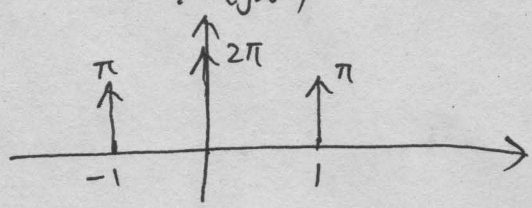
信号与系统第五章试题答案

1. ① $\omega_s=\frac{2\pi}{T}=6\pi$ ， $\omega_m=6\pi$ ， $\omega_s<2\omega_m$ ，不满足抽样定理。

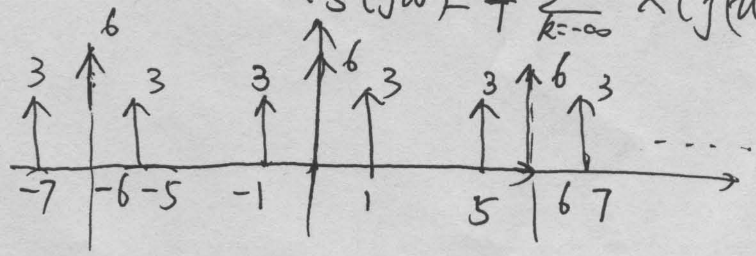
② $x_r(t)= 2\sin 2\pi t+2\sin 8\pi t-2\sin 4\pi t-2\sin 10\pi t$
$+3\cos 6\pi t+\frac{3}{2}\cos 12\pi t+3\cos 6\pi t+\frac{3}{2}\cos 12\pi t+3$
$=2\sin 2\pi t+2\sin 8\pi t-2\sin 4\pi t-2\sin 10\pi t+$
$6\cos 6\pi t+3\cos 12\pi t+3$

③ $x_r(t)=4\pi\cos 2\pi t+16\pi\cos 8\pi t-8\pi\cos 4\pi t-20\cos 10\pi t$
$-36\pi\sin 6\pi t-36\pi\sin 12\pi t$

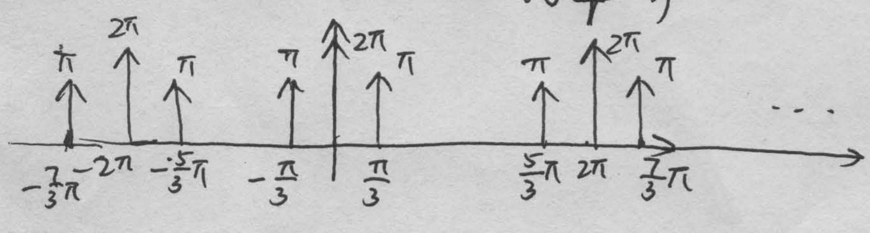
2. ① $T=\frac{\pi}{3}$ $\omega_s=6$



$X_s(j\omega)=\frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{+\infty}X(j(\omega-k\omega_s))$



② $X(e^{j\omega})=X_s(j\frac{\omega}{T})$



③ $y(t)=\frac{3}{\pi}+\frac{3}{\pi}\cos t$

3. ① $\omega_s=\frac{2\pi}{T}=20\pi$ $\omega_m=9\pi$ ， $\omega_s>2\omega_m$ ，无混叠

② $\omega_c=\frac{\pi}{4T}=\frac{\pi}{0.4}=2.5\pi$ ，输出信号

$y(t)=\frac{1}{2}\sin(\pi t)+\frac{1}{4}\sin(2\pi t)$

4. ① $h[n]=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}e^{-j\frac{1}{3}w}e^{jwn}dw$

$=\frac{\sin[(n-\frac{1}{3})\pi]}{(n-\frac{1}{3})\pi}$

② 似乎不能

③ $y[n]=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}x[k]\frac{\sin[(n-k-\frac{1}{3})\pi]}{(n-k-\frac{1}{3})\pi}$

5. ① $H(e^{jw})=j\frac{w}{T}\quad |w|<\pi$

② $h[n]=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}j\frac{w}{T}e^{jwn}dw$

$=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}j\frac{w}{T}\cdot j\sin(wn)\,dw$

$=-\frac{1}{2\pi T}\left[\int_{-\pi}^{\pi}w\sin(nw)\,dw\right]$

$=\frac{1}{2\pi Tn}\int_{-\pi}^{\pi}w\,d\cos(nw)$

$=\frac{1}{2\pi Tn}\left[w\cos nw\Big|_{-\pi}^{\pi}-\int_{-\pi}^{\pi}\cos nw\,dw\right]$

$=\frac{1}{\cancel{2\pi}Tn}\cdot\left[\cancel{2\pi}\cos n\pi-0\right]$

$=\frac{(-1)^n}{nT}$

6. $\int_{-\infty}^{+\infty}|x(t)|^2dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}|X(jw)|^2dw$

条件 ① $X(jw)$ 只在 $[-w_c, w_c)$ 有值

上式 $=\frac{1}{2\pi}\int_{-w_c}^{w_c}|X(jw)|^2dw$

条件② $w_s=\frac{2\pi}{T}>2w_c$，此时 $X(jw)=TX(e^{jwT})$

代换

上式 $=\frac{1}{2\pi}\int_{-w_c}^{w_c}T^2\cdot|X(e^{jwT})|^2\,dw$

$\overset{wT=w'}{=}\frac{T}{2\pi}\int_{-w_cT}^{w_cT}|X(e^{jw})|^2dw$

条件② $\Rightarrow w_c T < \pi$

$$上式 = \frac{T}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\left|X(e^{jw})\right|^2 dw$$

$$= T\cdot \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\left|X(e^{jw})\right|^2 dw$$

$$= T\cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left|x[n]\right|^2$$

所以，满足 ① ② 条件时

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\left|x(t)\right|^2 dt = T\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left|x[n]\right|^2$$