

第一章习题解答

2008-3-21

1-1 某个信源输出取 A、B、C 和 D 等 4 个值，设每个符号独立取值，相应该率为 1/2、1/4、1/8、1/8。求每个输出符号的平均信息量。

[解]

$$\begin{aligned} H(X) &= E \left[\log \frac{1}{p(X)} \right] \\ &= \frac{1}{2} \log 2 + \frac{1}{4} \log 4 + \frac{1}{8} \log 8 + \frac{1}{8} \log 8 \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} \\ &= 1 \frac{3}{4} \text{ (bits)} \end{aligned}$$

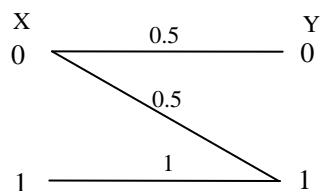
1-3 信源以相等概率，输出二进制数字“0”和“1”，在信道传输过程中“0”错成“1”的概率等于 1/2，而“1”不会错成“0”，求从信道收到一位二进制数字对发送数字提供了多少信息？

[解] 设输入随机变量为 X ，输出随机变量为 Y ，由条件

$$p(X=0) = p(X=1) = 0.5,$$

$$p(Y=0|X=0) = p(Y=1|X=0) = 0.5,$$

$$p(Y=0|X=1) = 0, \quad p(Y=1|X=1) = 1。$$



由此，我们有

$$p(X=0, Y=0) = p(X=0, Y=1) = 0.25,$$

$$p(X=1, Y=0) = 0, \quad p(X=1, Y=1) = 0.5,$$

$$p(Y=0) = 0.25, \quad p(Y=1) = 0.75$$

所以，

$$\begin{aligned}
I(X;Y) &= E \left[\log_2 \frac{p(X,Y)}{p(X)p(Y)} \right] \\
&= 0.25 \log_2 \frac{0.25}{0.5 \times 0.25} + 0.25 \log_2 \frac{0.25}{0.5 \times 0.75} + 0.5 \log_2 \frac{0.5}{0.5 \times 0.75} \\
&= 0.25 + 0.25 - 0.25 \log_2 3 + 1 - 0.5 \log_2 3 \\
&= 1.5 - 0.75 \log_2 3 \text{ (bits)}
\end{aligned}$$

或者

$$\begin{aligned}
I(X;Y) &= H(X) - H(X|Y) \\
&= 1 - p(Y=1)H(X|Y=1) \\
&= 1 - 0.75 \times h\left(\frac{1}{3}\right) \\
&= 1.5 - 0.75 \log_2 3 \text{ (bits)} \\
&= 0.3113 \text{ (bit)}
\end{aligned}$$

其中

$$h(x) = -x \log x - (1-x) \log(1-x)。$$

1-5 设一个信源输出四进制等概率符号，其码元宽度为 $125 \mu s$ ，求其码元速率和信息速率？

[解] 码元速率 $= 1/(125 \times 10^{-6}) = 8 \times 10^3$ (Baud)，

信息速率 $= 8 \times 10^3 \times \log 4 = 16 \times 10^3$ (bits/s)。