信号与系统第一次测试题　（1、2 章）

姓名：　　　　　　　　　学号：

1. 以下三个系统

系统 A： $y(t) = x(t-2)\sin(\omega t+1)$

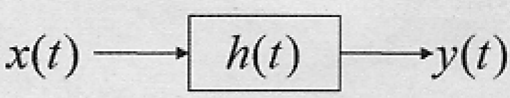
系统 B: $y[n] = (\frac{1}{3})^n x[n]$

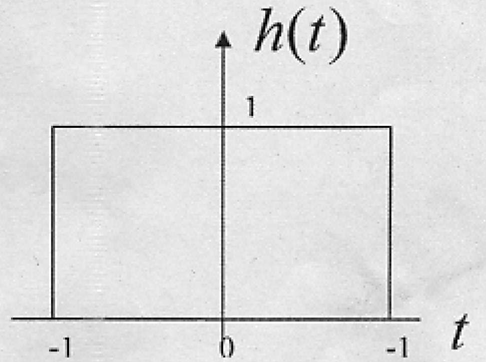
系统 C: $y[n] = \sum_{k=0}^{n} x[k+1]x[k]$

其中 x 和 y 分别是系统的输入和输出，请对下表选择正确答案

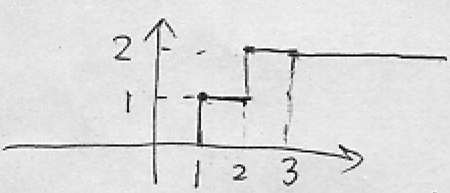
	系统 A		系统 B		系统 C	
线性系统	是	否	是	否	是	否
时不变系统	是	否	是	否	是 ?	否
因果系统	是	否	是	否	是	否
稳定系统	是	否	是	否	是	否

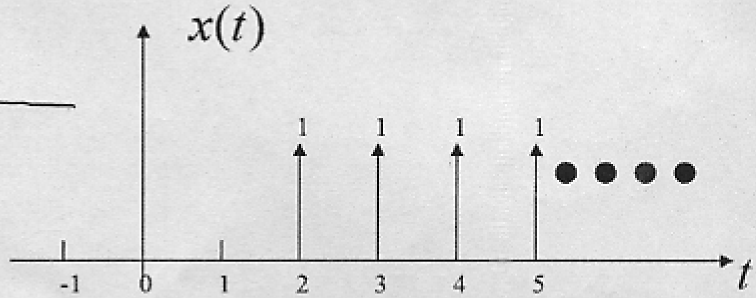
2. 已知一线性时 不变系统，其单位冲激响应 $h(t)$ 如图所示



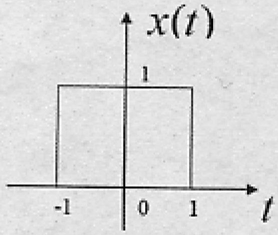


如果输入信号 $x(t)$ 如下图所示，画出输出响应 $y(t)$ 的波形。

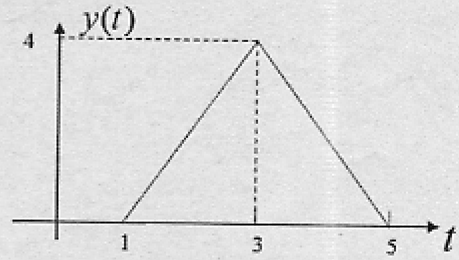




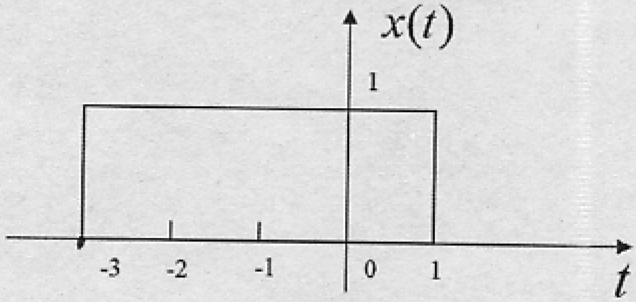
3. 已知一线性时 不变系统，如果输入信号 $x(t)$ 为图 A 所示，则输出信号 $y(t)$ 为图 B 所示。请画出当输入信号 $x(t)$ 为图 C 所示时，输出信号 $y(t)$ 。



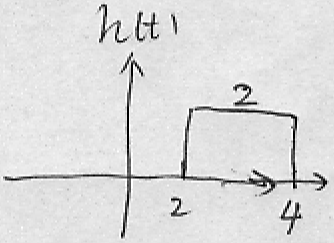
图A

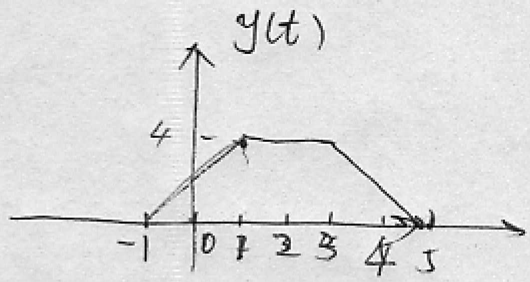


图B



图C





4. 给定常系数微分方程

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2}+7\frac{dy(t)}{d(t)}+12y(t)=f(t)$$

求当 $f(t)=2e^{-2t}u(t)$，$y(0_+)=3$，$y'(0_+)=2$ 时，此微分方程的自由响应、强迫响应、零输入响应、零状态响应。

强迫. $Ae^{-2t}u(t)$，代入

$$4Ae^{-2t} - 14Ae^{-2t} + 12Ae^{-2t} = 2e^{-2t}$$

$$2Ae^{-2t} = 2e^{-2t} \Rightarrow A=1$$

强迫响应 e^{-2t}

设 $y(t) = C_1e^{-3t} + C_2e^{-4t} + e^{-2t}$

$$\begin{cases} C_1+C_2+1=3 \\ -3C_1-4C_2-2=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1=12 \\ C_2=-10 \end{cases}$$

$$y(t)=(\underbrace{12e^{-3t}-10e^{-4t}}_{\text{自由}}+\underbrace{e^{-2t}}_{\text{强迫}})u(t)$$

零输入 $y(t)=c_1e^{-3t}+c_2e^{-4t}$

$$\begin{cases}c_1+c_2=3\\-3c_1-4c_2=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}c_1=14\\c_2=-11\end{cases}$$

$$y(t)=(14e^{-3t}-11e^{-4t})u(t)$$

零状态: $y(t)=c_1e^{-3t}+c_2e^{-4t}+e^{-2t}$

$$\begin{cases}c_1+c_2+1=0\\-3c_1-4c_2-2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}c_1=-2\\c_2=1\end{cases}$$

$$y(t)=(-2e^{-3t}+e^{-4t}+e^{-2t})u(t)$$

5. 证明：$f(t)\delta'(t)=f(0)\delta'(t)-f'(0)\delta(t)$

证明: $\because \int_{-\infty}^{+\infty}x(t)f(t)\delta'(t)\,dt$

$$=-\frac{d[x(t)f(t)]}{dt}\Big|_{t=0}$$

$$=-x'(0)f(0)-x(0)f'(0) \quad ①$$

而: $\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)[f(0)\delta'(t)-f'(0)\delta(t)]\,dt$

$$=f(0)\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)\delta'(t)\,dt-f'(0)\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)\delta(t)\,dt$$

$$=f(0)\cdot\left[-\frac{dx(t)}{dt}\right]\Big|_{t=0}-f'(0)x(0)$$

$$=-f(0)x'(0)-f'(0)x(0) \quad ②$$ 相等

$\therefore$ ① = ②

$\therefore f(t)\delta'(t)=f(0)\delta'(t)-f'(0)\delta(t)$