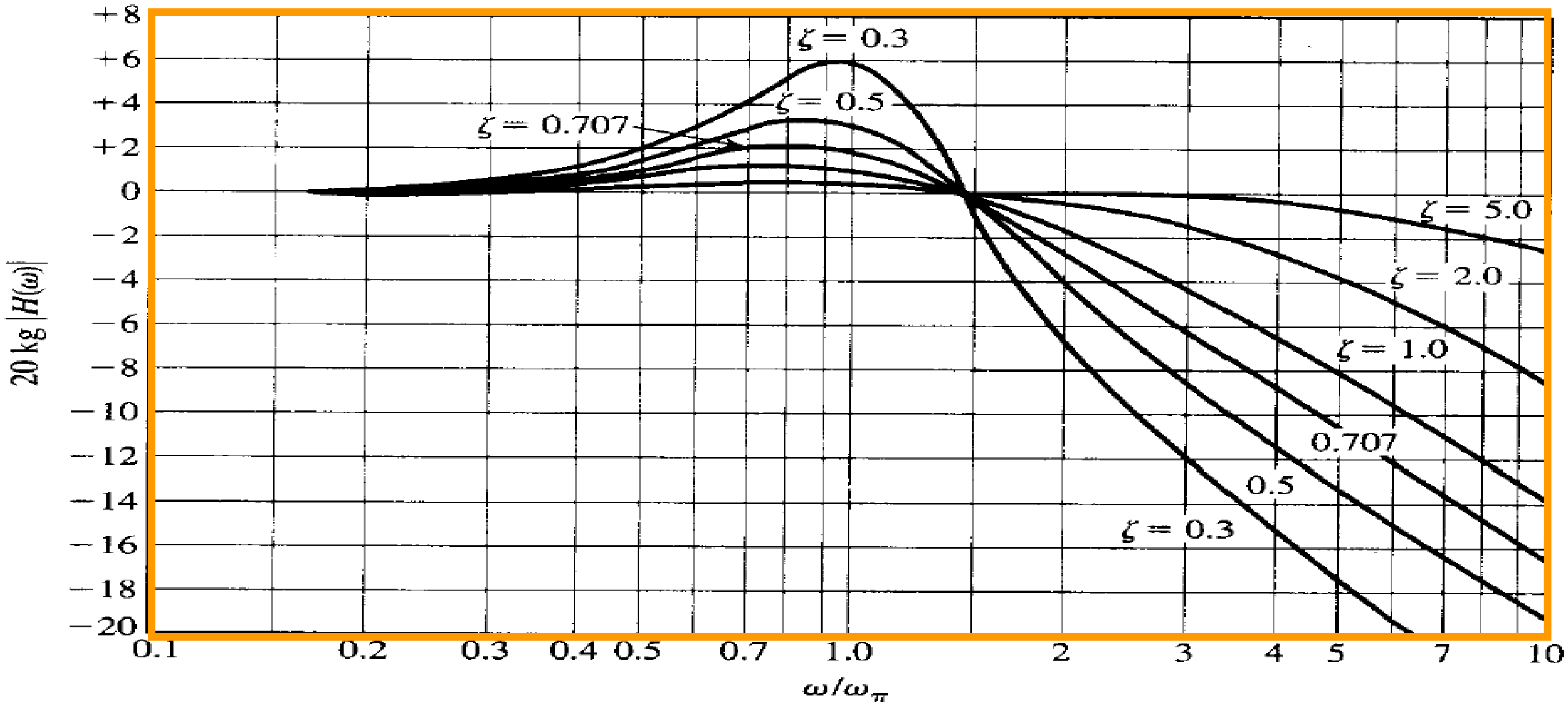
$$H(s)=\frac{(2\zeta\omega_n-\omega_n^2/K)s+\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$

其中，

$$\omega_n=\sqrt{K/\tau_1},\zeta=(\tau_2+1/K)/2\omega_n$$

闭环传递函数的等效噪声带宽（单边）

$$B_{eq} = \frac{\tau_2^2(1/\tau_2^2 + K/\tau_1)}{4(\tau_2 + 1/K)} = \frac{1+(\tau_2\omega_n)^2}{8\zeta\omega_n}$$



不同阻尼系数 ζ 之下，二阶环路的幅频 $20\log|H(\omega)|$ 特性曲线

当环路工作在捕获模式时，这时相位误差比较大，线性近似不成立，

环路方程为

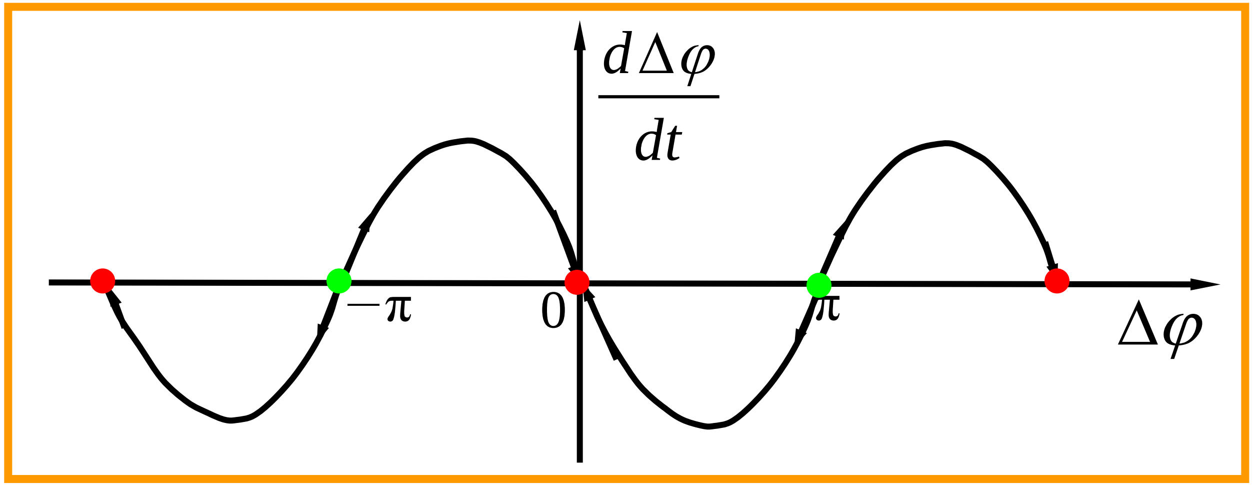
$$\frac{K}{2}\cdot\frac{G(s)}{s}\sin[\varphi(t)-\hat{\varphi}(t)]=\hat{\varphi}(t)$$

最简单的一阶环路情况，即 $G(s)=1$，考虑到微分算子s，

$$\frac{d\Delta\varphi(t)}{dt}=\frac{d\varphi(t)}{dt}-\frac{K}{2}\sin\Delta\varphi(t)$$

对于输入相位阶跃 $\varphi(t)=\theta_0$，则方程化简为

$$\frac{d\Delta\varphi(t)}{dt}=-\frac{K}{2}\sin\Delta\varphi(t)$$



8.1.2 加性噪声对于锁相环相位估计的影响

考虑到加性噪声，锁相环的输入为，

$$r(t)=s(t)+n(t)=A_c\cos[2\pi f_c t+\varphi(t)]+n(t)$$

加性窄带噪声， $n(t)=x(t)\cos 2\pi f_c t-y(t)\sin 2\pi f_c t$

$x(t),y(t)$是噪声的同相分量和正交分量，它们是零均值，独立高斯过程，双边功率谱密度为N_0（W/Hz）。通过代数运算，可以写成

$$n(t)=n_c(t)\cos[2\pi f_c t+\varphi(t)]-n_s(t)\sin[2\pi f_c t+\varphi(t)]$$

其中

$$n_c(t)=x(t)\cos\varphi(t)+y(t)\sin\varphi(t)$$

$$n_s(t)=-x(t)\sin\varphi(t)+y(t)\sin\varphi(t)$$

即

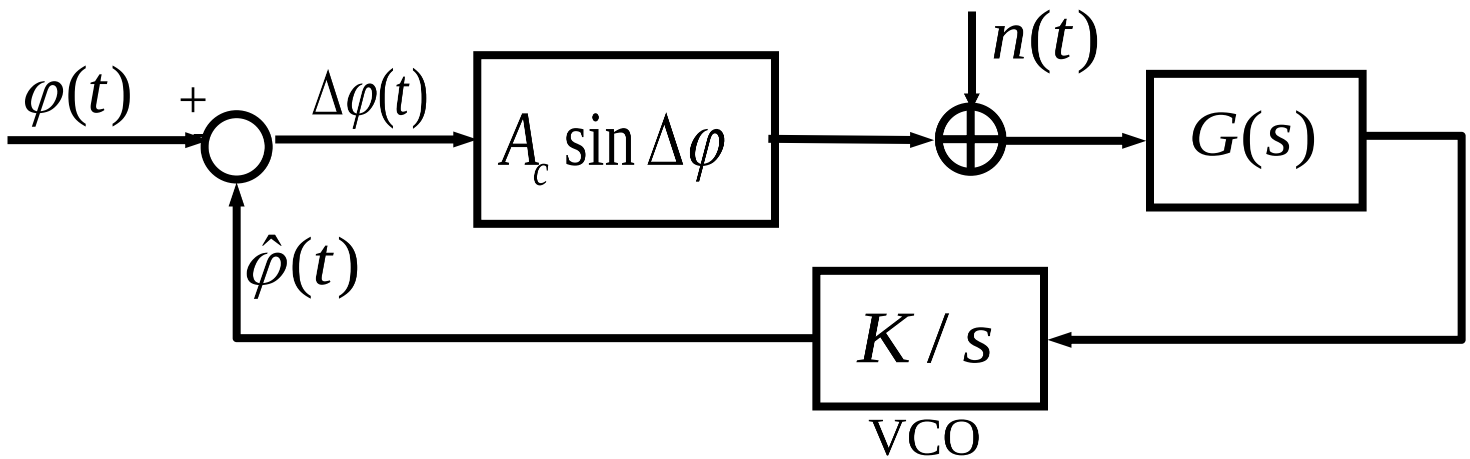
$$n_c(t)+jn_s(t)=[x(t)+jy(t)]e^{-j\varphi(t)}$$

$n_c(t),n_s(t)$和 $x(t),y(t)$具有相同的统计特性。

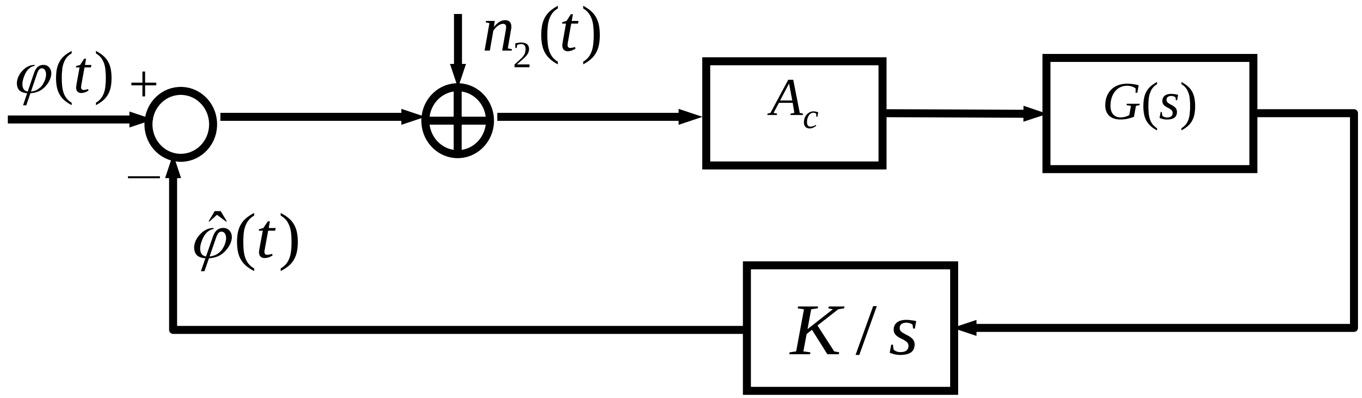
$r(t)$和VCO输出相乘，经过低通滤波，除去倍频项，得到受到噪声干扰的误差信号

$$e(t) = A_c \sin\Delta\varphi + n_c(t)\sin\Delta\varphi - n_s(t)\cos\Delta\varphi$$
$$= A_c \sin\Delta\varphi + n_1(t)$$

其中 $\Delta\varphi = \varphi - \hat{\varphi}$



带有加性噪声干扰的锁相环等效模型



跟踪模式下的锁相环线性化模型

$n_2(t)=n_1(t)/A_c$ 是等效输入相位噪声，它的功率谱密度为 $N_0/A_c^{\,2}$

输出相位误差的方差为：

$$\sigma_{\hat{\varphi}}^2=\frac{N_0}{A_c^2}\int_{-\infty}^{\infty}\left|H(j2\pi f)\right|^2 df=\frac{N_0/2}{P_c}\cdot 2B_{neq}=\frac{N_0 B_{neq}}{P_c}\approx\frac{1}{\gamma_L}$$

环路等效噪声带宽（单边）：

$$B_{neq}=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\left|H(j2\pi f)\right|^2 df$$

环路信噪比：

$$\gamma_L=\frac{P_c}{N_0 B_{eq}}$$

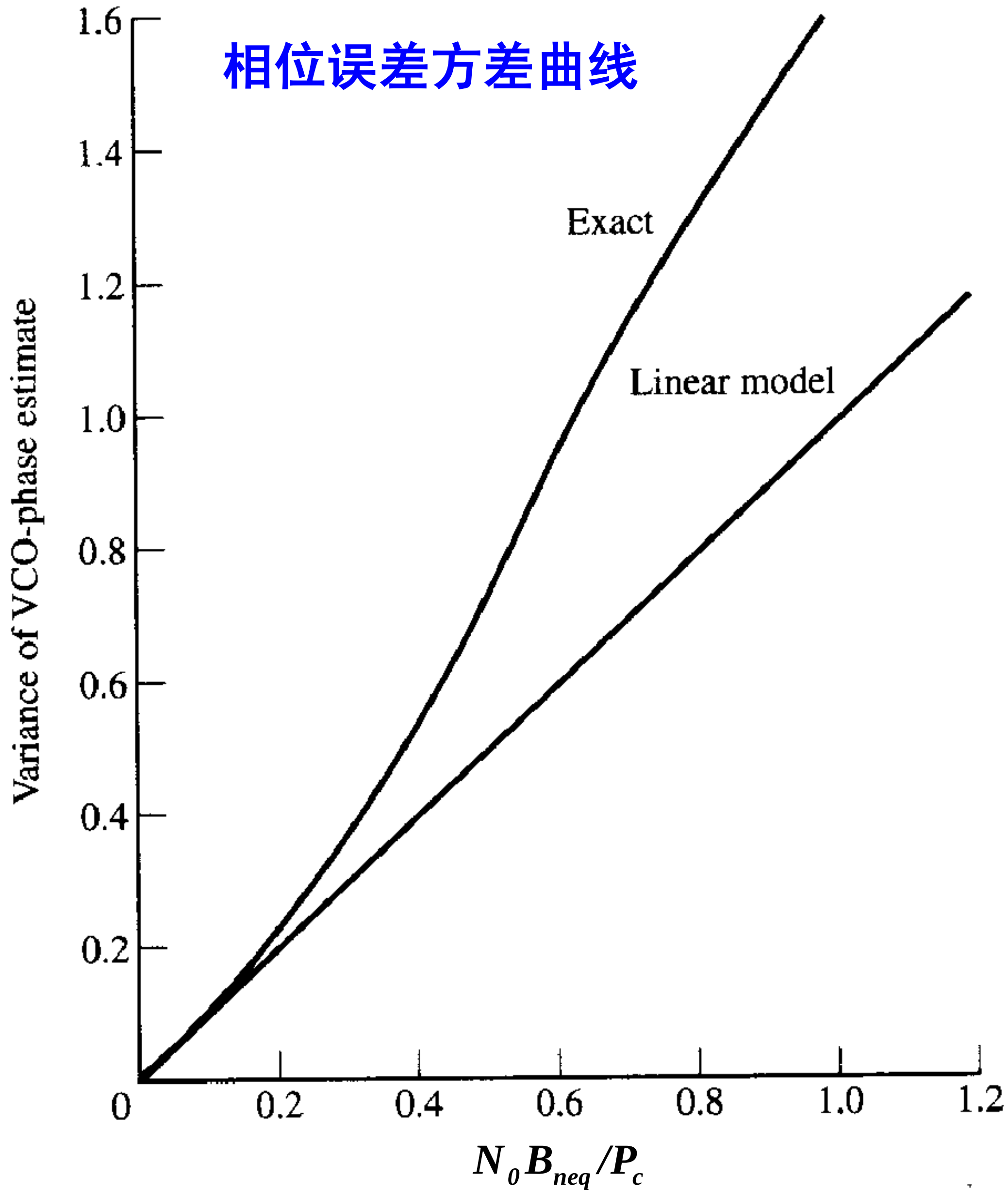
在线性化近似模型中，输出相位误差分布被近似为高斯分布，其均值为零，方差为 $\sigma_{\hat{\varphi}}^2$ 。

Viterbi对一阶锁相环，考虑到非线性，相位误差的概率分布密度 ：

$$p(\Delta\varphi) = \frac{\exp(\gamma_L \cos\Delta\varphi)}{2\pi I_0(\gamma_L)}$$

$$\sigma_{\hat{\varphi}}^2 = \int_{-\pi}^{\pi} \Delta\varphi^2 p(\Delta\varphi) d\Delta\varphi$$

相位误差方差曲线



1.6
1.4
1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0
Variance of VCO-phase estimate
Exact
Linear model
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
1.2
N_0B_{neq}/P_c