浙江大学 200__ - 200__学年__季学期

《　　信号与系统　　》课程期末考试试卷

开课学院：__信息学院__，考试形式：闭卷，允许带__________入场

考试时间：_____年___月___日，所需时间：__120__分钟

考生姓名：_______________学号：__________专业：____________________

题序	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									
评卷人									

一、（共 30 分）

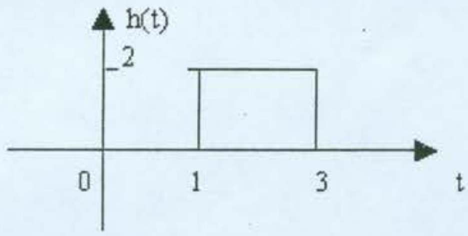
(1) 试分析以下系统的因果性、记忆性、稳定性、线性时不变等特性

（a）$y(n) = x(n-2) - 2x(n-15)$　（3 分）

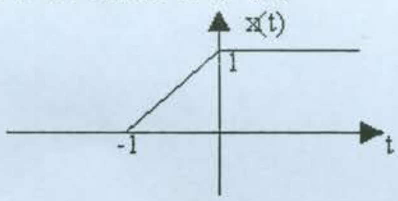
(b)　$y(t) = \dfrac{dx(t)}{dt}$　　（4 分）

(2) 求以下两信号的卷积（8 分）

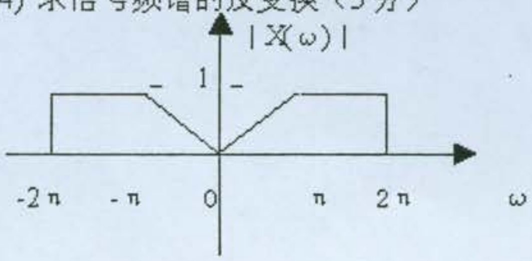
$x(t) = \sin(\pi t)[u(t) - u(t-2)]$

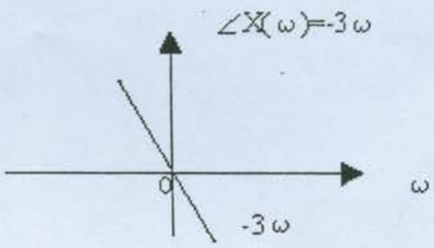


(3) 求信号的频谱 (5 分)



(4) 求信号频谱的反变换（5 分）



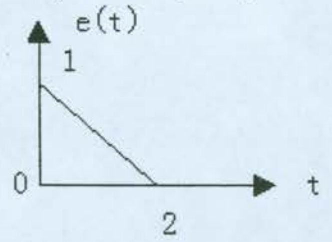


（5）已知 $F(s)=\dfrac{e^{-s}-2e^{-2s}}{1-e^{-4s}}$，　求 $f(t)$　（5分）

二、（10分）已知一线性时不变系统的频谱
$H(\omega)=(j\omega+7)/((j\omega)^2+5j\omega+4)$，且 $y(0^-)=y'(0^-)=0$；
求：(1) $h(t)$；(2) $y_{zs}(t)$；(3) 写出该系统的微分方程。

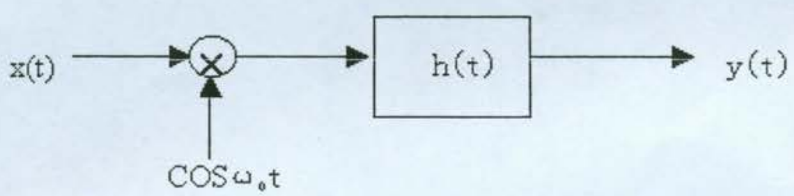
三、(a)（5分）求 $x[n]=(0.5)^n U[n]+2\delta(n-2)$ 频谱；
(b)（10分）已知一离散因果系统的差分方程为：
$$y[n]+5/6y[n-1]+1/6y[n-2]=x[n]$$
求：(1)系统的频响；(2)当 $y[-1]=1$、$y[-2]=0$、$x[n]=U[n]$ 时，输出 $y[n]$。

四、（10分）已知因果LTI系统的频响：
$$H(j\omega)=1/(j\omega+2)$$
求：(1) 系统对 $(\text{Cos}2t)U(t)$ 的稳态响应；
(2) 输入 $e(t)$ 如图所示，求输出 $y(t)$。



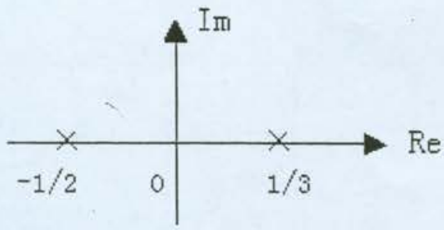
五、（10分）某因果LTI系统具有冲激响应 $h(t)$，当激励 $f(t)=e^{2t}$（对所有t)时，输出 $y(t)=1/6\,e^{2t}$（对所有t)，且 $h(t)$ 满足以下微分方程：
$$h'(t)+2h(t)=e^{-4t}U(t)+b\,U(t)$$，b为未知常数。
求：符合以上条件的系统函数 $H(s)$、b值。

六、(10分)已知一系统如下：



设 $x(t)=Sa(\omega_0 t)$，$h(t)=0.5\,Sa[2\omega_0(t-t_0)]\,COS\,\omega_0 t$；求：$y(t)$。

七、(8分)已知一离散因果LTI系统函数零极点图分布如下图所示，已知该系统对 $(-1)^n$ 的响应为 $y[n]=3(-1)^n$，系统的起始条件为：
$$y[-1]=1,\ y[-2]=-1,$$
如系统激励为 $(-2)^n U[n]$，求：系统的零状态响应、零输入响应。



八、已知某一信号的 z 变换 $X(z)=z^2/(z^2-2.5z+1)$，且 $\sum_{n=-\infty}^{\infty}|x[n]|<\infty$，

求 $x[n]$。（7 分）

试卷答案

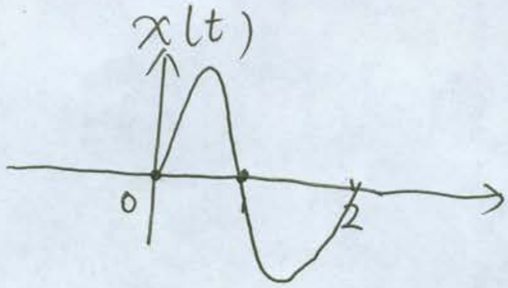
一、① $y[n]=x[n-2]-2x[n-15]$

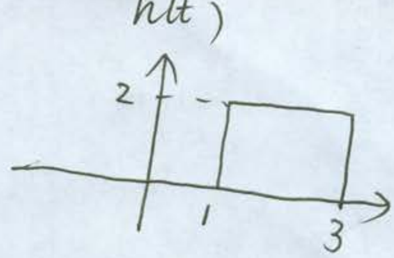
因果、记忆、稳定、线性时不变

$y(t)=\dfrac{dx(t)}{dt}$

因果、记忆、不稳定、线性时不变

②



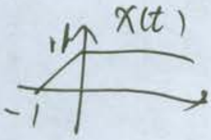


$$y(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}x(\tau)\,h(t-\tau)\,d\tau$$

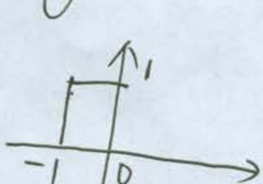
$$=\int_0^2 \sin\pi\tau\,h(t-\tau)\,d\tau$$

$$=\begin{cases}0 & t\leq 1\\ \frac{1}{\pi}[1-\cos\pi(t-1)] & 1<t\leq 3\\ \frac{1}{\pi}[\cos\pi(t-3)-1] & 3<t\leq 5\\ 0 & t>5\end{cases}$$

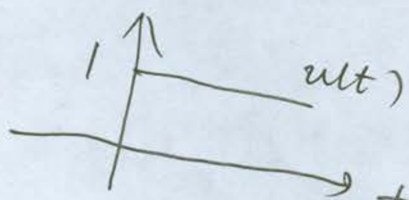
③



$=$

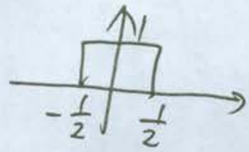


$*$



$F[$

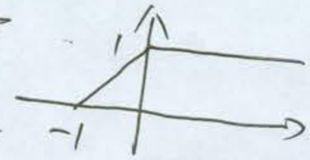
$]$ $=F[$



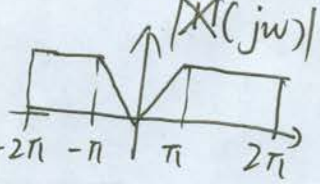
$]\,e^{j\frac{1}{2}w}$

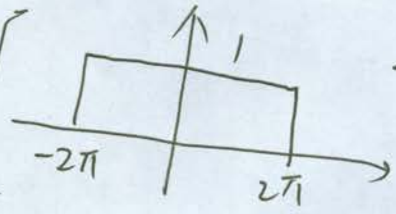
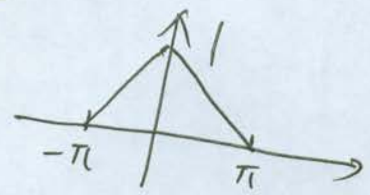
$$=Sa\left(\frac{w}{2}\right)e^{j\frac{w}{2}}$$

$$F[u(t)]=\frac{1}{jw}+\pi\delta(w)$$

因此，$F\Big[$  $\Big] = \dfrac{2\sin\frac{w}{2}}{w} e^{j\frac{w}{2}}\left[\dfrac{1}{jw} + \pi\delta(w)\right]$

$$= \frac{2\sin\frac{w}{2}\, e^{j\frac{w}{2}}}{jw^2} + \pi\delta(w)$$

④ $F^{-1}\Big[$  $\Big]$

$= F^{-1}\Big[$  $\Big] - F^{-1}\Big[$  $\Big]$

$$= \frac{\sin 2\pi t}{\pi t} - \frac{\cancel{\pi}}{2} Sa^2\left(\frac{\pi}{2}t\right)$$

$$= \frac{\sin 2\pi t}{\pi t} - \frac{1}{2}\,\frac{\left[\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)\right]^2}{\frac{\pi^2}{4}t^2}$$

$$= \frac{\sin 2\pi t}{\pi t} - \frac{2\left[\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)\right]^2}{\pi^2 t^2}$$

$$F^{-1}\left[\,|X(jw)|\,e^{-j3w}\right]$$

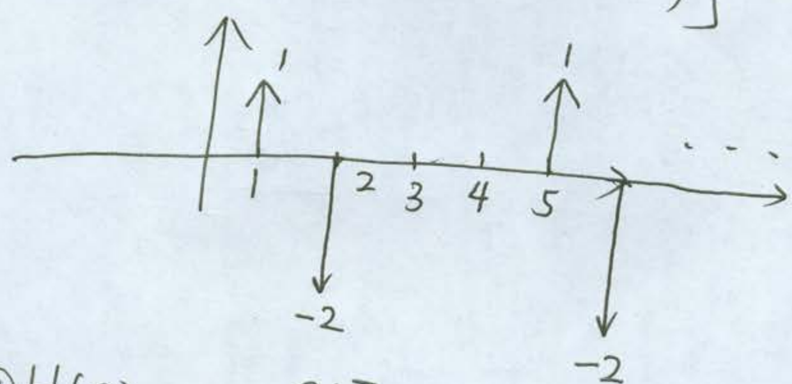
$$= \frac{\sin 2\pi(t-3)}{\pi(t-3)} - \frac{2\left[\sin\frac{\pi}{2}(t-3)\right]^2}{\pi^2(t-3)^2}$$

⑤ $\sum_{k=0}^{+\infty} \delta(t-4k) \xrightarrow{L} \dfrac{1}{1-e^{-4s}} \quad Re(s)>0$

所以 $\sum_{k=0}^{+\infty} \delta(t-4k-1) \xrightarrow{L} \dfrac{e^{-s}}{1-e^{-4s}}$

$-2\sum_{k=0}^{+\infty} \delta(t-4k-2) \xrightarrow{L} \dfrac{-2e^{-2s}}{1-e^{-4s}}$

$\sum_{k=0}^{+\infty}\left[\delta(t-4k-1) - 2\delta(t-4k-2)\right] \xrightarrow{L} \dfrac{e^{-s}-2e^{-2s}}{1-e^{-4s}}$



二、① $H(s) = \dfrac{s+7}{s^2+5s+4} = \dfrac{s+7}{(s+1)(s+5)} = \dfrac{\frac{3}{2}}{s+1} - \dfrac{\frac{1}{2}}{s+5}$

$H(jw)$ 存在 $\Longrightarrow$ 收敛域包括 $Re(s)=0 \Longrightarrow$ 收敛域

为 ~~Re(s)~~ $Re(s)>-1$

$h(t) = \frac{3}{2}e^{-t}u(t) - \frac{1}{2}e^{-5t}u(t)$

② y_{zi} 输入输出都没有，似乎 $y_{zi}(t)=0$

③ $y''(t) + 5y'(t) + 4y(t) = x'(t) + 7x(t)$

2. (a) $X(z) = \dfrac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} + 2z^{-2} \qquad |z| > \frac{1}{2}$

$X(e^{jw}) = \dfrac{1}{1-\frac{1}{2}e^{-jw}} + 2e^{-j2w} \qquad |z| > \frac{1}{2}$

(b)

$y[n] \xrightarrow{uz} \widetilde{Y(z)}$

$y[n-1] \xrightarrow{uz} z^{-1}\widetilde{Y(z)} + y[-1] = z^{-1}\widetilde{Y(z)} + 1$

$y[n-2] \xrightarrow{uz} z^{-2}\widetilde{Y(z)} + y[-2] + y[-1]z^{-1}$

$= z^{-2}\widetilde{Y(z)} + z^{-1}$

$x[n] \xrightarrow{uz} \dfrac{1}{1-z^{-1}} \qquad |z| > 1$

$\widetilde{Y(z)} + \frac{5}{6}[z^{-1}\widetilde{Y(z)} + 1] + \frac{1}{6}[z^{-2}\widetilde{Y(z)} + z^{-1}] = \dfrac{1}{1-z^{-1}}$

$(1+\frac{5}{6}z^{-1}+\frac{1}{6}z^{-2})\widetilde{Y(z)} = \dfrac{1}{1-z^{-1}} - \frac{1}{6}z^{-1} - \frac{5}{6}$

$= \dfrac{\frac{1}{6}+\frac{2}{3}z^{-1}+\frac{1}{6}z^{-2}}{1-z^{-1}}$

$\widetilde{Y(z)} = \dfrac{\frac{1}{6}+\frac{2}{3}z^{-1}+\frac{1}{6}z^{-2}}{(1-z^{-1})(1+\frac{1}{3}z^{-1})(1+\frac{1}{2}z^{-1})}$

$= \dfrac{\frac{1}{2}}{1-z^{-1}} + \dfrac{\frac{1}{6}}{1+\frac{1}{3}z^{-1}} + \dfrac{-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}$

$y[n] = \frac{1}{2}u[n] + \frac{1}{6}\left(-\frac{1}{3}\right)^n u[n] - \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n]$

四：① $H(s) = \frac{1}{s+2} \quad Re(s) > -2$

$\cos 2t\, u(t) \xrightarrow{L} \frac{s}{s^2+4} \quad Re(s) > 0$

$$Y(s) = \frac{s}{(s+2)(s^2+4)} \quad Re(s) > 0$$

$$= \frac{-\frac{1}{4}}{s+2} + \frac{\frac{1}{4}s + \frac{1}{2}}{s^2+4}$$

$$= \frac{-\frac{1}{4}}{s+2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{s}{s^2+4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{s^2+4}$$

$$y(t) = -\frac{1}{4} e^{-2t} u(t) + \frac{1}{4} \cos 2t\, u(t) + \frac{1}{4} \sin 2t\, u(t)$$

② $h(t) = e^{-2t} u(t)$

$$\cancel{h(t) * e(t) = \begin{cases} 0 & t \le 0 \\ \frac{3}{8} + \frac{1}{4} t e^{-2t} - \frac{3}{8} e^{-2t} & 0 < t \le 2 \\ & t > 2 \end{cases}}$$

$$h(t) * e(t) = \begin{cases} 0 & t \le 0 \\ \frac{5}{8} - \frac{1}{4} t - \frac{5}{8} e^{-2t} & 0 < t \le 2 \\ -\frac{5}{8} e^{-2t} + \frac{1}{8} e^{-2t+4} & t > 2 \end{cases}$$

五、$e^{2t} \xrightarrow{LTI} \frac{1}{6} e^{2t}$ 可知

ⓐ $H(2) = \frac{1}{6}$ ⓑ $H(s)$ 收敛域包含 $Re(s) = 2$

$$(s+2) H(s) = \frac{1}{s+4} + \frac{b}{s} = \frac{(1+b)s + 4b}{s(s+4)}$$

$$H(s) = \frac{(1+b)s + 4b}{s(s+2)(s+4)}$$

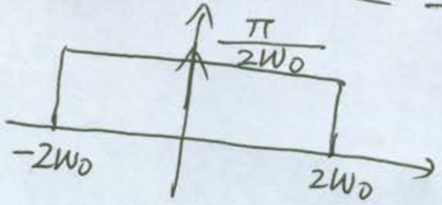
将 $H(z)=\frac{1}{6}$ 代入 得 $b=1$

即 $H(s)=\dfrac{2}{s(s+4)}$ $\quad Re(s)>0$

六：$x(t)=\dfrac{\sin w_0 t}{w_0 t}$

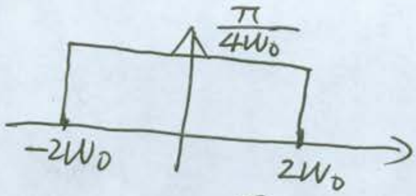
$x(t)\cos w_0 t=\dfrac{\sin w_0 t\cos w_0 t}{w_0 t}=\dfrac{\sin 2w_0 t}{2w_0 t}$

$F[x(t)\cos w_0 t]=$

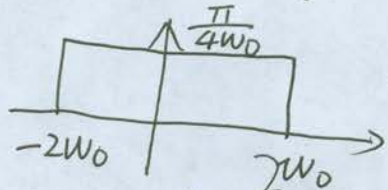


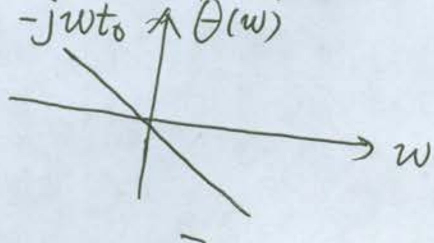
$h(t)=\dfrac{\sin 2w_0(t-t_0)}{4w_0(t-t_0)}\cos w_0 t$

$\because F\left[\dfrac{\sin 2w_0 t}{4w_0 t}\right]=$



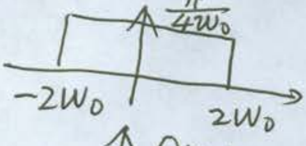
$\therefore F\left[\dfrac{\sin 2w_0(t-t_0)}{4w_0(t-t_0)}\right]=$

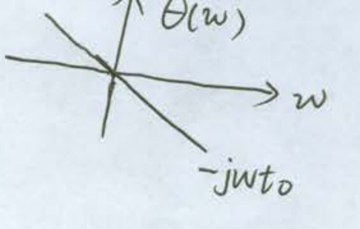




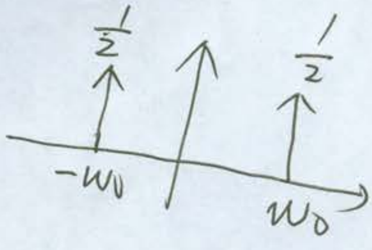
$F[h(t)]=F\left[\dfrac{\sin 2w_0(t-t_0)}{4w_0(t-t_0)}\cos w_0 t\right]$

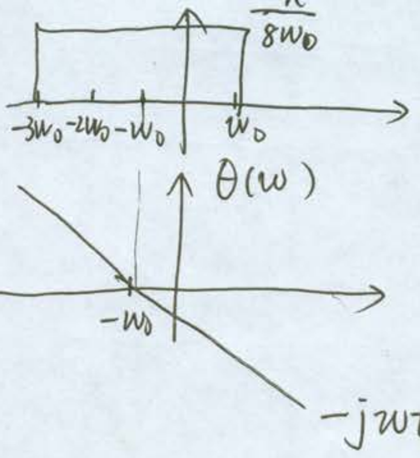
$=$

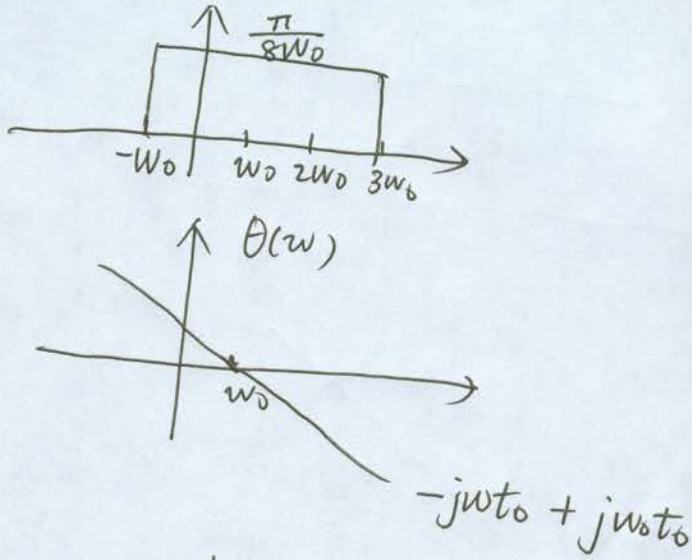




$*$



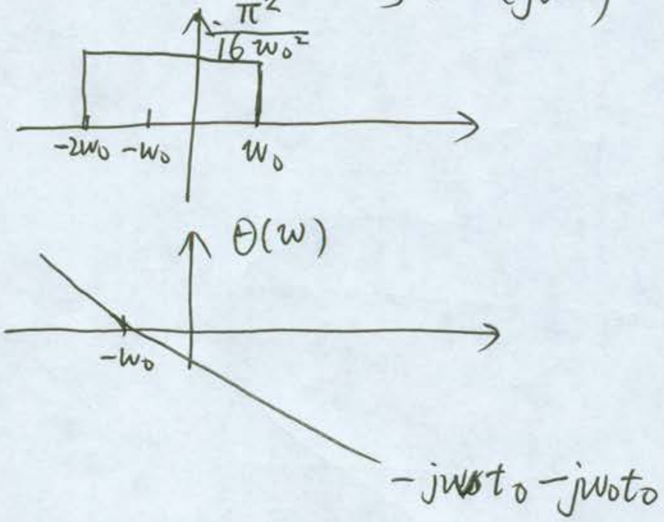
$=$ 

$+$ 

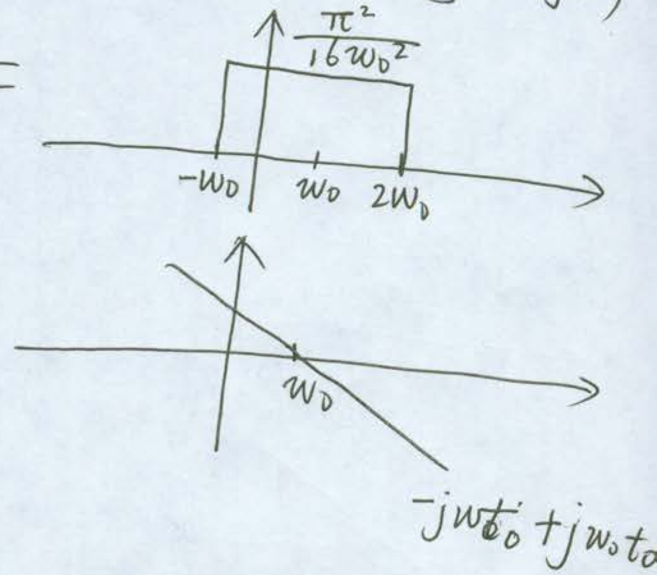
$H_1(j\omega) + H_2(j\omega)$

因此，

$F[x(t)\cos\omega_0 t]H_1(j\omega)$

$=$ 

$F[x(t)\cos\omega_0 t]H_2(j\omega)$

$=$ 

$$y_1(t) = F^{-1}\left(F(x(t)\cos\omega_0 t)H_1(j\omega)\right)$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-2\omega_0}^{\omega_0} \frac{\pi^2}{16\omega_0^2} e^{-j\omega_0 t_0} e^{j\omega(t-t_0)}\,d\omega$$

$$= \frac{\pi e^{-j\omega_0 t_0}}{32\omega_0^2}\frac{1}{j(t-t_0)} \cdot \left[e^{j\omega_0(t-t_0)} - e^{-j2\omega_0(t-t_0)}\right]$$

$$y_2(t) = F^{-1}\left(F(x(t)\cos\omega_0 t)H_2(j\omega)\right)$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_0}^{2\omega_0} \frac{\pi^2}{16\omega_0^2} e^{j\omega_0 t_0} e^{j\omega(t-t_0)}\,d\omega$$

$$= \frac{\pi e^{j\omega_0 t_0}}{32\omega_0^2}\frac{1}{j(t-t_0)} \cdot \left[e^{j2\omega_0(t-t_0)} - e^{-j\omega_0(t-t_0)}\right]$$

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) \xlongequal{化简} \frac{\pi}{16(t-t_0)\omega_0^2}\left[\sin\omega_0(t-2t_0) + \sin\omega_0(2t-t_0)\right]$$

七、 $$H(z)=\frac{A}{\left(z+\frac{1}{2}\right)\left(z-\frac{1}{3}\right)}$$

从 $(-1)^n \xrightarrow{LTI} 3(-1)^n$ ；可得：

① $$H(-1)=\frac{A}{\left(-1+\frac{1}{2}\right)\left(-1-\frac{1}{3}\right)}=3 \Rightarrow A=2$$

② $|z|=1$ 在 $X(z)$ 收敛域内 $\Rightarrow$ 收敛域 $|z|>\frac{1}{2}$

$$H(z)=\frac{2}{\left(z+\frac{1}{2}\right)\left(z-\frac{1}{3}\right)}$$

写差分方程

$$y[n]+\frac{1}{6}y[n-1]-\frac{1}{6}y[n-2]=2x[n-2]$$

$$y[n] \xrightarrow{UZ} \widetilde{Y}(z)$$

$$y[n-1] \xrightarrow{UZ} z^{-1}\widetilde{Y}(z)+y[-1]=z^{-1}\widetilde{Y}(z)+1$$

$$y[n-2] \xrightarrow{UZ} z^{-2}\widetilde{Y}(z)+y[-2]+y[-1]z^{-1}=z^{-2}\widetilde{Y}(z)+z^{-1}+1$$

$$x[n-2] \xrightarrow{UZ} \frac{z^{-2}}{1+2z^{-1}}$$

$$\widetilde{Y}(z)+\frac{1}{6}\left(z^{-1}\widetilde{Y}(z)+1\right)-\frac{1}{6}\left(z^{-2}\widetilde{Y}(z)+z^{-1}+1\right)=\frac{2z^{-2}}{1+2z^{-1}}$$

$$\left(1+\frac{1}{6}z^{-1}-\frac{1}{6}z^{-2}\right)\widetilde{Y}(z)=\underbrace{\frac{2z^{-2}}{1+2z^{-1}}}_{\text{零状态响应}}+\underbrace{\frac{1}{6}z^{-1}}_{\text{零输入响应}}$$

$$\widetilde{Y}(z)=\frac{2z^{-2}}{\left(1+\frac{1}{2}z^{-1}\right)\left(1-\frac{1}{3}z^{-1}\right)\left(1+2z^{-1}\right)}+\frac{\frac{1}{6}z^{-1}}{\left(1+\frac{1}{2}z^{-1}\right)\left(1-\frac{1}{3}z^{-1}\right)}$$

$$=\left(\frac{-\frac{8}{5}}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}+\frac{\frac{36}{35}}{1-\frac{1}{3}z^{-1}}+\frac{\frac{4}{7}}{1+2z^{-1}}\right)+\frac{-\frac{1}{5}}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}+\frac{\frac{1}{5}}{1-\frac{1}{3}z^{-1}}$$

$$y[n]=\underbrace{-\frac{8}{5}\left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n]+\frac{36}{35}\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]+\frac{4}{7}(-2)^n u[n]}_{\text{零状态响应}}$$

$$\underbrace{-\frac{1}{5}\left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n]+\frac{1}{5}\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]}_{\text{零输入响应}}$$

八、 $$\frac{X(z)}{z}=\frac{z}{z^2-2.5z+1}=\frac{z}{(z-2)(z-0.5)}$$

$$=\frac{\frac{4}{3}}{z-2}+\frac{-\frac{1}{3}}{z-0.5}$$

$$X(z)=\frac{\frac{4}{3}z}{z-2}+\frac{-\frac{1}{3}z}{z-\frac{1}{2}}=\frac{\frac{4}{3}}{1-2z^{-1}}-\frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$$

$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}|x[n]|<+\infty \Rightarrow$ 稳定 $\Rightarrow$ 收敛域包含 $|z|=1$

$\Rightarrow$ 收敛域 $0.5<|z|<2$

$$x[n]=-\frac{4}{3}\,2^n u[-n-1]-\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$