诚信应考　考出水平　考出风格

浙江大学城市学院

2016—2017 学年第 二 学期期末考试试卷

《信号与系统》（甲）B 卷

开课单位：信息与电气工程学院 ；考试形式：闭卷；考试时间：2017 年 6 月 24 日；

所需时间：120 分钟

题序	一	二	三	四	五	六	七	八	总 分
得分									
评卷人									

得分

年级：________ 专业：________ 班级：________ 学号：________ 姓名：________

装 订 线

一、是非题　（每题 2 分，共 20 分，正确的用 √ 号表示,错误的用 x 表示）：

1. 对于连续时间信号 $x(t)$，其傅里叶变换为 $X(j\omega)$。如果 $x(t)$ 在时域扩展 a 倍，则其频谱就压缩 a 倍。 （√）

2. 常系数微分方程描述的连续时间系统是一个 LTI 系统。 （√）

3. LTI 系统的单位冲激/脉冲响应 $h(t)/h[n]$ 可以完全表征系统的特征。 （√）

4. 一个非因果的 LTI 系统和一个因果的 LTI 系统级联，必定是非因果的。 （×）

5. 所有离散时间周期信号都可以用傅立叶级数表示。 （√）

6. 对于一个有理系统函数的连续时间系统来说，系统的因果性就等效于其收敛域位于最右边极点的右半平面。 （√）

7. 离散时间系统的频率响应可以通过其系统函数获得，即 $H(e^{j\omega}) = H(z)|_{z=e^{j\omega}}$。 （　） ×

8. 若信号 $x(t)$ 的频谱的实部是偶函数，虚部为奇函数，则 $x(t)$ 是实信号。 （√）

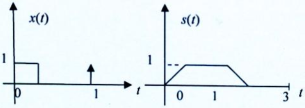
9. 如果一个信号的最高频率为 ω_m，对这个信号进行采样，当采样频率 $\omega_s > 2\omega_m$ 时，就不会出现

频谱的混叠。 （✓）

10. 如 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 分别是具有基波周期 T_1 和 T_2 的周期信号，则这两个信号之和 $x_1(t)+x_2(t)$ 是周期的。 （✗）

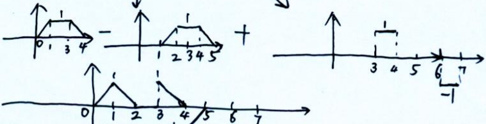
二、基本题 **(每题 5 分， 共 30 分)**

1. 已知某连续时间 LTI 系统，其单位阶跃响应为 $s(t)$，如下图所示，求该系统对如下激励信号 $x(t)$ 的响应。



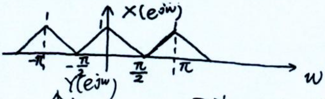
解： $x(t) \xrightarrow{LTI} y(t)$

$x(t) = u(t) - u(t-1) + \delta(t-3)$

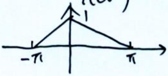


$y(t) =$

2. 已知离散时间信号的傅里叶变换 $X(e^{j\omega})$ 下图所示，求 $x[n]$。



解：



$\xrightarrow{F^{-1}} y[n] = \frac{1}{2} Sa^2(\frac{\pi}{2}n)$

由于 $X(e^{jw}) = Y(e^{j2w})$，因此

$$x[n] = y_{(2)}[n] = \begin{cases} \frac{1}{2} Sa^2(\frac{\pi}{4}n) & 当\ n=2k 时 \\ 0 & 当\ n=2k+1 时 \end{cases}$$

3. 求连续时间信号 $x(t)=\dfrac{1}{t-j/2}$ 的傅里叶变换。

解：$x(t) = j\cdot\dfrac{1}{\frac{1}{2}+jt}$

由于 $e^{-at}u(t) \xrightarrow{F} \dfrac{1}{a+jw}$，所以

$$e^{-at}u(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{a+jw}e^{jwt}dw$$

交换t和w，有

$$e^{-aw}u(w) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{a+jt}e^{jwt}dt$$

$$\overset{t'=-t}{=} \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{a-jt}e^{-jwt}dt$$

$$-2\pi e^{-aw}u(w) = \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{-a+jt}e^{-jwt}dt$$

将 $a=-\frac{1}{2}$ 代入，有

$$-2\pi e^{\frac{1}{2}w}u(w) = \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{\frac{1}{2}+jt}e^{-jwt}dt$$

因此：

$$\frac{1}{\frac{1}{2}+jt} \xrightarrow{F} -2\pi e^{\frac{1}{2}w}u(w)$$

$$x(t) = \frac{j}{\frac{1}{2}+jt} \xrightarrow{F} -2j\pi e^{\frac{1}{2}w}u(w)$$

4.已知 $X(z)=\ln(1-\dfrac{z^{-1}}{3})$，$|z|>\dfrac{1}{3}$，求 x[n]。

$$\ln(1-x) = -x-\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}\cdots$$

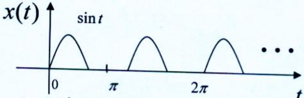
$$\ln\left(1-\frac{z^{-1}}{3}\right) = -\frac{z^{-1}}{3}-\frac{z^{-2}}{2\cdot 3^2}-\frac{z^{-3}}{3\cdot 3^3}\cdots$$

因此 $x[1]=-\frac{1}{3}$　$x[2]=-\frac{1}{2\cdot 3^2}$

$x[3]=-\frac{1}{3\cdot 3^3}$　$\cdots$

$$x[n] = -\frac{1}{n\cdot 3^n}u[n-1]$$

5. 求下图单边正弦半波整流信号的拉普拉斯变换。



一个周期内 $X(s) = \int_0^{\pi}\sin t\, e^{-st}dt$

$$= \frac{1+e^{-s\pi}}{s^2+1}$$

$$X(s) = \frac{1+e^{-s\pi}}{s^2+1}\left[1+e^{-s\cdot 2\pi}+e^{-s\cdot 4\pi}\cdots\right]$$

$$= \frac{1+e^{-s\pi}}{s^2+1}\cdot\frac{1}{1-e^{-s2\pi}}$$

$$= \frac{1}{s^2+1}\cdot\frac{1}{1-e^{-s\pi}}$$

6. 计算 $\int_{-\infty}^{2}[\delta(t^2-2t-8)+\delta(3t-2)]dt$ 的值

因为: $\delta(f(t))=\sum_{f(t_0)=0}\frac{1}{|f'(t_0)|}\delta(t-t_0)$

因此: $\delta(t^2-2t-8)=\frac{1}{6}\delta(t-4)+\frac{1}{6}\delta(t+2)$

$\delta(3t-2)=\frac{1}{3}\delta(t-\frac{2}{3})$

上式 $=\int_{-\infty}^{2}\frac{1}{6}\delta(t-4)dt+\frac{1}{6}\int_{-\infty}^{2}\delta(t+2)dt+\frac{1}{3}\int_{-\infty}^{2}\delta(t-\frac{2}{3})dt$

$=0+\frac{1}{6}+\frac{1}{3}=\frac{1}{2}$

三、(8 分) 考虑一 LTI 系统，其单位冲激响应为 $h(t)=\frac{\sin 3(t-1)}{\pi(t-1)}$，求系统对下列各输出的响应。

(1) $x(t)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{k^2}\cos(kt)$；

(2) $x(t)=2\left(1+\frac{\sin t\cos(3t)}{\pi t}\right)$

解 $y(t)=x(t)*h(t)$

$=\sum_{k=0}^{2}\frac{1}{k^2}\cos(k(t-1))$

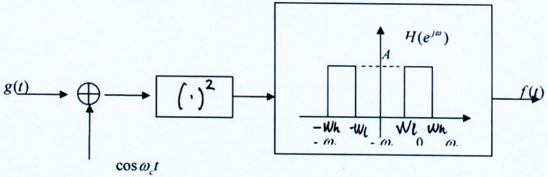
$+\underline{\frac{1}{18}\cos(3(t-1))}$

(在边缘取 $\frac{1}{2}$)

解: $y(t)=x(t)*h(t)$

$=2+\frac{\sin[3(t-1)]-\sin[2(t-1)...}{\pi(t-1)}$

四、（7 分）下图所示是一个幅度调制系统，该系统由两部分组成：先把调制信号与载波之和平方，然后通过带通滤波器获得已调信号，若 $g(t)$ 是带限信号，即 $|\omega|>\omega_M$ 时 $G(j\omega)=0$。试确定带通滤波器的的参数 A,ω_l,ω_h，使得 $f(t)=g(t)\cos\omega_c t$。



解：$(g(t)+\cos w_c t)^2 = g^2(t)+2g(t)\cos(w_c t)+\cos^2(w_c t)$

$g(t)$ 带限 w_M，则 $g^2(t)$ 带限 $2w_M$

$g(t)\cos(w_c t)$ 带限为 $[w_c-w_M,\ w_c+w_M]$

$\cos^2(w_c t)$ 只在 $2w_c$ 处有频带

因此

$$\begin{cases} w_l > 2w_M \ (\text{滤除 } g^2(t)) \\ w_c-w_M > w_l \text{ 且 } w_c+w_M < w_h \ (\text{保留 } g(t)\cos(w_c t)) \\ 2w_c < w_l \text{ 或 } 2w_c > w_h \ (\text{滤除 } \cos^2(w_c t)) \end{cases}$$

$A=\frac{1}{2}$

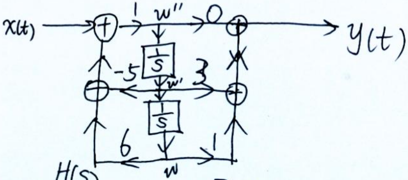
五、（15 分）某一因果 LTI 系统的微分方程 $y''(t)+5y'(t)+6y(t)=3x'(t)+x(t)$。

（1）画出系统实现框图；

（2）求系统的频率响应 $H(e^{j\omega})$；

（3）求 $x(t)=1+e^{-\frac{t}{3}}u(t)$ 激励下的系统响应 $y(t)$。

解：①



② $\cancel{H(j\omega)}\ H(s) = \dfrac{3s+1}{s^2+5s+6}$

$$H(j\omega) = \frac{3j\omega+1}{(j\omega)^2+5j\omega+6}$$

③ $1=e^{0\cdot t} \xrightarrow{LTI} H(0)e^{0t} = \frac{1}{6}$

$$e^{-\frac{t}{3}}u(t) \xrightarrow{LTI} 3e^{-2t}u(t) - 3e^{-3t}u(t)$$

$$Y(s) = X(s)H(s) = \frac{3s+1}{(s+2)(s+3)} \cdot \frac{1}{(s+\frac{1}{3})}$$

$$= \frac{3}{s+2} - \frac{3}{s+3}$$

$$y(t) = 3[e^{-2t}u(t) - e^{-3t}u(t)]$$

因此：

$$x(t) \xrightarrow{LTI} \frac{1}{6} + 3e^{-2t}u(t) - 3e^{-3t}u(t)$$

六、（20 分）已知描述离散时间系统的二阶差分方程为

$y[n]+y[n-1]-6y[n-2]=x[n]$。试求：

（1）起始条件 $y[-1]=0, y[-2]=1$，输入为 $x[n]=0.5^n u[n]$ 时的零输入响应和零状态响应，并指自由响应和强波出响应；

（2）起始条件不变，输入 $x[n]=0.5^n u[n-1]$ 时，求系统的响应；

（3）若已知输入信号为 $x[n]=\sum_{k=0}^{2} e^{jk\frac{\pi}{2}n}$，求系统的响应。

解：① $Y(z)+\left(z^{-1}Y(z)+y[-1]\right)-6\left[z^{-2}Y(z)+y[-1]z^{-1}+y[-2]\right)$

$$= X(z) = \frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$$

$$(1+z^{-1}-6z^{-2})Y(z) = \frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} - y[-1]+6y[-1]z^{-1}+6y[-2]$$

$$= \underbrace{\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}}_{\text{零状态}} + \underbrace{6}_{\text{零输入}}$$

$$Y(z) = \frac{1}{(1+3z^{-1})(1-2z^{-1})(1-\frac{1}{2}z^{-1})} + \frac{6}{(1+3z^{-1})(1-2z^{-1})}$$

$$= \left(\frac{\frac{18}{35}}{1+3z^{-1}} + \frac{\frac{8}{15}}{1-2z^{-1}} - \frac{\frac{1}{21}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}\right) + \left(\frac{\frac{18}{5}}{1+3z^{-1}} + \frac{\frac{12}{5}}{1-2z^{-1}}\right)$$

$$y[n] = \underbrace{\left(\frac{18}{35}(-3)^n u[n] + \frac{8}{15}2^n u[n] - \frac{1}{21}\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]\right)}_{\text{零状态响应}} + \underbrace{\left[\frac{18}{5}(-3)^n u[n] + \frac{12}{5}2^n u[n]\right]}_{\text{零输入响应}}$$

$$\therefore = \underbrace{\frac{144}{35}(-3)^n u[n] + \frac{44}{15} 2^n u[n]}_{\text{自由响应}} - \underbrace{\frac{1}{21}\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]}_{\text{强迫响应}}$$

② 起始条件不变 $\Longrightarrow$ 零输入响应不变

$$\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n-1] = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} u[n-1]\right] \Longrightarrow$$ 零状态响应右移一位，再除以2

$$y[n] = \frac{9}{35}(-3)^{n-1}u[n-1] + \frac{4}{15}2^{n-1}u[n-1] - \frac{1}{42}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}u[n-1]$$
$$+ \frac{18}{5}(-3)^n u[n] + \frac{12}{5}\cdot 2^n u[n]$$

③ ~~因为~~ $\cancel{e^{at} \xrightarrow{LTI} H(a)e^{at}}$

~~所以~~ $\cancel{x[n] = 1 +}$

因为 $a^n \xrightarrow{LTI} H(a)a^n$

所以 $x[n] = 1 + \left(e^{j\frac{\pi}{2}}\right)^n + \left(e^{j\pi}\right)^n$

$$= 1 + (j)^n + (-1)^n$$

$$1 \xrightarrow{LTI} H(1) = -\frac{1}{4}$$

$$j^n \xrightarrow{LTI} H(j) j^n = \frac{1}{7-j} j^n$$

$$(-1)^n \xrightarrow{LTI} H(-1)(-1)^n = -\frac{1}{6}(-1)^n$$

$$x[n] \xrightarrow{LTI} -\frac{1}{4} - \frac{1}{6}(-1)^n + \frac{1}{7-j} j^n$$