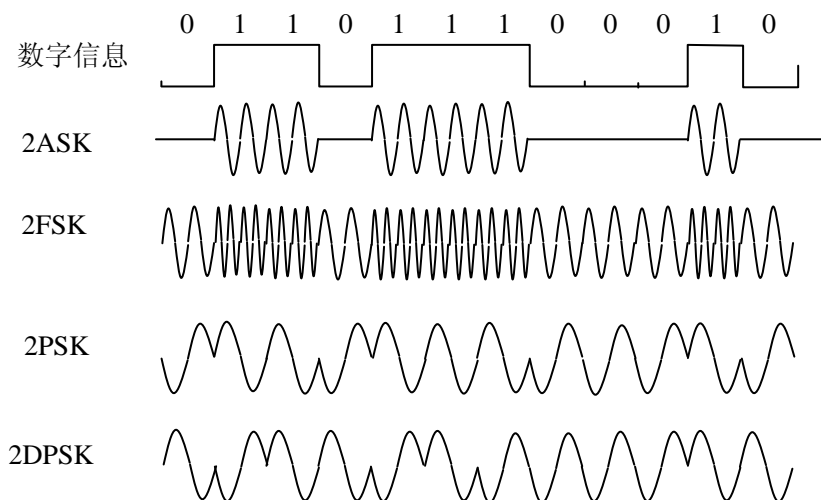


第七章习题解

7-1 设发送数字信息为 011011100010，试分别画出 2ASK、2FSK、2PSK，及 2DPSK 信号的波形示意图。

【解】



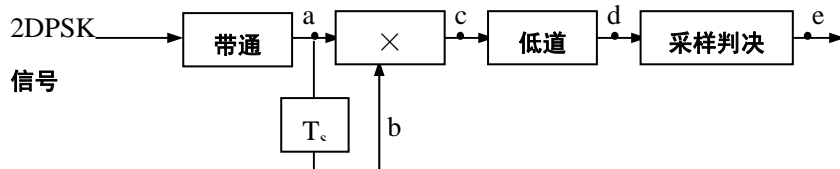
7-4 假设在某 2DPSK 系统中，载波频率为 2400Hz，码元速率为 1200B，已知相对码序列为 1100010111；

- (1) 试画出 2DPSK 波形；
- (2) 若采用差分相干解调法接收该信号时，试画出解调系统的各点波形；
- (3) 若发送符号“0”和“1”的概率为 0.6 和 0.4，求 2DPSK 信号的功率谱。

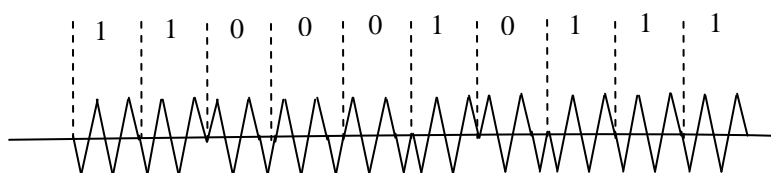
【解】 (1)

相对码	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1
相位	π	π	0	0	0	π	0	π	π	π

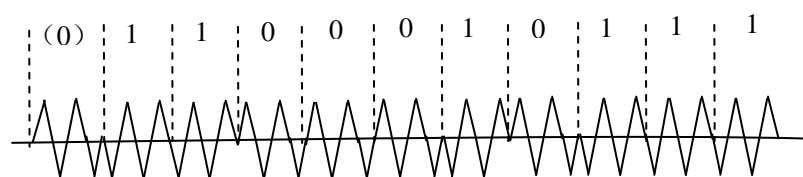
(2) 一种实用的差分相干解调器如下示



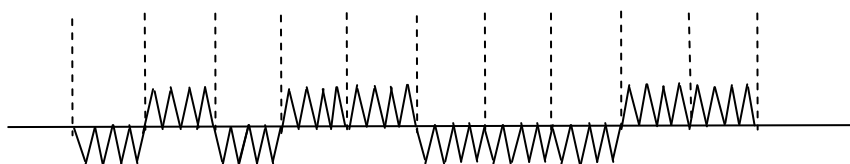
a.点波形



b.点波形



c.点波形



d.点波形



e. 采样判决

-1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1
1	0	1	0	0	1	1	1	0	0

(3) 2DPSK 的功率谱密度和 2PSK 功率谱密度相同，对 BPSK 信号

$$P_{BPSK}(f) = f_s p(1-p) [|G(f+f_c)|^2 + |G(f-f_c)|^2] + \frac{1}{4} f_s^2 (1-2p)^2 |G(0)|^2 [\delta(f+f_c) + \delta(f-f_c)]$$

由于经过差分编码后，输出差分编码符号以等概率取“0”和“1”，然后进行

2PSK 调制，所以代入 $f_s=1200$, $f_c=2400$, $p=0.5$, $G(f) = \frac{1}{f_s} \left| \frac{\sin \pi f T_s}{\pi f T_s} \right|$ 得

$$P_{DBPSK}(f) = \frac{f_s}{4} [|G(f+f_c)|^2 + |G(f-f_c)|^2]$$

7-6 采用 OOK 方式传送二进制数字信息，已知码元传输速率 $R_b=2 \times 10^6$ bit/s,

接收端输入信号的振幅 $a = 40 \mu V$ ，信道加性噪声为高斯白噪声，且其单边功率谱密度 $N_0 = 6 \times 10^{-18} W/Hz$ ，试求：

(1) 非相干接收时系统的误码率；

(2) 相干接收时系统的误码率；

【解】 (1) OOK 信号非相干接收时系统的误码率为

$$P_b = 0.5e^{-\rho/2}, \quad \rho = E_{av} / N_0$$

由于 $E_{av} = 0.5E = 0.5 \cdot a^2 T_b / 2 = 200 \cdot 10^{-18} \text{ W/Hz}$

所以 $\rho = E_{av} / N_0 = 33.3$

$$P_b = 0.5e^{-\rho/2} \approx 2.89 \times 10^{-8}$$

(2) OOK 信号相干接收时系统的误码率为

$$P_e = Q(\sqrt{\rho}) \approx 4 \cdot 10^{-9}$$

7-10 若某 2FSK 系统的码元传输速率为 $2 \times 10^6 \text{ B}$, 数字信息为“1”时的频率 $f_1 = 10 \text{ MHz}$, 数字信息为“0”时的频率 $f_2 = 10.4 \text{ MHz}$, 输入接收端解调器的信息峰值振幅 $a = 40 \mu\text{V}$, 信道加性噪声为高斯白噪声, 且其单边功率谱密度 $N_0 = 6 \times 10^{-18} \text{ W/Hz}$, 试求:

(1) 2FSK 信号第一零点带宽;

(2) 非相干接收时, 系统的误码率;

(3) 相干接收时, 系统的误码率

【解】 由于两个信号元 $s_0(t) = a \cos 2\pi f_0 t$, $s_1(t) = a \cos 2\pi f_1 t$ 在一个符号时间上近似正交, 所以我们可以用正交调频的结果。

(1) 2FSK 信号第一零点带宽为 (实际上就是所需要的带宽, 书上图 7.1.14)

$$B = |f_2 - f_1| + 2f_s = 4.4 \text{ MHz}$$

(2) 由于码元波特率为 $2 \times 10^6 \text{ B}$, 所以 $T_b = 0.5 (\mu\text{s})$

$$\rho = \frac{E}{N_0} = \frac{a^2 T_b / 2}{N_0} = 66.6$$

非相干接收误码率为

$$P_e = \frac{1}{2} e^{-\frac{\rho}{2}} = 1.67 \times 10^{-15}$$

(3) 相干解调时

$$P_e = Q(\sqrt{\rho}) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi\rho}} e^{-\frac{\rho}{2}} = 1.69 \times 10^{-15}$$

7-12 在二进制移相键控系统中, 已知解调器输入端的信噪比为 $\rho = 10 \text{ db}$, 试分别求出相干解调 2PSK, 相干解调一码变换和差分相干解调 2DPSK 信号时的系统误码率。

【解】 $\rho = 10 \text{ db} = 10$, 相干解调 2PSK 误码率为

$$P_e = Q(\sqrt{2\rho}) = 4 \times 10^{-6}$$

相干解调一码变换 2DPSK 的误码率近似为相干 2PSK 的 2 倍, 即

$$P_e \approx 2 \times 3.5 \times 10^{-6} = 8 \times 10^{-6}$$

差分相干 2DPSK 误码率

$$P_e = \frac{1}{2} e^{-\rho} = 2.3 \times 10^{-5}$$

7-14 已知码元传输速率 $R_B = 10^3 \text{ B}$, 接收机输入噪声的双边功率谱密度 $N_0/2 = 10^{-10} \text{ W/Hz}$, 今要求误码率 $P_e = 10^{-5}$ 。试分别计算出相干 OOK, 非相干 2FSK, 差分相干 2DPSK 以及 2PSK 等系统所要求的输入信号功率。

【解】 首先我们求出所需要的每符号能量, 然后求出相应的功率。

① 对于 OOK, $P_e = Q(\sqrt{\rho}) = 10^{-5}$,

$$\rho = \frac{E_{av}}{N_0} = \frac{0.5 \cdot A^2 T_b / 2}{N_0} = (4.3)^2 = 18.5$$

$$\text{输入信号平均功率} = 0.5 \times A^2 / 2 = 37 \times 10^{-7} \text{ (W)}$$

② 对于非相干 2FSK, $P_e = \frac{1}{2} e^{-\rho/2} = 10^{-5}$,

$$\rho = \frac{E_{av}}{N_0} = \frac{A^2 T_b / 2}{N_0} = 21.6$$

$$\text{输入信号功率} = A^2 / 2 = 43.2 \times 10^{-7} \text{ (W)}$$

③ 对差分相干 2DPSK, $P_e = \frac{1}{2} e^{-\rho} = 10^{-5}$,

$$\rho = \frac{E_{av}}{N_0} = \frac{A^2 T_b / 2}{N_0} = 10.8$$

$$\text{输入信号功率} = A^2 / 2 = 21.6 \times 10^{-7} \text{ (W)}$$

④ 对于 2PSK, $P_e = Q(\sqrt{2\rho}) = 10^{-5}$

$$\rho = \frac{E_{av}}{N_0} = \frac{A^2 T_b / 2}{N_0} = 9.25$$

$$\text{输入信号功率} = A^2 / 2 = 18.5 \times 10^{-7} \text{ (W)}$$

7-17 (1) 一个 4k Hz 带宽的信道, 当采用如下的调制方式时可以支持传输多大的比特率?

① BPSK, ② QPSK, ③ 8PSK, ④ 16PSK, ⑤ 相干 BFSK ($\Delta f = \frac{1}{2T}$),

⑥ 非相干 BFSK ($\Delta f = \frac{1}{T}$), ⑦ 相干 4FSK ($\Delta f = \frac{1}{2T}$),

⑧ 非相干 4FSK ($\Delta f = \frac{1}{T}$), ⑨ 16QAM;

(2) 如果 $N_0 = 10^{-8} \text{ W/Hz}$, 为了达到误比特率等于 $P_b = 10^{-6}$, 问对于(1)中的调制方式所需要的信号功率为多少?

[解] (1) MPSK 的频带利用率 $\eta = 0.5 \cdot \log_2 M \text{ bps/Hz}$

故 BPSK 的码率 $R_b = 4 \times 0.5 \cdot \log_2 2 = 2k \text{ (bps)}$

QPSK 的码率 $R_b = 4 \times 0.5 \cdot \log_2 4 = 4k \text{ (bps)}$

8PSK 的码率 $R_b = 4 \times 0.5 \cdot \log_2 8 = 6k \text{ (bps)}$

16PSK 的码率 $R_b = 4 \times 0.5 \cdot \log_2 16 = 8k \text{ (bps)}$

相干 MFSK(采用最小正交频率间隔 $\Delta f = \frac{1}{2T}$)的频带利用率

$$\eta = 2 \log_2 M / (M + 3) \text{ bps/Hz}$$

相干 BFSK 的码率 $R_b = 4 \times 2 \times \log_2 2 / (2 + 3) = 1.6k \text{ (bps)}$

相干 4FSK 的码率 $R_b = 4 \times 2 \times \log_2 4 / (4 + 3) = 2.3k \text{ (bps)}$

非相干 MFSK(采用非相干情况下最小正交频率间隔 $\Delta f = \frac{1}{T}$)的频带利用率

$$\eta = \log_2 M / (M + 1) \text{ bps/Hz}$$

非相干 BFSK 的码率 $R_b = 4 \times \log_2 2 / 3 = 1.33k \text{ (bps)}$

非相干 4FSK 的码率 $R_b = 4 \times \log_2 4 / 5 = 1.6k \text{ (bps)}$

MQAM 的频带利用率 $\eta = 0.5 \times \log_2 M \text{ bps/Hz}$

故 16QAM 的码率 $R_b = 4 \times 0.5 \times \log_2 16 = 8k \text{ (bps)}$

(2) 对于 BPSK, 误比特率

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2E_{av}}{N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{2P_{av}}{N_0 R_b}}\right)$$

$$Q\left(\sqrt{\frac{2P_{av}}{10^{-8} \times 2 \times 10^3}}\right) = 10^{-6}$$

$$\text{信号功率 } P_{av} = 2.26 \times 10^{-4} \text{ W}$$

对于 **MPSK**，误比特率

$$P_b \approx \frac{2}{k} Q\left(\sqrt{2kE_{bav}/N_0} \cdot \sin \frac{\pi}{M}\right) = \frac{2}{k} Q\left(\sqrt{2kP_{av}/N_0R_b} \cdot \sin \frac{\pi}{M}\right)$$

其中 $k = \log_2 M$

a、QPSK

$$\frac{2}{2} Q\left(\sqrt{\frac{2 \times 2P_{av}}{10^{-8} \times 4 \times 10^3}} \sin \frac{\pi}{4}\right) = 10^{-6}$$

信号功率 $P_{av} = 4.52 \times 10^{-4} \text{ W}$

b、8PSK

$$\frac{2}{3} Q\left(\sqrt{\frac{2 \times 3P_{av}}{10^{-8} \times 6 \times 10^3}} \sin \frac{\pi}{8}\right) = 10^{-6}$$

信号功率 $P_{av} = 1.49 \times 10^{-3} \text{ W}$

c、16PSK

$$\frac{2}{4} Q\left(\sqrt{\frac{2 \times 4P_{av}}{10^{-8} \times 8 \times 10^3}} \sin \frac{\pi}{16}\right) = 10^{-6}$$

信号功率 $P_{av} = 0.56 \times 10^{-2} \text{ W}$

对于相干 **BFSK**，误比特率

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{E_{av}}{N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{P_{av}}{N_0R_b}}\right)$$

$$Q\left(\sqrt{\frac{P_{av}}{10^{-8} \times 1.6 \times 10^3}}\right) = 10^{-6}$$

信号功率 $P_{av} = 3.7 \times 10^{-4} \text{ W}$

对于相干 **4FSK**，误比特率

$$P_b = \frac{1}{\sqrt{8\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{1 - [1 - Q(x)]^3\right\} \cdot \exp\left[-\frac{\left(x - \sqrt{2\rho_b \log_2 M}\right)^2}{2}\right] dx = 10^{-6}$$

由图 6.3.16 查得 $\rho_b = 11\text{db} = 12.6$ ，

$$\rho_b = \frac{E_{bav}}{N_0} = \frac{E_{av}}{N_0 \log_2 M} = \frac{P_{av}}{N_0 R_s \log_2 M} = \frac{P_{av}}{N_0 R_b}$$

$$\text{信号功率 } P_{av} = 12.6 \times 10^{-8} \times 2.3 \times 10^3 = 2.9 \times 10^{-4} \text{ W}$$

对于非相干 BFSK, 误比特率

$$P_b = \frac{1}{2} e^{-\frac{E_{av}}{2N_0}} = \frac{1}{2} e^{-\frac{P_{av}}{2N_0 R_b}} = \frac{1}{2} e^{-\frac{P_{av}}{2 \times 10^{-8} \times 1.33 \times 10^3}} = 10^{-6}$$

$$\text{信号功率 } P_{av} = 3.5 \times 10^{-4} \text{ W}$$

对于非相干 4FSK, 误比特率

$$P_b = \frac{3}{2} e^{-\frac{2P_{av}}{2N_0 R_b}} - e^{-\frac{2 \times 2P_{av}}{3N_0 R_b}} + \frac{1}{4} e^{-\frac{3 \times 2P_{av}}{4N_0 R_b}} = 10^{-6}$$

$$\text{信号功率 } P_{av} \approx 2 \times 10^{-4} \text{ W}$$

对于 16QAM, 误比特率

$$P_b = 4 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{16}} \right) Q \left(\sqrt{\frac{3 \times \log_2 16 \times P_{av}}{(16-1)N_0 R_b}} \right) = 10^{-6}$$

$$\text{信号功率 } P_{av} \approx 2.5 \times 10^{-3} \text{ W}$$

7-19 一个非相干 OOK 系统, 为了达到误符号率为 $P_e < 10^{-3}$, 请问平均信噪比应为多少?

【解】 对于非相干 OOK 系统, 误码率为

$$P_e = \frac{1}{2} e^{-\frac{\rho}{2}} \leq 10^{-3}$$

$$\text{于是} \quad \rho = -2 \ln(0.002) \leq 12.4$$

7-20 请问在信噪比等于 12db 条件下, 2FSK 信号相干解调和非相干解调的误码率各为多少?

【解】 对于相干 2FSK,

$$P_e = Q(\sqrt{\rho})$$

$$\rho = 12 \text{ db} = 15.8$$

$$\text{所以} \quad P_e = Q(\sqrt{15.8}) = 3.6 \times 10^{-5}$$

对于非相干解调,

$$P_e = \frac{1}{2} e^{-\frac{\rho}{2}} = 1.9 \times 10^{-4}$$

7-25 对于比特信噪比为 $\rho_b = 13\text{db}$ ，计算如下调制方式的误符号率 P_e ：

(1) 2FSK（非相干）；(2) BPSK；(3) 64PSK；(4) 64QAM；

【解】 (1) 对于 2FSK（非相干）， $\rho = \rho_b = 13\text{db} = 20$

$$P_e = 0.5e^{-0.5\rho} = 2.3 \times 10^{-5}$$

(2) 对于 BPSK， $\rho = \rho_b = 13\text{db} = 20$

$$P_e = Q(\sqrt{2\rho}) = 2 \times 10^{-10}$$

(3) 对 64PSK， $\rho = \rho_b \log_2 M = 20 \times 6 = 120$

$$P_e = 2Q\left(\sqrt{2\rho} \cdot \sin \frac{\pi}{M}\right) = 0.4$$

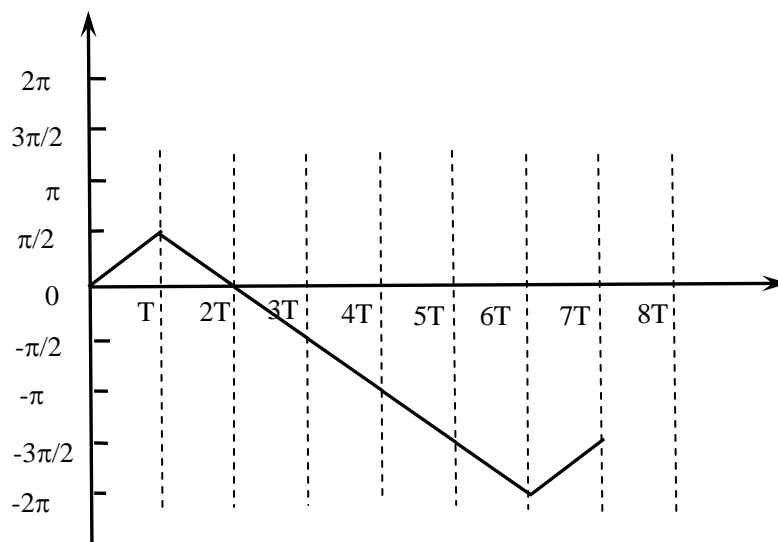
(4) 对于 64QAM， $\rho = \rho_b \log_2 M = 20 \times 6 = 120$

$$P_e = 4\left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right)Q\left(\sqrt{\frac{3\rho}{(M-1)}}\right) = 3.5Q(2.4) = 2.8 \times 10^{-2}$$

7-26 设发送数字信息序列为 +1, -1, -1, -1, -1, -1, +1，试画出 MSK 信号的相位变化图形，

若码元速率为 1000B，载频为 3000Hz，试画出 MSK 信号的波形。

【解】 MSK 相位变化如下图所示



MSK 信号相位变化图

由于载频为 3000Hz，码元速率为 1000B，

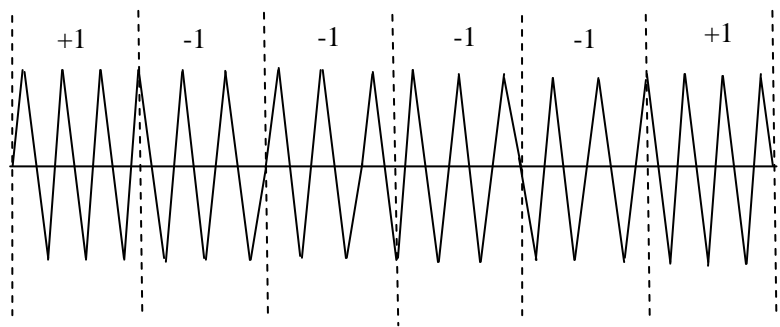
发送 +1 时，在一个码元周期内的信号频率为

$$f_1 = f_c + 1/4T = 3000 + 1000/4 = 3250\text{Hz}$$

发送 -1 时，在一个码元周期内的信号频率为

$$f_1 = f_c - 1/4T = 3000 - 1000/4 = 2750\text{Hz}$$

由于 **MSK** 信号的相位是连续变化的，所以其信号波形为



MSK 信号波形图