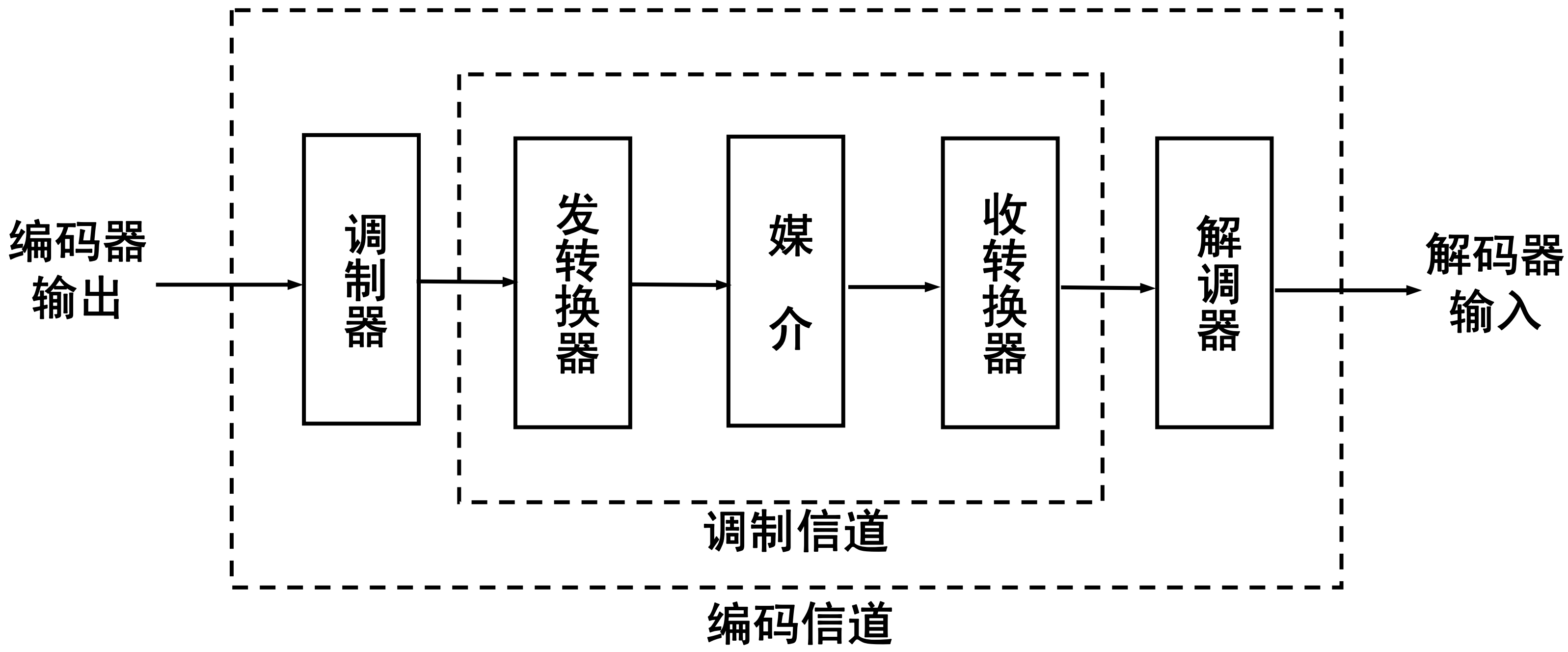
第三章　通信信道

§3.1　通信信道的定义和数学模型

一、通信信道的定义



二、信道模型

1、调制信道模型

① 有一对（或多对）输入，有一对（多对）输出；

② 许多信道是线性的，满足迭加原理；

③ 信号通过信道有时间迟延，受到（固定或时变）损耗；

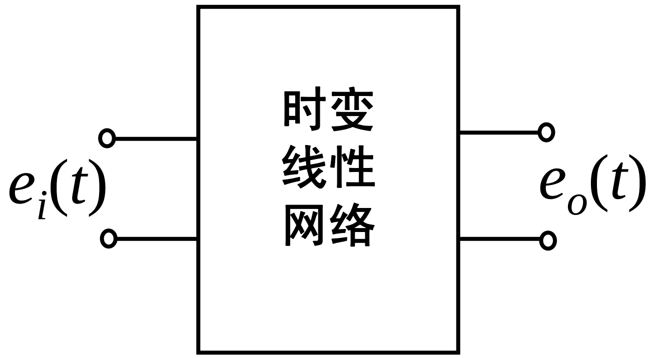
④ 受到加性噪声影响；

单输入、单输出线性信道，

$$e_o(t) = f\left[e_i(t)\right] + n(t)$$

如 $$e_o(t) = V_1(t) \cdot e_i(t) + n(t)$$

或 $$e_o(t) = h(\tau;t) \otimes e_i(t) + n(t)$$



多输入、多输出线性信道

$$e_{ol}(t) = f_l\left[e_{i1}(t), e_{i2}(t), \cdots, e_{iM}(t)\right] + n_l(t)$$

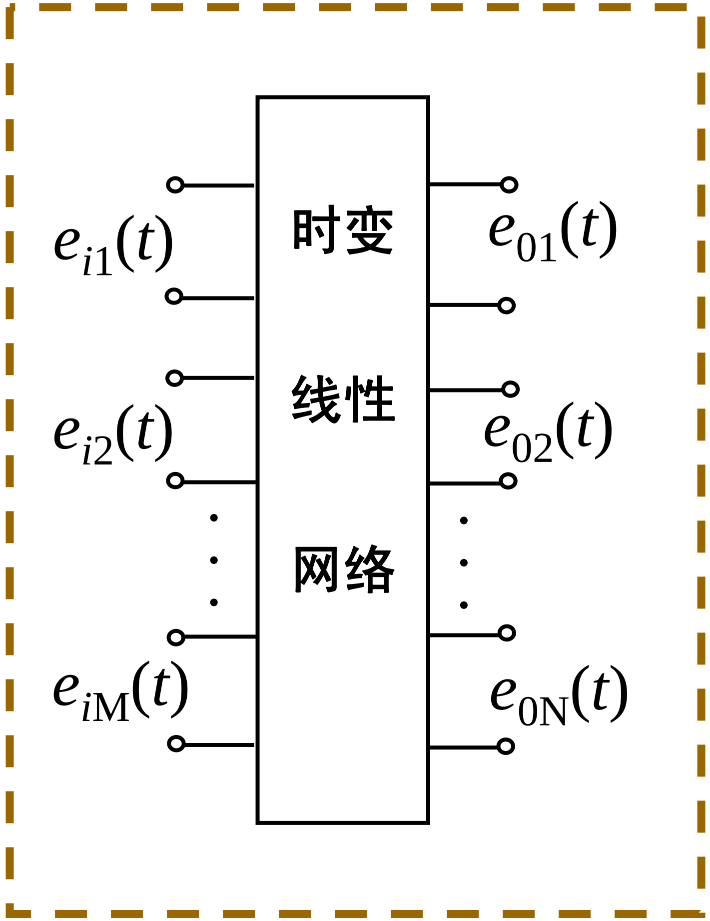
$$l = 1,2,\cdots,N$$

如 $$e_{ol}(t) = \sum_{k=1}^{M} a_{k,l}(t) e_{ik}(t) + n_l(t),$$

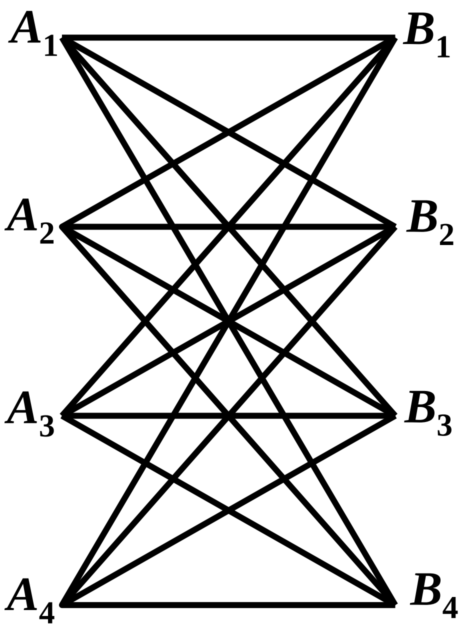
$$l = 1,2,\cdots,N$$

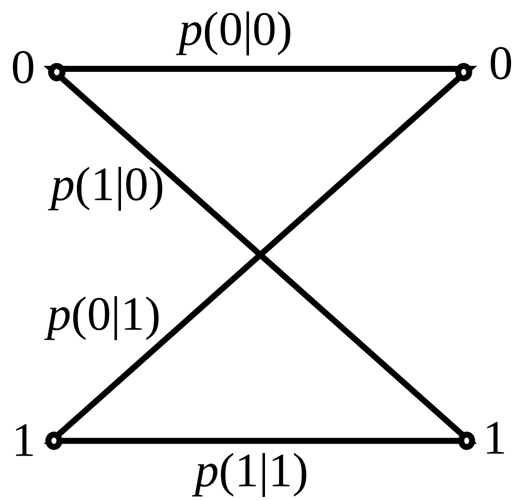
或 $$e_{ol}(t) = \sum_{k=1}^{M} h_{k,l}(\tau;t) \otimes e_{ik}(t) + n_l(t),$$

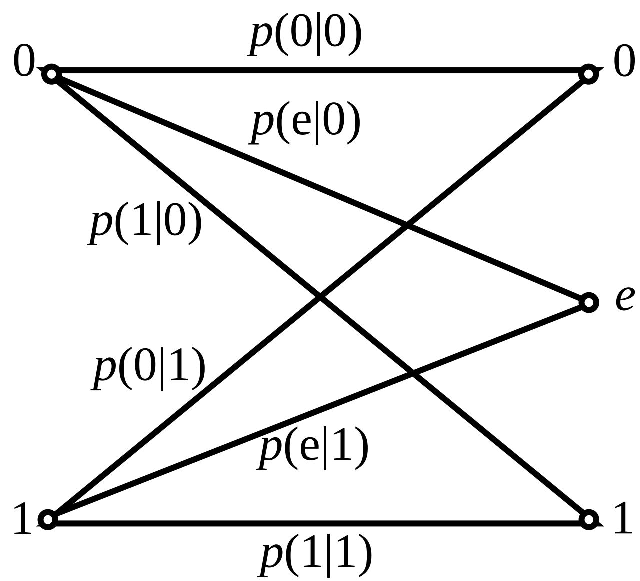
$$l = 1,2,\cdots,N$$



2、编码信道模型


A_1
A_2
A_3
A_4
B_1
B_2
B_3
B_4


$p(0|0)$
0
0
$p(1|0)$
$p(0|1)$
1
1
$p(1|1)$

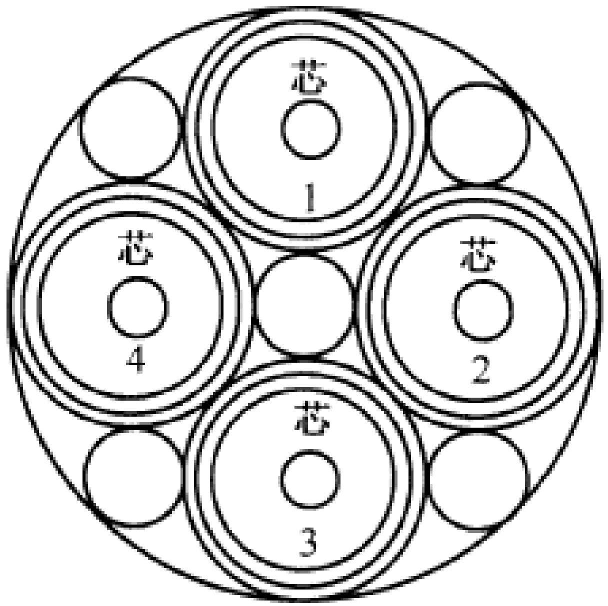

$p(0|0)$
0
0
$p(e|0)$
$p(1|0)$
e
$p(0|1)$
$p(e|1)$
1
1
$p(1|1)$

§3.2　恒参信道及其特征

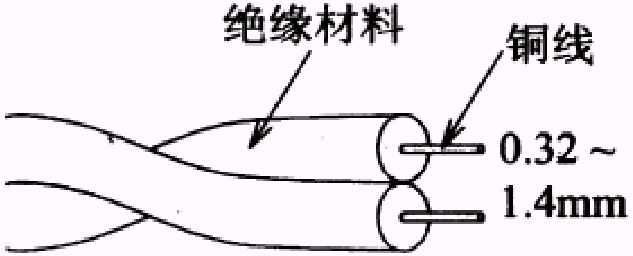
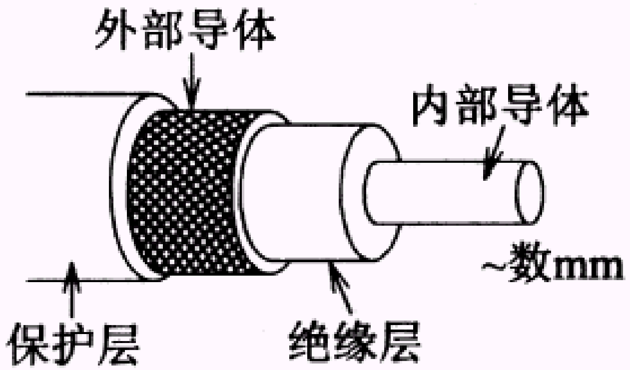
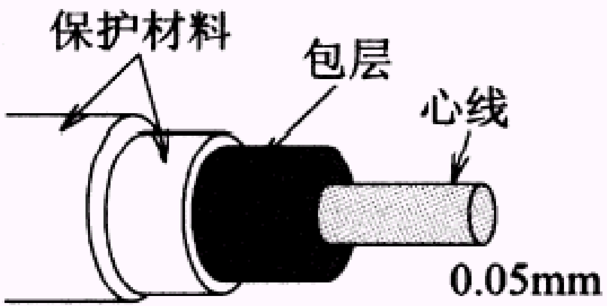
信道参数在通信过程中基本不随时间变化的信道称为恒参信道。

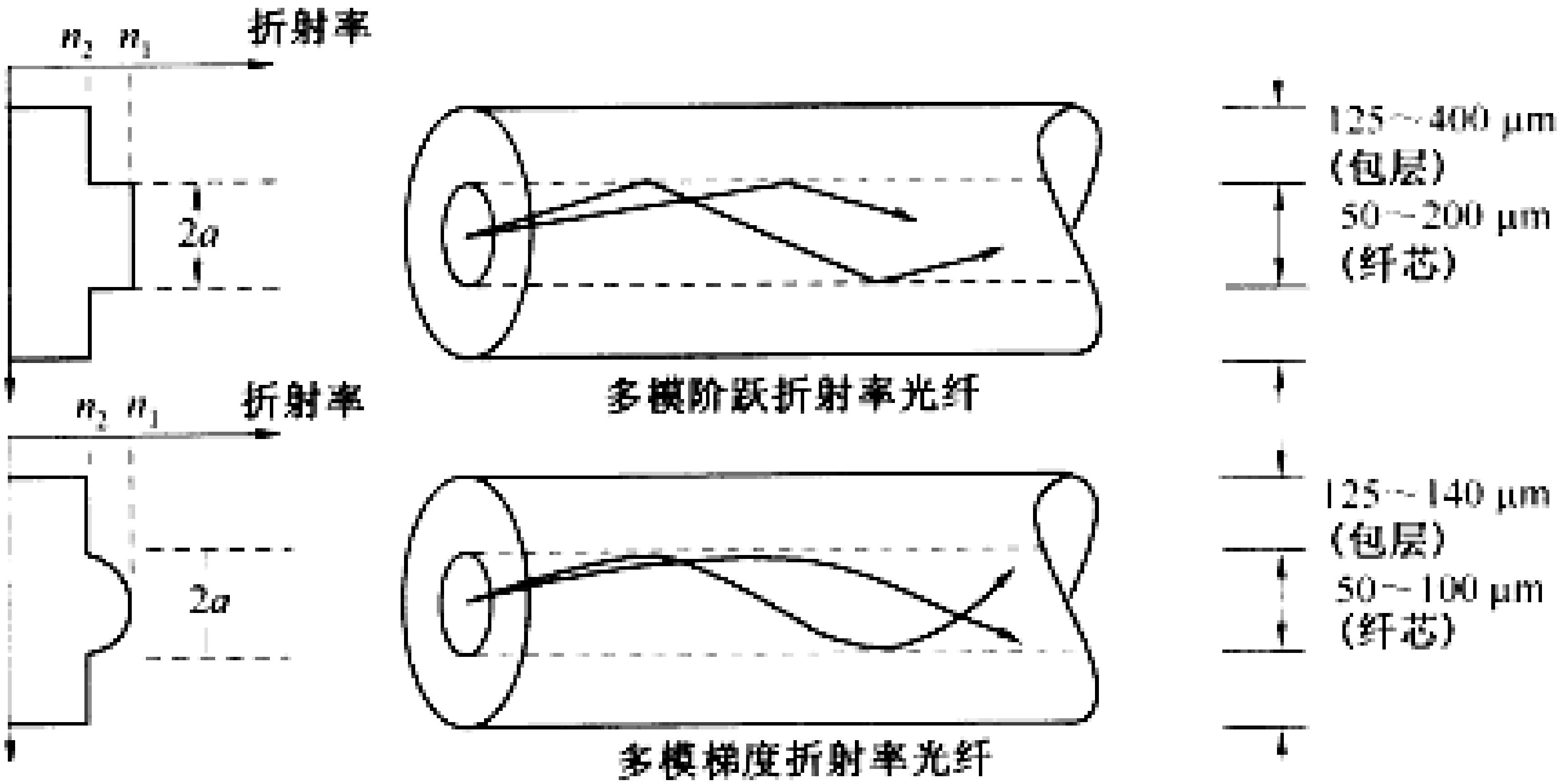
① 有线信道：

如明线，对称电缆，同轴电缆，光纤信道。

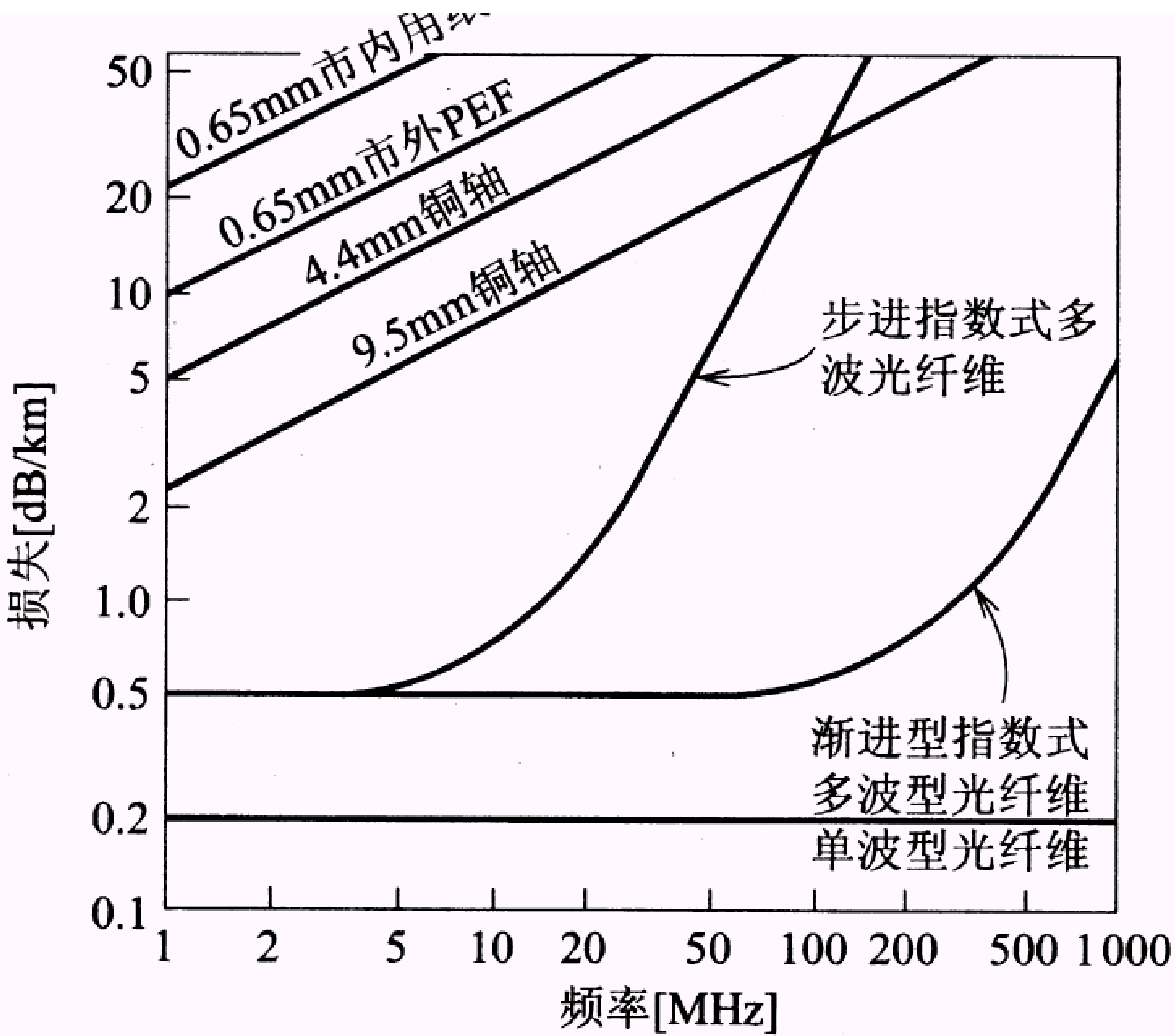


同轴电缆

双绞线		便宜，构造简单 传送频带宽 有漏话现象 容易混人杂音	声音频率 信号传输 用户线 低速 LAN
同轴电缆		价格稍高 传送频带宽 漏话感应少 分支，接头容易	CATV 分配电缆 高速 LAN
光纤		低损失 频带宽 重量轻，直径小 无感应，无漏话	长距离大容量传输 国际间 国内城市间 高速 LAN


折射率
n_2 n_1
2a
125~400 μm
(包层)
50~200 μm
(纤芯)
多模阶跃折射率光纤
折射率
n_2 n_1
2a
125~140 μm
(包层)
50~100 μm
(纤芯)
多模梯度折射率光纤

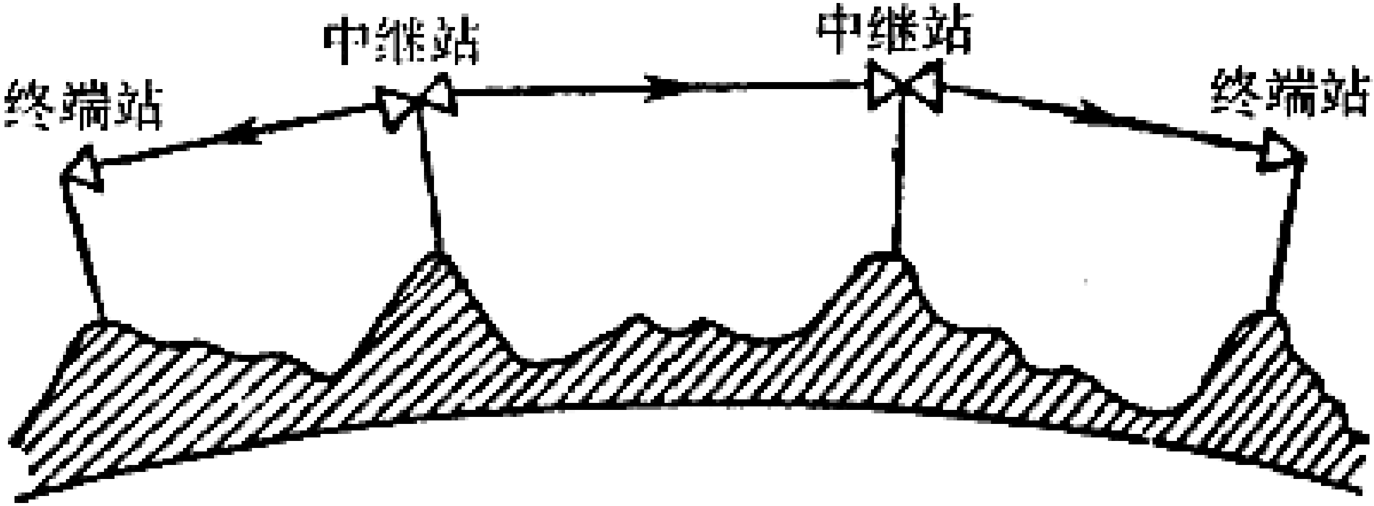
多模光纤



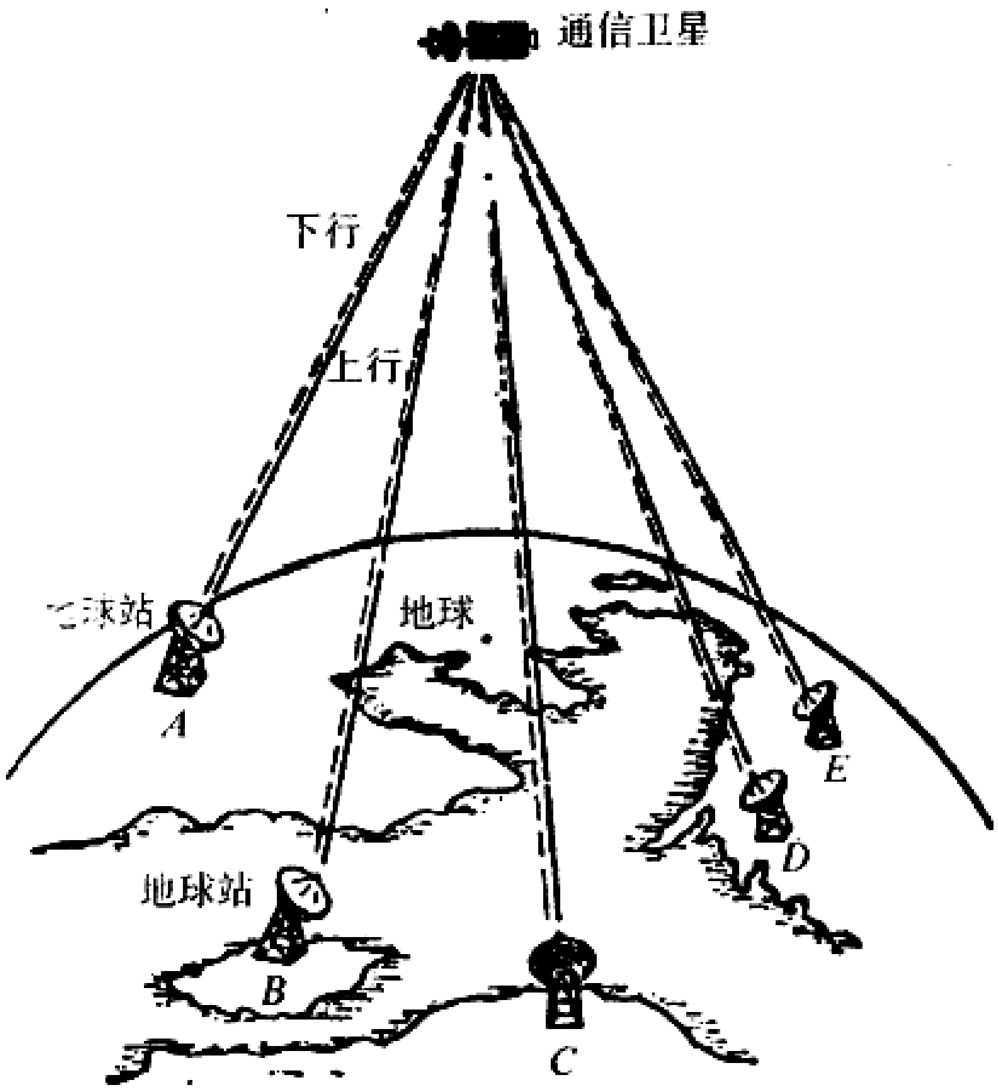
0.65mm市内用
0.65mm市外PEF
4.4mm铜轴
9.5mm铜轴
步进指数式多
波光纤维
渐进型指数式
多波型光纤维
单波型光纤维
损失[dB/km]
50
20
10
5
2
1.0
0.5
0.2
0.1
1
2
5
10
20
50
100
200
500
1000
频率[MHz]

② 无线信道：

如微波视距通信，卫星中继通信。



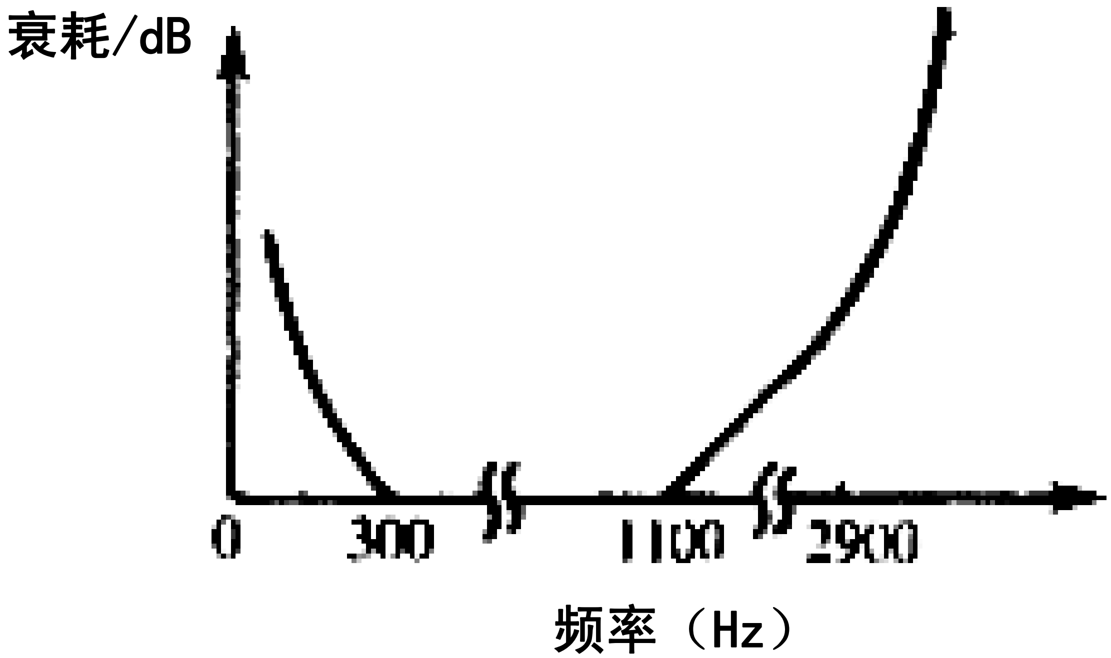
微波视距中继通信



卫星通信

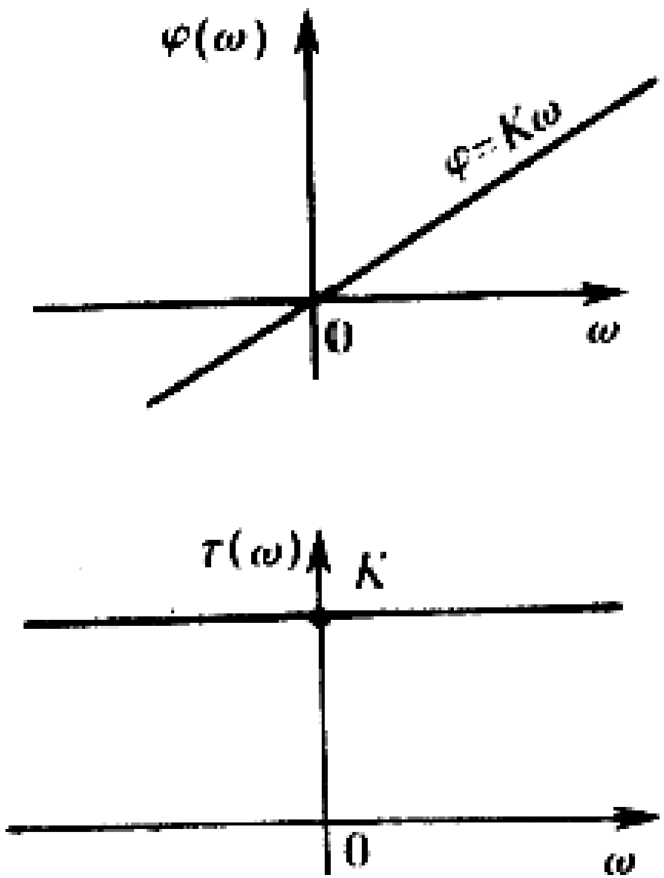
恒参信道对信号传输的影响：

① 幅度—频率畸变$h(f)$；



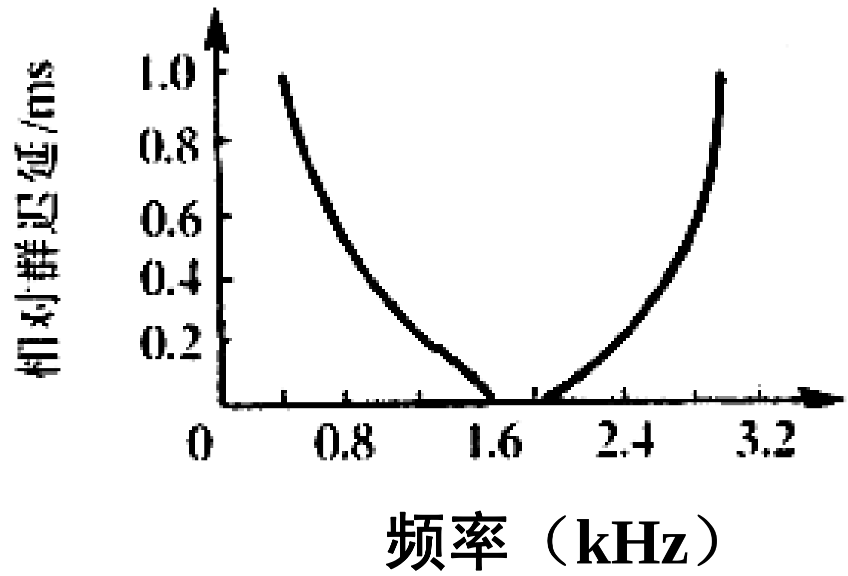
恒参信道的幅频特性

② 相位—频率畸变 $\varphi(f)$；

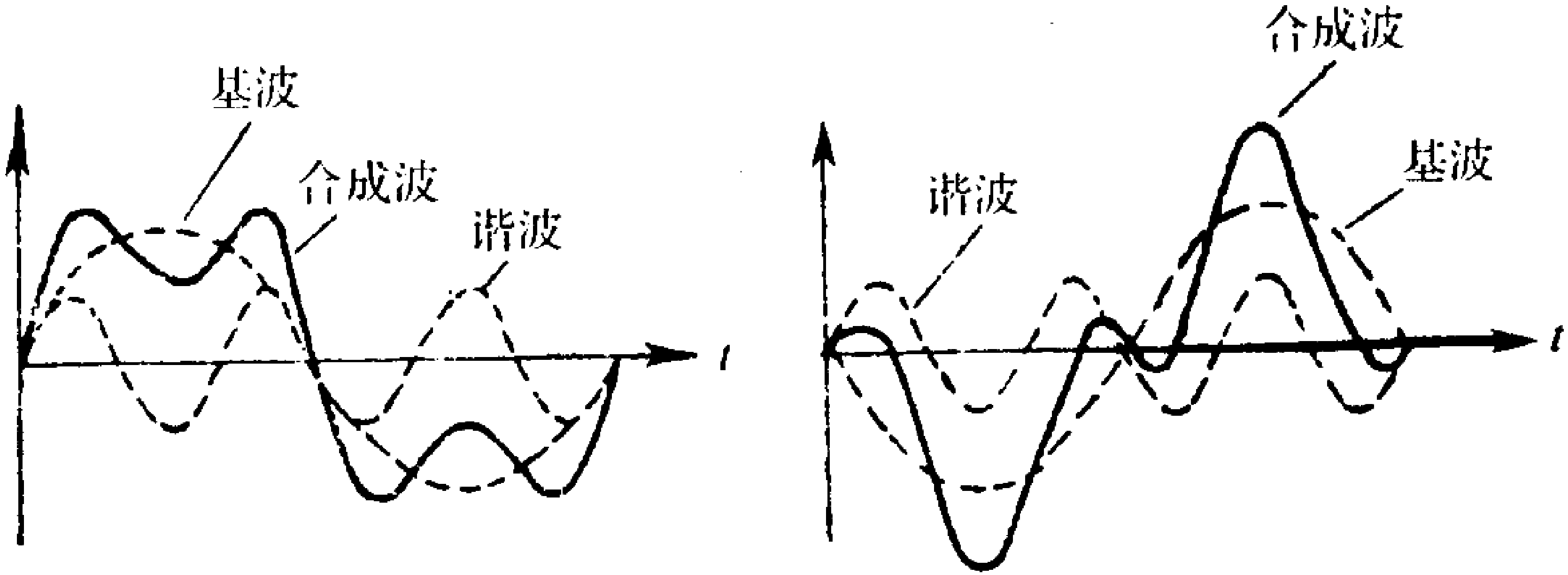


群延时

$$\tau(f)=\frac{d\varphi(f)}{df}$$



$$\tau(f)=\text{常数}\Rightarrow\varphi(f)=k\cdot f$$

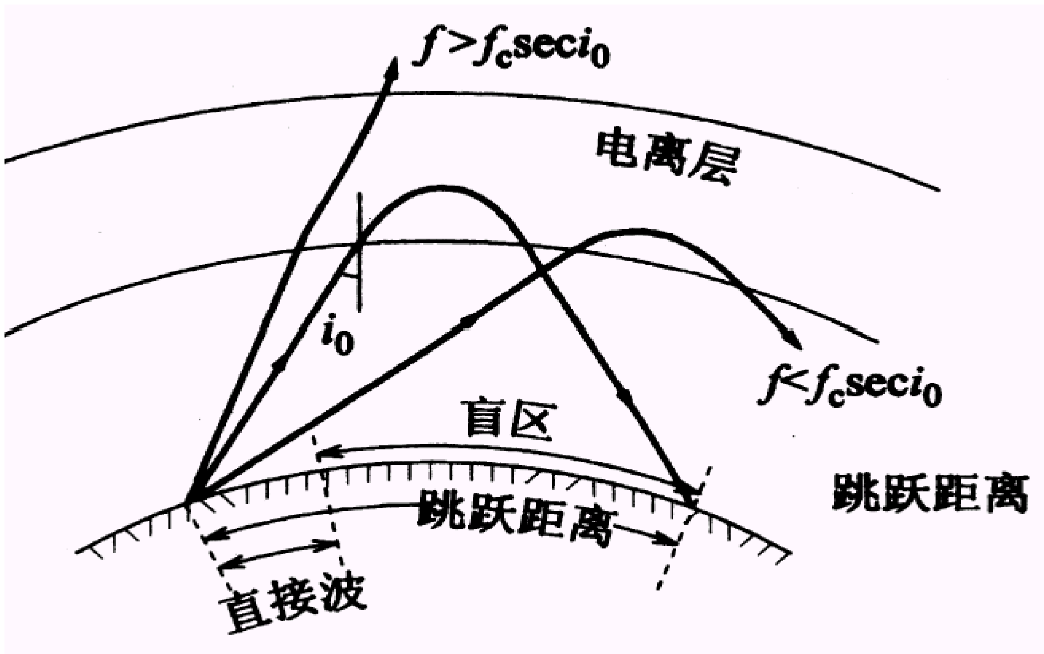


群延时引起的传输失真

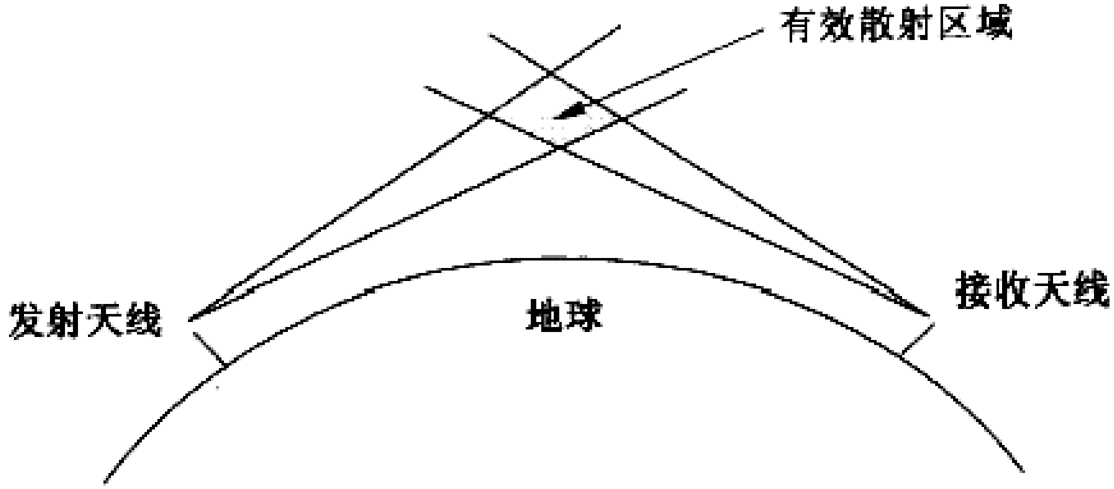
§3.3　随参信道及其特征

随参信道的信道参数是随时随机变化的。

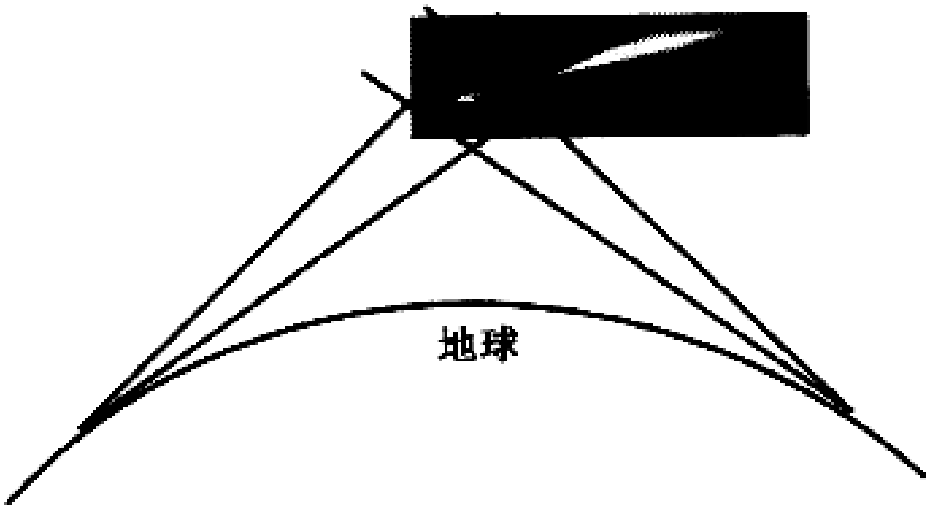
① 短波电离层反射信道；



② 散射信道

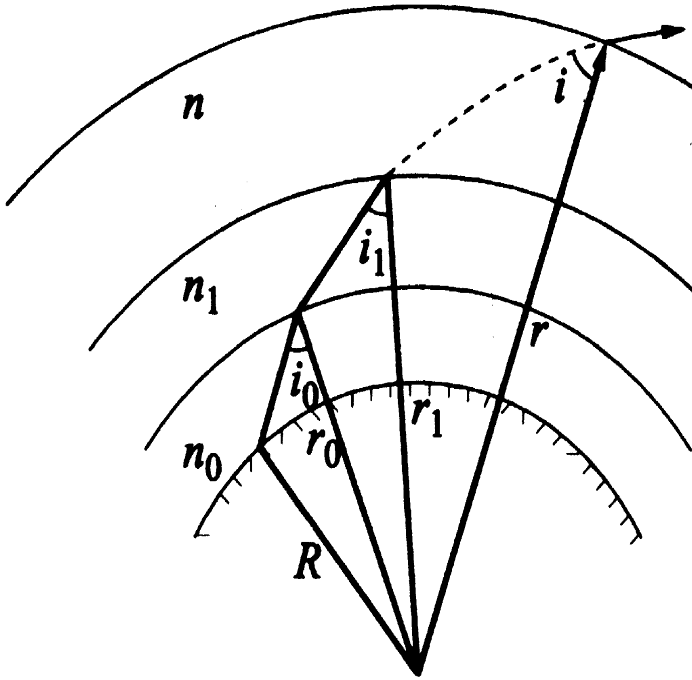


对流层散射信道

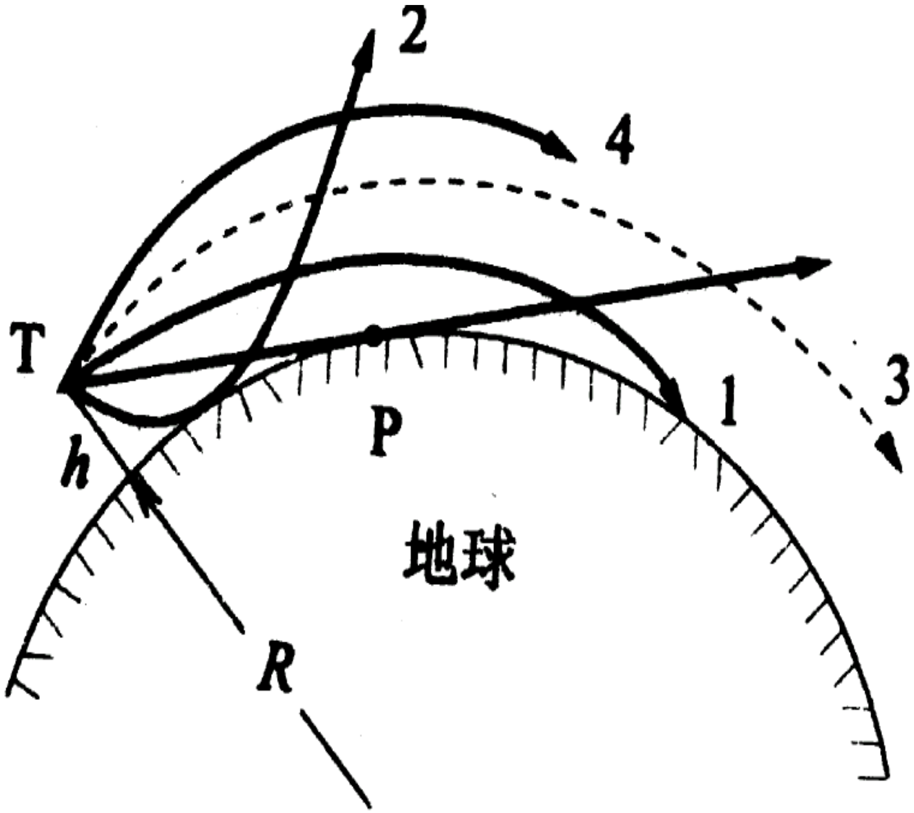


流星余迹散射信道

电波在对流层的传播

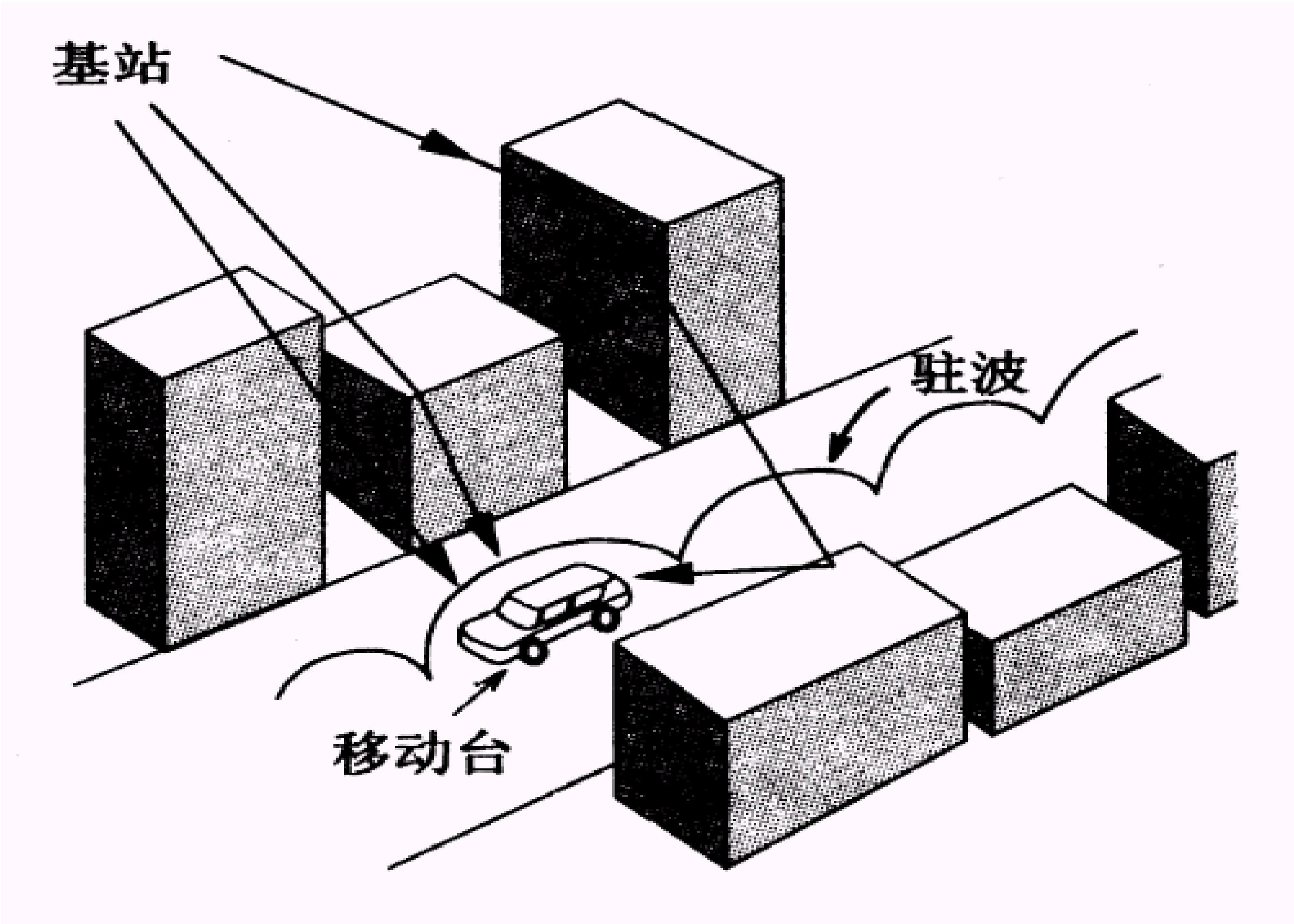


大气的折射



对流层传播例

③ 移动通信信道；



无线信号通过移动信道时会受到各方面的衰减损失和时延，接收信号的功率可以表示为

$$P(d) \propto |d|^{-n} \cdot m(d) \cdot r_0(d)$$

1、自由空间的路径损失 $|d|^{-n}$ ，n 一般取值在2到4之间；（大尺度）

2、阴影衰落 $m(d)$，由传输环境中的地形起伏，建筑物和其它障碍物对于电波的阻挡或屏蔽所引起的衰落，一般情况下它的对数值服从正态分布，即它服从对数正态分布；（中尺度）

3、多经衰落 $r_0(d)$，由移动环境中的多径传输而引起的衰落，一般它服从Rayleigh分布；（小尺度）

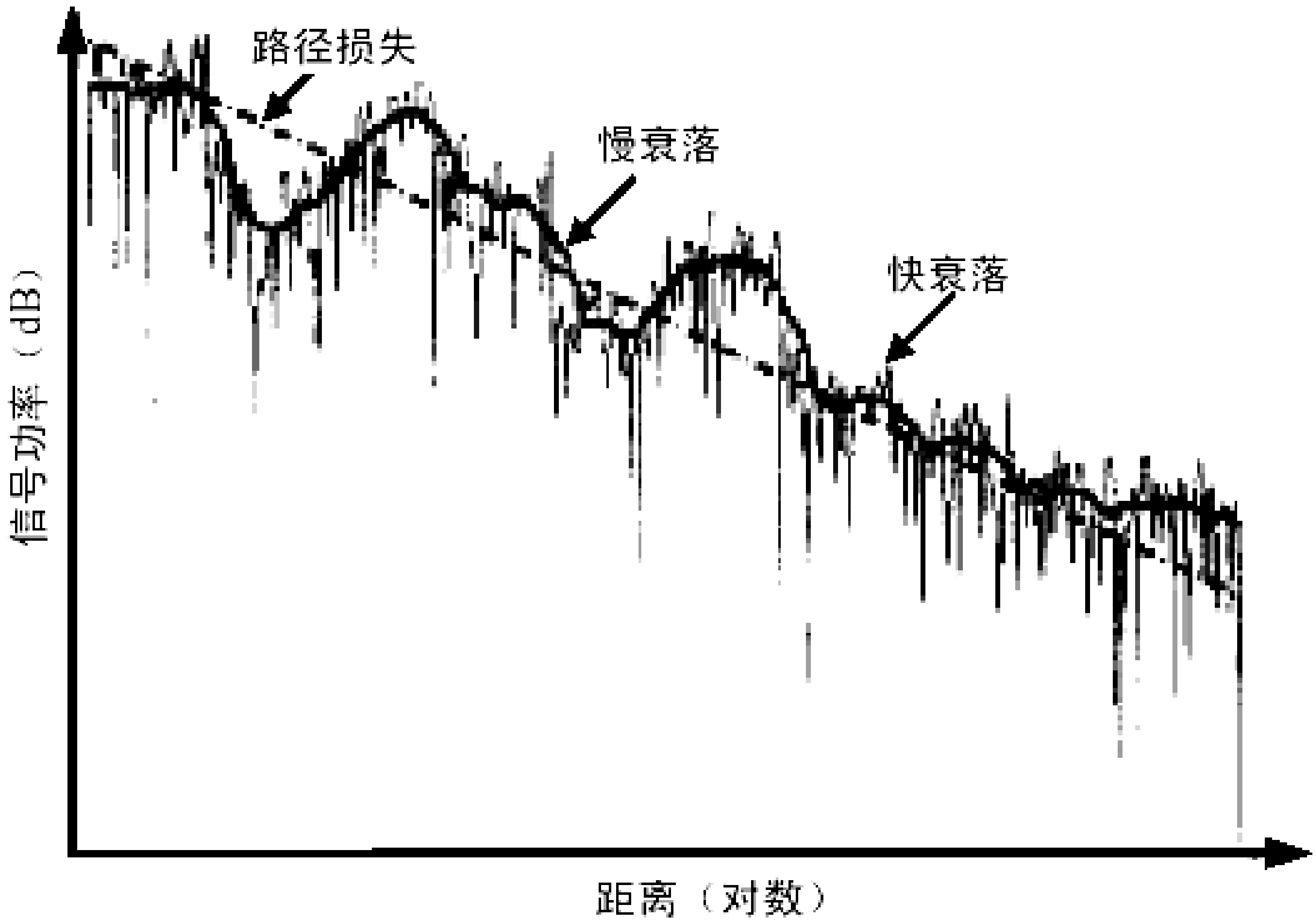


图 3.3.5 衰落信号的路径损失、慢衰落与快衰落

随参信道的特征：

① 衰耗随时变化；

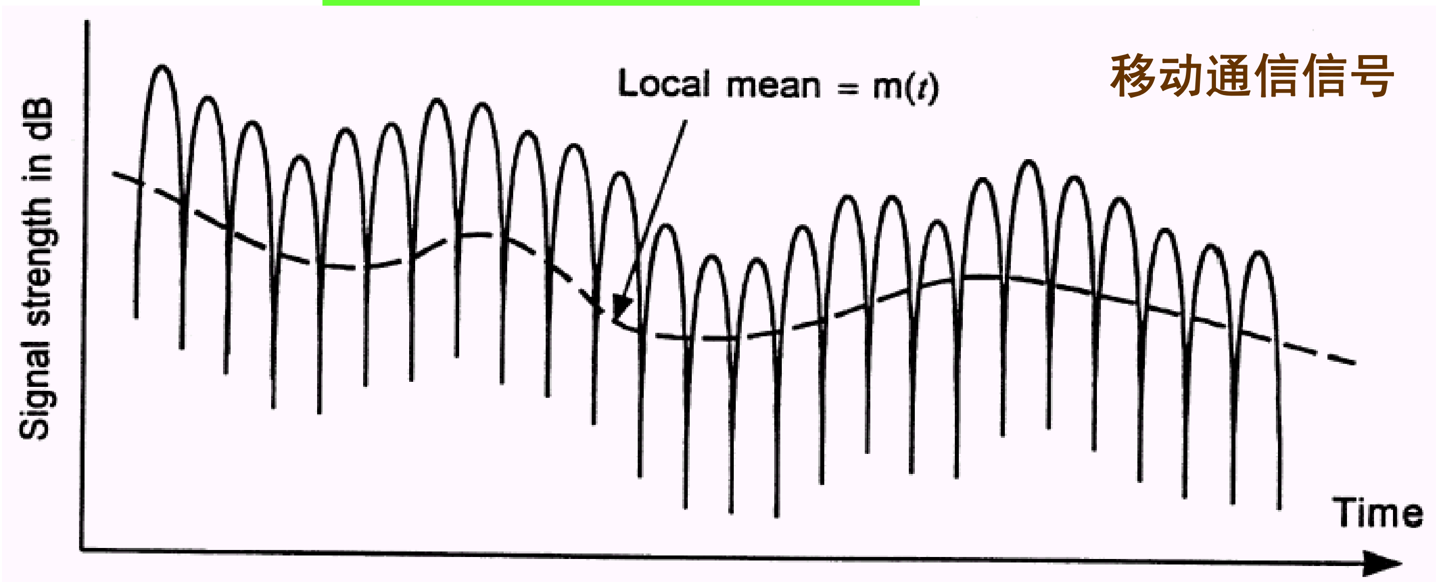
② 传输时延随时变化；

③ 出现多经传播现象；

以移动通信为例分析多径传输：

基台发送： $s_0(t) = a_0 \exp\{ j(2\pi f_0 t + \phi_0 \}$

接收信号幅度： $\boxed{\square\ \sqrt{P(d)} \cdot a_0}$



小尺度衰落可以如下分析：

移动台收到信号是N条从散射体反射来的信号和；

$$s(t)=\sum_{i=1}^{N} a_i s_0(t-\tau_i)$$

$$\tau_i=\bar{\tau}+\Delta\tau_i \quad \text{，其中} \quad \bar{\tau}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\tau_i$$

$$s(t)=x(t-\bar{\tau})\cdot\exp[j2\pi f_0(t-\bar{\tau})+j\phi_0]$$

$$\boxed{x(t)=a_0\left\{\sum_{i=1}^{N}a_i\exp[-j2\pi f_0\Delta\tau_i]\right\}}$$

移动台和散射体都保持静止时，则 $x(t)$ 和时间无关。

考虑到运动情况：

$$s(t) = x(t)\exp\{-j\phi_0\}\cdot\exp\{j2\pi f_0 t\}$$

其中 $$x(t) = \sum_{i=1}^{N} a_0 a_i(t)\exp\{-j2\pi f_0 \tau_i(t)\}$$

令 $$R(t) = \sum_{i=1}^{N} a_i(t)\cos\left[2\pi f_0 \tau_i(t)\right]$$

$$S(t) = \sum_{i=0}^{N} a_i(t)\sin\left[2\pi f_0 \tau_i(t)\right]$$

则 $$x(t) = a_0\left[R(t) - jS(t)\right] = A(t)\cdot e^{j\Psi(t)}$$

幅度 $$A(t) = a_0\sqrt{R^2(t) + S^2(t)}$$

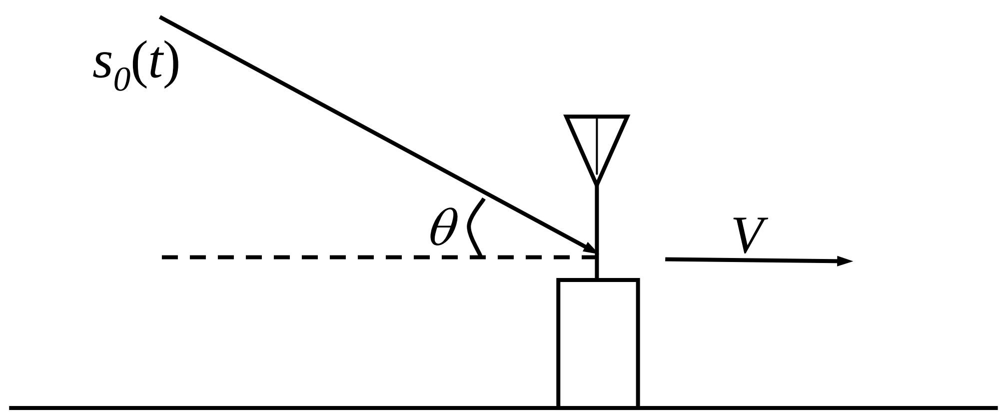
相位 $$\Psi(t) = \arctan\frac{S(t)}{R(t)}$$

由于 f_0 通常非常高，所以很小的延时可使 $2\pi f_0 \tau_i$ 的变化是很大。$R(t)$ 和 $S(t)$ 是高斯变量， $A(t)$ 是Reilygh分布， $\Psi(t)$ 是均匀分布。

当接收机运动时，还会产生多普勒频移；

若发射信号为 $s_0(t) = a_0 \exp\left[j2\pi f_0 t + \phi_0 \right]$

则收到信号为， $s(t) = a_0 \exp\left[j(2\pi f_0 t + \phi_0 - 2\pi \cdot \frac{V}{\lambda} t \cdot \cos\theta) \right]$



多普勒频移

$$f_d = \frac{V}{\lambda} \cos\theta$$

考虑到接收机的运动，则由各散射体引起的总信号为：

$$x(t)=\sum_{i=1}^{N}a_0a_i(t)\exp\left\{j(2\pi f_0t+\phi_0-2\pi\frac{V}{\lambda}t\cos\theta_i+\phi_j(t))\right\}$$

$$=A_T(t)\exp(j\Psi_T(t))\cdot\exp\left\{j(2\pi f_0t+\phi_0)\right\}$$

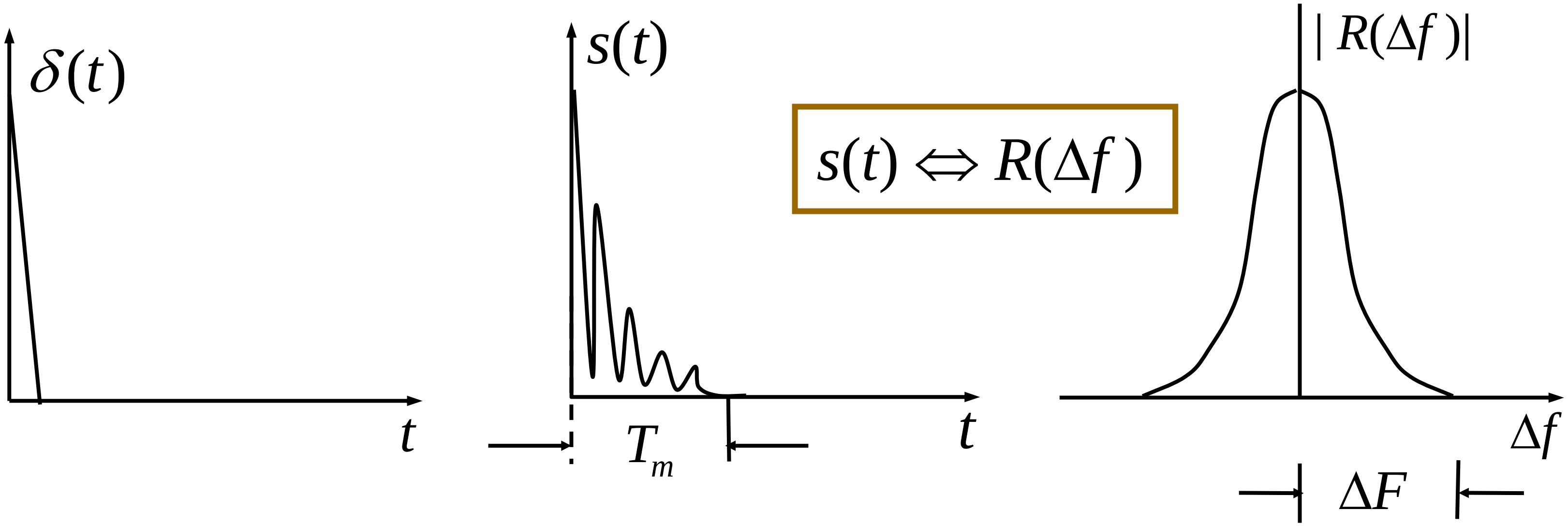
$$\Psi_T(t)=\arctan\frac{\sum_{i=1}^{N}a_i(t)\sin\psi_i(t)}{\sum_{i=1}^{N}a_i(t)\cos\psi_i(t)}$$

$$\psi_i(t)=\phi_i(t)-2\pi\frac{V}{\lambda}t\cos\theta_i$$

多径传输还会引起信号的时间展宽和频谱展宽

① 信号的时间展宽：

脉冲宽度被明显展宽，T_m 表示多径的延时时间差。



$\boldsymbol{R(\Delta f)}$ 表示信道的频率传递函数，$\boldsymbol{R(\Delta f)}$ 描述多径传输对于二个频差为$\boldsymbol{\Delta f}$ 的信号响应的相关性，

相干带宽：$\Delta F = \dfrac{1}{T_m}$

$W < \Delta F$ 频率非选择性衰落

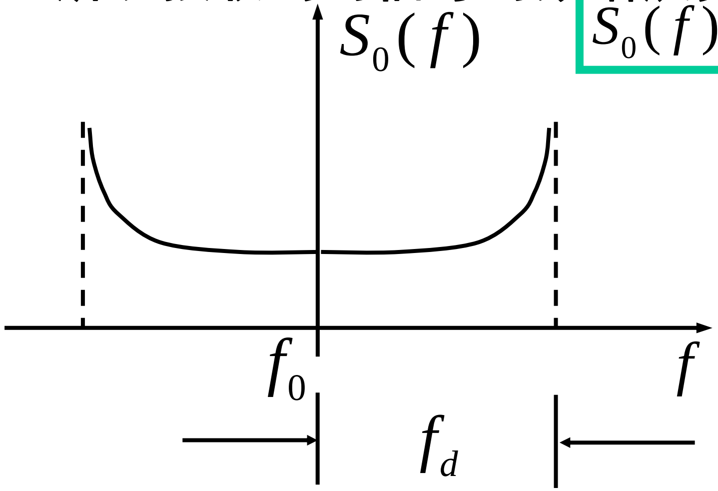
$W > \Delta F$ 频率选择性衰落

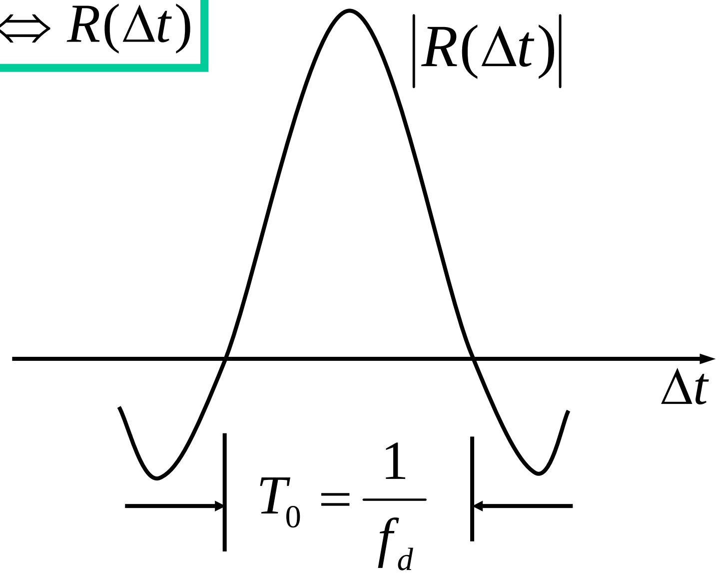
② 信号的频谱展宽

设发送一个单频信号 $s_i(t)=A\cos 2\pi f_0 t$，对于移动接收来说，由于不同方向的反射体反射回来的信号具有不同的多普勒频移，

所以接收到的信号的频谱展宽。

$$\boxed{S_0(f)\Leftrightarrow R(\Delta t)}$$





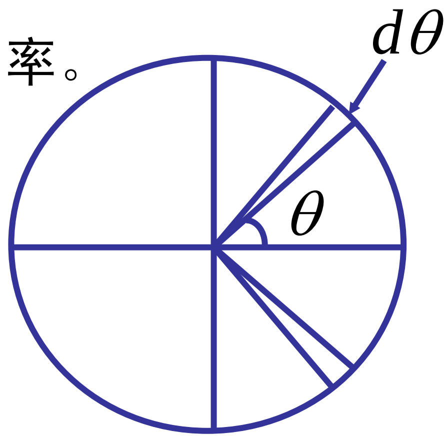
$R(\Delta t)$描述多经传输对于二个时差为Δt 的信号响应的相关性。相干时宽T_0提供了信道衰落的快慢。通信信号的持续时间小于相干时宽T_0，则可以认为在通信过程中信道参数是不变的。

多普勒功率谱密度分析

设移动接收机的速度为V，基台发送的是频率为f_0、波长为λ的无调制连续波。散射信号入射角为θ时，接收信号的多普勒频移为：

$$f_D = V\cos\theta/\lambda = f_d\cos\theta \,, \qquad f_d = V/\lambda$$

若接收天线是全向的，则接收信号中入射角在$(\theta, \theta + d\theta)$中的信号分量的功率为$P_{av}\,|d\theta|/2\pi$，其中$P_{av}$为平均接收到的总功率。



从θ和从$-\theta$方向入射的电波具有相同的多普勒频移，

$$f = f_0 + f_d\cos\theta$$

入射角从$\theta \to \theta + d\theta$时，相应频率从$f \to f + df$

接收到信号的功率谱为$S(f)$，在频率范围$(f, f + df)$中的信号功率为

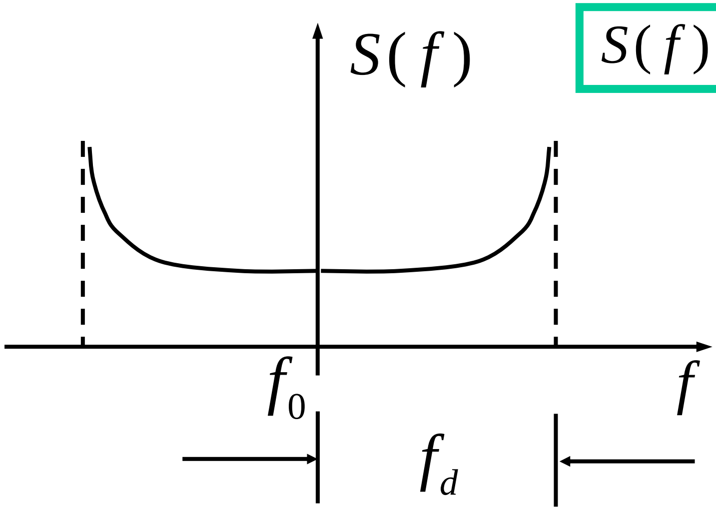
$$S(f)\,|df| = \frac{2P_{av}}{2\pi}\,|d\theta| \Longrightarrow S(f) = \frac{P_{av}}{\pi}\cdot\left|\frac{d\theta}{df}\right|$$

因为 $$df = -f_d \sin\theta \cdot d\theta$$

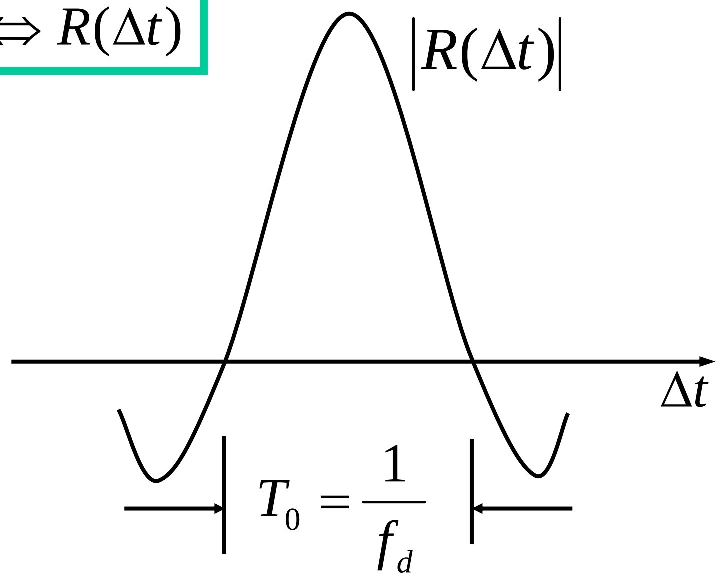
$$\sin\theta = \sqrt{1-\cos^2\theta} = \sqrt{1-\left(\frac{f-f_0}{f_d}\right)^2}$$

所以 $$S(f) = \frac{P_{av}}{\pi} \cdot \left|\frac{d\theta}{df}\right| \Rightarrow S(f) = \frac{P_{av}}{\pi}\left[f_d^2-(f-f_0)^2\right]^{-1/2}$$

$$R(\Delta t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f)\cdot e^{j2\pi f\Delta t} df = J_0(2\pi f_d \cdot \Delta t)$$

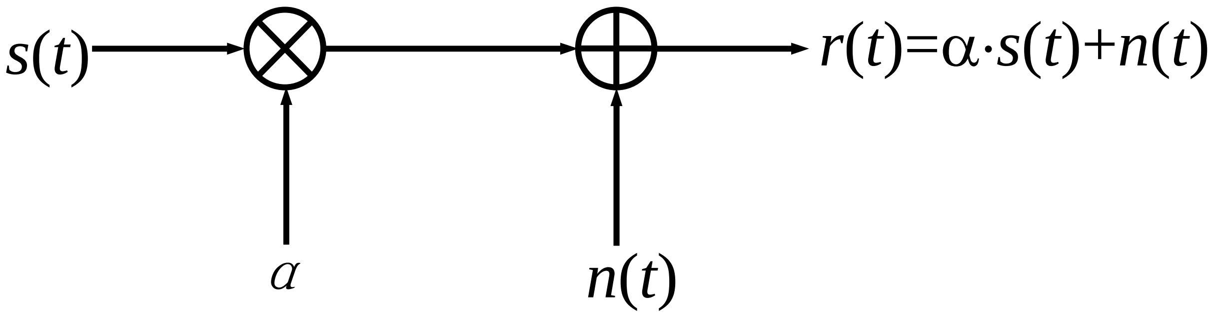


$\boxed{S(f) \Leftrightarrow R(\Delta t)}$



§3.4　通信链路损耗和噪声

一个简单通信信道：



α是信道传输损耗，$n(t)$是加性噪声。

一、传输链路损耗

P_T 为发射功率，P_R为接收机收到功率，则传输损耗：

$$L = \frac{P_T}{P_k}\ ,\qquad L_{db} = 10\log L = 10\log P_T - 10\log P_R$$

对于自由空间传输，　$L = \left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right)^2$

对于一般移动通信，　$L \propto \left(\frac{d}{\lambda}\right)^n, 2 \le n \le 4$

二、加性噪声

由量子力学可知，在电阻 R 所产生的随机电压的功率谱为，

$$S_R(f)=\frac{2R\hbar\left|f\right|}{(e^{\frac{\hbar f}{kT}}-1)}\ ,\qquad (\mathrm{V}^2/\mathrm{Hz})$$

$$\hbar=6.6260755\times10^{-34}J\cdot s\ ,\ \ k=1.380658\times10^{-23}J\cdot K^{-1}$$

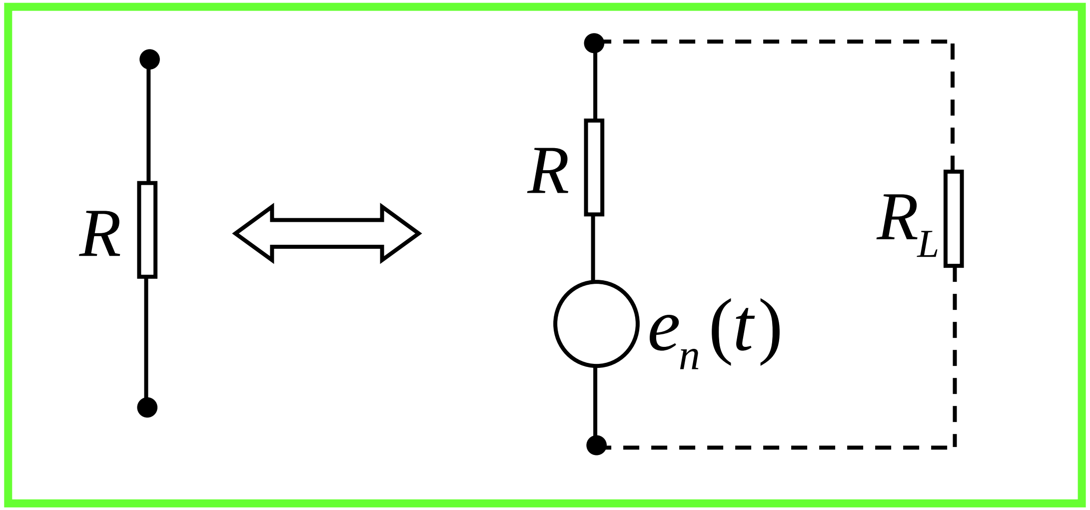
在频率低于10^{12} $\mathbf{H_Z}$范围内，

$$e^{\frac{\hbar f}{kT}}\approx1+\frac{\hbar\left|f\right|}{kT}$$

所以这时：

$$\boxed{S_R(f)=2RkT\ ,\qquad (\mathrm{V}^2/\mathrm{Hz})}$$

电阻的噪声模型



当匹配时，即 $R_L = R$ 时，负载上获得最大功率等于：

$$\left(\frac{\sqrt{S_R(f)}}{2R}\right)^2 \cdot R = \frac{kT}{2}\text{，} \qquad (W/\mathrm{Hz})$$

所以负载上的热噪声功率谱为：

$$\boxed{S_n(f) = \frac{N_0}{2}\text{，} \qquad (W/\mathrm{Hz})}$$

$N_0 = kT$ 其中，（在常温下 $T = 290\ K$ ，$N_0 = 4\times 10^{-21}\ W/\mathrm{Hz}$ ）

等效噪声带宽

放大器输出功率： $P_{no}=\int_{-\infty}^{\infty}S_n(f)\left|H(f)\right|^2df=\frac{N_0}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\left|H(f)\right|^2df$

等效噪声带宽为： $\boxed{B_{ngq}=\frac{1}{2A}\int_{-\infty}^{\infty}\left|H(f)\right|^2df\ ,\qquad A=\max_f\left\{\left|H(f)\right|^2\right\}}$

理想放大器输出噪声功率： $P_{no}=A\cdot N_0\cdot B_{neq}$

考虑到放大器自身噪声，输出噪声功率：

$$P_{no}=A\cdot N_o\cdot B_{neq}+P_{ni}=A\cdot kT\cdot B_{Beq}+P_{ni}$$

即 $$P_{no}=AkB_{neq}\left(T+\frac{P_{ni}}{AkB_{neq}}\right)$$

$\boxed{\text{有效噪声温度：}\ T_e=\frac{P_{ni}}{AkB_{neq}}}$， 于是 $P_{no}=AkB_{neq}(T+T_e)$

如果这个放大器输入载波信号功率为 P_{si}，则输出信号功率为

$$P_{so} = A \cdot P_{si}$$

所以输出信噪比（SNR）为：

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 = \frac{P_{s0}}{P_{n0}} = \frac{AP_{si}}{AkTB_{neq}\left(1+\frac{T_e}{T}\right)} = \frac{P_{si}}{kTB_{neq}\left(1+\frac{T_e}{T}\right)}$$

$$= \left(\frac{S}{N}\right)_i \cdot \frac{1}{\left(1+\frac{T_e}{T}\right)}$$

定义放大器的噪声系数为：

$$\boxed{F = \left(1+\frac{T_e}{T_0}\right), \quad T = T_0 = (290K)}$$

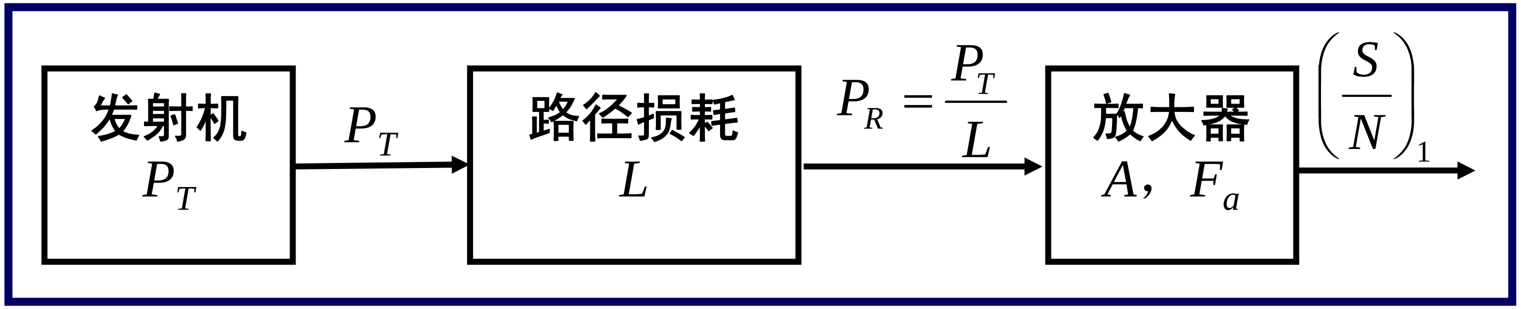
所以输出信噪比：

$$\boxed{\left(\frac{S}{N}\right)_0 = \frac{1}{F}\left(\frac{S}{N}\right)_i}$$

K 节放大器级联，总的噪声系数为：

$$F = F_1 + \frac{F_2 - 1}{A_1} + \frac{F_3 - 1}{A_1 A_2} + \cdots + \frac{F_{k-1}}{A_1 A_2 \cdots A_{k-1}}$$

三、信号中继转发链路分析



设路径损耗L，放大器功率增益A，噪声系数F_a，则中继节输出信噪比：

$$\left(\frac{S}{N}\right)_1=\frac{1}{F_a}\left(\frac{S}{N}\right)_i=\frac{1}{F_a}\left(\frac{P_R}{N_0B_{neq}}\right)=\frac{1}{F_a}\left(\frac{P_T}{L\cdot N_0\cdot B_{neq}}\right)$$

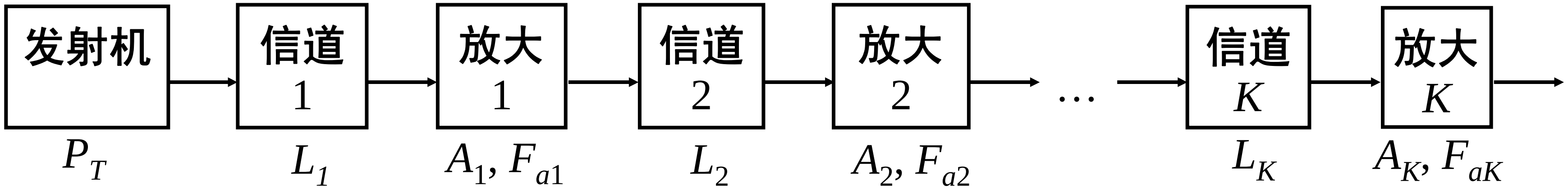
$$=\frac{1}{F_a\cdot L}\left(\frac{P_T}{N_0\cdot B_{neq}}\right)\quad=\frac{1}{F}\left(\frac{P_T}{N_0\cdot B_{neq}}\right)$$

路径损耗看成噪声系数为L，增益为$1/L$ 的滤波器，放大器的增益为A，

噪声系数为F_a，所以级联后的总噪声系数为：

$$\boxed{F=L+\frac{F_a-1}{1/L}=L\cdot F_a}$$

K个中继放大器级联



K个中继放大链路级联所构成系统的总噪声系数为：

$$F = L_1F_{a1} + \frac{L_2F_{a2} - 1}{A_1/L_1} + \frac{L_3F_{a3} - 1}{(A_1/L_1)\cdot(A_2/L_2)} + \cdots + \frac{L_KF_{aK}}{(A_1/L_1)(A_2/L_2)\cdots(A_{K-1}/L_{K-1})}$$

当所有 L_i 都相等，所有 F_{ai} 都相同，放大器增益正好补偿链路损耗时：

$$L_i = L \qquad F_{ai} = F_a \qquad L_i = A_i$$

$$F = K \cdot L \cdot F_a - (K-1) \approx KLF_a$$

输出信噪比：

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 = \frac{1}{F}\left(\frac{S}{N}\right)_i = \frac{1}{F}\left(\frac{P_T}{N_0 \cdot B_{neq}}\right)$$

§ 3.5 信道容量与信道编码定理

Shannon理论表明，对于每个信道都存在一个相应的称之为信道容量的传输极限，只要传输碼率低于信道容量就可以以任意小的误码率传输信息，如果传输碼率超过信道容量则不可能实现任意小误码率。

3.5.1 离散无记忆信道的容量

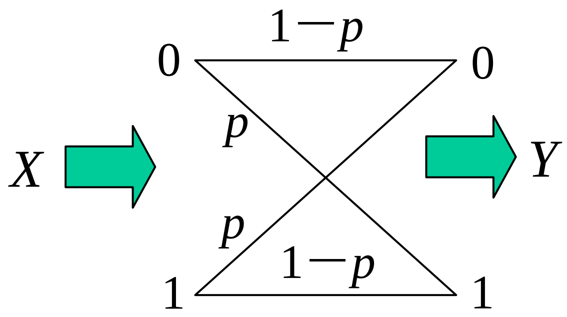
$$X \longrightarrow \boxed{\text{信道}\ \{P(y\,|\,x)\}} \longrightarrow Y$$

$$I(X;Y) = H(X) - H(X\,|\,Y)$$

$$= \sum_{x}\sum_{y} P_X(x) P_{Y|X}(y\,|\,x) \log \frac{P_{Y|X}(y\,|\,x)}{P_Y(y)}$$

$$\boxed{C = \max_{\{P_X(x)\}} I(X;Y)}$$

[例]二进对称信道

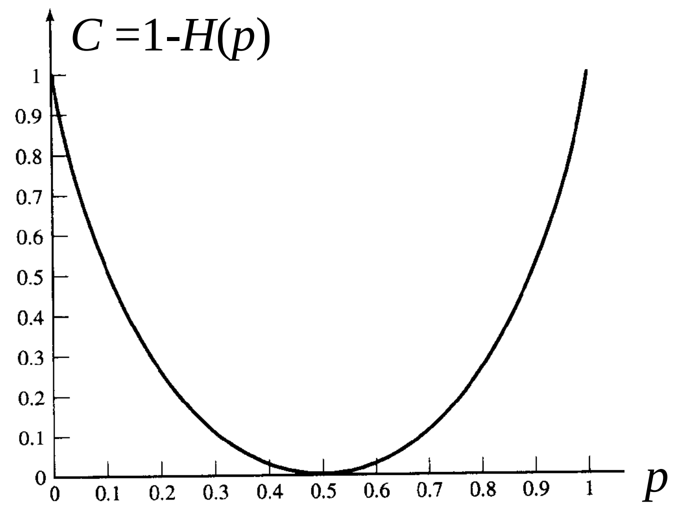


$$C=\max_{\{P_X(x)\}} I(X;Y)$$

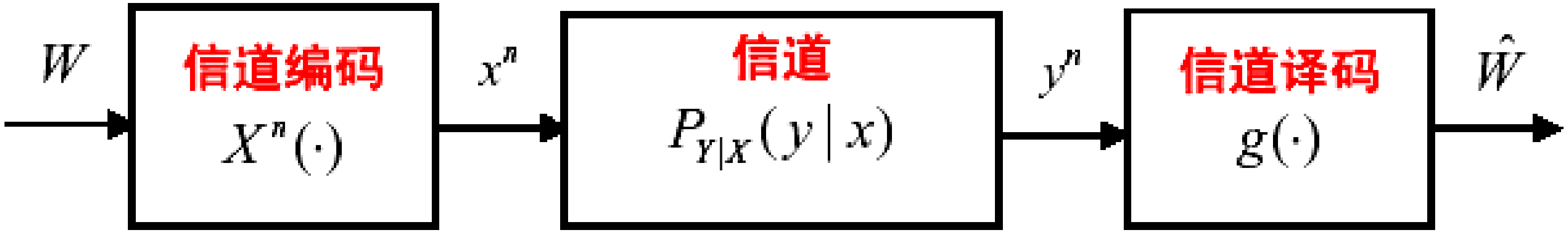
$$=\max_{\{P_X(x)\}}\{H(X)-H(X\mid Y)\}$$

$$=1-\{-p\log p-(1-p)\log(1-p)\}$$

$$=1-H(p)$$



信道编码定理



1、M个消息相对应的消息集合 $\mathcal{M}=\{1,2,3,\cdots,M\}$ ；

2、编码函数 $X^n(\cdot)$ ；

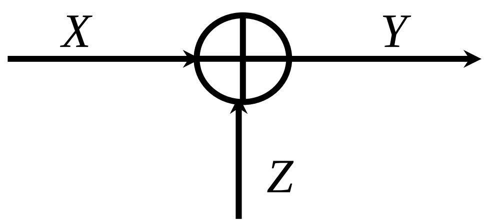
3、译码函数 $g(\cdot)$ ；

碼率：$R=\dfrac{\log_2 M}{n}$　　误码率：$\Pr\{\hat{W}\neq W\}$

当码率 $R<C$ 时存在编码方式，使误码率 $\Pr\{\hat{W}\neq W\}\longrightarrow 0$ ；

当码率 $R>C$ 时不可能存在编码方式，使误码率 $\Pr\{\hat{W}\neq W\}\longrightarrow 0$ ；

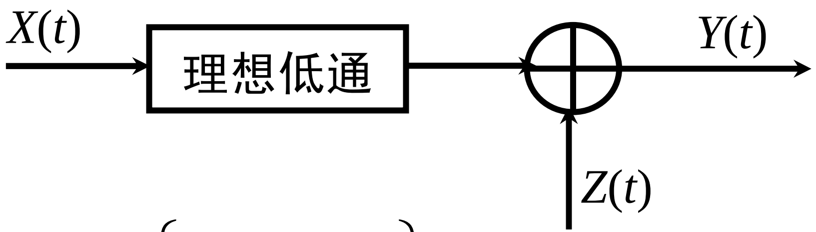
3.5.2 高斯信道的容量



$$Y = X + Z$$
$$Z \sim \mathrm{N}(0, N)$$
$$E\left[X^2\right] \le P$$

$$C = \max_{p(x):EX^2 \le P} I(X;Y)$$
$$= \frac{1}{2}\log\left(1 + \frac{P}{N}\right)$$

3.5.3 带限信道的容量与通信的界限



$$C = W\log\left\{1 + \frac{P}{N_0 W}\right\} \text{ 比特/秒}, \quad \lim_{W\to\infty} C = \frac{P}{N_0}\log e = 1.44\frac{P}{N_0} \text{ 比特/秒}$$

[例3.5.2] 电话线信道被认为是频限带于（0~3300Hz）。当输入信噪比 SNR = 20dB（即 $P/N_0W = 100$）时，信道容量为22,000比特/秒。

Shannon信道编码定理： $R < C = W\log\left\{1+\frac{P}{N_0W}\right\}$

频带效率： $\eta = \frac{\text{每秒传输速率}(R)}{\text{传输带宽}(W)}$ （bits/s/Hz）

$$\eta < \eta_{\max} = \log\left(1+\frac{P}{N_0W}\right)$$ ， 由 $P = E_bR$ ⇨ $$\eta \le \log\left(1+\eta\cdot\frac{E_b}{N_0}\right)$$

在频带效率为 η 时每传一比特信息所需能量 $E_b(\eta)$ 必须满足

$$\frac{E_b(\eta)}{N_0} \ge \frac{2^\eta - 1}{\eta}$$

当 $\eta \to 0$ 时，达到最小值，

$$\frac{E_b(\eta)}{N_0} \to \ln 2 = 0.693147 = -1.592 \text{ db}$$

为了可靠传输1比特信息所需要的能量至少为 $0.693N_0$。

$$\boxed{\frac{E_b(\eta)}{N_0} \geq \frac{2^{\eta}-1}{\eta}}$$