3.1

已知 DSB 信号

$$x_c(t) = A_c m(t)\cos(2\pi f_c t + \phi_0)$$

解调输出为：

$$\begin{aligned} y_D(t) &= Lp\left\{x_c(t)2\cos\left[2\pi f_c t + \theta(t)\right]\right\} \\ &= Lp\left\{2A_c m(t)\cos(2\pi f_c t + \phi_0)\cos\left[2\pi f_c t + \theta(t)\right]\right\} \\ &= A_c m(t)\cos(\theta(t) - \phi_0) \end{aligned}$$

其中，Lp 表示低通滤波。

注：需要使用三角恒等式：$2\cos\alpha\cos\beta = \cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)$；

理解低通滤波的概念。

1) $A_c = 1, \theta(t) = \theta_0$

此时，均方误差 $\varepsilon^2(t)$ 为

$$\begin{aligned} \varepsilon^2(t) &= \left\langle m^2(t)\left[1-\cos(\theta_0-\phi_0)\right]^2\right\rangle \\ &= \left\langle m^2(t)\right\rangle\left[1-\cos(\theta_0-\phi_0)\right]^2 \end{aligned}$$

其中，$\langle\cdot\rangle$ 表示时间平均。

注：$\left[1-\cos(\theta_0-\phi_0)\right]^2$ 是一个常数；时间平均的概念。

2) $A_c = 1, \theta(t) = 2\pi f_0 t$

此时，均方误差 $\varepsilon^2(t)$ 为

$$\begin{aligned} \varepsilon^2(t) &= \left\langle m^2(t)\left[1-\cos(2\pi f_0 t - \phi_0)\right]^2\right\rangle \\ &= \left\langle m^2(t)\left[1-2\cos(2\pi f_0 t-\phi_0) + \cos^2(2\pi f_0 t - \phi_0)\right]\right\rangle \\ &= \left\langle m^2(t)\right\rangle\left\langle 1-2\cos(2\pi f_0 t-\phi_0) + \cos^2(2\pi f_0 t-\phi_0)\right\rangle \\ &= \left\langle m^2(t)\right\rangle\left(1-0+\frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{3}{2}\left\langle m^2(t)\right\rangle \end{aligned}$$

注：$\left\langle\cos(2\pi f_0 t-\phi_0)\right\rangle = 0, \left\langle\cos^2(2\pi f_0 t-\phi_0)\right\rangle = \left\langle\frac{1}{2}\left(1+\cos(4\pi f_0 t - 2\phi_0)\right)\right\rangle = \frac{1}{2}$。

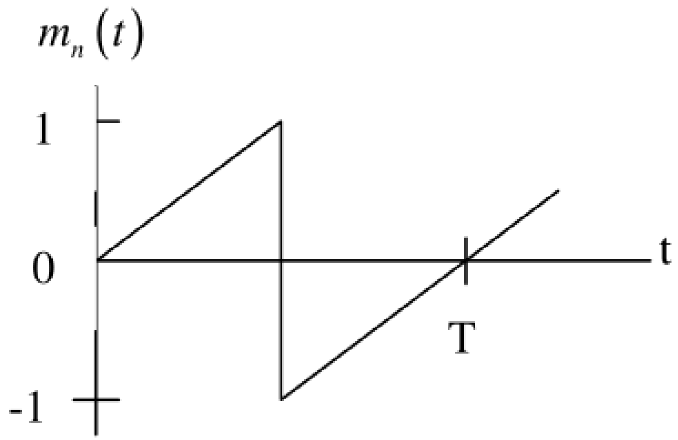
3.5
已知 AM 信号

$$x_c(t) = A_c\left[1+am_n(t)\right]\cos(2\pi f_c t)$$

其中，$m_n(t) = \dfrac{m(t)}{\left|\min\left[m(t)\right]\right|}$，$a$ 为调制指数。

观察包络信号，且由题目条件知，消息信号 $m(t)$ 无直流分量。

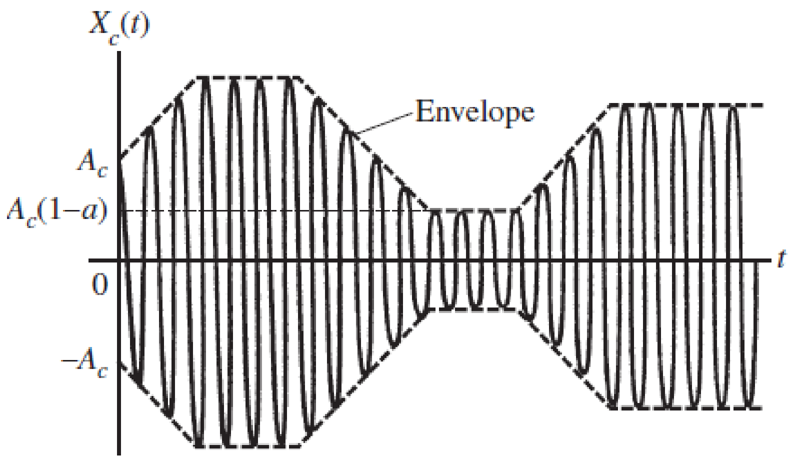
可推出 $m_n(t)$ 在一个周期内的波形为：



因此，$m_n(t)$ 信号的能量为

$$\left\langle m_n^2(t)\right\rangle = \frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}}\left(\frac{2}{T}t\right)^2 dt = \frac{1}{3}$$

参考书本 3.2 节，可知：



(b)

$$\begin{cases} A_c(1-a)=10 \\ A_c(1+a)=40 \end{cases}$$

解得 $A_c=25, a=0.6$

载波功率为 $P_c=\frac{1}{2}A_c^2=312.5\,\mathrm{W}$

调制效率为 $E_{ff}=\frac{a^2\langle m_n^2(t)\rangle}{1+a^2\langle m_n^2(t)\rangle}=\frac{0.6^2\times\frac{1}{3}}{1+0.6^2\times\frac{1}{3}}=0.107$

调制效率还可表示为 $E_{ff}=\frac{P_{sb}}{P_c+P_{sb}}$，解得 $P_{sb}=97.48W$

注：AM 信号的表达式以及相关的概念；调制效率的概念；包络检测的概念。

3.8

(a)

$$\begin{aligned} m(t)&=9\cos(20\pi t)-80\cos(60\pi t) \\ &=-32\cos^3(20\pi t)+33\cos(20\pi t) \end{aligned}$$

注：利用三倍角公式： $\cos(3\alpha)=-3\cos(\alpha)+4\cos^3(\alpha)$

令 $u=\cos(20\pi t)$，则

$$m(t)=m(u)=-32u^3+33u$$

令 $\frac{dm(u)}{du}=0$

当 $u=\cos(20\pi t)=-\sqrt{\frac{11}{32}}$ 时， $[m(t)]_{\min}=-\left(\frac{11}{2}\right)^{\frac{3}{2}}$。

因此，

$$m_n(t)=\frac{m(t)}{\left|\min[m(t)]\right|}=\left(\frac{11}{2}\right)^{-\frac{3}{2}}\left[9\cos(20\pi t)-80\cos(60\pi t)\right]$$

(b)

利用定义:

$$\left\langle m_n^2(t)\right\rangle=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} m_n^2(t)\,dt$$

$$=10\int_{-\frac{1}{20}}^{\frac{1}{20}}\left(\frac{11}{2}\right)^{-3}\left[9\cos(20\pi t)-8\cos(60\pi t)\right]^2 dt$$

$$=10\left(\frac{11}{2}\right)^{-3}\int_{-\frac{1}{20}}^{\frac{1}{20}}\left[81\cos^2(20\pi t)-144\cos(20\pi t)\cos(60\pi t)+64\cos^2(60\pi t)\right]dt$$

$$=10\left(\frac{11}{2}\right)^{-3}\int_{-\frac{1}{20}}^{\frac{1}{20}}\left[81\frac{1+\cos(40\pi t)}{2}-144\cos(20\pi t)\cos(60\pi t)+64\frac{1+\cos(120\pi t)}{2}\right]dt$$

$$=\left(\frac{11}{2}\right)^{-3}\times\frac{1}{2}(81+64)$$

$$=0.4358W$$

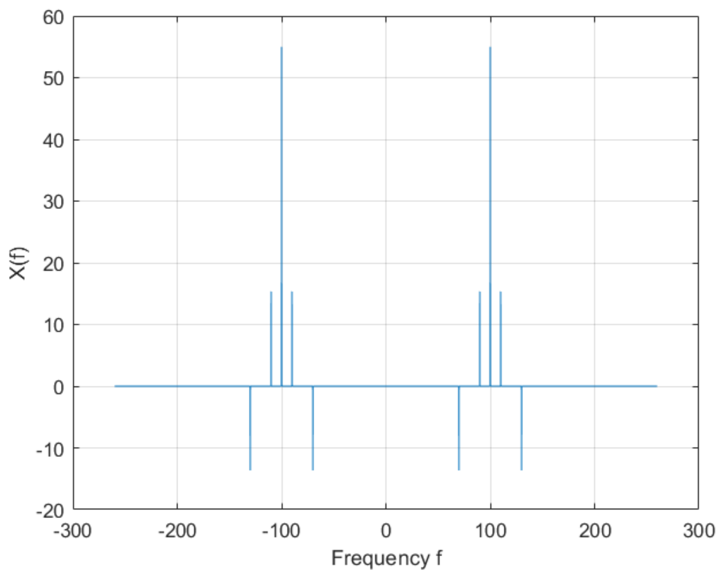
注：三角函数的正交性$\int_{-\pi}^{\pi}\sin kx\sin nx dx=0(k\neq n)$

(c)

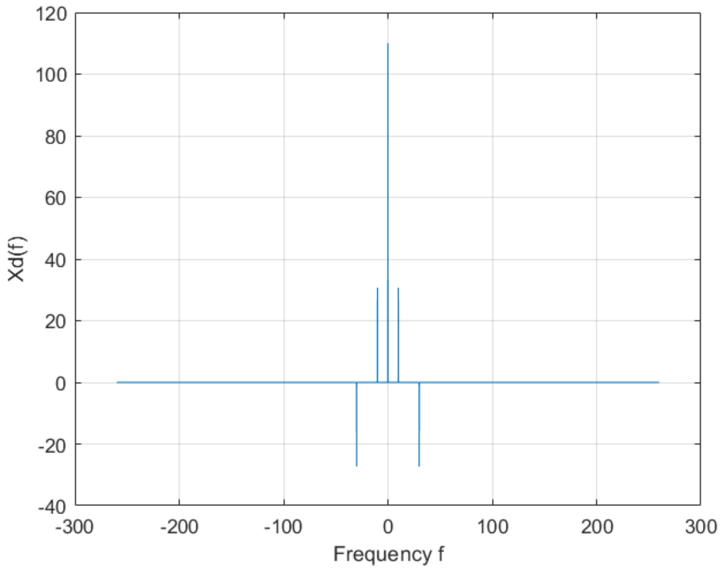
$$E_{ff}=\frac{a^2\left\langle m_n^2(t)\right\rangle}{1+a^2\left\langle m_n^2(t)\right\rangle}=21.8\%$$

(d)

$x_c(t)$的频谱：



解调信号 $y_D(t)$ 的频谱：



3.15

已知

$$m(t)=4\cos(2\pi f_m t)+\cos(4\pi f_m t)$$

$$x_c(t)=\frac{1}{2}A_c\,\mathrm{m}(t)\cos(2\pi f_c t)\pm\frac{1}{2}A_c\,\hat{\mathrm{m}}(t)\sin(2\pi f_c t)$$

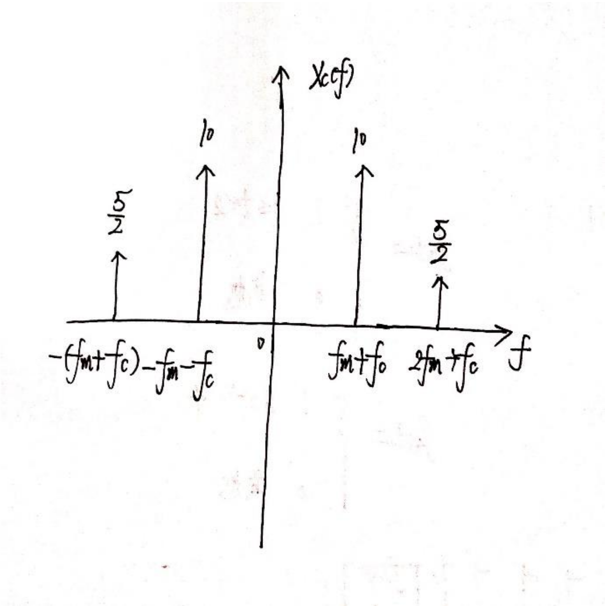
其中，$\hat{\mathrm{m}}(t)$ 为 $m(t)$ 的希尔伯特变换。

因此，可将 $x_c(t)$ 化为

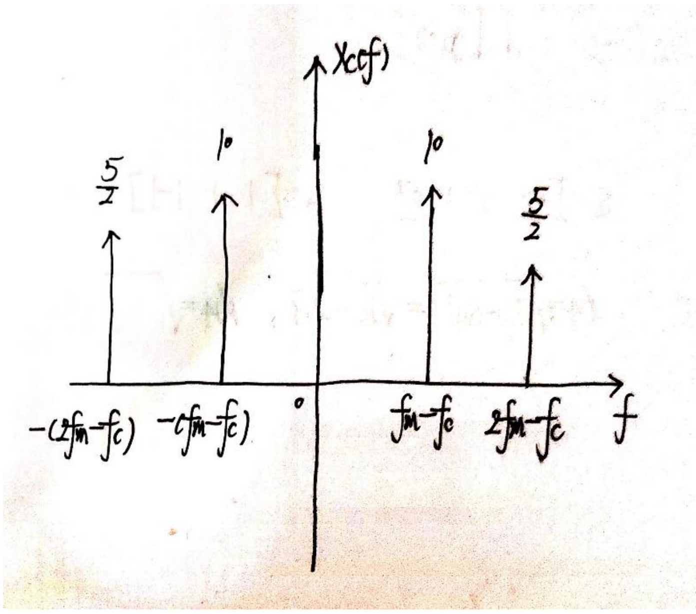
$$\begin{aligned}x_c(t)&=\frac{1}{2}A_c\left[4\cos(2\pi f_m t)+\cos(4\pi f_m t)\right]\cos(2\pi f_c t)\ldots\\&\pm\frac{1}{2}A_c\left[4\sin(2\pi f_m t)+\sin(4\pi f_m t)\right]\sin(2\pi f_c t)\\&=\frac{1}{2}A_c\left\{4\cos\left[2\pi(f_m\mp f_c)t\right]+\cos\left[2\pi(2f_m\mp f_c)t\right]\right\}\end{aligned}$$

注：利用三角恒等式：$\cos(\alpha\mp\beta)=\cos\alpha\cos\beta\pm\sin\alpha\sin\beta$ 。

Upper-sideband SSB(上边带)



Lower-sideband SSB(下边带)



3.19

参考书本 Exercise3.3

不妨设

$$m(t)=A\cos(2\pi f_1 t)+B\cos(2\pi f_2 t)$$

若 VSB 滤波器有如下的幅频和相频响应

$H(f_c-f_2)=0, H(f_c-f_1)=\varepsilon e^{-j\theta_a}, H(f_c+f_1)=(1-\varepsilon)e^{-j\theta_b}, H(f_c+f_2)=(1-\varepsilon)e^{-j\theta_c}$

则 VSB 信号可表示为

$$x_c(t)=\mathrm{Re}\left\{\left[\frac{A}{2}\varepsilon e^{-j(2\pi f_1 t+\theta_a)}+\frac{A}{2}(1-\varepsilon)e^{j(2\pi f_1 t-\theta_b)}+\frac{B}{2}\varepsilon e^{-j(2\pi f_2 t-\theta_c)}\right]e^{j2\pi f_c t}\right\}$$

进行相关解调时，相当于对 VSB 信号乘上一个相关信号 $2e^{-j2\pi f_c t}$ 。

我们可得

$$e(t) = A\varepsilon\cos(2\pi f_1 t + \theta_a) + A(1-\varepsilon)\cos(2\pi f_1 t - \theta_b)e + B\varepsilon\cos(2\pi f_2 t - \theta_c)$$

显然，该信号是一个实信号。