

- 不同分辨率和量化技术对应的存储图像的比特数。  
若方形图像，比特数 $b=N^2k$

**TABLE 2.1**

Number of storage bits for various values of  $N$  and  $k$ .

$N/k$	1 ( $L = 2$ )	2 ( $L = 4$ )	3 ( $L = 8$ )	4 ( $L = 16$ )	5 ( $L = 32$ )	6 ( $L = 64$ )	7 ( $L = 128$ )	8 ( $L = 256$ )
32	1,024	2,048	3,072	4,096	5,120	6,144	7,168	8,192
64	4,096	8,192	12,288	16,384	20,480	24,576	28,672	32,768
128	16,384	32,768	49,152	65,536	81,920	98,304	114,688	131,072
256	65,536	131,072	196,608	262,144	327,680	393,216	458,752	524,288
512	262,144	524,288	786,432	1,048,576	1,310,720	1,572,864	1,835,008	2,097,152
1024	1,048,576	2,097,152	3,145,728	4,194,304	5,242,880	6,291,456	7,340,032	8,388,608
2048	4,194,304	8,388,608	12,582,912	16,777,216	20,971,520	25,165,824	29,369,128	33,554,432
4096	16,777,216	33,554,432	50,331,648	67,108,864	83,886,080	100,663,296	117,440,512	134,217,728
8192	67,108,864	134,217,728	201,326,592	268,435,456	335,544,320	402,653,184	469,762,048	536,870,912

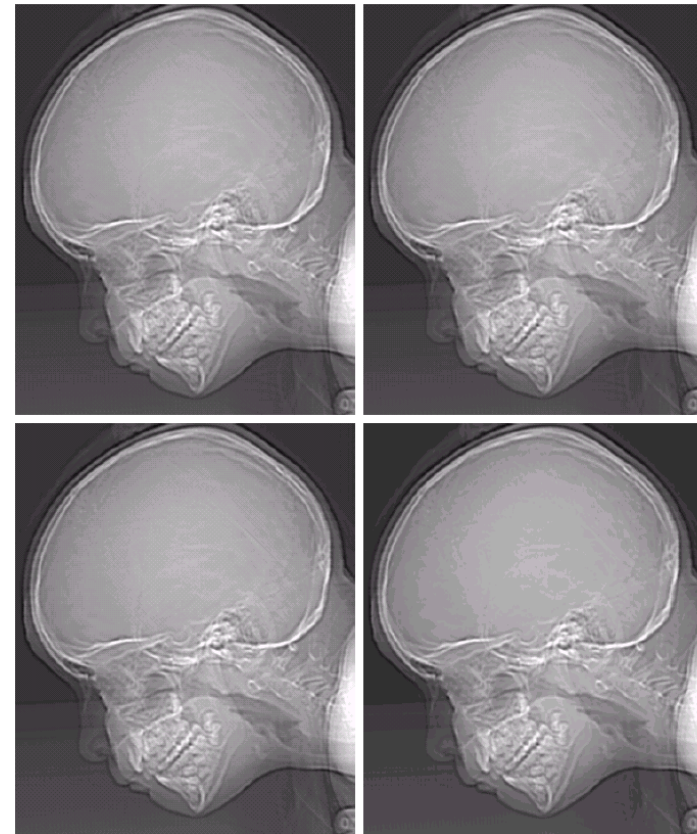
# 图像空间和灰度分辨率

- 空间分辨率
  - 每单位距离线对数
  - 每单位距离点数（印刷业用dpi）
  - 必须针对空间单位来规定才有意义，比如印刷业。
- 右图例子中，分辨率分别为1250dpi, 300dpi, 150dpi, 72dpi.



# 图像空间和灰度分辨率

- 灰度分辨率，一般用8比特，过高视觉上无法分辨。
- 例：从256级分别降到128, 64, 32级灰度

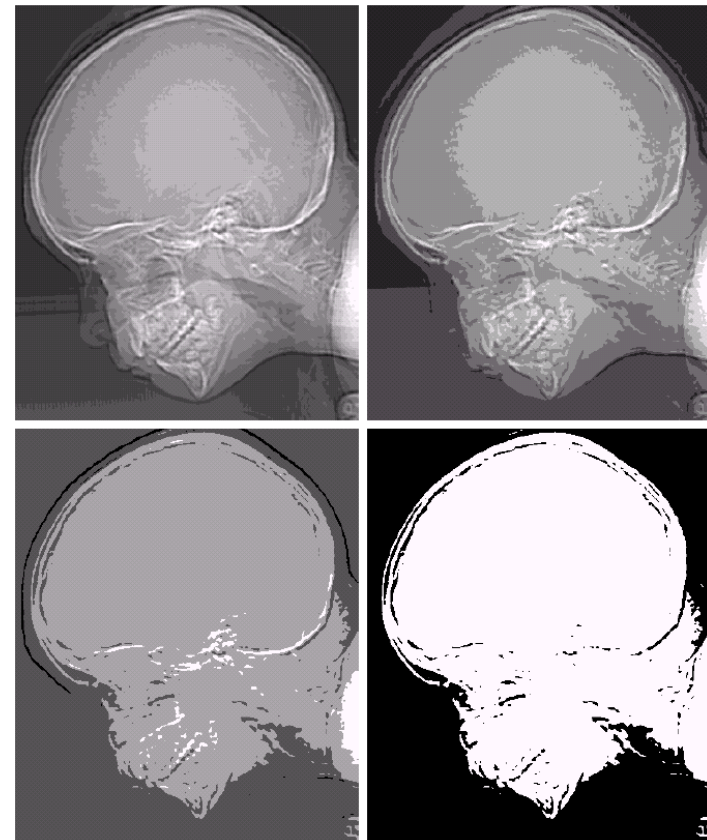


**FIGURE 2.21**  
(a)  $452 \times 374$ ,  
256-level image.  
(b)–(d) Image  
displayed in 128,  
64, and 32 gray  
levels, while  
keeping the  
spatial resolution  
constant.

- 例：灰度级  
继续分别降到16, 8, 4, 2  
个灰度级。注意伪轮  
廓的出现。

e f  
g h

**FIGURE 2.21**  
(Continued)  
(e)–(h) Image  
displayed in 16, 8,  
4, and 2 gray  
levels. (Original  
courtesy of  
Dr. David  
R. Pickens,  
Department of  
Radiology &  
Radiological  
Sciences,  
Vanderbilt  
University  
Medical Center.)



# 分辨率和灰度级共同对视觉效果的影响

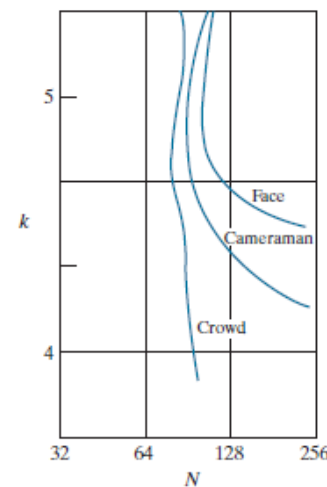
- 对具有不同细节数量的图像进行的测试表明，对于有大量细节的图像，只需要较少的灰度级。此时获得的图像主观感受质量是近似的。



a b c

**FIGURE 2.22** (a) Image with a low level of detail. (b) Image with a medium level of detail. (c) Image with a relatively large amount of detail. (Image (b) courtesy of the Massachusetts Institute of Technology.)

三幅图细节数逐步由少变多

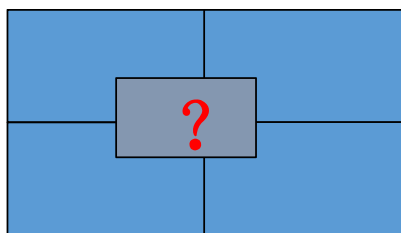


**FIGURE 2.23**  
Typical  
isopreference  
curves for the  
three types of  
images in  
Fig. 2.22.

N-K平面中的等偏爱曲线

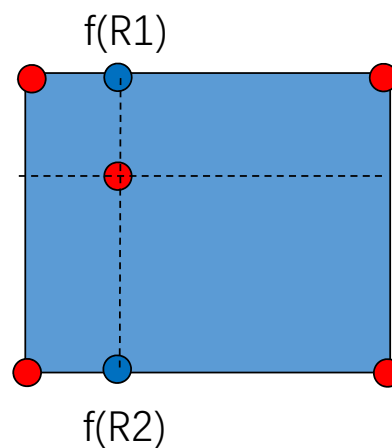
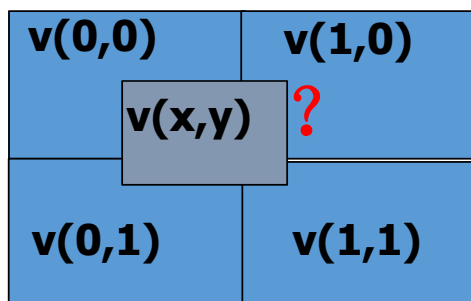
# 图像内插

- 内插是图像放大、收缩、旋转和几何校正等任务中广泛使用的基本工具。是一种基本的图像重取样方法。
- 是用已知数据来估计未知位置的数值的处理



# 图像内插

- 最近邻内插
  - 把原图像中最近邻的灰度赋给每个内插的新位置
- 双线性内插(用4个最近邻)
  - $V(x,y)=ax+by+cxy+d$

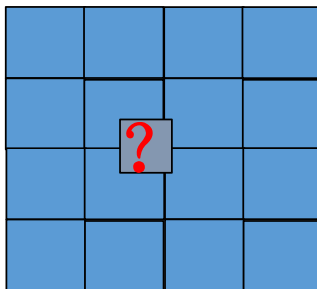


注意：实质上是一种非线性内插方法

# 图像内插

- 双三次内插（用16个最近邻，保持细节更好）

$$v(x, y) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 a_{ij} x^i y^j$$





# 图像内插

(1) **1250dpi**缩到**72dpi**后重新放大，分别用最近邻、双线性内插和双三次方内插

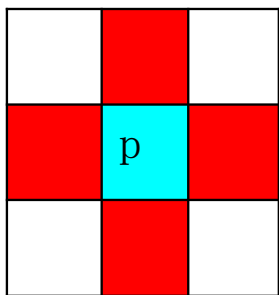


(2) **1250dpi**缩到**150dpi**后重新放大，分别用最近邻、双线性内插和双三次方内插

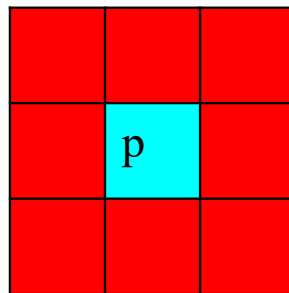


## 2.5 像素间的基本关系

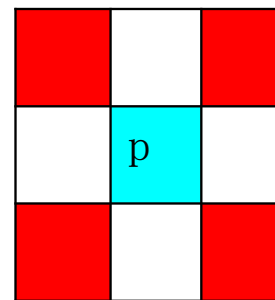
- 一 . 邻域



**$p$ 的4-邻域  $N_4(p)$**



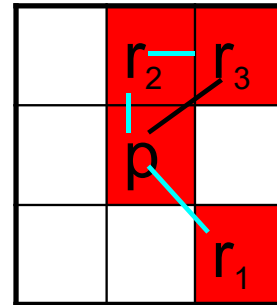
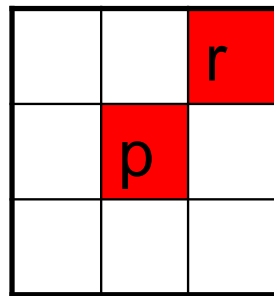
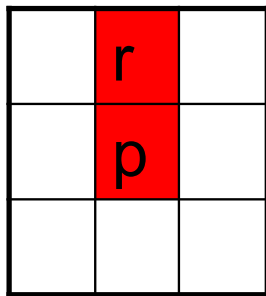
**$p$ 的8-邻域  $N_8(p)$**



**$p$ 的4个对角近邻  
像素记为 $N_D(p)$**

# 邻接性

- 二. 邻接性
  - 相同性质的像素相邻 —— 称它们是邻接的
  - 设像素p和r有相同的性质，定义如下3种邻接：
    - (1) 4-邻接：r在 $N_4(p)$ 中，则p和r为4-邻接；
    - (2) 8-邻接：r在 $N_8(p)$ 中，则p和r为8-邻接；
    - (3) m-邻接（混合连接）：若r和p满足
      - r在 $N_4(p)$ 中
      - 或r在 $N_D(p)$ 中，且p与r没有共同的4连接像素则称r和p是m-邻接的。



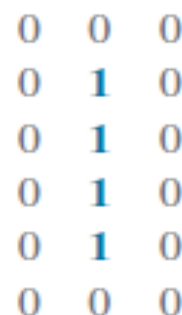
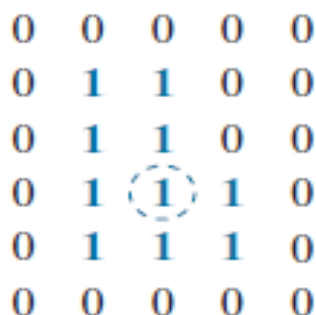
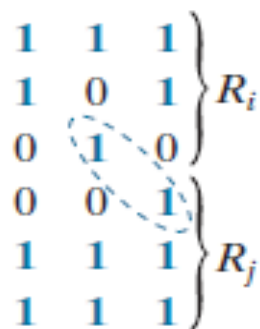
混合邻接，即：  
要么4邻接，要么对角邻接，**都**  
**有的话，只算4邻接通路**，为了  
使计算通路长度时有唯一性。  
**p和r3不算m-邻接**

# 连通性

- 若两个具有相同性质的像素能找到两两邻接的一条通路, 则称它们是连通的
- 连通关系是一种等价关系
  - 对称性;
  - 传递性。
  - 集合中的每个像素都与自身连通

# 像素间的基本关系

- 通路 与 闭合通路
- 如果图像中的一个像素子集S的全部像素之间存在着一个通路，则称S是**连通**的，构成一个**连通集**，或者称为一个**区域**。
- 连通区域与边界（边界定义为与区域R的补集中的点邻接）



- **外边界** 对应于背景边界  
 - 很多算法为了保证形成一个闭合通路，通常采用外边界

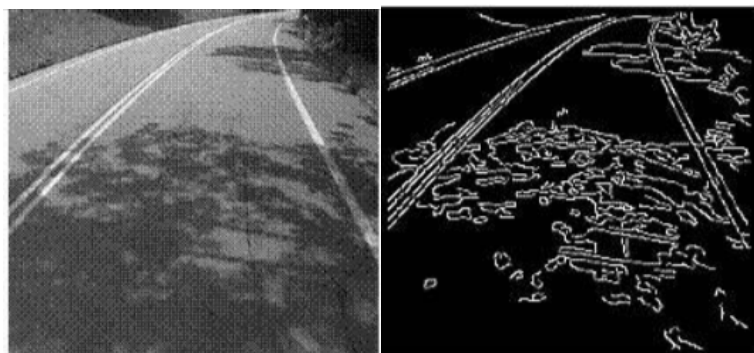
采用**8**邻接，则圆圈中的“**1**”为前景区域边界的一部分

“**1**”为区域边界  
 没有内部闭合通路  
 （**内边界**）

# 边缘与边界

- 边缘 (Edge)
  - 边缘由某些灰度导数超过预先设定阈值的像素形成，是局部的概念
  - 灰度不连续的像素连接而成
- 边界 (Boundary)
  - 一个（分割后）有限区域的边界形成一条闭合通路，是整体的概念。

边缘



边界



# 像素间距离

## • 像素间距离

### • 距离函数须满足三个条件:

- $D(p,q) \geq 0$ , ( $D(p,q)=0$  iff  $p=q$ ) 非负性;
- $D(p,q)=D(q,p)$  对称性;
- $D(p,r) \leq D(p,q)+D(q,r)$  直线距离最短。

### • 常用的欧氏 (Euclidean) 距离

$$D_e(p, q) = \left[ (x-s)^2 + (y-t)^2 \right]^{1/2}$$

### • 也可用其它形式的距离 (距离与点的通路无关, 只与坐标有关)

#### • 街区 (city-block) 距离:

$$D_4(p,q)=|x-s|+|y-t|$$

#### • D8 (棋盘, chessboard) 距离:

$$D_8(p,q) = \max(|x-s|, |y-t|)$$

		2		
	2	1	2	
2	1	0	1	2
	2	1	2	
		2		

D4距离

2	2	2	2	2
2	1	1	1	2
2	1	0	1	2
2	1	1	1	2
2	2	2	2	2

D8距离

$p_3$   $p_4$   
 $p_1$   $p_2$   
 $p$

	0/1	1
0/1	1	
1		

## 2.6 相关数学工具介绍

- 阵列与矩阵操作

阵列操作  $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} & a_{12}b_{12} \\ a_{21}b_{21} & a_{22}b_{22} \end{bmatrix}$

矩阵操作  $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}$



# 线性与非线性操作

- 线性与非线性操作——图像处理方法最主要的分类之一
  - 线性操作必须同时满足加性和同质性
- 线性操作具有很大应用价值，但也存在很多非线性操作，如最大算子，中值滤波等。

$$H[f(x, y)] = g(x, y)$$

$$\begin{aligned} H[a_i f_i(x, y) + a_j f_j(x, y)] &= a_i H[f_i(x, y)] + a_j H[f_j(x, y)] \\ &= a_i g_i(x, y) + a_j g_j(x, y) \end{aligned}$$

# 线性与非线性操作

- 非线性操作例子：考虑如下两个图像，求最大算子（设 $a_1=1$ ,  $a_2=-1$ ）

- 则左侧  $f_1 = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$  和  $f_2 = \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$

$$\max \left\{ (1) \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} + (-1) \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \right\} = \max \left\{ \begin{bmatrix} -6 & -3 \\ -2 & -4 \end{bmatrix} \right\} = -2$$

- 右侧

$$(1) \max \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \right\} + (-1) \max \left\{ \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \right\} = 3 + (-1)7 = -4$$

# 算术操作

- 是阵列操作，涉及对应像素的加，减，乘，除操作。
- 不改变图像的大小

$$s(x, y) = f(x, y) + g(x, y)$$

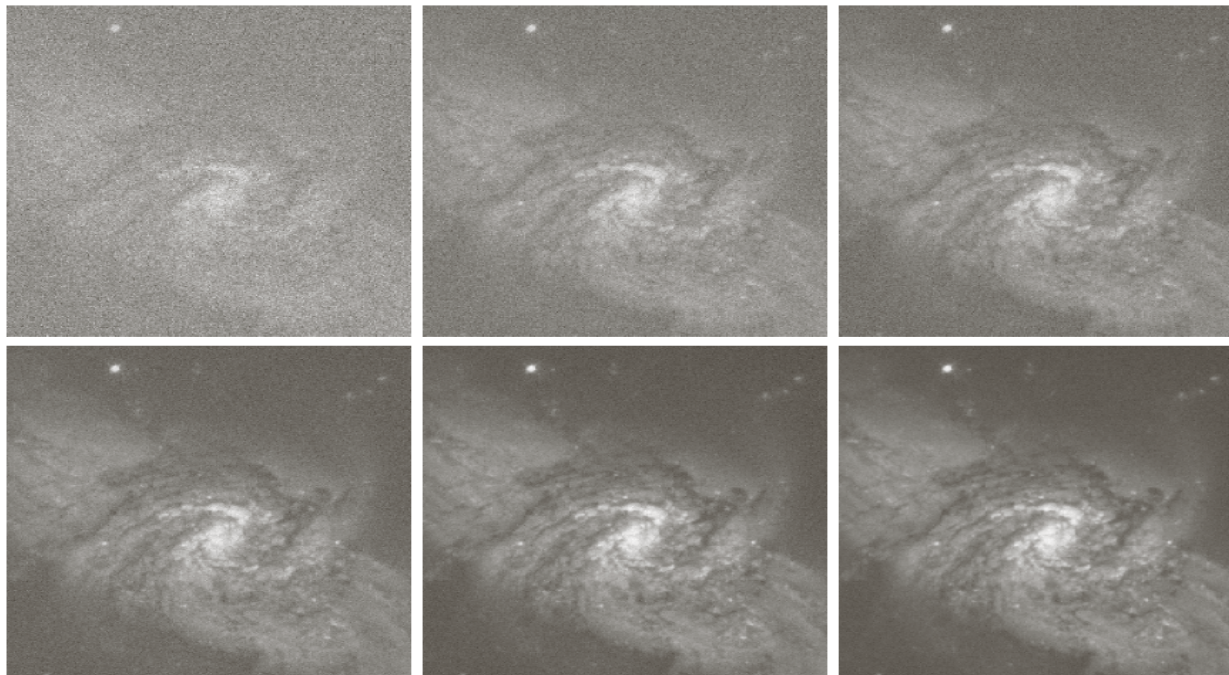
$$d(x, y) = f(x, y) - g(x, y)$$

$$p(x, y) = f(x, y) \times g(x, y)$$

$$v(x, y) = f(x, y) \div g(x, y)$$

# 算术操作

- 针对降噪目标的带噪图像相加平均



a	b	c
d	e	f

**FIGURE 2.26** (a) Image of Galaxy Pair NGC 3314 corrupted by additive Gaussian noise. (b)–(f) Results of averaging 5, 10, 20, 50, and 100 noisy images, respectively. (Original image courtesy of NASA.)

- 针对降噪的带噪图像相加平均原理:

$$g(x, y) = f(x, y) + \eta(x, y)$$

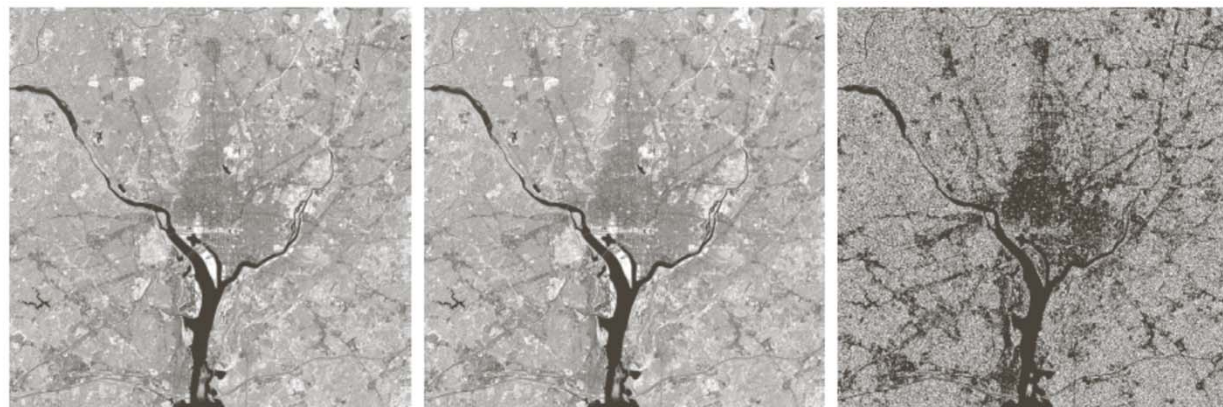
$$\bar{g}(x, y) = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K g_i(x, y)$$

$$E\{\bar{g}(x, y)\} = f(x, y)$$

$$\sigma_{\bar{g}(x, y)}^2 = \frac{1}{K} \sigma_{\eta(x, y)}^2$$

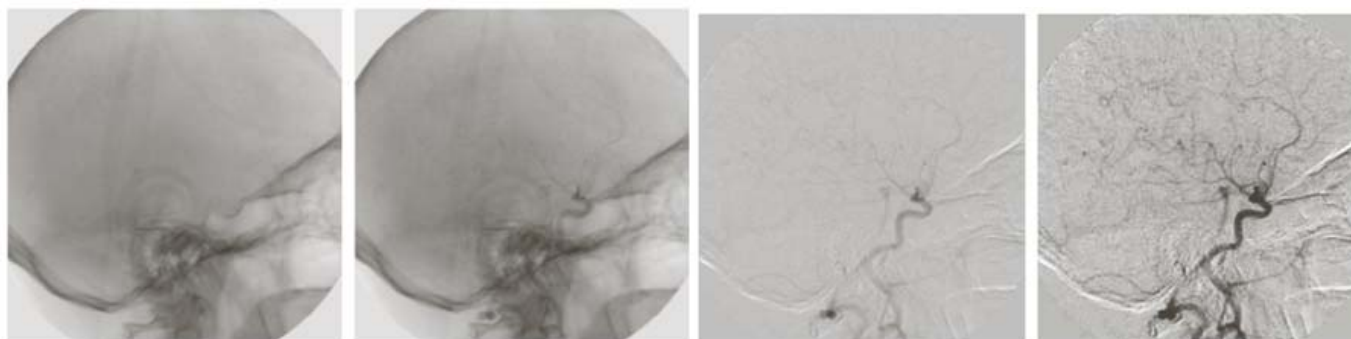
$$\sigma_{\bar{g}(x, y)} = \frac{1}{\sqrt{K}} \sigma_{\eta(x, y)}$$

# 图像相减用于增强差别



a b c

**FIGURE 2.27** (a) Infrared image of the Washington, D.C. area. (b) Image obtained by setting to zero the least significant bit of every pixel in (a). (c) Difference of the two images, scaled to the range  $[0, 255]$  for clarity.



模版

活体

差值

增强后的差值

## 使用图像相乘或相除来校正阴影



**FIGURE 2.29** Shading correction. (a) Shaded SEM image of a tungsten filament and support, magnified approximately 130 times. (b) The shading pattern. (c) Product of (a) by the reciprocal of (b). (Original image courtesy of Mr. Michael Shaffer, Department of Geological Sciences, University of Oregon, Eugene.)

原图、阴影模式、相除结果

$$g(x, y) = f(x, y)h(x, y)$$

- 利用模版相乘做ROI提取操作



**FIGURE 2.30** (a) Digital dental X-ray image. (b) ROI mask for isolating teeth with fillings (white corresponds to 1 and black corresponds to 0). (c) Product of (a) and (b).



# 图像算术操作中的归一化

- 算术操作后会出现很多负值以及超出原图灰度范围[0,255]的灰度值，需要归一化

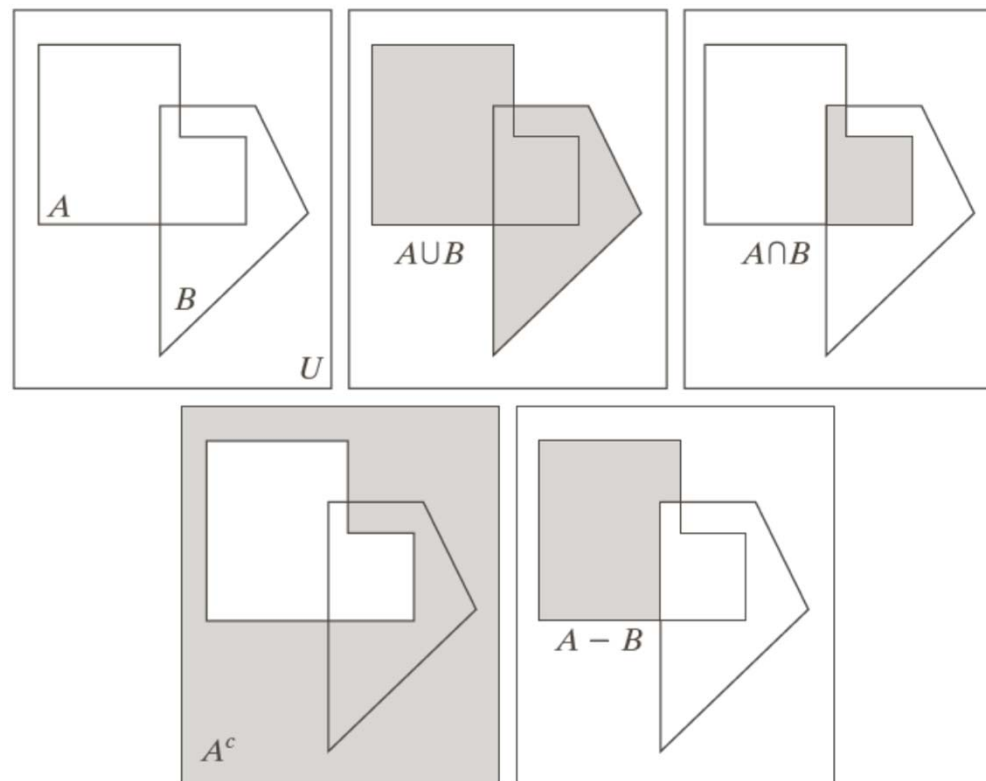
$$f_m = f - \min(f)$$

$$f_s = K [f_m / \max(f_m)]$$

当处理**8bit**图像时，**K=255**

# 集合和逻辑操作

- 二值图像的集合操作（集合元素为坐标）



# 灰度图像的集合操作

- 灰度补集

$$A^c = \{(x, y, 255 - z) | (x, y, z) \in A\}$$

- 灰度并集：由空间相应元素对间的最大灰度形成的阵列

$$A \cup B = \left\{ \max_z(a, b) | a \in A, b \in B \right\}$$



原图



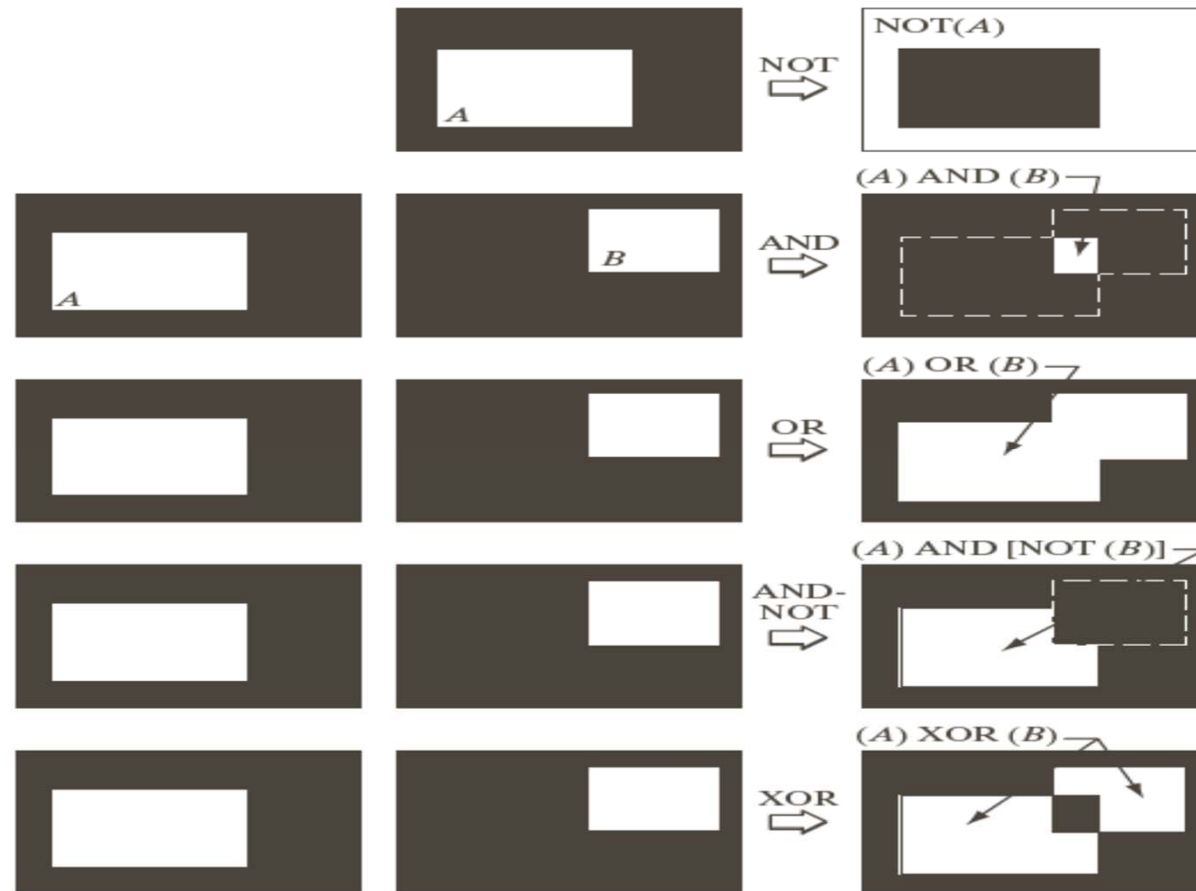
补集



原图与常数图像的并

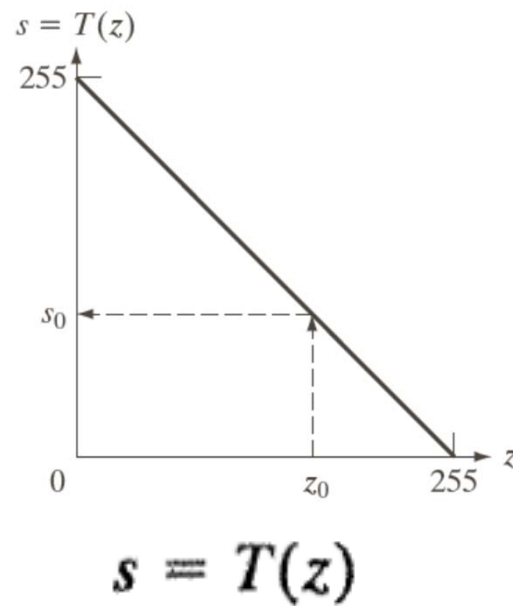
# 逻辑操作（二值图像）

- 逻辑操作



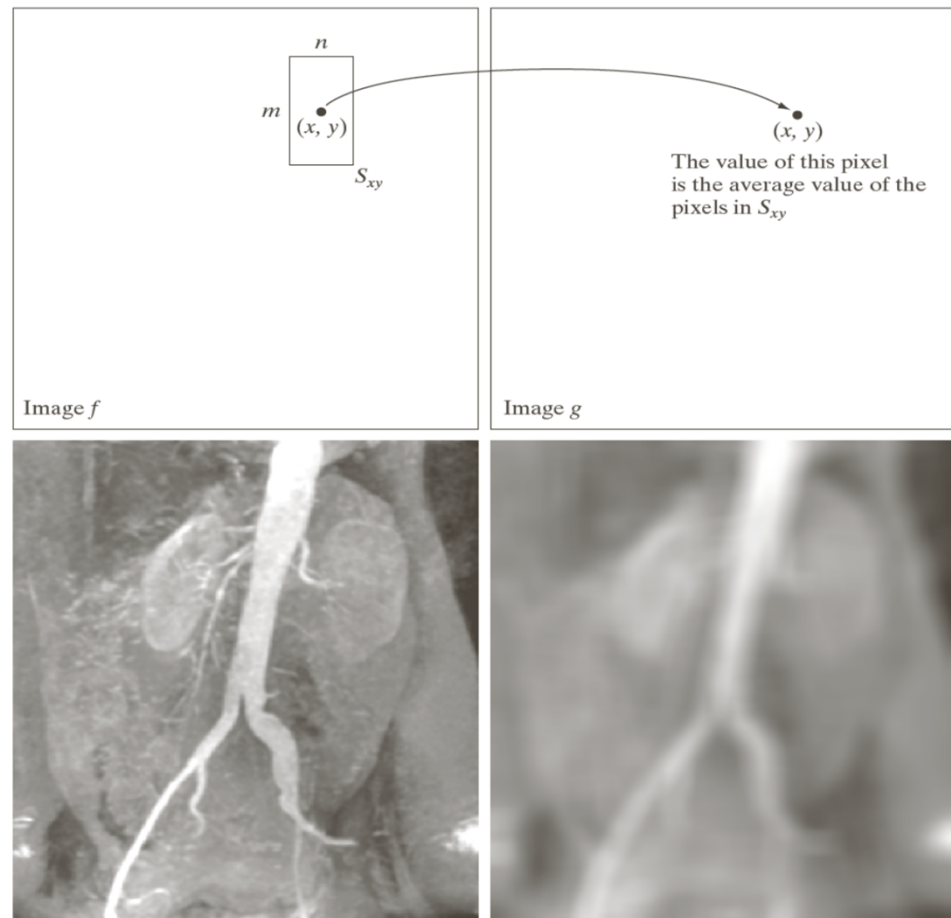
# 空间操作

- 包含三类：单像素操作、邻域操作、集合空间变换
- 单像素操作



- 邻域操作

$$g(x, y) = \frac{1}{mn} \sum_{(r, c) \in S_{xy}} f(r, c)$$



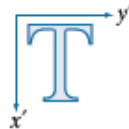
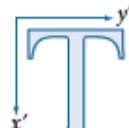
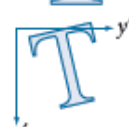
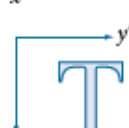
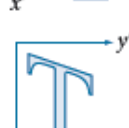
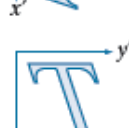
# 图像配准

- 几何空间变换和图像配准
  - 几何变换由两个基本操作组成
    - 坐标的空间变换
    - 灰度内插
  - 常用的几何空间变换——仿射变换
  - 包含6个自由度的变换，其中scaling+shearing+rotation (4) , and translation (2)

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} v \\ w \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \\ 1 \end{bmatrix}$$

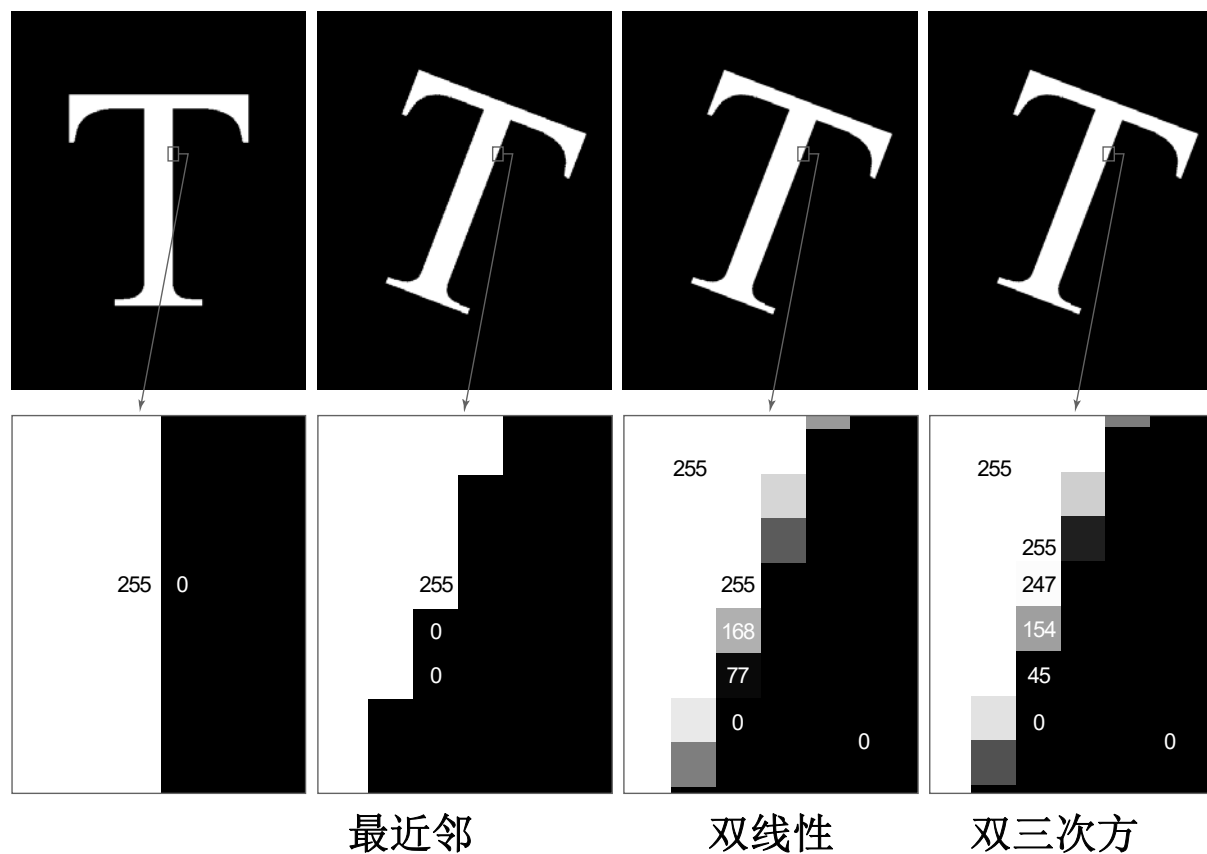
# 仿射变换

**TABLE 2.3**  
Affine  
transformations  
based on  
Eq. (2-45).

Transformation Name	Affine Matrix, A	Coordinate Equations	Example
Identity	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x' = x$ $y' = y$	
Scaling/Reflection (For reflection, set one scaling factor to -1 and the other to 0)	$\begin{bmatrix} c_x & 0 & 0 \\ 0 & c_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x' = c_x x$ $y' = c_y y$	
Rotation (about the origin)	$\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x' = x \cos \theta - y \sin \theta$ $y' = x \sin \theta + y \cos \theta$	
Translation	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x' = x + t_x$ $y' = y + t_y$	
Shear (vertical)	$\begin{bmatrix} 1 & s_v & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x' = x + s_v y$ $y' = y$	
Shear (horizontal)	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ s_h & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x' = x$ $y' = s_h x + y$	

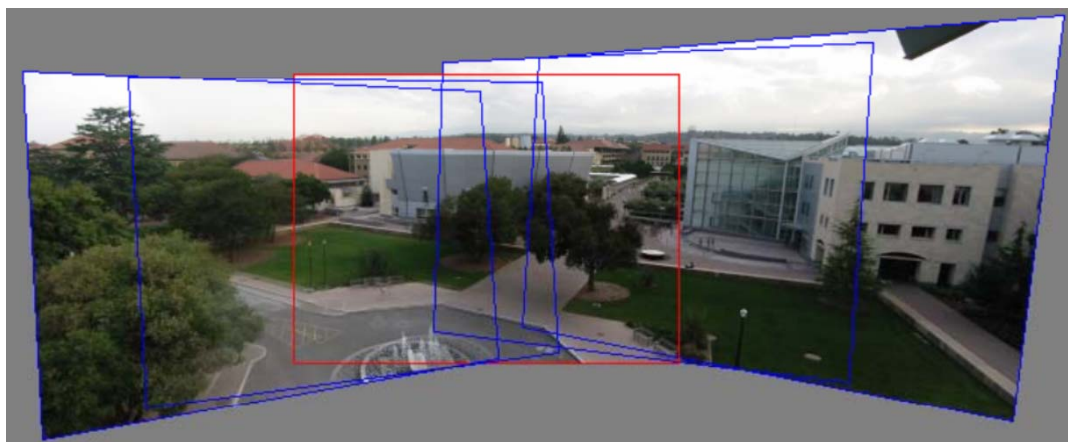


# 图像旋转与灰度内插



# 图像配准

- 用于对其两幅或者多幅相同或者相似场景的图像，是图像处理的一种重要应用；
- 主要问题是需要估计两幅图像之间的几何变换函数；
- 通常采用约束点（或者特征点）对应的方法求取。

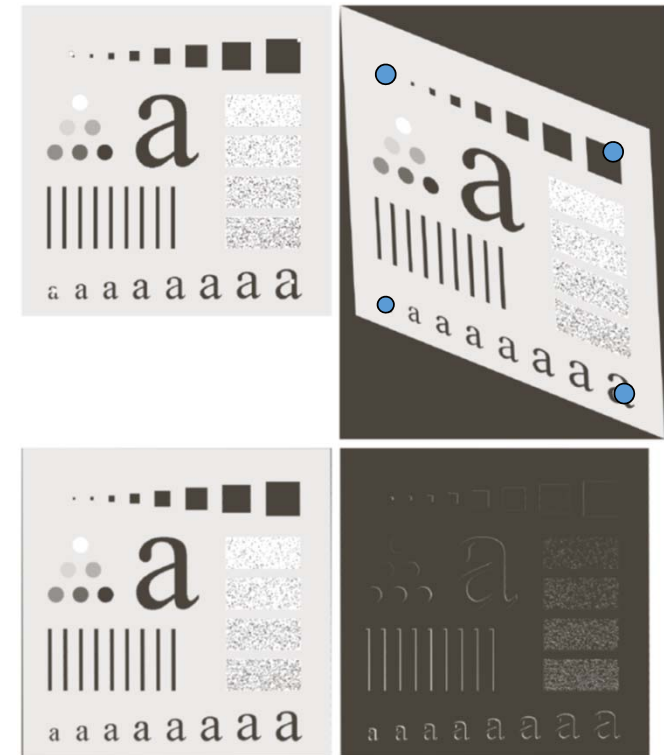
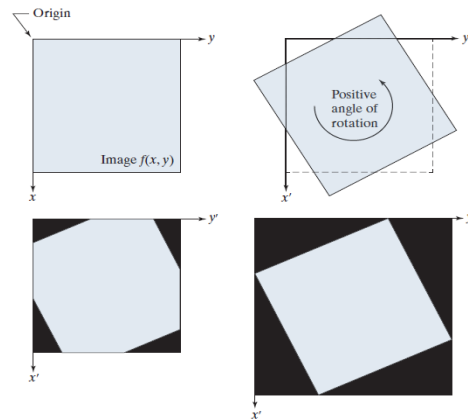


# 图像配准

## • 图像配准

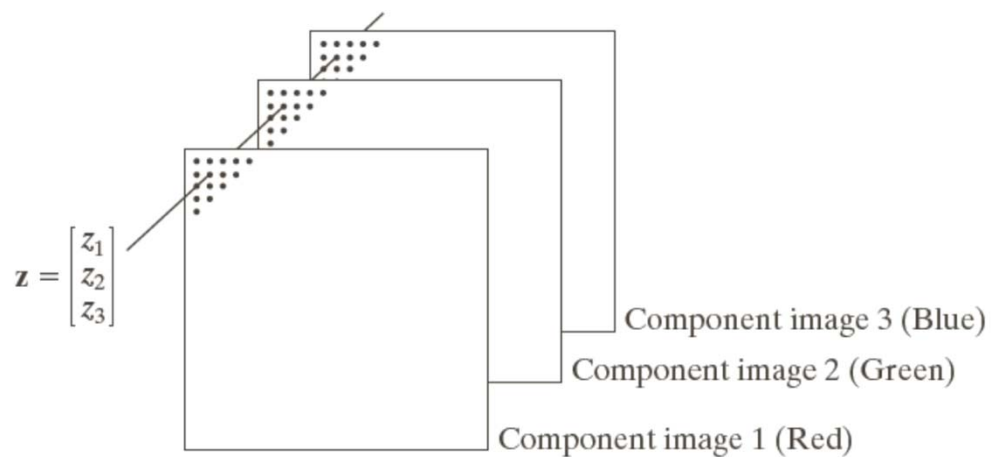
$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} v \\ w \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \\ 1 \end{bmatrix}$$

**FIGURE 2.41**  
(a) A digital image.  
(b) Rotated image (note the counterclockwise direction for a positive angle of rotation).  
(c) Rotated image cropped to fit the same area as the original image.  
(d) Image enlarged to accommodate the entire rotated image.



# 向量与矩阵操作

- 1 彩色图像可以看做是三维向量，多光谱图像则维数更高
- 2. 整幅图像可以看做矩阵或者向量来处理。把尺寸为 $M \times N$ 的图像描述为一个 $MN \times 1$ 维向量来处理，如线性处理： $\mathbf{g} = \mathbf{H}\mathbf{f} + \mathbf{n}$



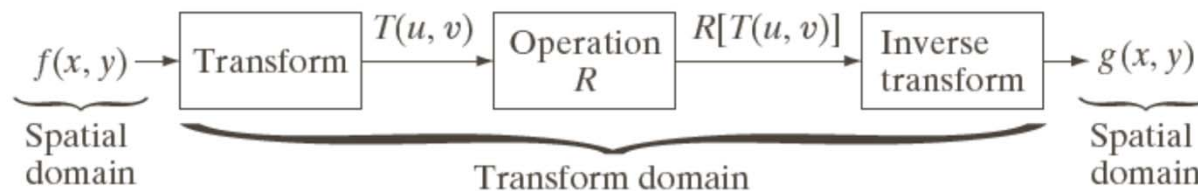
# 图像变换

- 很多时候，除了空间域，在图像的变换域做处理会更好。
- 正变换：

$$T(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y)r(x, y, u, v)$$

- 反变换：

$$f(x, y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} T(u, v)s(x, y, u, v)$$



# 变换举例

- 变换核可分

$$r(x, y, u, v) = r_1(x, u)r_2(y, v)$$

- 变换核对称

$$r(x, y, u, v) = r_1(x, u)r_1(y, v)$$

- 傅里叶变换

$$T(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi(ux/M + vy/N)}$$

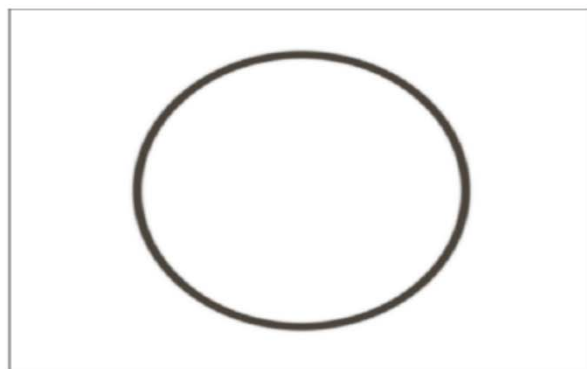
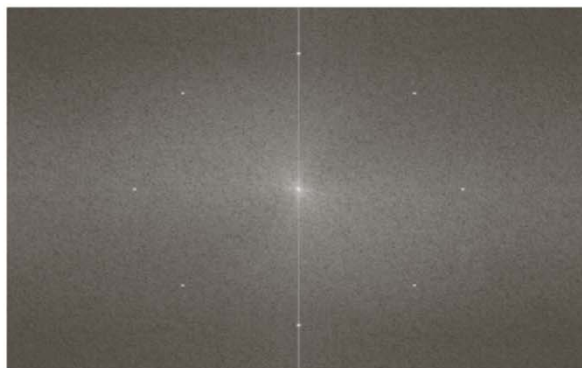
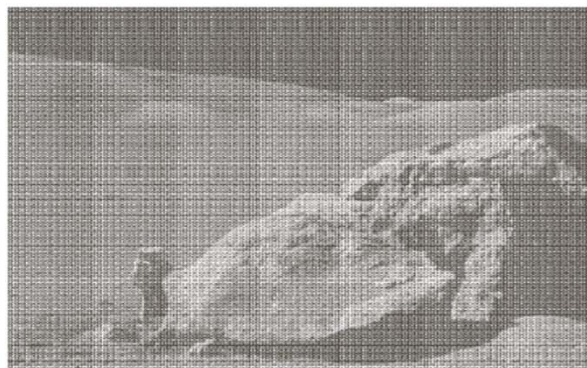
变换核:  $r(x, y, u, v) = e^{-j2\pi(ux/M + vy/N)}$

$$f(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} T(u, v) e^{j2\pi(ux/M + vy/N)}$$

$$s(x, y, u, v) = \frac{1}{MN} e^{j2\pi(ux/M + vy/N)}$$

# 变换域图像处理例子

- 被正弦噪声干扰的图像复原



# 概率方法

- 概率方法在图像处理中应用广泛。最基本的方式是以随机量来处理灰度值。
- 将图像看成为是一个随机场，可以获得很多相关的统计量。如：

给定灰度级的概率：

$$p(z_k) = \frac{n_k}{MN}$$

图像灰度均值：

$$m = \sum_{k=0}^{L-1} z_k p(z_k)$$

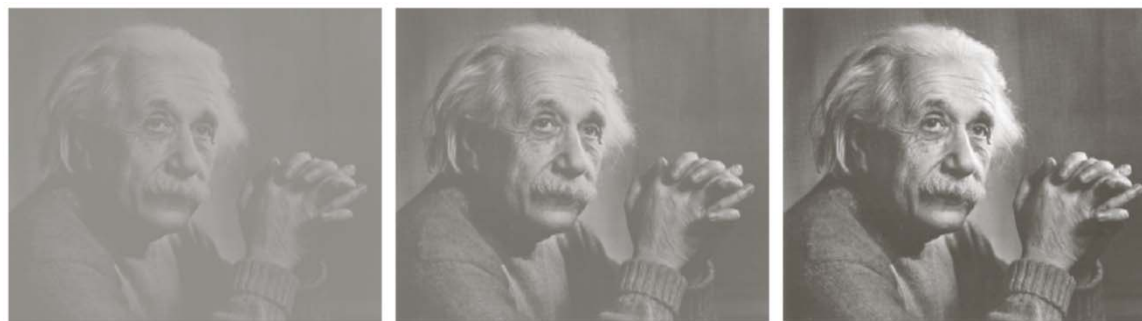
图像灰度方差：

$$\sigma^2 = \sum_{k=0}^{L-1} (z_k - m)^2 p(z_k)$$



# 统计量与视觉特性

- 图像的均值和方差对于图像的视觉特性有明显的直接关系。
- 图像灰度标准差



标准差分别为**14.3, 31.6, 49.2**

# 本章作业

- 书面作业（第4版教材）（下周二课前提交书面作业本）：
  - 习题2.8, 2.14, 2.16, 2.18, 2.22, 2.26, 2.28, 2.37.
- 上机作业（两周内，学在浙大网上提交，实验报告和源代码）：
  - 将Lena图像降采样后，分别利用最近邻、双线性和双三次方插值恢复至原分辨率，并比较效果差异。要求除了图像输入和输出显示外，核心处理函数自己编写，不要直接调用opencv或者matlab里的相关函数。

