信号与系统第二次测试题　(3、4章)

姓名：　　　　　　　　学号：

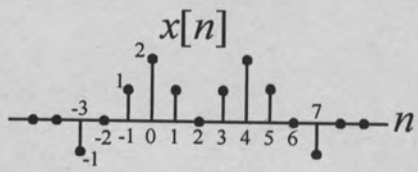
一、选择题，四选一（每题3分,共30分）

1. 已知信号 $x[n]=2\cos(\frac{\pi}{4}n)+\sin(\frac{\pi}{8}n)-2\cos(\frac{\pi}{2}n+\frac{\pi}{6})$，该信号的基波周期为

(A) 8;　　(B) 4;　　(C) 16;　　(D) 不存在　　(C)

2. 已知 $x[n]$ 如右图所示，则 $\int_{-\pi}^{\pi}X(e^{jw})\,dw$ 的值为　　(C)

（A） 2π；　(B) 3π；　(C) 4π；　(D) 6π



3. $x[n]=\sin\omega_0 n$，当 ω_0 为下列何值时，$x[n]$ 是周期序列　　(C)

(A) $\omega_0=1$;　　(B) $\omega_0=\frac{1}{\pi}$;

(C) $\omega_0=\frac{4\pi}{3}$ 时，且 $x[n]$ 的周期为3;　(D) $\omega_0=\frac{4\pi}{3}$ 时，且 $x[n]$ 的周期为 $\frac{3}{2}$

4. $x[n+3]*\delta[n-2]$ 的正确结果为　　(C)

(A) $x[5]\delta[n-2]$；　(B) $x[1]\delta[n-2]$；　(C) $x[n+1]$；　(D) $x[n+5]$；

5. 积分 $\int_{-\infty}^{t}e^{-3\tau}\delta(\tau-1)d\tau$ 等于　　(D)

(A) $e^{-3t}u(t)$；　(B) $e^{-3}u(t)$；　(C) $\delta(t-1)$；　(D) $e^{-3}u(t-1)$

6. 一连续时间 LTI 系统的单位脉冲响应为 $h(t)=e^{t}u(t-1)$，则该系统 (C)

(A) 稳定且因果　　(B) 稳定但非因果

(C) 因果但不稳定　　(D) 非因果且不稳定

7. 下列系统是 LTI 系统的是　　(D)

（A） $y(t)=x(t-2)+x(2-t)$；　(B) $y[n]=nx[n]$

(C) $y(t)=\cos(2t)x(t)$；　(D) $y[n]-2.5y[n-1]+y[n-2]=x[n]-x[n-1]$

8. 关于信号 $x_1(t)=e^{j\omega t}$ 与 $x_2[n]=e^{j\omega n}$，下列说法正确的是 （ C ）

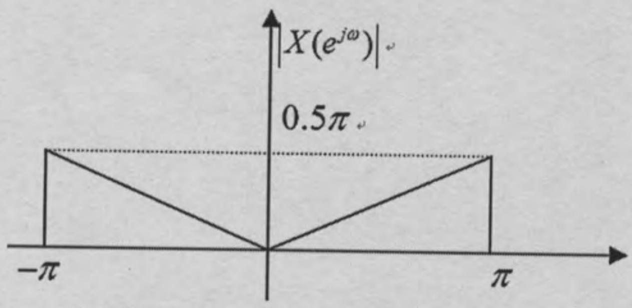
（A） $x_1(t)$ 是能量信号， $x_2(t)$ 是功率信号；

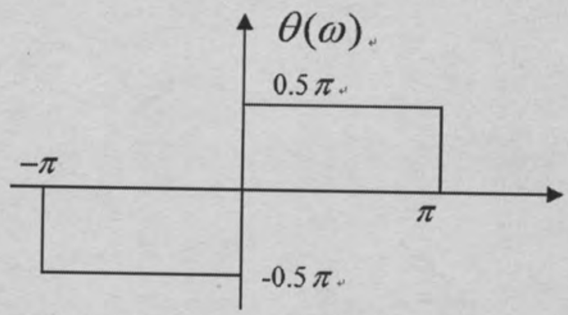
（B） ω 越大表示信号的振荡频率越高；

（C） 它们的傅立叶变换都包含冲激函数；

（D） 若 $x_2[n]=x_1(nT)$，其中 T 是采样周期，则 $x_2[n]$ 是周期信号。

9. 离散信号 $x[n]$,其傅立叶变换 $X(e^{j\omega})=\left|X(e^{j\omega})\right|e^{j\theta(\omega)}$ 如下图，下列判断正确的是 （ C ）





(A) $x[n]$ 是周期的； （B） $x[n]$ 是虚函数； （C） $x[n]$ 是奇函数； （D） $x[n]$ 能量无限

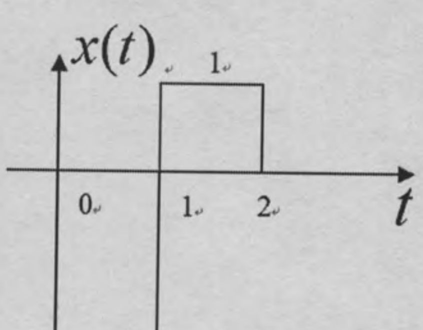
10. 某因果连续 LTI 系统对输入信号 $x(t)=\cos(\pi t)+1$ 的响应为 $y(t)=3\cos(\pi t)+\frac{1}{2}$，则该系统对输入信号 $x(t)=\frac{1}{3}\cos(\pi t+\frac{\pi}{3})+2$ 的响应为 （ B ）

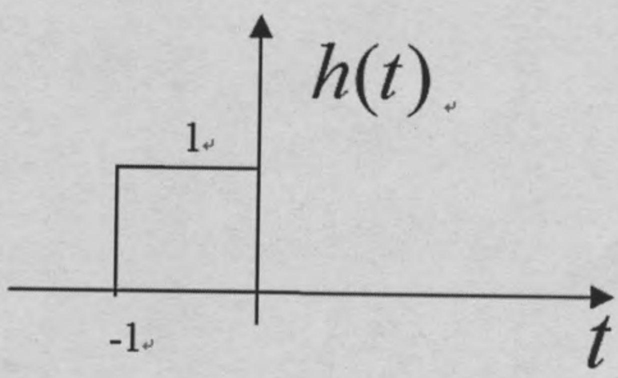
（A） 无法求解； （B） $y(t)=\cos(\pi t+\frac{\pi}{3})+1$；

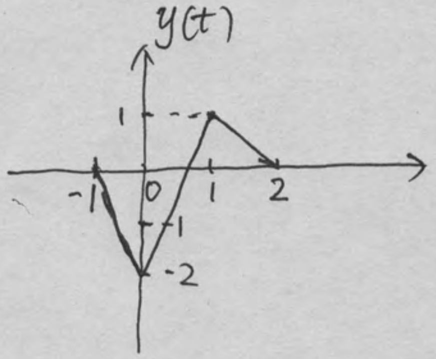
（C） $y(t)=3\cos(\pi t+\frac{\pi}{3})+1$； （D） $y(t)=\cos(\pi t)+\frac{1}{2}$

二、简单计算题（每题 5 分，共 30 分）

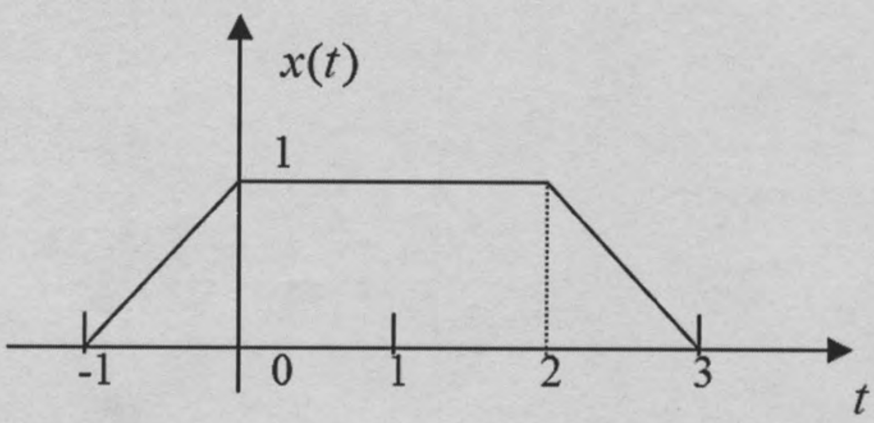
1. 求如下图两个信号的卷积



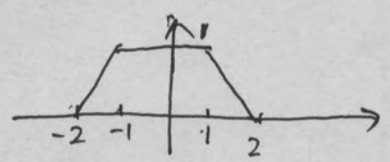


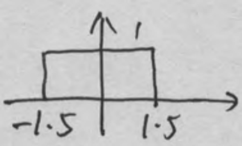
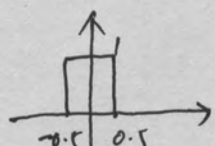


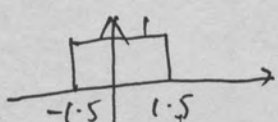
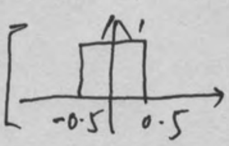
2. 已知 $x(t)$ 波形图如下，求 $x(t)$ 的傅立叶变换。



$F[x(t)]$

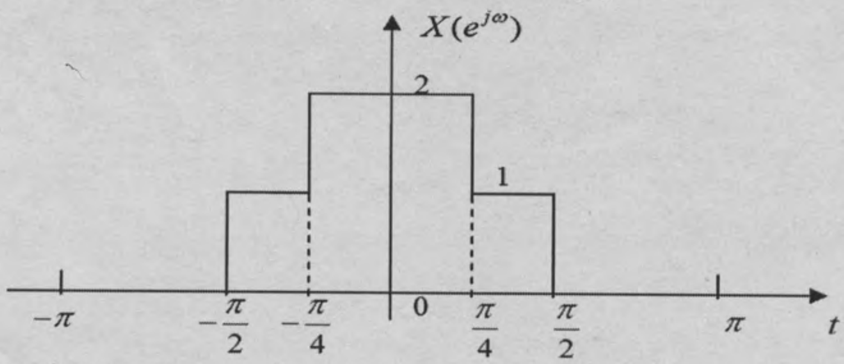
$= F\Big[$  $\Big] e^{-j\omega}$

$= F\Big[$  $*$  $\Big] e^{-j\omega}$

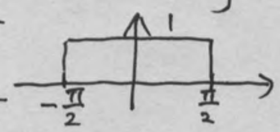
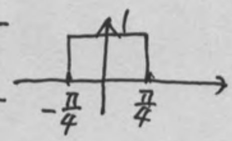
$= F\Big[$  $\Big] F\Big[$  $\Big] e^{-j\omega}$

$= 3Sa(1.5\omega)\, Sa(0.5\omega)\, e^{-j\omega}$

3. 某一离散信号 $x[n]$ 频谱如下图所示，求该信号 $x[n]$

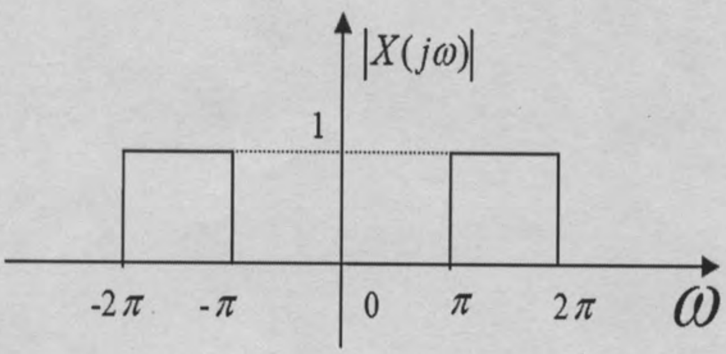


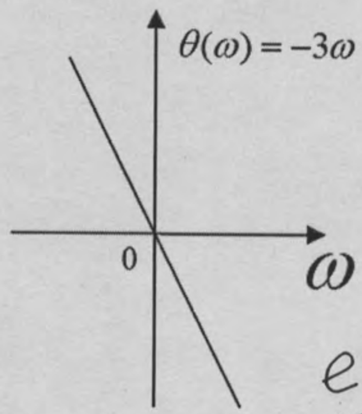
$x[n] = F^{-1}[X(e^{j\omega})]$

$= F^{-1}[$  $] + F^{-1}[$  $]$

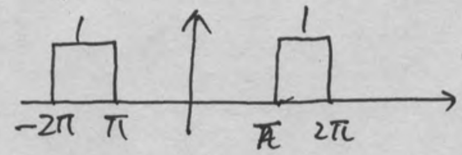
$$= \frac{\sin(\frac{\pi}{2}n) + \sin(\frac{\pi}{4}n)}{\pi n}$$

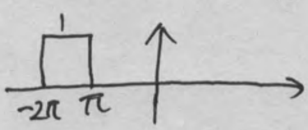
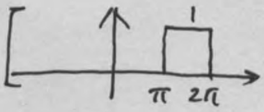
4. 求如下信号频谱的反变换。





$e^{-3j\omega}$ 相当于延迟 3个时间单位

$F^{-1}[$  $]$

$= F^{-1}[$  $] + F^{-1}[$  $]$

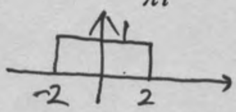
$$= \frac{\sin\frac{\pi}{2}t}{\pi t}\left(e^{j\frac{3}{2}\pi t} + e^{-j\frac{3}{2}\pi t}\right)$$

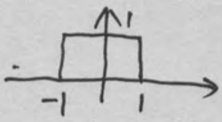
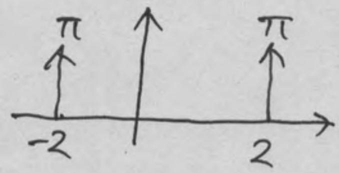
$$= \frac{2\sin(\frac{\pi}{2}t)\cos(\frac{3}{2}\pi t)}{\pi t}$$

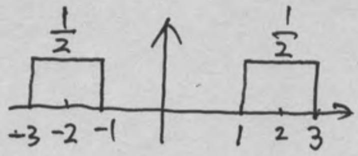
延迟 3个单位：

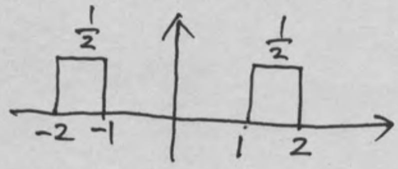
$$x(t) = \frac{2\sin[\frac{\pi}{2}(t-3)]\cos[\frac{3}{2}\pi(t-3)]}{\pi(t-3)}$$

5. 求两信号 $x(t)=\dfrac{\sin 2t}{\pi t}$ 和 $h(t)=\dfrac{\sin t}{\pi t}\cos 2t$ 的卷积 $y(t)$

$X(j\omega) =$ 

$H(j\omega) = \dfrac{1}{2\pi}$  $*$ 

$=$ 

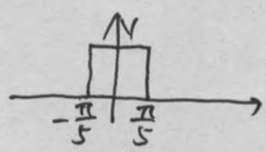
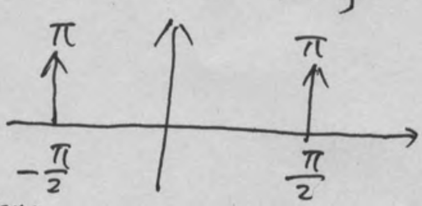
$Y(j\omega) = X(j\omega)H(j\omega) =$ 

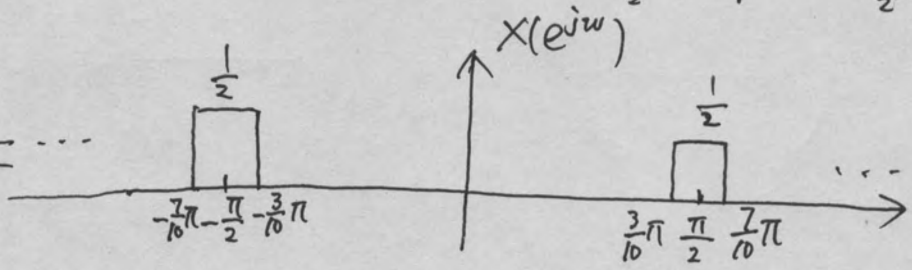
$$y(t) = \frac{\sin\frac{t}{2}}{\pi t}\cos\frac{3}{2}t$$

6. 求离散信号 $x[n]=(\dfrac{\sin\pi n/5}{n\pi}).\cos\dfrac{7n\pi}{2}$ 的傅立叶变换。

$$x[n] = \frac{\sin(\frac{\pi}{5}n)}{\pi n}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)$$

$$X(e^{j\omega}) = \frac{1}{2\pi}\, F\left[\frac{\sin\frac{\pi}{5}n}{\pi n}\right] * F\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)\right]$$

$= \dfrac{1}{2\pi}$  $*$ 

$=$ 

三、计算题（每题 10 分，共 40 分）

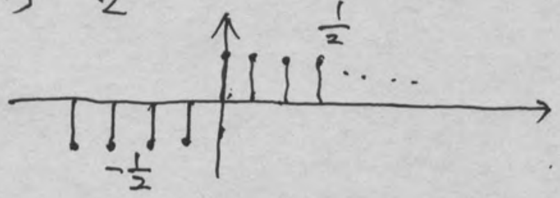
1. 某离散信号 $x[n]$ 的傅立叶变换是 $X(e^{j\omega})=\frac{1}{1-e^{-j\omega}}\left(\frac{\sin(3\omega/2)}{\sin(\omega/2)}\right)$，试求 $x[n]$。

$$F^{-1}\left[\frac{1}{1-e^{-j\omega}}\right]$$

$$= F^{-1}\left[\frac{1}{1-e^{-j\omega}} + \pi\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(\omega-2k\pi)\right] - \frac{1}{2}F^{-1}\left[2\pi\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(\omega-2k\pi)\right]$$

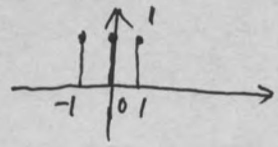
$$= u[n]-\frac{1}{2}$$

$=$



ⓐ

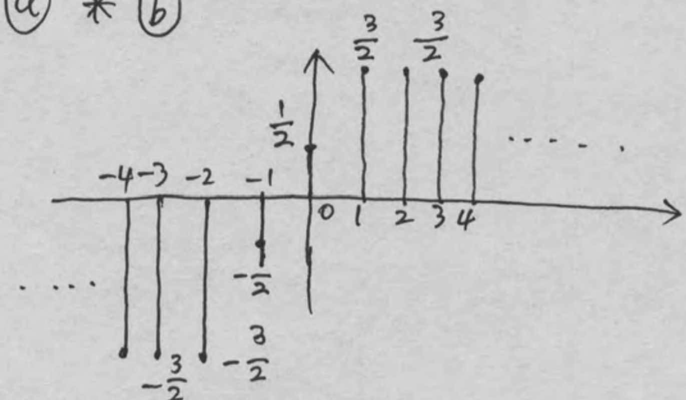
$$F^{-1}\left[\frac{\sin(\frac{3}{2}\omega)}{\sin(\frac{\omega}{2})}\right] =$$



ⓑ

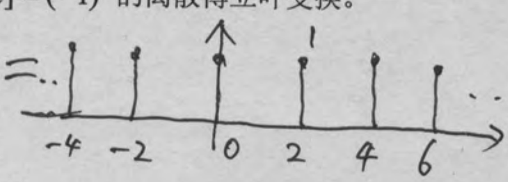
$x[n] =$ ⓐ $*$ ⓑ

$=$

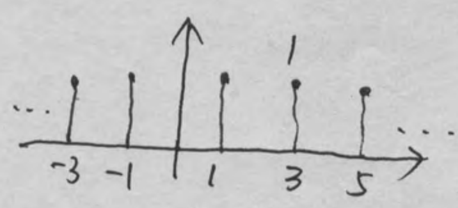


2. 试求 $x[n]=(-1)^n$ 的离散傅立叶变换。

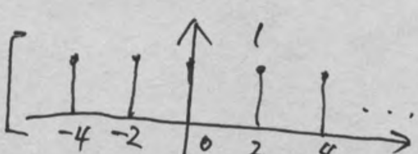
$x[n] =$



$-$



$F[x[n]] = F\Big[$



$\Big](1-e^{-j\omega})$

这是1的时域扩展

P158 表 4-3 倒数第 5 行

$$=\left(\pi\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(\omega-k\pi)\right)(1-e^{-j\omega})$$

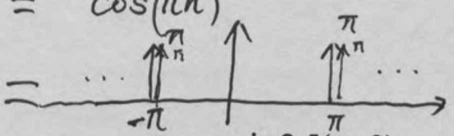
$$= \pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (1 - e^{-jk\pi})\,\delta(w - k\pi)$$

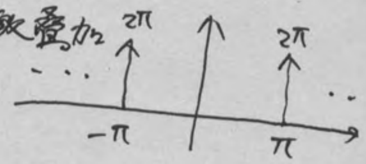
$$= \pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left[1 - (-1)^k\right] \delta(w - k\pi)$$

$$= 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(w - (2k+1)\pi)$$

另一种解法：

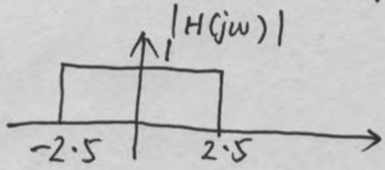
$$x[n] = (-1)^n = \cos(\pi n)$$

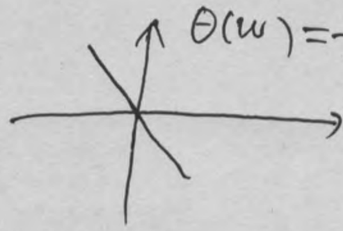
$F[x[n]] =$ 

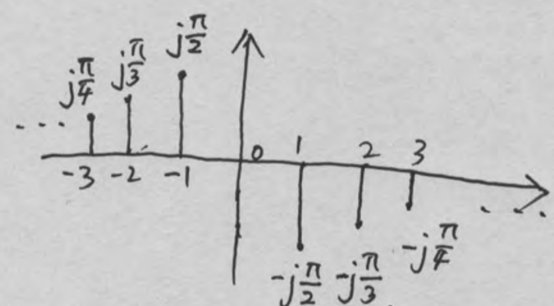
$=$ 两个π冲激叠加 

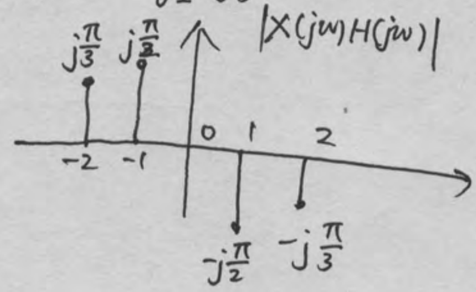
3. 考虑一连续 LTI 系统，其单位冲激响应为$h(t) = \dfrac{\sin 2.5(t-2)}{\pi(t-2)}$，若输入信号 $x(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} \dfrac{1}{k+1} \sin(kt)$，求系统的输出响应。

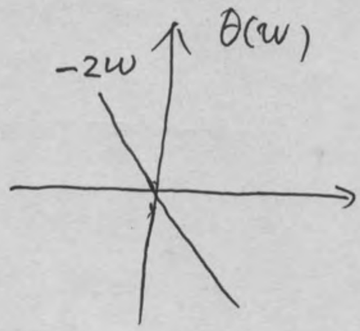
$$x(t) = \frac{1}{2}\sin t + \frac{1}{3}\sin 2t + \frac{1}{4}\sin 3t \cdots\cdots$$

$H(jw) =$ 



$X(jw) =$ 

$X(jw)H(jw) =$ 

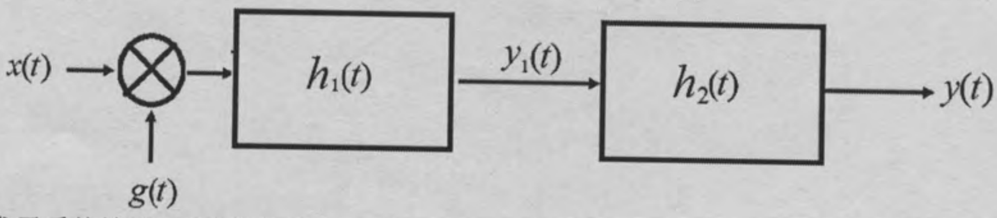


$$F^{-1}\left[\,|X(jw)H(jw)|\,\right] = \frac{1}{2}\sin t + \frac{1}{3}\sin 2t$$

$$F^{-1}\left[\,|X(jw)H(jw)|\,e^{-j2w}\right] = \frac{1}{2}\sin(t-2) + \frac{1}{3}\sin(2t-4)$$

4. 已知连续时间 LTI 系统如下图所示，其中偶函数 $g(t)$ 为宽度等于 1 的门函数，即 $g(t)=u(t+0.5)-u(t-0.5)$，子系统的单位冲激响应为 $h_1(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-2n)$，

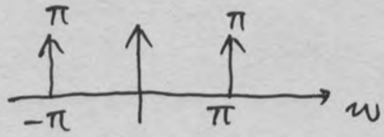
$h_2(t)=\dfrac{\sin\left(\frac{3}{2}\pi t\right)}{\pi t}$，系统输入 $x(t)=\cos(\pi t)$



（1）求子系统输出 $y_1(t)$ 的频谱。

（2）求系统响应 $y(t)$。

① $X(j\omega)=$



$G(j\omega)=Sa(\frac{1}{2}\omega)$

$$F[x(t)g(t)]=\frac{1}{2\pi}X(j\omega)*G(j\omega).$$

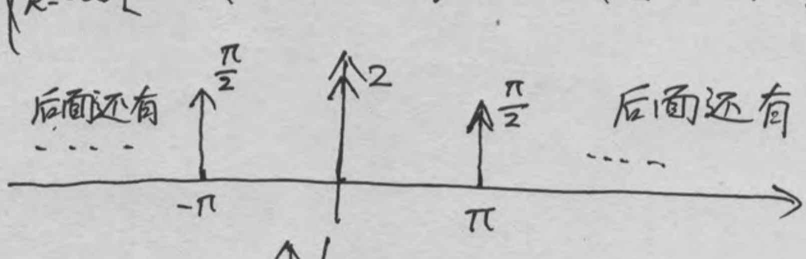
$$=\frac{1}{2}\left[Sa\left(\frac{1}{2}(\omega+\pi)\right)+Sa\left(\frac{1}{2}(\omega-\pi)\right)\right]$$

$$H_1(j\omega)=\pi\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(\omega-k\pi)$$ P116 公式⑦

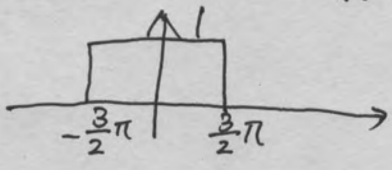
$$Y_1(j\omega)=F[x(t)g(t)]H_1(j\omega)$$

$$=\frac{\pi}{2}\left\{\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\left[Sa\left(\frac{1}{2}(k+1)\pi\right)+Sa\left(\frac{1}{2}(k-1)\pi\right)\right]\delta(\omega-k\pi)\right\}$$

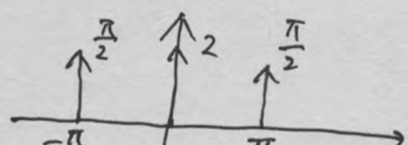
$=$



② $H_2(j\omega)=$



$Y(j\omega)=Y_1(j\omega)H_2(j\omega)=$



$$y(t)=\frac{1}{\pi}+\frac{1}{2}\cos(\pi t)$$