一、研究背景

同源信号由于传输距离、传输媒质等因素的不同，传感器接收到的信号会产生不同的时间差。上述时间差进行估计，对于进一步处理信号有重要意义。时间延迟的估计问题在传统雷达系统、水声定位系统、通信信道的估计等领域中都广泛出现，是许多研究领域的技术基础。

将以上问题抽象为一个简单模型，即假设一个有限带宽的连续时间信号，进过传输后发生了时间的延时，接收到的信号为。要求仅从与出发，求出延时。

现考虑以数字的方法求。以为周期进行采样，得到两离散时间信号分别为和，若为整数，对进行时移后与求归一化的互相关值，当，所求延时，此时可以精确求得T。

以为例，延时，采样周期，则上述过程实现如下：



计算两信号的相关性:

当：

当：

归一化：

最终结果如下图所示，在时移时，达到最大，考虑的截取效应，符合误差预期，可以得到。

**

但当不为整数时，由于时移只能取整数值，该算法无法得到一个准确值。例如取，得到互相关计算结果如图：



在处取得接近的互相关值，无法估计到延时的小数位。所以关键在于不为整数时的亚分辨估计。

级数展开法

1. 理论分析

设原信号为，延时信号为。以为采样周期采样，其中 ，为整数，为小数，大致范围为。得到：

。

1.用互相关法求延时整数位

将平移个单位，求与乘积的数学期望，即：

可以得到当时，取最大，此时得到粗略估计值。

在matlab中利用xcorr函数实现，代码如下：

[c,lags]=xcorr(x,x1,'normalized');

其中c是归一化的互相关值，lags为平移量。

2.用级数展开求延时小数位

在处的泰勒展开为：

令：

则有：

故可列出多项式方程：

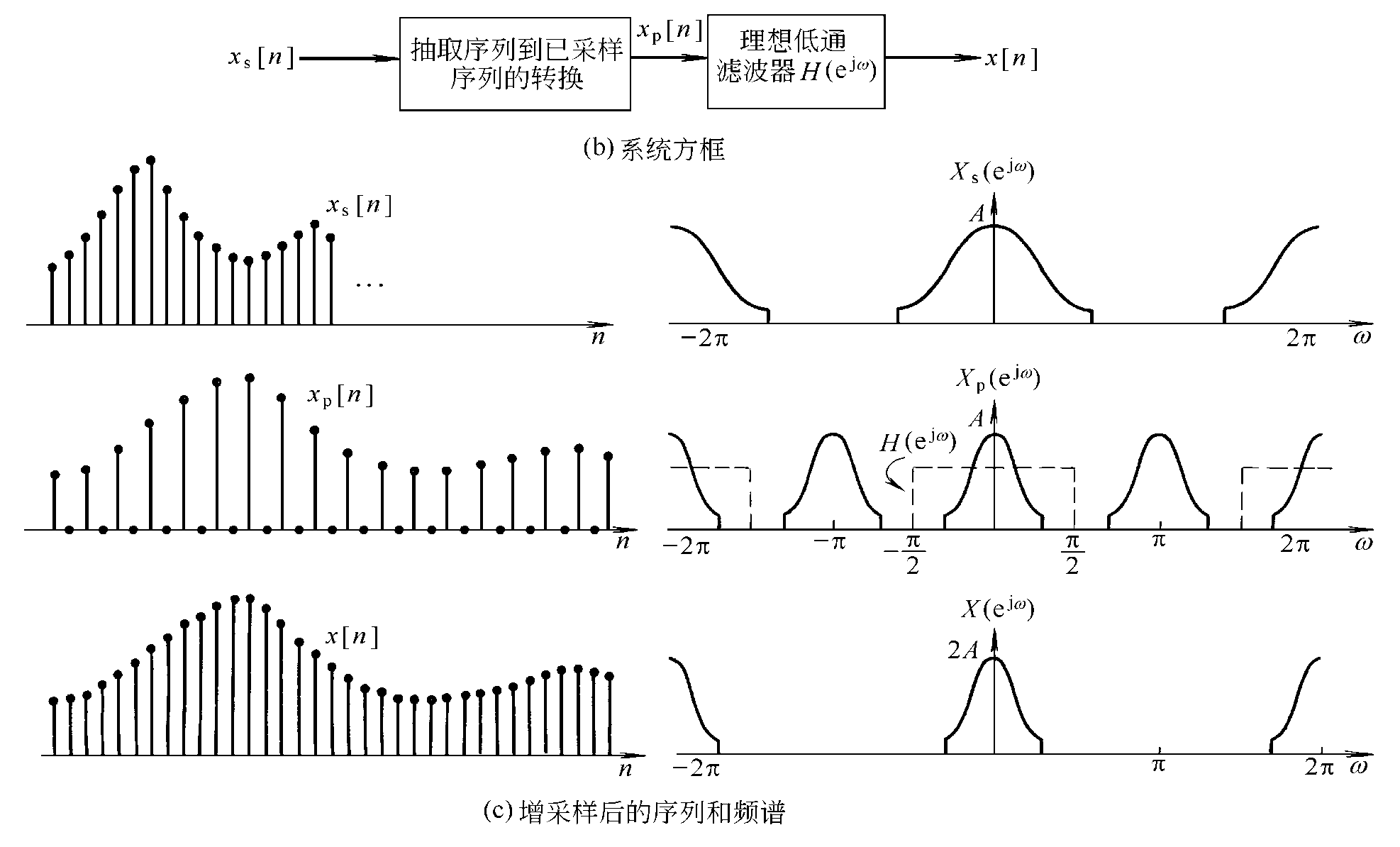
当充分小，取一有限整数值方程两边即可近似相等：

解出即得到：

该方法的精度主要由和有关，当，级数不再收敛，该方法失效；当，需要根据的具体数值判断泰勒展开阶数的值以达到比较精确的估计效果。

3. 利用增采样解决情况

当充分小不满足时，等式右边可能存在不收敛问题或值过大无法用于实际求解，为此考虑先利用内插将框定在区间内。过程如下：



令：

则：

对求傅里叶变换：

通过一低通滤波器：

求傅里叶逆变换：

经过低通滤波最终得到新的，相对于原信号，采样周期变为了。只需要确定，使，由互相关法求得的成立，此时对重复上面步骤即可求得延时的估计值。

且当较大，可以使用增采样缩小，此时需要的泰勒展开阶数可以降低，并且精度可能进一步提高。

1. 仿真测试

1.代码实现

|  |
| --- |
| clear  tmin=-10;tmax=10;%确定时宽  dt=0.01;%采样周期  t=tmin:dt:tmax;  x=0.3\*sinc(2\*pi\*t)+0.4\*cos(2.5\*pi\*t+pi/4)+0.3\*cos(pi\*t+pi/3);%原信号  T=2.35675412668\*dt;%延时  x1=0.3\*sinc(2\*pi\*(t-T))+0.4\*cos(2.5\*pi\*(t-T)+pi/4)+0.3\*cos(pi\*(t-T)+pi/3);%延时信号  %作图  figure(1);  subplot(2,2,1);plot(t,x);ylabel('原信号');  subplot(2,2,2);plot(t,x1);ylabel('延时信号');  subplot(2,2,3);stem(t,x);ylabel('样值');  subplot(2,2,4);stem(t,x1);ylabel('样值');  %求x与x1的互相关，c为归一化的互相关值，lags为平移量  [c,lags]=xcorr(x,x1,'normalized');  figure(2);  stem(lags,c);  %求第一次互相关得到的估计延时T1  cm=max(c);  id=find(c==cm);  lagsm=lags(id);  T1=lagsm\*dt;  x2=0.3\*sinc(2\*pi\*(t-T-T1))+0.4\*cos(2.5\*pi\*(t-T-T1)+pi/4)+0.3\*cos(pi\*(t-T-T1)+pi/3);%将原信号平移T1得到x2  %利用级数展开解-(T+T1)  f=0.3\*sinc(2\*pi\*(0-T-T1))+0.4\*cos(2.5\*pi\*(0-T-T1)+pi/4)+0.3\*cos(pi\*(0-T-T1)+pi/3);%f为x2在0处的函数值  syms a  x3=0.3\*sinc(2\*pi\*a)+0.4\*cos(2.5\*pi\*a+pi/4)+0.3\*cos(pi\*a+pi/3);%将原信号表示为符号函数形式，方便求级数等数学操作  xx=[];%用于存放不同泰勒展开阶数下的估计值  len=1:6;  for p=2:6      y=taylor(x3,a,0,'Order',p);%y为x3在0处的泰勒展开，展开到第五项      eqn= y-f==0;%列方程      format long      m=solve(eqn,a);      h=vpa(m);%解出-(T+T1)      T2=-(T1+h);%得到最终延时      qeT2=T2(1,1)/dt;      xx(p)=qeT2;  end  figure(3)  stem(len,xx);  axis([1 7 2.32 2.38]);  title('Ts=2.35675412668\*dt'); |

2.仿真结果

设原信号为：

2.1取采样周期为，时宽为，取不同延迟时间和展开阶数（横坐标），结果如下：



分析：一般情况下，泰勒展开阶数为5即可估计到左右，但当小数位为5时，该估计不能只能估计到左右。

2.2取采样周期为，时宽为，取不同延迟时间和展开阶数，结果如下：



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 2.23984091618544 | 2.24558816229557 | 2.24560053431556 | 2.24560000019207 | 2.24559999997261 |



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 2.47608687597876 | 2.49989968703324 | 2.50000967770060 | 2.50000000603409 | 2.49999999794435 |



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 2.47699096320501 | 2.50089908216571 | 2.50100975744546 | 2.50100000609182 | 2.50099999791912 |



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 2.34459241773033 | 2.35671777180786 | 2.35675655362152 | 2.35675412118854 | 2.35675411973678 |

分析：此时小数位为5的估计误差基本被消除，当展开阶数为4时估计精度可以达到，展开阶数为5时估计精度可以达到，展开阶数为6可以达到更高。

（三）误差分析

该算法最终的求解结果由：

所决定。则误差有以下几个方面：

1）利用数值方法求处高次多项式方法的解不是精确的，这部分误差不可避免，但由于计算机的强大算力，这部分误差可以忽略。

2）该方程的本质是用多项式逼近函数值，当我们确定一个值，则级数第项以后的项为误差值，这部分值越大，结果就会有比较大的误差。且误差的数量级为。根据上面的仿真结果，取，，则误差项。若进一步提高进度，则可从缩小，和增大两方面出发。

3）若所取的，如上述仿真情况，可以发现小数位为5时误差显著增大，原因来自于该算法的第一步，求解整数位的过程。由于该互相关算法只能估计整数位，且受时宽的影响，当小数位为5时，所得的整数位结果可能为而非，所导致的结果是，本质是增大了误差项。当我们取，尽管，由于本身数量级小，误差项影响小。