

第四章习题解

4-3 已知调制信号 $m(t) = \cos(2000\pi t) + \cos(4000\pi t)$ ，载波为 $\cos 10^4 \pi t$ ，进行单边带调制，试确定该单边带信号的表示式，并画出频谱图。

【解】 首先计算 $m(t)$ 的希尔伯特变换，

$$\hat{m}(t) = \sin(2000\pi t) + \sin(4000\pi t),$$

然后分别计算上边带与下边带的单边带调制信号。

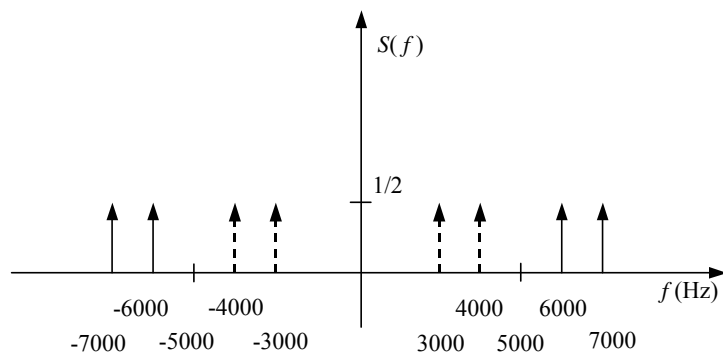
上边带信号：

$$\begin{aligned} s_U(t) &= \frac{1}{2}m(t)\cos(10^4\pi t) - \frac{1}{2}\hat{m}(t)\sin(10^4\pi t) \\ &= \frac{1}{2}\{[\cos(2000\pi t)\cos(10^4\pi t) - \sin(2000\pi t)\sin(10^4\pi t)] \\ &\quad + [\cos(4000\pi t)\cos(10^4\pi t) - \sin(4000\pi t)\sin(10^4\pi t)]\} \\ &= \frac{1}{2}[\cos(12000\pi t) + \cos(14000\pi t)] \end{aligned}$$

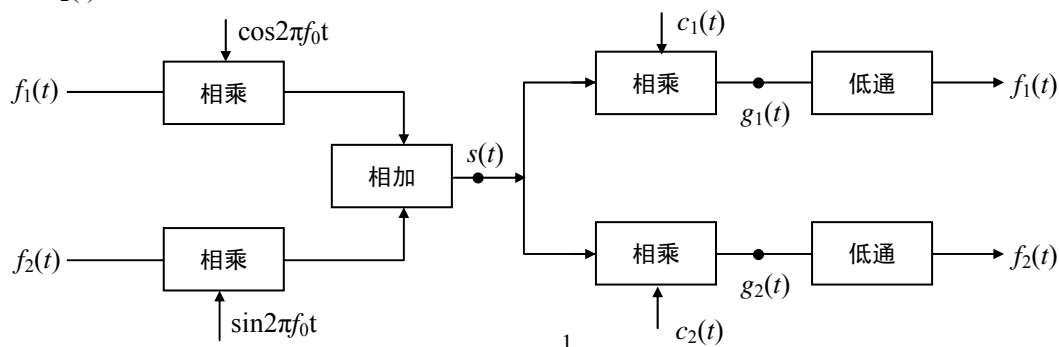
类似地，下边带信号为：

$$s_D(t) = \frac{1}{2}[\cos(8000\pi t) + \cos(6000\pi t)]。$$

频谱图：实线为上边带信号，虚线为下边带信号。



4-6 某调制系统如图 P4-6 所示，为了在输出端同时得到 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ ，试确定接收端的 $c_1(t)$ 和 $c_2(t)$



【解】

$$s(t) = f_1(t) \cdot \cos 2\pi f_0 t + f_2(t) \sin 2\pi f_0 t$$

如果 $c_1(t) = \cos 2\pi f_0 t$, $c_2(t) = \sin 2\pi f_0 t$ 则

$$g_1(t) = f_1(t) \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 4\pi f_0 t \right] + f_2(t) \cdot \frac{1}{2} \sin 4\pi f_0 t$$

$$g_2(t) = f_1(t) \cdot \frac{1}{2} \sin 4\pi f_0 t + f_2(t) \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 4\pi f_0 t \right]$$

通过低通滤波器则输出正好是 $\frac{1}{2} f_1(t)$ 和 $\frac{1}{2} f_2(t)$ 。(相干解调)

4-7 设某信道具有均匀的双边噪声功率谱密度 $P_n(f) = 0.5 \times 10^{-3} \text{ W/Hz}$, 在该信道中传输抑制载波的双边带信号, 并设调制信号 $m(t)$ 的频带限制在 5kHz , 而载波为 100kHz , 已调信号的功率为 10kW 。若接收机的输入信号在加至解调器之前, 先经过带宽为 10kHz 的一理想带通滤波器滤波, 试问:

- (1) 该理想带通滤波器的中心频率为多大?
- (2) 解调器输入端的信噪功率比为多少?
- (3) 解调器输出端的信噪功率比为多少?
- (4) 求出解调器输出端的噪声功率谱密度, 并用图形表示出来。

【解】

(1) 该理想带通滤波器的中心频率为 100kHz 。

(2) $S_i = 10 \times 10^3 \text{ (W)}$, $N_i = n_0 B = 2 \times 0.5 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^3 = 10 \text{ (W)}$ 。所以,

$$\frac{S_i}{N_i} = \frac{10000}{10} = 1000。$$

(3) 因为抑制载波的双边带调制的信噪比增益 $G = 2$, 所以

$$\frac{S_o}{N_o} = G \frac{S_i}{N_i} = 2 \times 1000 = 2000。$$

(4) 若设解调器输入端的噪声为

$$n_i(t) = n_c(t) \cos 2\pi f_c t - n_s(t) \sin 2\pi f_c t,$$

$$n_c(t) = n_i(t) \cos 2\pi f_c t + \hat{n}_i(t) \sin 2\pi f_c t,$$

则输出端的噪声为

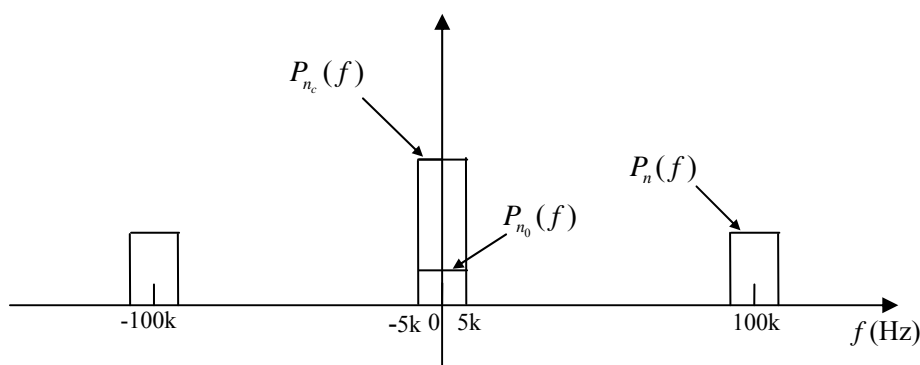
$$n_o(t) = \frac{1}{2} n_c(t)$$

设 $n_c(t)$ 的功率谱为 $P_{n_c}(f)$ ，则 $n_o(t)$ 的功率谱 $P_{n_o}(f)$ 是

$$P_{n_o}(f) = P_{n_c}(f)/4$$

因为

$$P_{n_c}(f) = \begin{cases} P_n(f - f_0) + P_n(f + f_0) & , |f| < f_0 \\ 0 & , |f| \geq f_0 \end{cases}$$



4-9 设某信道具有均匀的双边噪声功率谱密度 $P_n(f) = 0.5 \times 10^{-3} \text{ W/Hz}$ ，在该信道中传输抑制载波的单边带（上边带）信号，并设调制信号 $m(t)$ 的频带限制在 5 kHz ，而载波是 100 kHz ，已调信号功率是 10 kW 。若接收机的输入信号在加至解调器前，先经过带宽为 5 kHz 的一理想带通滤波器滤波，试问：

- (1) 该理想带通滤波器中心频率为多大？
- (2) 解调器输入端的信噪功率比为多少？
- (3) 解调器输出端的信噪功率比为多少？

【解】 (1) 该理想带通滤波器中心频率为 102.5 kHz 。

(2) $S_i = 10 \times 10^3 \text{ (W)}$ ， $N_i = n_0 B = 2 \times 0.5 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^3 = 10 \text{ (W)}$ 。所以

$$\frac{S_i}{N_i} = 2000。$$

(3) 因为抑制载波的单边带调制的信噪比增益 $G = 1$ ，所以

$$\frac{S_o}{N_o} = G \frac{S_i}{N_i} = 1 \times 2000 = 2000。$$

4-12 设某信道具有均匀的双边噪声功率谱密度 $P_n(f) = 0.5 \times 10^{-3} \text{ W/Hz}$ ，在该信道中传输振幅调制信号，并设调制信号 $m(t)$ 的频带限制于 5kHz，载频是 100kHz，边带功率为 10kW，载波功率为 40kW。若接收机的输入信号先经过一个合适的理想带通滤波器，然后再加至包络检波器进行解调。试求：

- (1) 解调器输入端的信噪功率比；
- (2) 解调器输出端的信噪功率比；
- (3) 信噪比增益 G 。

【解】(1) 因为 $S_i = 10000 + 40000 = 50000 \text{ (W)}$,

$$N_i = n_0 B = 2 \times 0.5 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^3 = 10 \text{ (W)},$$

所以
$$\frac{S_i}{N_i} = \frac{50000}{10} = 5000。$$

- (2) 因为是大信噪比，所以可作如下估算。

$$S_o = \overline{m^2(t)} = 2 \times 10000 = 20000 \text{ (W)},$$

$$N_o = N_i = 10 \text{ (W)},$$

所以
$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{20000}{10} = 2000。$$

- (3) 信噪比增益

$$G = \frac{S_o / N_o}{S_i / N_i} = \frac{2000}{5000} = \frac{2}{5}。$$

4-14 设一个宽带调频系统，载波幅度为 100V，频率为 100MHz，调制信号 $m(t)$ 的频带限制为 5kHz， $\overline{m^2(t)} = 5000 \text{ V}^2$ ， $k_f = 500\pi \text{ (rad/s} \cdot \text{V)}$ ，最大频偏 $\Delta f = 75 \text{ kHz}$ ，并设信道中噪声功率谱密度是均匀的，其中 $P_n(f) = 10^{-3} \text{ W/Hz}$ （单边谱），试求：

- 1、接收机输入端理想带通滤波器的传输特性 $H(f)$ ；
- 2、解调器输入端的信噪功率比；
- 3、解调器输出端的信噪功率比；
- 4、若 $m(t)$ 以振幅调制方式传输，并以包络检波器检波，试比较输出信噪比和所需带宽方面与调频有何不同？

【解】 (1) 题设条件下频率调制信号带宽为

$$B = 2(\Delta f + f_m) = 2(75 + 5) \text{ kHz} = 160 \text{ kHz}$$

所以理想的输入带通滤波器为

$$H(f) = \begin{cases} 1 & 99.92\text{MHz} \leq f \leq 100.08\text{MHz} \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

(2) 输入信噪比

$$(SNR)_{in} = \frac{P_{sin}}{P_{Nin}}$$

$$P_{sin} = \frac{A^2}{2} = 5000\text{W}$$

$$P_{Nin} = 10^{-3} \text{W/Hz} \cdot 160 \times 10^3 \text{Hz} \\ = 160\text{W}$$

$$\text{所以 } (SNR)_{in} = 31.25$$

(3) 输出信噪比

$$(SNR)_{out} = \frac{P_{Sout}}{P_{Nout}} = \frac{3A^2 \cdot K_F^2 \cdot \overline{m^2(t)}}{8\pi^2 \cdot n_0 \cdot f_m} = \frac{3 \cdot 10000 \cdot (500\pi)^2 \cdot 5000}{8 \cdot \pi^2 \cdot 10^{-3} \cdot (5000)^3} \\ = 37.5 \times 10^3$$

(4) 当 $m(t)$ 以调幅方式传输，并采用包络检波解调，所需要的带宽为

$$B_{AM} = 10 \text{ kHz}$$

输出信噪比

$$(SNR)_{out} = \frac{P_{Sout}}{P_{Nout}}$$

$$P_{Sout} = \overline{m^2(t)} = 5000 \text{ W}$$

$$P_{Nout} = 10^{-3} \cdot 10^4 = 10 \text{ W}$$

$$\text{所以 } (SNR)_{out} = 500$$

$$\text{所以 } \frac{(SNR)_{FM}}{(SNR)_{AM}} = \frac{37.5 \times 10^3}{500} = 75$$

$$\frac{B_{FM}}{B_{AM}} = \frac{160}{10} = 16$$

4-17 使用信号 $m(t) = \cos 2000\pi t + 2\sin 2000\pi t$ 调制一个 800KHz 的载波，已产生 SSB AM

信号。载波的振幅为 $A_c = 100$ 。

(1) 试确定信号 $\hat{m}(t)$ 。

(2) 试确定 SSB AM 信号下边带表达式。

(3) 试确定 SSB 信号下边带幅度谱。

【解】(1) $m(t) = \cos 2000\pi t + 2\sin 2000\pi t$ ，所以

$$\hat{m}(t) = \sin 2000\pi t - 2\cos 2000\pi t$$

(2) 下边带信号的时域表示为：

$$\begin{aligned} u(t) &= A_c m(t) \cos 2\pi f_c t + A_c \hat{m}(t) \sin 2\pi f_c t \\ &= 100(\cos 2000\pi t + 2\sin 2000\pi t) \cos 1600000\pi t + \\ &\quad 100(\sin 2000\pi t - 2\cos 2000\pi t) \sin 1600000\pi t \\ &= 100(\cos 1598000\pi t + 2\sin 1598000\pi t) \end{aligned}$$

(3) 由书上公式 (4.2.19) 或者直接对下边带时域信号进行付立叶变换，

$$\begin{aligned} U(f) &= 50(\delta(f + 799 \cdot 10^3) + \delta(f - 799 \cdot 10^3)) - \\ &\quad j100(\delta(f + 799 \cdot 10^3) - \delta(f - 799 \cdot 10^3)) \end{aligned}$$