HOMEWORK 2

4.4 8

考察要点

- 对正弦角调制信号的时域、频谱推导（PPT12-14）

首先针对$x_{c1}(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \beta \sin(2\pi f_m t)]$，回顾其推导过程，首先有

$$\begin{aligned} x_{c1}(t) &= A_c \cos(2\pi f_c t + \beta \sin 2\pi f_m t) \\ &= \mathrm{Re}\left\{A_c e^{j2\pi f_c t} \cdot e^{j\beta \sin(2\pi f_m t)}\right\} \end{aligned}$$

由于$e^{j\beta \sin(2\pi f_m t)}$是一个周期函数，可以用傅里叶级数展开为

$e^{j\beta \sin(2\pi f_m t)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) e^{j2\pi n f_m t}$

因此有

$$\begin{aligned} x_{c1}(t) &= \mathrm{Re}\left\{A_c \sum_{c=0}^{\infty} J_n(\beta) e^{j2\pi n f_m t} \cdot e^{j2\pi f_c t}\right\} \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_c J_n(\beta) \cos[2\pi(f_c + n f_m)t] \\ &= \frac{A_c}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) e^{j2\pi(f_c + n f_n)t} + \frac{A_c}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) e^{-j2\pi(f_c + n f_n)t} \end{aligned}$$

考虑$x_{c2}(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \beta \cos(2\pi f_m t)]$，亦有相同的过程。

$e^{j\beta \cos(2\pi f_m t)} = e^{j\beta \sin(2\pi f_m t + \pi/2)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) e^{j2\pi n f_m t + n\pi/2}$

$J_n(\beta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(\beta \sin x - nx)} dx$

因此同样的，有

$$\begin{aligned} x_{c2}(t) &= \mathrm{Re}\left\{A_c \sum_{c=0}^{\infty} J_n(\beta) e^{j2\pi n f_m t} \cdot e^{j2\pi f_c t} \cdot e^{n\pi/2}\right\} \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_c J_n(\beta) \cos\left[2\pi(f_c + n f_m)t + \frac{\pi}{2} n\right] \\ &= \frac{A_c}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) e^{j2\pi(f_c + n f_n)t} e^{n\pi/2} + \frac{A_c}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) e^{-j2\pi(f_c + n f_n)t} e^{n\pi/2} \end{aligned}$$ 4

因此幅度谱二者相同，相位谱则根据谱线n的不同而不同，取值区间为$[1, -1]$ 4

4.9 8

考察要点

- 相位和频率偏移量的定义（PPT 4）

看成相位信号：$s_{PM}(t) = A\cos(2\pi f_c t + \alpha s(t))$

瞬时相位：$\Psi(t) = 2\pi f_c t + \alpha s(t)$，相位偏移$|\alpha s(t)|$

看成频率信号：$s_{FM}(t)=A\cos\left(2\pi\left(f_c t+k\int_{-\infty}^{t}s(\tau)d\tau\right)\right)$

瞬时频率：$f(t)=\frac{1}{2\pi}\cdot\frac{d\Psi(t)}{dt}=f_c+ks(t)\mathrm{Hz}$，频率偏移$|ks(t)|$

1. 相位偏移：$|\Phi(t)|=40|\sin\left(5t^2\right)|$ 2

   频率偏移：$\frac{1}{2\pi}|\frac{d\Phi}{dt}|=\frac{200}{\pi}|t\cos\left(5t^2\right)|Hz$ 2

2. $x_c(t)=\cos[2\pi(600)t]=cos[2\pi(1000)t-2\pi(400)t]$

   相位偏移：$|\Phi(t)|=|-800\pi t|$ 2

   频率偏移：400 2

4.11 10

考察要点

- 相位和频率偏移量的计算（PPT 4）

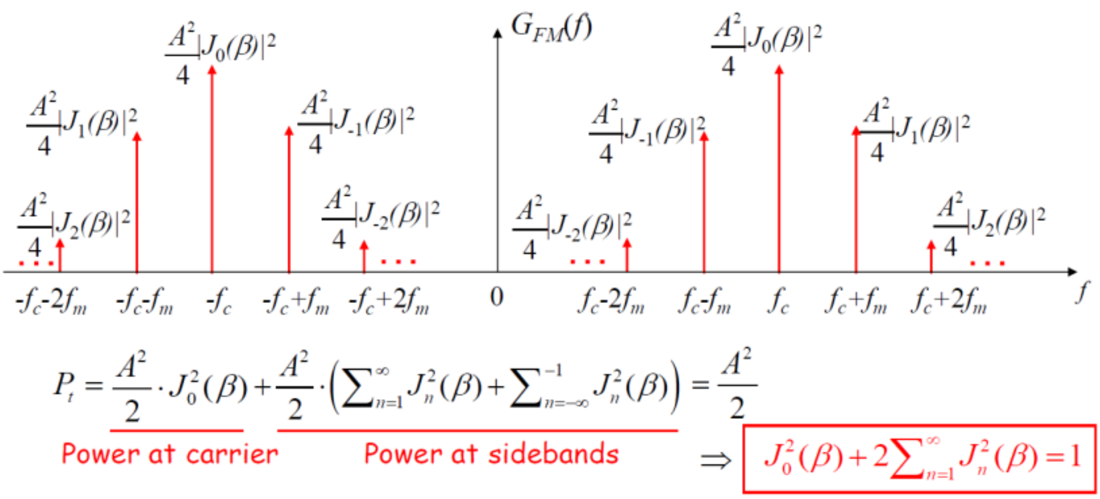
1. 相位偏移 $\Phi(t)=2\pi f_d\int^{t}m(t)dt=\begin{cases}0, & t<0\\ 8\pi f_d t, & 0\le t\le 8\\ 64\pi f_d, & t>8\end{cases}$ 2
2. 频率偏移$\frac{1}{2\pi}|\frac{d\Phi}{dt}|=f_d m(t)=\begin{cases}80, & 0\le t\le 8\\ 0, & \mathrm{o.w}\end{cases}$ 2
3. 最大频率偏移80Hz。 2
4. 最带相位偏移1260π radians。 2
5. 输出功率：$A^2/2=5000$W 2

4.18 14

考察要点

- 相位和频率偏移量的计算（PPT 4）

1. 最大频率偏移max$f_d m(t)$=80Hz 2
2. $\Phi(t)=2\pi f_d\int^{t}m(t)dt=f_d\sin(20\pi t)$ radians，因此最大相移为8radians。 2
3. FM调制指数$\beta=\triangle f/f_m=80/10=8.$ 2
4. 滤波器输入功率即为调制信号功率：$A^2/2=50$W 2



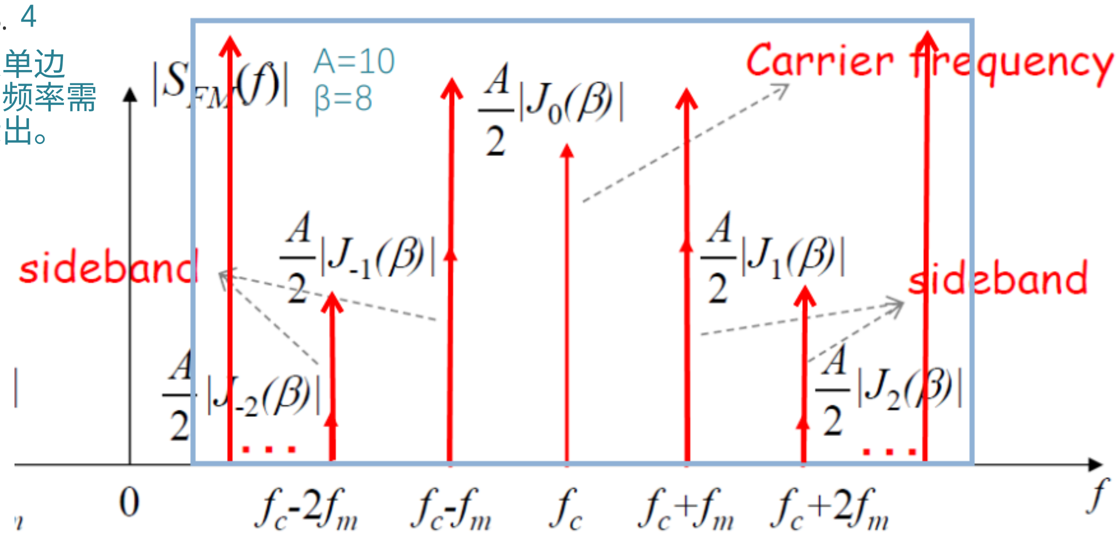
$k=\lfloor B_{bp}/2f_m\rfloor=3$,

$J_0^2(\beta)+2\sum_{n=1}^{3}J_n^2(\beta)=0.172^2+2(0.235^2+(-0.113)^2+(-0.291)^2=0.3349$

输出功率16.75W 2

5. 4

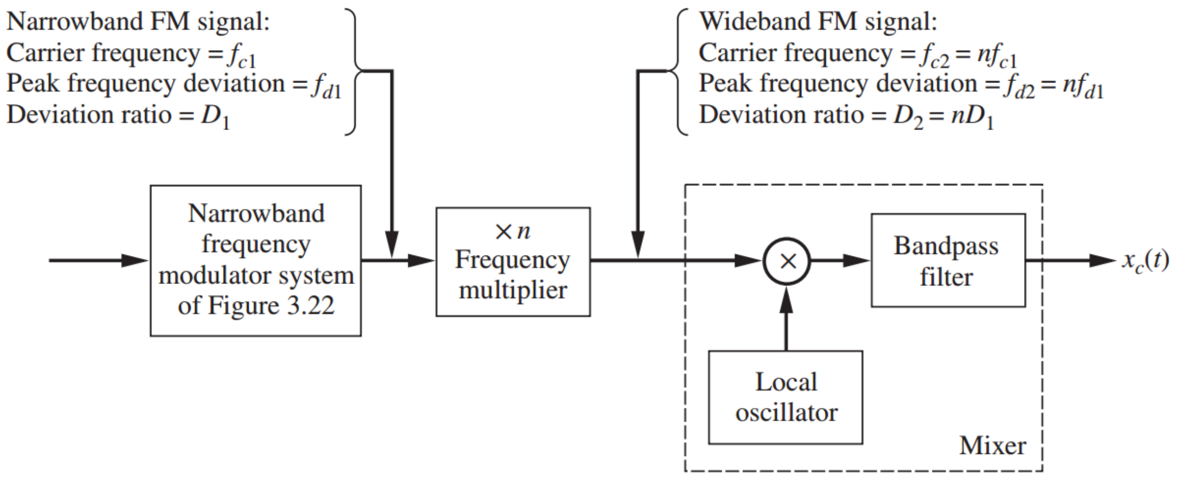
注意画的是单边谱，幅度和频率需要清晰的标出。



4.20 10

考察要点

- 窄带信号到宽带信号的变化（section 4.1.5，PPT25-27）



Frequency multiplier输入：$x(t)=A_c\cos[2\pi f_0t+\phi(t)]$

Frequency multiplier输出：$y(t)=A_c\cos[2\pi nf_0t+n\phi(t)]$

变频：

$$\begin{aligned}e(t)=&A_c\cos[2\pi\left(nf_0+f_{LO}\right)t+n\phi(t)]\\&+A_c\cos[2\pi\left(nf_0-f_{LO}\right)t+n\phi(t)]\end{aligned}$$

本振频率满足：$f_c=|nf_0+f_{\mathrm{LO}}|\quad\text{or}\quad f_c=|nf_0-f_{\mathrm{LO}}|$

滤波器带宽：$B=2(D+1)W$

首先根据题目条件，给出$n=D2/D1=20/0.05$=400 2

4

再注意到，载波频率从f_0=110kHz，变为f_c=100MHz，根据上述变换公式，有f_{LO}=56或144MHz。

带宽$B=2(D+1)W=2(20+1)\times10$=420kHz，中心频率为$f_c$。
2 2