浙江大学 20_13_ - 20_14_学年_春夏_学期

《信号与系统（甲）》课程期末考试试卷

课程号：_111C0061_，开课学院：______

考试试卷：√A 卷、B 卷（请在选定项上打√）

考试形式：√闭、开卷（请在选定项上打√），允许带_计算器_入场

考试日期：_2014_年_07_月_1_日，考试时间：_120_分钟

诚信考试，沉着应考，杜绝违纪。

考生姓名：______学号：______所属院系：______

题序	一	二	三	四	五	六	总 分
得分							
评卷人							

一、是非题　（每题 2 分，共 20 分，正确的用√号表示，错误的用 x 表示）：

1. 一个连续时间 LTI 系统的频率响应是 $H(j\omega)=\frac{1}{j\omega}$，该系统是一个积分器。（×）

2. 已知一个系统的 $H(s)=\frac{s}{(s+1)(s+3)}$，可以唯一求出该系统的单位冲击响应。（×）

3 如 $x(t)=\delta(2t+1)$，则 $x(t)=\frac{1}{2}\delta(t+\frac{1}{2})$。（√）

4 离散时间非周期信号的付氏变换不一定是周期的。（×）

5. 离散时间信号的 Z 变换表达式 $X(z)$ 已知，则可确定该连续信号的傅立叶变换为 $X(z)|_{z=e^{j\omega}}$ 。（×）

6. 如果 $n<N_1$, $x[n]=0$, $n<N_2$, $h[n]=0$，则 $n<N1+N2$ 时，$x[n]*h[n]=0$ （√）

7. 某因果 LTI 系统的系统函数为 $H(s)$，且所有极点都在直线 $s=-1$ 左边，则该系统稳定。（√）

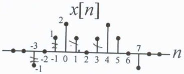
8. 离散时间周期信号的傅立叶变换不存在吉布斯现象。√（ ）？

9. 只要采样周期足够小，对信号 $x(t)=\delta(t)$ 的采样不会有混叠。（×）

10.LTI 的零输入响应解的形式，是由系统函数的极点所确定。（√）

二、基本题 (每题 5 分，共 30 分)

1.. 已知 $x[n]$ 如右图所示，请计 $\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega})\cdot\cos(\omega)d\omega$



~~解: $X(e^{jw}) = 2\cos w + 4\cos$~~

解: $X(e^{jw}) = -e^{3jw} + e^{jw} + 2 + e^{-jw} + e^{-3jw} + 2e^{-4jw} + e^{-5jw} - e^{-7jw}$

$\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{jw})e^{jw}dw = \int_{-\pi}^{\pi} 1\, dw = 2\pi$ (其他项消了)

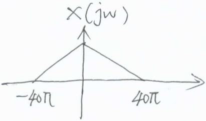
$\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{jw})e^{-jw}dw = \int_{-\pi}^{\pi} 1\, dw = 2\pi$

则 $\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{jw})\cos w\, dw = \frac{1}{2}\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{jw})(e^{jw}+e^{-jw})dw$

$= \frac{1}{2}\cdot 4\pi = 2\pi$

2. 式计算信号 $x(t) = \left(\frac{\sin(20\pi t)}{\pi t}\right)^2$ 的奈奎斯特率

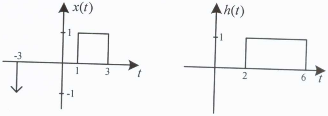
解:



奈奎斯特率 $= 2\times 40\pi = 80\pi$

3.已知信号 $x(t), h(t)$ 如下图所示，求卷积 $x(t-1)*h(t+2)*\delta(t+2)$，并画出计算结果。

解：设

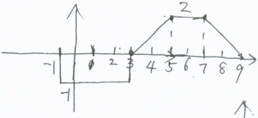


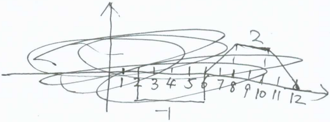
$$y(t)=x(t)*h(t)*\delta(t)$$
$$=x(t)*h(t)$$

则

$$x(t-1)*h(t+2)*\delta(t+2)$$
$$=y(t+3)$$

$y(t)=$

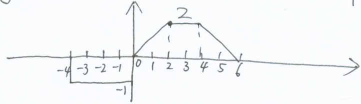




则 $x(t-1)*h(t+2)*\delta(t+2)=$

$$=y(t+3)$$

$=$



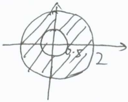
4. 已知某一个离散系统的系统函数为 $H(z)=z^2/(z^2-2.5z+1)$，且 满足 $\sum_{n=-\infty}^{\infty}|h[n]|<\infty$ |，求脉冲响应 $h[n]$。

解：$H(z)=\dfrac{1}{1-2.5z^{-1}+z^{-2}}$

$$=\frac{1}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})(1-2z^{-1})}$$

$$=\frac{-\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}+\frac{\frac{4}{3}}{1-2z^{-1}}$$

$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}|h[n]|<+\infty$，则收敛域包含单位圆



$$h[n]=-\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]-\frac{4}{3}\,2^n u[-n-1]$$

5. 已知实偶信号 $x(t)\xleftrightarrow{F}2\pi G(\omega)$,求频谱 $x(\omega-\omega_0)+x(\omega+\omega_0)$ 的反变换。

设 $F^{-1}(X(w)) = y(t)$

则 $F^{-1}(X(w-w_0)) = e^{jw_0t}y(t)$

$F^{-1}(X(w+w_0)) = e^{-jw_0t}y(t)$

因为 $\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)e^{-jwt}dt = 2\pi G(w)$

将所有 w 变 t，所有 t 变 w，有

$$\int_{-\infty}^{+\infty}X(w)e^{-jwt}dw = 2\pi G(t)$$

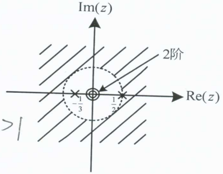
t 变 $-t$ 有

$$G(-t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}X(w)e^{jwt}dw$$

则 $y(t) = G(-t)$

则 $F^{-1}[X(w-w_0)+X(w+w_0)] = 2G(-t)\cos(w_0t)$

6. 某一因果离散 LTI 系统的零极图如图所示，已知其对信号 $x[n]=0.5u[n]+0.5u[n-2]$ 的响应 $s[n]$ 满足： $s[\infty]=3$,试求该系统的的单位样值响应。



解：$H(z) = \dfrac{Az^2}{(z-\frac{1}{2})(z+\frac{1}{3})}$

$X(z) = \frac{1}{2}\left[\dfrac{1}{1-z^{-1}} + \dfrac{z^{-2}}{1-z^{-1}}\right] \quad |z|>1$

$S(z) = X(z)H(z)$

$S[+\infty] = \lim\limits_{z\to 1}(z-1)S(z)$

$= \lim\limits_{z\to 1}(z-1)\dfrac{Az^2}{(z-\frac{1}{2})(z+\frac{1}{3})}\cdot\frac{1}{2}\cdot\dfrac{1+z^{-2}}{1-z^{-1}}$

$= \lim\limits_{z\to 1}\dfrac{\frac{1}{2}Az^3(1+z^{-2})}{(z-\frac{1}{2})(z+\frac{1}{3})} = 3$

解出 $A=2$

则 $H(z) = \dfrac{2z^2}{(z-\frac{1}{2})(z-\frac{1}{3})} = \dfrac{6}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} - \dfrac{4}{1-\frac{1}{3}z^{-1}}$

$h[n] = 6\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] - 4\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$

三、（10分）已知离散 LTI 系统的单位脉冲响应为 $h[n]=\frac{1}{6}(0.25^n+0.5^n)u[n]$。

(1) 求该系统的系统函数 $H(z)$，并判断其稳定性；(2) 当输入等于 $x[n]=\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$ 时，试求该系统的输出。

解：① $H(z)=\frac{1}{6}\cdot\left[\frac{1}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}+\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}\right] \quad |z|>\frac{1}{2}$

$$=\frac{1}{6}\cdot\frac{2-\frac{3}{4}z^{-1}}{(1-\frac{1}{4}z^{-1})(1-\frac{1}{2}z^{-1})} \quad |z|>\frac{1}{2}$$

收敛域包含单位圆 ⟹ 稳定

② $Y(z)=X(z)H(z)=\frac{1}{6}\left[\frac{1}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}+\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}\right]\frac{1}{1-\frac{1}{3}z^{-1}} \quad |z|>\frac{1}{2}$

$$=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{(1-\frac{1}{4}z^{-1})(1-\frac{1}{3}z^{-1})}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})(1-\frac{1}{3}z^{-1})}$$

$$=\frac{1}{6}\left[\frac{-3}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}+\frac{4}{1-\frac{1}{3}z^{-1}}\right]+\frac{1}{6}\left[\frac{3}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}-\frac{2}{1-\frac{1}{3}z^{-1}}\right]$$

$$=\frac{-\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}+\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}+\frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}z^{-1}} \quad |z|>\frac{1}{2}$$

$$y[n]=-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$$

四．（**10 分**）已知一离散因果 LTI 系统的差分方程为：$y[n]-\frac{1}{2}y[n-1]=\frac{1}{2}x[n]$。

（1）若 $y[-1]=4$，$x[n]=(\frac{1}{4})^n u[n]$，求系统的完全响应；

（2）若 $y[-1]=4$，$x[n]=(\frac{1}{4})^n u[n]+u[n]$，求系统的完全响应。

解：①

$$Y(z)-\frac{1}{2}\left[z^{-1}Y(z)+y[-1]\right]=\frac{1}{2}X(z)$$

将 $X(z)=\dfrac{1}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}$　$y[-1]=4$ 代入

$$Y(z)(1-\tfrac{1}{2}z^{-1})=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}+\frac{1}{2}\times 4$$

$$Y(z)=\frac{1}{2}\frac{1}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})(1-\frac{1}{4}z^{-1})}+\frac{2}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$$

$$=\frac{1}{2}\left[\frac{2}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}-\frac{1}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}\right]+\frac{2}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$$

$$y[n]=(\tfrac{1}{2})^n u[n]-\tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{4})^n u[n]+\underline{2(\tfrac{1}{2})^n u[n]}$$

$$=3(\tfrac{1}{2})^n u[n]-\tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{4})^n u[n]$$

②

$$Y(z)-\frac{1}{2}\left[z^{-1}Y(z)+y[-1]\right]=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}+\frac{1}{1-z^{-1}}\right]$$

$$Y(z)(1-\tfrac{1}{2}z^{-1})=\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}+\frac{\frac{1}{2}}{1-z^{-1}}+2$$

$$Y(z)=\frac{\frac{1}{2}}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})(1-\frac{1}{4}z^{-1})}+\frac{\frac{1}{2}}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})(1-z^{-1})}+\frac{2}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$$

$$=\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}-\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}+\frac{-\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}+\frac{1}{1-z^{-1}}+\frac{2}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$$

$$=\frac{\frac{5}{2}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}-\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}+\frac{1}{1-z^{-1}}\qquad |z|>1$$

$$y[n]=\frac{5}{2}(\tfrac{1}{2})^n u[n]-\tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{4})^n u[n]+u[n]$$

五、（**20分**）已知某因果的 LTI 系统的微分方程为 $y''+4y'+3y=2x(t)$，$y(0^-)=1$，$y'(0^-)=-1$，输入信号为 $u(t)$。试求：

(1) 求该系统的频率响应 $H(j\omega)$ 和单位冲激响应 $h(t)$；

(2) 零输入响应和零状态响应；

(3) 该系统的 s 域模拟框图。

① $$H(j\omega)=\frac{2}{(j\omega)^2+4j\omega+3}=\frac{2}{(1+j\omega)(3+j\omega)}=\frac{1}{1+j\omega}-\frac{1}{3+j\omega}$$

$$h(t)=e^{-t}u(t)-e^{-3t}u(t)$$

② $$s^2Y(s)-sy(0)-y'(0)+4[sY(s)-y(0)]+3Y(s)=2X(s)$$

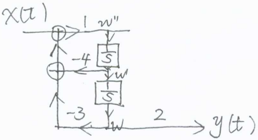
将 $y(0)=1$，$y'(0)=-1$，$X(s)=\frac{1}{s}$ 代入，得：

$$(s^2+4s+3)Y(s)=\frac{2}{s}+s-1+4=\underbrace{\frac{2}{s}}_{\text{零状态}}+\underbrace{s+3}_{\text{零输入}}$$

$$Y(s)=\frac{2}{s(s+1)(s+3)}+\frac{1}{s+1}=\frac{\frac{2}{3}}{s}+\frac{-1}{s+1}+\frac{\frac{1}{3}}{s+3}+\frac{1}{s+1}$$

$$y(t)=\underbrace{\frac{2}{3}u(t)-e^{-t}u(t)+\frac{1}{3}e^{-3t}u(t)}_{\text{零状态响应}}+\underbrace{e^{-t}u(t)}_{\text{零输入响应}}$$

③

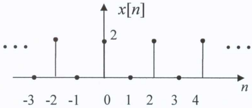


六、（**10分**）某一因果 LTI 系统如题图六(b)所示，已知：$h_1[n]=\dfrac{\sin\pi(n-0.25)}{\pi(n-0.25)}$，

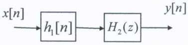
$H_2(z)=\dfrac{0.75z^2}{(z-0.5)(z-0.25)}$，输入信号如题图六(a)所示。试问：

(1) 系统 $h_1[n]$ 的频率响应？

(2) 输出信号 $y[n]$？



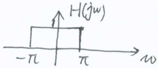
题图六（a）



题图六（b）

题图六

解：①设 $h(t)=\dfrac{\sin\pi t}{\pi t}$，则 $H(j\omega)=$

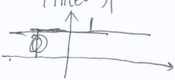


设 $h_1(t)=h(t-0.25)$，则 $H_1(j\omega)=H(j\omega)e^{-j\frac{1}{4}\omega}$

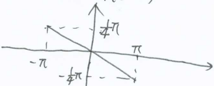
因为：$h_1[n]$ 是 $h_1(t)$ 以 $T_0=1$ 或 $w_0=2\pi$ 为周期采样，则

$$H_1(e^{j\omega})=\frac{1}{T_0}\sum_{k=-\infty}^{+\infty}H_1\left(\frac{j\omega-2k\pi}{T_0}\right)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}H_1(j\omega-2k\pi)$$

$|H_1(e^{j\omega})|$

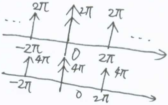


$\angle H_1(e^{j\omega})$



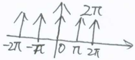
② 因为：$1\xrightarrow{F}2\pi\delta(\omega)=$

则 $2\xrightarrow{F}4\pi\delta(\omega)=$



$x[n]$ 是 2 的时域扩展，则

$x[n]\xrightarrow{F}4\pi\delta(2\omega)=2\pi\delta(\omega)$（周期为 π）$=$



设 $Y_1(e^{j\omega})=X(e^{j\omega})H_1(e^{j\omega})=2\pi\delta(\omega)+2\pi\delta(\omega+\pi)e^{j\frac{\pi}{4}}+2\pi\delta(\omega-\pi)e^{-j\frac{\pi}{4}}$

则 $y_1[n]=1+e^{-j\pi n}e^{j\frac{\pi}{4}}+e^{j\pi n}e^{-j\frac{\pi}{4}}=1+2(-1)^n\cos\frac{\pi}{4}$

$y[n]=y_1[n]*h_2[n]$

因为：$1^n\xrightarrow{LTI}H_2(1)=2$

$(-1)^n\xrightarrow{LTI}H_2(-1)(-1)^n=\frac{2}{5}(-1)^n$

则 $y[n]=2+2\cos\frac{\pi}{4}\cdot\frac{2}{5}(-1)^n=2+\frac{4}{5}(-1)^n\cos\frac{\pi}{4}$