

### 1. 判断题

- (1) 两个变量的平均互信息  $I(X;Y)$  必小于变量  $X$  的信息熵  $H(X)$ 。
- (2) 条件信息熵  $H(X|Y)$  不大于信息熵  $H(X)$ 。
- (3) 若  $X \rightarrow Y \rightarrow Z$  构成马尔科夫链, 则  $I(X;Z)=0$ 。
- (4) 对含  $K$  个字符的信源进行绝对无差错编码, 编码速率不能小于  $\log K$ 。
- (5) Huffman 编码是最佳的不等长编码, 因此其平均编码长度总是小于 Shannon 编码。
- (6) 确定信道的信道容量恒等于 0。
- (7) 信源信道联合编码虽然增加了可行速率极限, 但也增大了编码复杂度。
- (8) 计算复杂度表示用计算机求解问题的难易程度。针对某一特定问题, 计算复杂度是最佳求解算法的复杂度。
- (9) 坐标伸展法是解决  $K$  近邻算法存在的维度灾难问题的一种有效方法, 它的基本做法是对  $K$  个近邻的贡献加权, 将较大的权值赋给较近的近邻。
- (10) 控制系统的外部稳定性由外部输入决定, 内部稳定性由内部结构参数决定。

### 2. 填空题

- (1) 若  $X$  和  $Y$  是两个取值均有  $M$  个符号的相互独立的随机变量, 则  $I(X;Y) = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $H(X|Y)$  的最大值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) 一离散无记忆信源包含 4 个消息, 概率分别为 0.5, 0.25, 0.125, 0.125。进行 Shannon 编码, 平均码长为  $\underline{\hspace{2cm}}$ , 编码效率为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3) 两个二元对称信道转移概率分别为 (0.2, 0.8) 和 (0.7, 0.3)。它们的和信道容量为  $\underline{\hspace{2cm}}$ , 级联信道容量为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (4) 某连续随机变量  $X$  在  $[0, N]$  内均匀分布。其微分熵为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (5) 一个问题是 NP 问题, 当且仅当它能被某个非确定性  $\underline{\hspace{2cm}}$  时间图灵机  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (6) 一个长度为  $n$  的序列, 它的 Kolmogorov 复杂度小于  $n-4$  的概率不超过  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

### 3. 简答题

- (1) 设  $X, Y, Z$  为联合随机变量, 证明:

$$H(X, Y, Z) - H(X, Y) \leq H(X, Z) - H(X)$$

并给出等号成立的条件。

- (2) 有一图灵机, 其初始状态为  $q_1$ , 结束状态为  $q_4$ , 输入为 11001100, 其它均为空格, 表示为 b。读写头对准最右边的 0。运行指令集:  $q_1 01 L q_2$ ;  $q_1 10 L q_3$ ;  $q_1 b b N q_4$ ;  $q_2 01 L q_1$ ;  $q_2 10 L q_3$ ;  $q_2 b b N q_4$ ;  $q_3 01 L q_1$ ;  $q_3 10 L q_2$ ;  $q_3 b b N q_4$ 。输出的计算结果是什么?
  - (3) 在模拟高斯带限信道上, 定义速率与带宽之比为频谱效率, 定义速度与功率之比为能量效率。请简要说明为什么不能同时提高频谱效率与能量效率。
  - (4) 试用一个 3 输入的单层感知器设计与非函数。
4. 某基站检测到设备激活时输出 1, 休眠时输出 0。基于一检测算法, 设备激活时基站输出 0 的概率为 0.08, 设备休眠时基站输出 1 的概率为 0.1。假设设备激活的概率为 0.2。
- (1) 这一检测算法可为判定设备状态提供多少信息量?
  - (2) 若基站输出为 1, 根据贝叶斯极大化似然概率决策规则, 是否应判定设备激活, 为什么?
  - (3) 若基站输出为 0, 根据贝叶斯极大化后验概率决策规则, 是否应判定设备休眠, 为什么?

5. 某离散无记忆二元等概信源  $U = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$ , 再生字取值范围为  $\{0, 0.5, 1\}$ , 相应的失真矩阵为

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \infty \\ \infty & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

(1) 求  $D_{\min}$  和  $D_{\max}$ 。

(2) 求信源的率失真函数  $R(D)$ 。

6. 设有 5 个独立高斯信道, 噪声电平分别为 1、2、4、8、10(mW), 发射信号的可用总功率为 8mW。

(1) 由这 5 个信道组成一个平行信道, 求平行信道的信道容量与各信道的最佳功率分配方案。

(2) 假设发射信号的总功率为  $P$  mW, 如果达到平行信道容量时只有 4 个信道上的发射功率为正, 求  $P$  的取值范围。

(3) 由这 5 个信道组成一个级联信道, 求级联信道的信道容量与各信道的最佳功率分配方案。

7. 已知某线性定常系统的状态方程与输出方程分别为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} u,$$

$$y = \begin{bmatrix} -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

(1) 求系统传递函数。

(2) 判断能控性与能观性。

(3) 利用李雅普诺夫第二法判定系统稳定性。(假设  $V(\mathbf{x}) = \frac{x_1^2 + x_2^2}{2}$ )