电科
考硕

浙 江 大 学

2014年攻读硕士学位研究生入学考试试题

75分 75分

考试科目 ~~信号系统与数字电路 A~~ 编号 842

注意：答案必须写在答题纸上，写在试卷或草稿纸上均无效。

一、选择填空题（每空格3分，共24分）

1. 对于离散时间系统 $y[n]=x[n]\sum_{k=0}^{n}\delta[n-k]$，试确定系统具有以下 ~~BD~~ CD 性质。

A. 稳定的； B. 因果的； C. 线性的； D. 时不变的。

2. 计算 $\int_0^1 \delta(2t^2-\frac{1}{2})dt$ 的积分值______________。

3. 试判断下列陈述中正确的是 C ~~D~~ 。

A. 若对连续时间复指数信号 $x(t)=e^{j\omega_0 t}$ 采样得到一个离散时间信号 $x[n]=x(nT)=e^{j\omega_0 Tn}$，那么 $x[n]$ 是周期的；

B. 两个连续时间周期信号之和是周期的；

C. 时域周期信号的频谱总是离散的；

D. 周期方波信号经过一个低通滤波器会出现吉布斯现象。

4. 某LTI系统的单位冲激响应为 $h_0(t)$，当输入为 $x_0(t)$，系统对它的响应为 $y_0(t)=x_0(t)*h_0(t)$；若 $x(t)=dx_0(t)/dt$，$h(t)=h_0(t+1)$，求 $y(t)=x(t)*h(t)$（用 $y_0(t)$ 表示）______________。

5. 已知 $X(j\omega)=A(\omega)e^{jB(\omega)}$，式中 $A(\omega)=\frac{\sin\omega}{2\omega}$ 和 $B(\omega)=\omega+\frac{\pi}{2}$，试确定其对应的时域信号是 ~~BC~~

A. 实的； B. 虚的； C. 偶的； D. 奇的。

6. $x[n]=\sum_{m=0}^{n}(\frac{1}{3})^m$ 的傅里叶变换是______________。

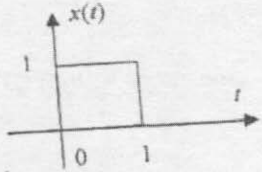
7. $X(s)=\frac{1}{s(1+e^{-2s})}, \mathrm{Re}\{s\}>0$ 的拉普拉斯反变换______________。

8. 某稳定的离散时间LTI系统的系统函数为 $H(z)=1/(1-1.5z^{-1}-z^{-2})$。求其单位脉冲响应______________。

二、（8 分）用采样周期 T 对连续时间信号 $x(t)=\sin(10\pi t)+\cos(20\pi t)$ 采样得到离散时间信号 $x[n]=\sin(\frac{\pi n}{5})+\cos(\frac{2\pi n}{5})$。

（1）确定一种选取的 T 满足上述关系；（2）在（1）中你选取的 T 唯一吗？若是，解释为什么？若不是，请给出另一种选择的 T 满足上述关系。

三、（10 分）信号 $x(t)$ 如右图所示。求



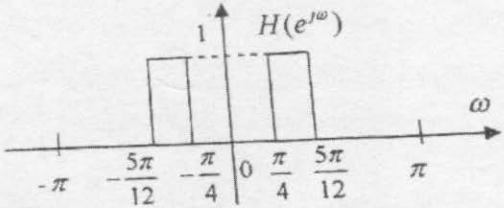
（1）$X(j\omega)$ 的相频特性 $\theta(\omega)$；（2）计算 $\int_{-\infty}^{\infty}|X(j\omega)|^2\,d\omega$ 的值；

（3）画出 $j\mathrm{Im}\{X(j\omega)\}$ 的反变换信号；（4）计算 $\int_{-\infty}^{\infty}X(j\omega)\frac{\sin(\omega)}{\omega}d\omega$ 的值。

四、（8 分）已知某离散时间 LTI 系统的频率响应如下图所示，求下列输入信号对应的输出。

（1）$x_1[n]=1+\sin(\frac{3\pi}{8}n+\frac{\pi}{4})$；

（2）$x_2[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty}(\frac{1}{2})^{n-4k}u[n-4k]$。



五、（15 分）因果的连续时间 LTI 系统的微分方程为

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2}+5\frac{dy(t)}{dt}+6y(t)=2\frac{d^2x(t)}{dt^2}+6\frac{dx(t)}{dt}$$，试求：

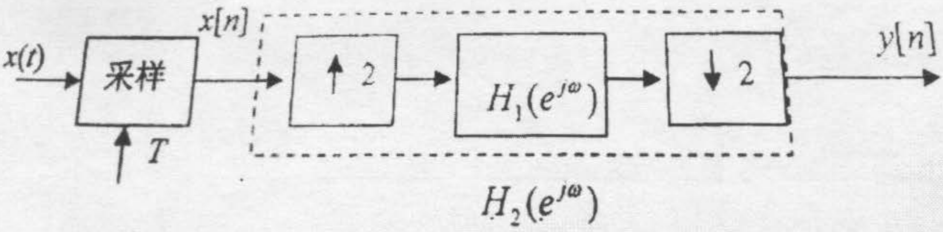
（1）起始条件为 $y(0_-)=1, y'(0_-)=0$，输入信号 $x(t)=e^{-t}u(t)$，求完全响应，并指出零输入响应，零状态响应，自由响应和强迫响应；

（2）求输入为符号函数 $x(t)=\mathrm{sgn}(t)$ 激励下的响应；

（3）画出直 II 型结构框图。

六、（10 分）考虑下列系统满足采样定理，假设 $H_1(e^{j\omega})$ 是固定的且已知，试求：

（1）频率响应 $H_2(e^{j\omega})$；（2）若 $H_1(e^{j\omega})=\begin{cases}e^{-j\omega}, & |\omega|\le\pi/2\\ 0, & \pi/2<|\omega|\le\pi\end{cases}$，试问 $y[n]$ 与 $x(t)$ 的关系怎样？



2014年试题答案

一. ① C D

② $\frac{1}{2}$

$$\int_0^1 \delta(2t^2-\tfrac{1}{2})dt =$$

设 $2t^2-\frac{1}{2}=u$，则

$$= \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} \delta(u)\, d\left(\sqrt{\frac{u}{2}+\frac{1}{4}}\right)$$

$$= \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} \frac{1}{2}\left(\frac{u}{2}+\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}\cdot\frac{1}{2}\,\delta(u)\,du$$

$$= \frac{1}{4}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} \delta(u)\,du$$

（用3 $x(t)\delta(t)=x(0)\delta(t)$）

$$= \frac{1}{2}$$

③ C

④ $y_0'(t+1)$

⑤ B

⑥ $$x[n]=\sum_{m=0}^{n}\left(\frac{1}{3}\right)^m = \frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^n$$

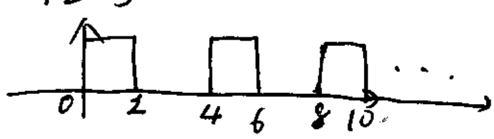
$$\frac{3}{2} \xrightarrow{F} \frac{3}{2}\cdot 2\pi\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(w-2k\pi)$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^n \xrightarrow{F} \frac{1}{1-\frac{1}{3}e^{-jw}}$$

所以

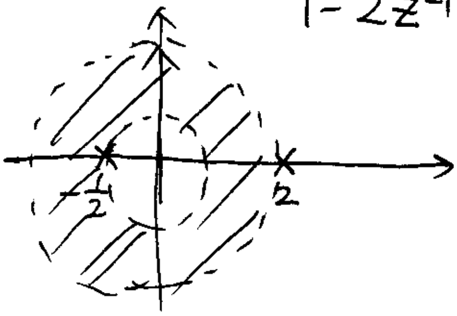
$$x[n] \xrightarrow{F} 3\pi\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(w-2k\pi) - \frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{3}e^{-jw}}$$

⑦ 参看例 6-9 P_{225} （6.4节内容最近几年常考）

$x(t)=$ 

⑧ $$H(z)=\frac{1}{(1-2z^{-1})(1+\frac{1}{2}z^{-1})}$$

$$=\frac{\frac{4}{5}}{1-2z^{-1}}+\frac{\frac{1}{5}}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}$$



稳定收敛域包含单位圆。

所以 $h[n]=\frac{1}{5}\left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n]-\frac{4}{5}\cdot 2^n u[-n-1]$

二、

$$\begin{cases}10\pi\cdot nT=\frac{\pi}{5}n+2nk\pi\\ 20\pi\cdot nT=\frac{2\pi}{5}n+2nk\pi\end{cases}$$

推出：

$$\begin{cases}T=\frac{1}{50}+\frac{k}{5} & ①\\ T=\frac{1}{50}+\frac{k}{10} & ②\end{cases}(k\text{为整数})$$

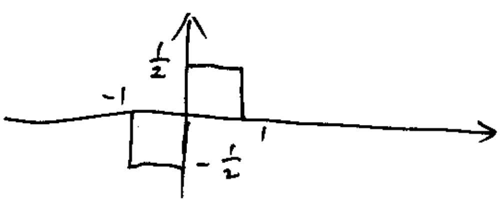
因此 $T=\frac{1}{50}+\frac{k}{10}$ （k为整数）同时满足 ① 和 ②

三、 $X(jw)=e^{-j\frac{w}{2}}Sa(\frac{1}{2}w)$

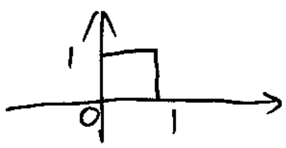
① $\theta(w)=-\frac{w}{2}$

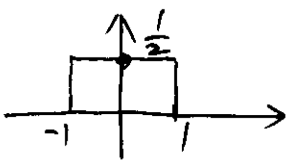
② $$\int_{-\infty}^{+\infty}|X(jw)|^2dw=2\pi\int_{-\infty}^{+\infty}|x(t)|^2dt$$
$$=2\pi,$$

③ $$\frac{x(t)-x(-t)}{2}\xrightarrow{F} j\,Im(X(jw))$$

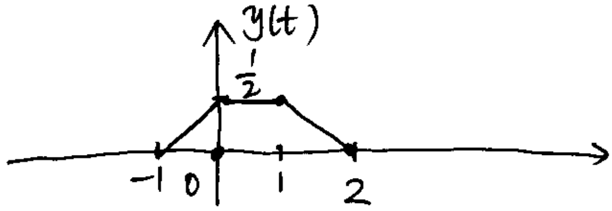


④ $X(t)$ ⊛



$*$


$\xrightarrow{F}$ $X(j\omega)\,\frac{\sin\omega}{\omega}$

即：


$\xrightarrow{F}$ $Y(j\omega)= X(j\omega)\frac{\sin\omega}{\omega}$

所以 $y(0)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\cancel{X(j\omega)}\,Y(j\omega)e^{j\omega\cdot 0}d\omega$

$=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\cancel{Y(j\omega)}\,X(j\omega)\frac{\sin\omega}{\omega}d\omega$

因此：$\int_{-\infty}^{+\infty}X(j\omega)\frac{\sin\omega}{\omega}d\omega=2\pi y(0)=\frac{1}{2}$

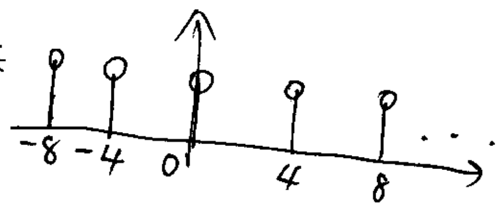
四. $\cancel{X_1(e^{j\omega})}=$

① $x_1[n]=1+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(\frac{3}{8}\pi n)+\frac{\sqrt{2}}{2}\cos(\frac{3}{8}\pi n)$

$X_1(e^{j\omega})=2\pi\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(\omega-2k\pi)+\frac{\sqrt{2}}{2}\pi[\delta(\omega+\frac{3}{8}\pi)+\delta(\omega-\frac{3}{8}\pi)]$
$+\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\pi}{j}[\delta(\omega-\frac{3}{8}\pi)-\delta(\omega+\frac{3}{8}\pi)]$

经过滤波器后，直流被滤掉，就剩下

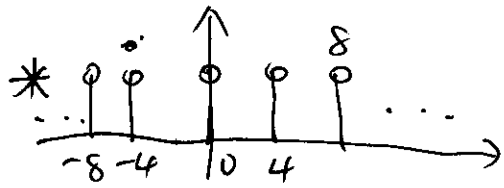
$\cancel{\sin(\frac{3}{8}\pi n)}$ $\sin(\frac{3}{8}\pi n+\frac{\pi}{4})$

② $x_2[n]=(\frac{1}{2})^n u[n]\ *$


$\cancel{X_2(e^{j\omega})=\frac{1}{1-\frac{1}{2}e^{-j\omega}}}$

$h[n]=\frac{\sin\frac{5}{12}\pi n}{\pi n}-\frac{\sin\frac{\pi}{4}n}{\pi n}$

因此，输出为：

$$\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] * $$ 

$$* \left(\frac{\sin\frac{5}{12}\pi n}{\pi n} - \frac{\sin\frac{\pi}{4}n}{\pi n}\right)$$

算不出来……

五. ① $$\underline{s^2 Y(s)} - s y(0) - y'(0) + 5[sY(s) - y(0)] + 6Y(s) = 2s^2 X(s) + 6sX(s)$$

将 $y(0-) = 1$　$y'(0-) = 0$，$X(s) = \frac{1}{s+1}$

$Re\{s\} > -1$

代入：

$$(s^2+5s+6)Y(s) - s - 5 = \frac{2s^2+6s}{s+1}$$

$$Y(s) = \underbrace{\frac{s+5}{s^2+5s+6}}_{\text{零输入}} + \underbrace{\frac{2s^2+6s}{(s+1)(s^2+5s+6)}}_{\text{零状态}}$$

$$= \left(\frac{3}{s+2} - \frac{2}{s+3}\right) + \left(\frac{-2}{s+1} + \frac{4}{s+2}\right)$$

因此

$$y(t) = \underbrace{\left[3e^{-2t}u(t) - 2e^{-3t}u(t)\right]}_{\text{零输入响应}} + \underbrace{\left[-2e^{-t}u(t) + 4e^{-2t}u(t)\right]}_{\text{零状态响应}}$$

$$= \underbrace{-2e^{-t}u(t)}_{\text{强迫响应}} + \underbrace{7e^{-2t}u(t) - 2e^{-3t}u(t)}_{\text{自由响应}}$$

② $sgn(t) = -1 + 2u(t)$

$$H(s) = \frac{2s^2+6s}{s^2+5s+6}$$

因为: $e^{s_0 t} \xrightarrow{\text{系统}} H(s_0)e^{s_0 t}$，所以

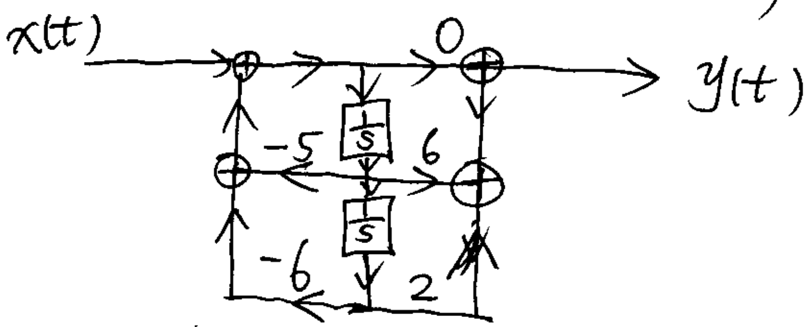
$$e^{0\cdot t} \xrightarrow{\text{系统}} H(0)e^{0t}$$，即

$$1 \xrightarrow{\text{系统}} H(0) = 0$$

$$2u(t) \xrightarrow{\text{系统}} 4e^{-2t}u(t)$$ (自己做)

因此，输出为 $4e^{-2t}u(t)$

③



六. ① $H_2(e^{j\omega}) = \frac{1}{2}H_1(e^{j\omega})$ P190

② $$h_1[n] = \frac{\sin\frac{\pi}{2}(n-1)}{\pi(n-1)}$$

$$h_2[n] = \frac{1}{2}h_1[n] = \frac{\sin\frac{\pi}{2}(n-1)}{2\pi(n-1)}$$

$$y[n] = x[n] * h_2[n]$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] \cdot \frac{\sin\frac{\pi}{2}(n-k-1)}{2\pi(n-k-1)}$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(nT) \frac{\sin\frac{\pi}{2}(n-k-1)}{2\pi(n-k-1)}$$