

第七章 t 检验

第一节 t 检验

一、单样本 t 检验 (one-sample t-test)

一句总纲：

单样本 t 检验是在问：

“我这次样本均值离标准值这么远，是 ‘真偏离’，还是 ‘抽样运气’？”

1 什么时候用 (Use case)

你有：

- 一组样本（来自某总体）
- 一个已知的“标尺均值” μ_0 （标准值/理论值/大样本稳定值）
- 但总体标准差 σ **未知**（只能用样本标准差 S 代替）

你想检验：

$$H_0: \mu = \mu_0 \text{ vs } H_1: \mu \neq \mu_0$$

2 t 值到底是什么 (核心直觉)

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}, v = n - 1$$

把它拆成一句人话：

t = “偏离了多少” ÷ “这种偏离本来就会有多抖”

- 分子 $\bar{X} - \mu_0$ ：你看到的偏离 (signal)
- 分母 S/\sqrt{n} ：均值的随机波动尺度 (noise / standard error)

✦ 所以 t 检验本质不是比均值大小，而是比：**偏离 / 噪声** (signal-to-noise)。

【例 7-1】以往通过大规模调查已知某地新生儿平均出生体重为 3.30kg。从该地难产儿中随机抽取 35 名新生儿作为研究样本，平均出生体重为 3.42kg，标准差为 0.40kg，问该地难产儿出生体重与一般新生儿体重有无差异？

本例已知总体均数 $\mu_0 = 3.30\text{kg}$ ，但总体标准差 σ 未知， $n = 35$ 为小样本， $\bar{X} = 3.42\text{kg}$ ， $S = 0.40\text{kg}$ ，出生体重一般可假设服从正态分布，故选用单样本 t 检验。

(1) 建立检验假设，确定检验水准

$H_0: \mu = \mu_0$ ，该地难产儿与一般新生儿平均出生体重相同

$H_1: \mu \neq \mu_0$ ，该地难产儿与一般新生儿平均出生体重不同

$\alpha = 0.05$

(2) 计算检验统计量

在 $\mu = \mu_0$ 成立的前提条件下，计算统计量为

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S_{\bar{X}}} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}} = \frac{3.42 - 3.30}{0.40 / \sqrt{35}} = 1.77$$

(3) 根据 P 值，作出推断结论

本例自由度 $\nu = n - 1 = 35 - 1 = 34$ ，查 t 界值表(附表 2)，得 $t_{0.05/2, 34} = 2.032$ 。因为 $t < t_{0.05/2, 34}$ ，故 $P > 0.05$ ，表明差异无统计学意义，按 $\alpha = 0.05$ 水准不拒绝 H_0 ，即根据现有样本信息，尚不能认为该地难产儿与一般新生儿平均出生体重存在差异。

(李康, 贺佳主编, 2024, p. 69) - Please click Zotero - Refresh in Word/LibreOffice to update all fields.

不拒绝 $H_0 \neq$ 证明没差异

只表示：**证据不够强，无法把“抽样波动”排除掉。**

二、配对样本均数 t 检验

配对 t 检验的本质不是“比两组”，

而是：

👉 比“同一对里的差值”是不是稳定地偏离 0。

1. 什么时候必须用“配对 t 检验”

1 数据结构的判断（第一步就决定成败）

你看到题目里有 “**一一对应**”，就要警觉：

- 同一个人 **前 / 后**
- 同一标本 **两种处理**
- 按重要特征 **配成对子**（同性别、同年龄、同窝等）

📌 关键词：

同一个体 / 成对 / before-after / matched / paired

👉 一旦是配对设计，就不能当作两独立样本。

2.为什么配对 t 检验 “更聪明”

普通两样本在干嘛？

- 把 **个体差异** 当噪声

配对设计在干嘛？

- **先在对子内部相减**
- 把个体差异直接消掉

📌 所以：

**配对设计不是让样本更多，
而是让噪声更小。**

3.配对 t 检验真正检验的是什么

关键转化（一定要会说）

配对 t 检验 \equiv **差值的单样本 t 检验**

1 构造新变量：差值 d

对每一对数据：

$$d_i = X_{i1} - X_{i2}$$

你之后只看这组 d 。

2 检验假设（极其关键）

- 原假设（误伤防线）：

$$H_0: \mu_d = 0$$

👉 两种处理平均没有差别

- 备择假设：

$$H_1: \mu_d \neq 0$$

📌 直觉翻译：

如果真没效果，那这些差值只是围着 0 抖。

4. 统计量公式（只需要记一个）

$$t = \frac{\bar{d}}{S_d / \sqrt{n}}, v = n - 1$$

其中：

- d ：每一对的差值
- \bar{d} ：差值的样本均数
- S_d ：差值的样本标准差
- n ：对子数（⚠️ 不是原始观测数）

🔴 直觉一句话:

平均差值, 是“随机差值噪声”的几倍?

5. 配对 t 检验【标准解题四步模板】

① 明确设计 & 选择方法

- 资料类型: 配对设计计量资料
 - 关注对象: 对子内差值 d
 - 方法: 配对样本 t 检验 (paired t-test)
-

② 建立假设 & 确定检验水准

$$\begin{aligned}H_0: \mu_d &= 0 \\H_1: \mu_d &\neq 0 \\ \alpha &= 0.05\end{aligned}$$

③ 计算检验统计量

- 计算每对差值 d
- 求:
 - \bar{d}
 - S_d
- 计算:

$$t = \frac{\bar{d}}{S_d / \sqrt{n}}$$

- 自由度:

$$v = n - 1$$

④ 作出统计推断结论

- 若 $|t| \geq t_{\alpha/2, v}$ 或 $P < \alpha$

👉 拒绝 H_0

- 否则

👉 不拒绝 H_0

⑤ 规范结论表述

- 拒绝 H_0 :

在 $\alpha = 0.05$ 水准下, 差异具有统计学意义, 可以认为两种处理的效应存在差异。

- 不拒绝 H_0 :

在 $\alpha = 0.05$ 水准下, 差异无统计学意义, 尚不能认为两种处理的效应存在差异。

6、和单样本 / 两独立样本的“秒级区分法”

只问一句话就够了: 这些数据之间有没有“一一绑定关系”?

- 有 → 配对 t 检验
- 没有 → 再考虑两独立样本 t / t'

【例 7-2】某项研究评估咖啡因对运动者心肌血流量的影响,先后测定了 12 名男性志愿者饮用咖啡前后运动状态下的心肌血流量 [ml/(min·g)],数据如表 7-1 所示,问饮用咖啡前后运动者的心肌血流量有无差异。

表 7-1 12 名运动者饮用咖啡前后的心肌血流量 单位:ml/(min·g)

编号	饮用前	饮用后	差值 d	编号	饮用前	饮用后	差值 d
1	4.8	4.8	0	7	5.1	4.1	1.0
2	5.1	4.9	0.2	8	4.9	3.2	1.7
3	6.4	4.5	1.9	9	4.7	3.0	1.7
4	5.7	5.4	0.3	10	3.5	3.2	0.3
5	5.6	4.7	0.9	11	5.2	5.3	-0.1
6	5.3	3.8	1.5	12	5.3	5.1	0.2

(1) 建立检验假设,确定检验水准

$H_0: \mu_d = 0$, 饮用咖啡前后运动者的平均心肌血流量差值为零

$H_1: \mu_d \neq 0$, 饮用咖啡前后运动者的平均心肌血流量差值不为零

$\alpha = 0.05$ 。

(2) 计算检验统计量

先计算差值 d , 如表 7-1 第四列所示。

本例 $n = 12$, $\bar{d} = 0.8$, $S_d = 0.741$, 计算差值的标准误:

$$S_{\bar{d}} = \frac{S_d}{\sqrt{n}} = \frac{0.741}{\sqrt{12}} = 0.214$$

按公式 (7-2) 计算, 得:

$$t = \frac{\bar{d}}{S_{\bar{d}}} = \frac{0.8}{0.214} = 3.738$$

(3) 根据 P 值作出推断结论

自由度 $\nu = n - 1 = 12 - 1 = 11$, 查 t 界值表 (附表 2), 得 $t_{0.05/2, 11} = 2.201$, 本例 $t > 2.201$, $P < 0.05$, 差别有统计学意义, 拒绝 H_0 , 接受 H_1 , 可以认为饮用咖啡前后运动者的心肌血流量存在差异。

(李康, 贺佳主编, 2024, p. 70) - Please click Zotero - Refresh in Word/LibreOffice to update all fields.

三、两独立样本均数 t 检验 (two independent sample t -test)

两独立样本 t 检验问的是:

👉 两组“不同人”的平均差, 是否大到不像是随机分组造成的?

1.什么时候用（第一眼判断法）

1 数据结构是关键（比公式重要）

你看到题目里是：

- 两组 **不同个体**
- 完全随机分组
- **没有一一对应关系**

✦ 关键词：

正常组 vs 实验组

男 vs 女

处理 A vs 处理 B

随机分成两组

👉 这时才考虑“两独立样本 t 检验”

⚠ 一旦是前后、成对、匹配 → 立刻排除它。

2.为什么还能“转化成单样本 t 检验”（核心直觉）

关键视角（非常重要）

虽然你表面在比较两组：

- \bar{X}_1
- \bar{X}_2

但统计真正关心的是：

$$\bar{X}_1 - \bar{X}_2$$

而在原假设下：

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \Leftrightarrow \mu_1 - \mu_2 = 0$$

✦ 所以本质上你在做的是：

“差值样本均数” vs “理论值 0” 的单样本 t 检验

3.t 值在干什么（一定要用这句话理解）

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}}$$

人话翻译：

两组均值差 ÷ 这个差在随机分组下本来会抖多大

- 分子：你看到的“组间差异”
- 分母：组内波动 + 样本量 → 形成的“噪声尺子”

👉 **差 / 噪声**，这是所有 t 检验的统一灵魂。

4.方差齐性为什么重要

1 什么叫“方差齐”

- 两组的“个体波动程度”差不多
- 没有一组特别稳定、另一组特别乱

✦ 只有在这种情况下，才敢用一个**合并方差**来估计噪声。

2 合并方差 S_c^2 在干嘛？

$$S_c^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

直觉理解：

把两组的方差，
按各自样本量加权平均，
得到一个“共同噪声水平”。

3 差值的标准误（噪声尺子）

$$S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{S_c^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}$$

✦ 它体现了两点：

- 组内波动越大 → 噪声越大
 - 样本量越大 → 噪声越小
-

5. 两独立样本 t 检验【标准解题模板】

① 明确设计 & 选择方法

- 设计类型：完全随机设计
 - 两组样本：相互独立
 - 条件：正态分布 + 方差齐
 - **方法**：两独立样本 t 检验
-

② 建立假设 & 检验水准

$$\begin{aligned} H_0: \mu_1 &= \mu_2 \text{ (或 } \mu_1 - \mu_2 = 0) \\ H_1: \mu_1 &\neq \mu_2 \\ \alpha &= 0.05 \end{aligned}$$

✦ **直觉一句话**：默认“随机分组不会带来系统性差异”。

③ 计算检验统计量

- 合并方差：

$$S_c^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

- 差值标准误：

$$S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{S_c^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}$$

- t 值：

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}}$$

- 自由度：

$$v = n_1 + n_2 - 2$$

④ 作出统计推断结论

- 若 $|t| \geq t_{\alpha/2, v}$ 或 $P < \alpha$

👉 **拒绝 H_0**

- 否则

👉 **不拒绝 H_0**

⑤ 规范结论表述（考试友好）

- **拒绝 H_0 ：**

在 $\alpha = 0.05$ 水准下，两组均数差异具有统计学意义。

- **不拒绝 H_0 ：**

在 $\alpha = 0.05$ 水准下，两组均数差异无统计学意义，尚不能认为两总体均数不同。

6. 什么时候**不能**用它 (必考反例)

- 有前后对应 → **×** (应配对 t)
 - 方差明显不齐 → **×** (应 t' / Welch)
 - 分布严重偏态、小样本 → **×** (需变换或非参数)
-

7、给你一句“统一三种 t 检验的终极理解”

单样本： 一组 vs 标准

配对样本： 同一对内先相减

两独立样本： 两组差值 vs 0

👉 **本质全是：** 差 ÷ 噪声

【例 7-3】某项研究评估低氧环境(模拟高原环境)对运动者心肌血流量的影响,将 17 名男性志愿者随机分成两组,分别在正常含氧环境(正常组)和低氧环境(低氧组)中测定运动后的心肌血流量 [ml/(min·g)],数据如表 7-2 所示,问两种环境中运动者的心肌血流量有无差异。

表 7-2 17 名运动者的心肌血流量

单位:ml/(min·g)

正常组心肌血流量(X_1)	低氧组心肌血流量(X_2)	正常组心肌血流量(X_1)	低氧组心肌血流量(X_2)
3.5	6.4	2.3	4.9
3.1	5.7	2.3	4.7
3.1	5.6	2.2	3.5
2.7	5.3	2.2	
2.5	5.1		

- (1) 建立检验假设,确定检验水准

$H_0:\mu_1=\mu_2$,两种环境中运动者的心肌血流量的总体均数相同
 $H_1:\mu_1\neq\mu_2$,两种环境中运动者的心肌血流量的总体均数不同
 $\alpha=0.05$

(2) 计算检验统计量

由原始数据计算得:

$n_1=9,$
 $\bar{X}_1=2.656,$
 $s_1=0.475,$
 $n_2=8,$
 $\bar{X}_2=5.150,$
 $s_1=0.852$

代入公式(7-5)和公式(7-4),得:

$$S_c^2=\frac{(9-1)\times 0.475^2+(8-1)\times 0.852^2}{9+8-2}=0.459$$

$$S_{\bar{X}_1-\bar{X}_2}=\sqrt{0.459\times \left(\frac{1}{9}+\frac{1}{8}\right)}=0.329$$

(李康,贺佳主编, 2024, p. 71) - Please click Zotero - Refresh in Word/LibreOffice to update all fields.

按公式(7-3),算得

$$t = \frac{2.656 - 5.150}{0.329} = -7.581$$

(3) 确定 P 值,作出推断结论

两独立样本 t 检验自由度为 $\nu = n_1 + n_2 - 2 = 9 + 8 - 2 = 15$; 查 t 界值表(附表 2), $t_{0.05/2, 15} = 2.131$ 。由于 $|t| > t_{0.05/2, 15}$, $P < 0.05$, 按 $\alpha = 0.05$ 水准双侧检验拒绝 H_0 , 接受 H_1 , 两组差异有统计学意义, 可以认为两种环境中运动者的心肌血流量存在差异。

有些如抗体滴度的资料, 宜用几何均数表示其平均水平。由于这些资料不服从正态分布(常服从对数正态分布), 两样本的总体方差也可能不等, 当对几何均数进行假设检验时, 应先进行变量的对数变换, 即将这些观察值 X 用 $\lg X$ 来代替, $\lg X$ 往往近似服从正态分布, 相应的两总体方差也可能近似相等, 故可用前述的 t 检验对 $\lg X$ 进行分析。

(李康, 贺佳主编, 2024, p. 72) - Please click Zotero - Refresh in Word/LibreOffice to update all fields.

第二节 方差不齐时两样本均数的比较

一、方差齐性检验 (F test)

方差齐性检验问的不是“均值”,
而是: **两组数据“乱得程度”是不是一个量级?**

1. 为什么要先检验“方差齐不齐” (先讲动机)

你后面要用的 **两独立样本 t 检验** 有一个隐含前提:

👉 **两组的波动水平差不多**

否则:

- 用一个“合并方差”来当共同噪声
- 会 **低估或高估真实噪声**
- 直接影响 t 值 \rightarrow 影响结论

🔴 所以方差齐性检验是一个**前置安全检查**, 不是主角。

2. 方差齐性检验在比较什么（核心直觉）

你不是在比：

- 均值大不大

而是在比：

- **两组的“分散程度”**

如果：

- 两个总体方差真的相等
- 那从中抽样得到的两个样本方差
 - 👉 应该只在 1 附近抖动

3. F 统计量到底是什么（一定要这样记）

$$F = \frac{S_1^2(\text{较大})}{S_2^2(\text{较小})}$$

📌 三个关键点（考试必记）：

1 大的放上面，小的放下面

👉 所以 $F \geq 1$ ，不用纠结正负

2 如果只是抽样误差

👉 F 不会离 1 太远

3 偏离 1 很多

👉 才说明“波动程度不一样”

4. 检验假设在说什么（用人话理解）

- 原假设：

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

👉 两组 “乱得一样”

- 备择假设：

$$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

👉 一组明显更乱 / 更稳

🔴 **注意：**这是**双侧思想**

所以查表用 $\alpha/2$ 。

5.为什么常用 $\alpha=0.10$ (而不是 0.05)

这点教材常一笔带过，但你要有直觉。

**方差齐性检验是“方法选择的筛查”，
宁可保守一点，也别误用 t 检验。**

- 用 0.10:
 - 更容易发现 “潜在不齐”
 - 避免在不齐的情况下硬用 pooled t

🔴 **这是统计上的谨慎，不是随意。**

二、t' 检验 | 方差不齐时的两独立样本均数比较

t' 检验 = 两独立样本 t 检验的“修正版”。

当两组波动程度不一样时：

👉 **别强行合并噪声，改用“各算各的噪声”。**

1.什么时候用 t'

触发条件（最常见）

- 两组 **独立样本**（不是配对）
- 大体可认为正态（或样本够大）
- **方差不齐**（通常先做 F 检验 / 或看数据明显不齐）

📌 直觉：

一组特别“乱”，一组特别“稳”，你再用同一个 pooled variance 当噪声尺子，会估错噪声。

2.t' 的核心变化是什么（直觉版）

1 t 的分子不变：还是均值差

$$\bar{X}_1 - \bar{X}_2$$

2 t 的分母换了：不再用合并方差

$$\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$$

所以：

$$t' = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

📌 直觉一句话：


差 ÷ （两组各自的均值波动，合起来的总噪声）

3.为什么还要“校正”（自由度或临界值）

因为当方差不齐时：


- 你的噪声估计不再来自一个简单的 $v = n_1 + n_2 - 2$ 结构
- 所以 t 分布的“尾巴厚薄”需要调整

教材给两种路径：

路径 A: Satterthwaite (校正自由度)  最常用

改自由度，临界值照查 t 表。

$$v' = \frac{(S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2)^2}{(S_1^2/n_1)^2/(n_1 - 1) + (S_2^2/n_2)^2/(n_2 - 1)}$$

 直觉：

哪组方差更大、样本更小，越“拖后腿”，有效自由度就越低。

路径 B: Cochran & Cox (校正临界值)

自由度仍用各自的 v_1, v_2 ，把两边临界值加权平均成一个“校正临界值”。

先定义两组均值的方差（标准误平方）：

$$S_{\bar{X}_1}^2 = \frac{S_1^2}{n_1}, S_{\bar{X}_2}^2 = \frac{S_2^2}{n_2}$$

校正临界值：

$$t'_{\alpha/2} = \frac{S_{\bar{X}_1}^2 t_{\alpha/2, v_1} + S_{\bar{X}_2}^2 t_{\alpha/2, v_2}}{S_{\bar{X}_1}^2 + S_{\bar{X}_2}^2}$$

其中：

$$v_1 = n_1 - 1, v_2 = n_2 - 1$$

 直觉：

哪组均值更不稳定（标准误更大），就更影响临界值（权重大）。

【例 7-5】对例 7-4 资料进行 t' 检验,比较两组小白鼠增重均数是否不同。

(1) 建立检验假设,确定检验水准

$H_0: \mu_1 = \mu_2$, 即两种饲料小白鼠增重总体均数相同

$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$, 即两种饲料小白鼠增重总体均数不相同

$\alpha = 0.05$

(2) 计算检验统计量

由表 7-3 数据算得:

$n_1 = 12, \bar{X}_1 = 45.750, S_1^2 = 17.659$

$n_2 = 13, \bar{X}_2 = 36.538, S_2^2 = 3.269$

由前面 F 检验得知两总体方差不同,因此应选用 t' 检验,即

$$t' = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} = \frac{45.750 - 36.538}{\sqrt{\frac{17.659}{12} + \frac{3.269}{13}}} = 7.018$$

(3) 确定 P 值,作出推断结论

按 Satterthwaite 法计算校正自由度,得

(李康,贺佳主编, 2024, p. 73) - Please click Zotero - Refresh in Word/LibreOffice to update all fields.

$$v' = \frac{\frac{(S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2)^2}{\frac{(S_1^2/n_1)^2}{n_1-1} + \frac{(S_2^2/n_2)^2}{n_2-1}}}{\frac{(17.659/12 + 3.269/13)^2}{\frac{(17.659/12)^2}{12-1} + \frac{(3.269/13)^2}{13-1}}} = 14.687 \approx 15$$

查 t 界值表(附表 2), $t_{0.05/2, 15} = 2.131, t' > t_{0.05/2, 15}, P < 0.05$ 。

按 Cochran & Cox 法计算校正界值,先查 t 界值表,得 $t_{0.05/2, 11} = 2.201, t_{0.05/2, 12} = 2.179$,再按公式(7-9),算得

$$t'_{0.05/2} = \frac{\frac{S_{\bar{X}_1}^2}{t_{0.05/2, 11}} + \frac{S_{\bar{X}_2}^2}{t_{0.05/2, 12}}}{\frac{S_{\bar{X}_1}^2}{S_{\bar{X}_1}^2 + S_{\bar{X}_2}^2} + \frac{S_{\bar{X}_2}^2}{S_{\bar{X}_1}^2 + S_{\bar{X}_2}^2}} = \frac{(17.659/12) \times 2.201 + (3.269/13) \times 2.179}{(17.659/12) + (3.269/13)} = 2.198$$

$t' > t'_{0.05/2}$, 得 $P < 0.05$ 。

两种检验方法所获得的界值虽略有差异,但结论是一致的。按 $\alpha = 0.05$ 水准,拒绝 H_0 ,接受 H_1 ,两组差异有统计学意义,可认为两种饲料饲养后小白鼠增重的总体均数不同,即高蛋白组的体重增加量高于低蛋白组。

(李康,贺佳主编, 2024, p. 74) - Please click Zotero - Refresh in Word/LibreOffice to update all fields.

第三节 t 检验中的注意事项

一句总纲：

t 检验不是魔法公式，
它成立的前提，比算式本身更重要。

一、结论成立的前提：样本 & 设计先过关

教材原意

样本要能代表总体，组间要均衡，设计要严谨。

人话直觉

统计不会拯救烂设计。

你必须保证：

- 样本来自同质总体
- 抽样随机
- 分组在干预前完成 (randomization)
- 组间差异主要来自处理，而不是背景因素

✦ 否则你算出来的 t、P
只是在错误前提上的精确数字。

二、方法选对比算对更重要

t 检验在“吃什么条件”

- 近似正态分布 (normality)
- 方差齐性 (homogeneity of variance)

⚠️ 配对 t 不需要方差齐

不满足怎么办？

- 方差不齐 → 用 t' (Welch / Satterthwaite)
- 分布偏态 → 变量变换 (如 $\log / \lg X$)
- 样本量很大 → 可用 z 检验 (CLT 兜底)

🔴 直觉一句话：

别把 t 检验硬塞给不适合它的数据。

三、双侧 vs 单侧：这是“研究立场”，不是算术选择

关键原则

单双侧的选择，必须在看数据之前决定。

双侧检验 (two-sided)

- 不预设方向
- 更保守
- 默认首选

🔴 大多数科研 & 考试场景 → 双侧

单侧检验 (one-sided)

- 只关心一个方向
- 常见于：
 - 非劣效性研究 (non-inferiority)

- 安全性下限判断

⚠ 在相同 α 下：

- 单侧 **更容易显著**
- 但 **更容易误伤**

✦ 直觉警告：

事后改成单侧，本质是“换规则赢比赛”。

四、统计结论绝不能“说死”

正确态度

- 假设检验只给**概率保证**
- 不是绝对真理

报告时应：

- 给出 **确切 P 值**
- 说明 **单双侧检验**
- 小到极限可写： $P < 0.0001$

✦ 规范写作是学术诚信的一部分。

五、P 值到底是什么意思（这是最容易被误解的点）

正确含义（必须记牢）

**P 值 = 在 H_0 成立时，
观察到当前或更极端差异的概率。**

✗ 不是：

- “差异是真的概率”
- “ H_0 为假的概率”

P 值小 \neq 差异大

从公式你已经看到：

- 样本量 $n \uparrow$
- 标准误 \downarrow
- t 值 \uparrow

✦ 结果是：

只要样本足够大，
再小的差也能显著。

六、这一节真正想教你的“成熟统计观”

- 1 先保证设计，再谈检验
- 2 方法选错，结果再显著也不可信
- 3 P 值回答“稳不稳”，不回答“大不大”

[BIBLIOGRAPHY] Please click Zotero - Refresh in Word/LibreOffice to update all fields