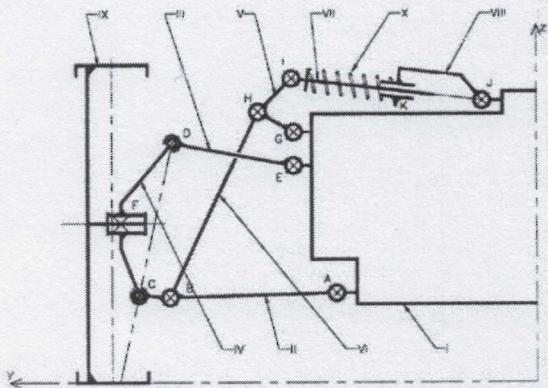




POLYTECH<sup>®</sup>  
NANCY

# Mécanique du solide indéformable I

## Chapitre 1 : Modélisation des mécanismes



2<sup>ème</sup> année  
Semestre 3

### Ferrari F50

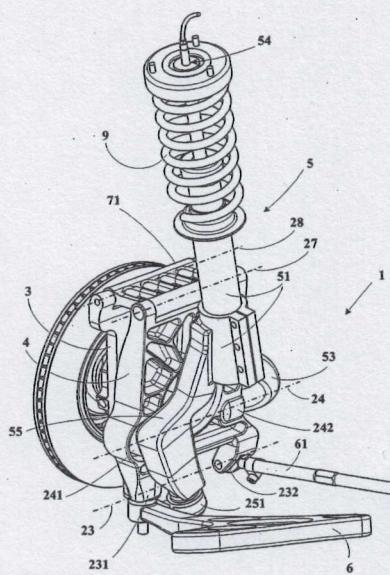
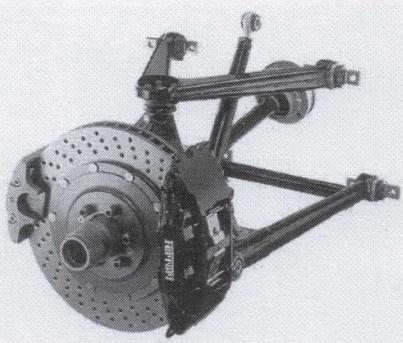
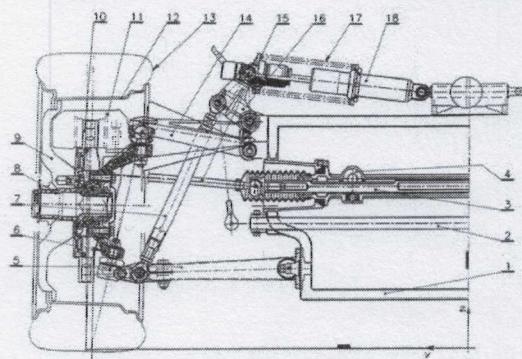
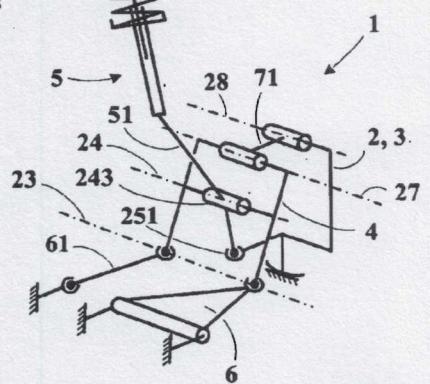


fig. 10



UNIVERSITÉ  
DE LORRAINE

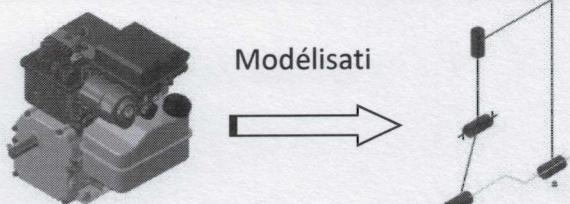
# Sommaire

1	Pourquoi modéliser les mécanismes ? .....	3
2	Décomposition du déplacement d'un solide dans un repère .....	3
3	Définitions relatives aux liaisons entre solides.....	3
3.1	Définition d'une liaison. ....	3
3.2	Degré de liberté d'une liaison.....	3
4	Modélisation .....	3
5	Les liaisons .....	3
5.1	Les liaisons simples .....	3
5.1.1	Liaison appui plan de normale ( $A, \vec{x}$ ).....	4
5.1.2	Liaison linéaire rectiligne de normale ( $A, \vec{x}$ ) et de ligne ( $A, \vec{z}$ ) .....	4
5.1.3	Liaison ponctuelle de normale ( $A, \vec{x}$ ).....	4
5.1.4	Liaison pivot glissant d'axe ( $A, \vec{x}$ ) .....	4
5.1.5	Liaison linéaire annulaire d'axe ( $A, \vec{x}$ ) .....	5
5.1.6	Liaison rotule de centre A .....	5
5.2	Les liaisons composées (construite à l'aide de formes complexes) .....	5
5.2.1	Liaison glissière d'axe ( $A, \vec{x}$ ).....	5
5.2.2	Liaison pivot d'axe ( $A, \vec{x}$ ).....	5
5.2.3	Liaison hélicoïdale d'axe ( $A, \vec{x}$ ) .....	6
5.2.4	Liaison sphérique à doigt (de centre A, axe de l'ergot $\vec{x}$ perp. au plan tan $\vec{y}$ ) .....	6
5.2.5	La liaison encastrement.....	6
5.3	Les liaisons complémentaires .....	6
6	Schéma cinématique .....	6
6.1	Classes d'équivalences cinématiques .....	7
6.2	Graphe de liaisons.....	7
6.3	Schéma cinématique.....	7
7	Hyperstatisme des mécanismes.....	7

# Modélisation des mécanismes.

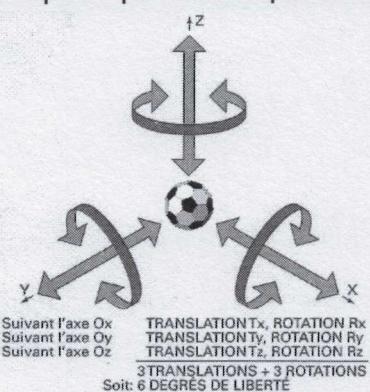
## 1 Pourquoi modéliser les mécanismes ?

Voir exemple d'un moteur présenté en amphi.



## 2 Décomposition du déplacement d'un solide dans un repère.

Soit un repère orthonormé direct ( $O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ ). Un solide libre dans l'espace peut se déplacer de 6 manières différentes



Il y a donc possibilité de toute combinaison de ces 6 déplacements.

## 3 Définitions relatives aux liaisons entre solides.

### 3.1 Définition d'une liaison.

Une liaison entre deux solides est

Une relation de contact entre les solides

Normalisé suivant NF EN ISO 3952-1 à 4.

## 3.2 Degré de liberté d'une liaison.

Le degré de liberté d'une liaison est

Nb de déplacement possible

Dans le plan :  $X, y, z$

Dans l'espace : 6 possibilités

## 4 Modélisation

Hypothèse : en analyse de mécanisme :

Les liaisons sont parfaites :

- Pas frottement
- Pas jeux

Les solides sont parfaits :

- Indeformable
- Geom parfaite

On distingue de manière purement théorique

trois types de contact entre pièces :

- Ponctuel
- Linerique
- Sufacique

Dans la réalité, il n'existe que des contacts surfaciques

## 5 Les liaisons

Toutes les liaisons sont considérées

bilaterales

### 5.1 Les liaisons simples

Théoriquement construites à partir de :

	Plan	cylindre	Sphère
Sphère	Ponctuel	lin cu ?	rotule
Cylindre	Lin rect pinot glissant		
Plan	Appui plan		

### 5.1.1 Liaison appui plan de normale (A, $\vec{x}$ )

Représentation normalisée (NF EN ISO 3952-1)

Plane : 2D	Volumique : 3D

Mouvements possibles :

3 d° de liberté

	R	T
x	1	0
y	0	1
z	0	1

Surfaces de contact :

plans

### 5.1.2 Liaison linéaire rectiligne de normale (A, $\vec{x}$ ) et de ligne (A, $\vec{z}$ )

Représentation normalisée	
Plane : 2D	Volumique : 3D

Mouvements possibles :

4 d° de liberté

	R	T
x	1	0
y	0	1
z	1	1

Surfaces de contact :

lignes droites

### 5.1.3 Liaison ponctuelle de normale (A, $\vec{x}$ )

Représentation normalisée

Plane : 2D	Volumique : 3D

Mouvements possibles :

5 d° de liberté

	R	T
x	1	0
y	1	1
z	1	1

Surfaces de contact :

Un point

### 5.1.4 Liaison pivot glissant d'axe (A, $\vec{x}$ )

Représentation normalisée	
Plane : 2D	Volumique : 3D

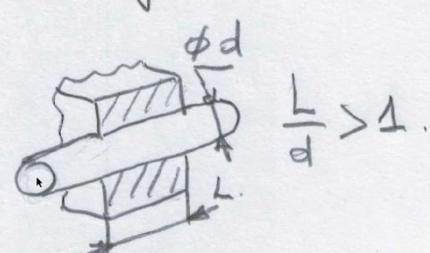
Mouvements possibles :

deux d° de liberté

	R	T
x	1	1
y	0	0
z	0	0

Surfaces de contact : cylindres.

Remarque :



### 5.1.5 Liaison linéaire annulaire d'axe (A, $\vec{x}$ )

Représentation normalisée	
Plane : 2D	Volumique : 3D

Mouvements possibles :

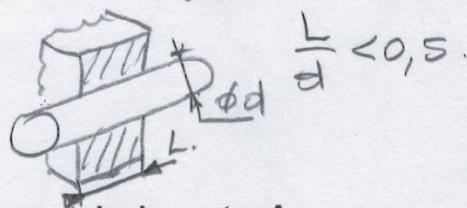
	R	T
x	1	1
y	1	0
z	1	0

1 d° de liberté

Surfaces de contact :

lignes circulaires.

Remarque :



### 5.1.6 Liaison rotule de centre A

Représentation normalisée	
Plane : 2D	Volumique : 3D

Mouvements possibles :

	R	T
x	1	0
y	1	0
z	1	0

3 d° de liberté

Surfaces de contact :

## 5.2 Les liaisons composées (construite à l'aide de formes complexes)

Exemples d'illustration :

Association de liaisons élémentaires	Exemple	Association de liaisons élémentaires	Exemple
Appui plan + linéaire rectiligne + ponctuelle	Poutre encastrée	Linéaire annulaire + appui plan	Guidage en rotation
Appui plan + linéaire rectiligne	Guidage en translation		

### 5.2.1 Liaison glissière d'axe (A, $\vec{x}$ )

Représentation normalisée	
Plane : 2D	Volumique : 3D

Mouvements possibles :

	R	T
x	0	1
y	0	0
z	0	0

1 d° de liberté

Surfaces de contact :

complexes

### 5.2.2 Liaison pivot d'axe (A, $\vec{x}$ )

Représentation normalisée	
Plane : 2D	Volumique : 3D

Mouvements possibles :

1 d° de liberté

	R	T
x	1	0
y	0	0
z	0	0

Remarque

$$\frac{L}{d} > 1.$$

### 5.2.3 Liaison hélicoïdale d'axe (A, $\vec{x}$ )

Représentation normalisée		Volumique : 3D
Plane : 2 dimensions		

Mouvements possibles :

A 1 d° de liberté

	R	T
x	1	1
y	0	0
z	0	0

Remarque :

$$T = k \times R.$$

### 5.2.4 Liaison sphérique à doigt (de centre A, axe de l'ergot $\vec{x}$ perp. au plan tan $\vec{y}$ )

Représentation normalisée		Volumique : 3D
Plane : 2D		

Mouvements possibles :

R	T

2 d° de liberté

R	T	
x	1	0
y	1	0
z	0	0

Remarque

Peu  
fréquente

### 5.2.5 La liaison encastrement

Mouvements possibles :

	R	T
x	0	0
y	0	0
z	0	0

Remarque : Liaison

souvent ignoré

### 5.3 Les liaisons complémentaires

Les normes NF EN ISO 3952-2 à 4 définissent les liaisons complémentaires de type engrenage, freins, embrayage... (voir en annexe).

## 6 Schéma cinématique

Le schéma cinématique permet d'analyser un mécanisme en faisant apparaître clairement les mobilités entre les différents sous-ensembles qui le constituent. Son élaboration s'effectue progressivement en plusieurs étapes :

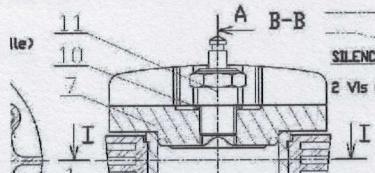
- recherche des classes d'équivalences cinématiques
- tracé du graphe des liaisons;
- tracé du schéma cinématique.

## 6.1 Classes d'équivalences cinématiques

Ce sont des sous ensemble de pièces liées toutes les unes aux autres par des liaisons encastrement.

Ex :

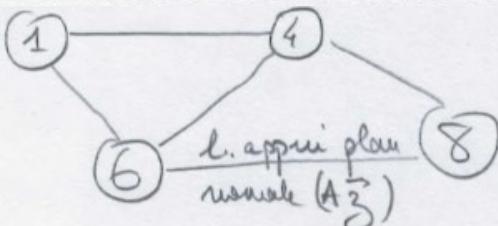
$$7 = \{7, 10, 11\}$$



## 6.2 Graphe de liaisons

Il faut rechercher tous les couples de classes d'équivalence en contact et leurs mobilités entre eux. A partir de leurs degrés de liberté, des géométries en contact, déterminer la liaison correspondante.

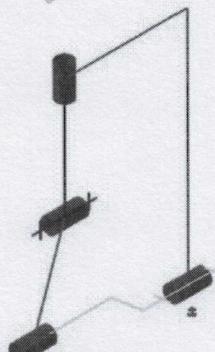
Une fois la recherche terminée il est possible de tracer le graphe.



## 6.3 Schéma cinématique

Le schéma cinématique assemble les différents symboles des liaisons sur une représentation permettant de modéliser le mécanisme et ainsi d'en offrir un support à la compréhension ou à l'analyse du fonctionnement.

Voir exemple page suivante...



Méthode résumée :

Mise en évidence des groupes de pièces cinématiquement liées (encastrement).

- par coloriage sur le dessin d'ensemble,
- par inventaire.

Recherche des liaisons entre les différents groupes.

- observation des mouvements relatifs,
- étude des surfaces de contact.

Réalisation du graphe de structure du mécanisme.

Mise en place d'une (ou plusieurs) base.

Mise en place des symboles de liaison.

- utilisation de couleurs,
- respect de la position et de l'orientation.

Habillement du schéma.

Relier les extrémités des symboles, par des lignes représentant les ensembles de pièces,  
Repérage des groupes de pièces par des couleurs, des lettres ou des n°,  
Mise en place de points particuliers (force ...).

## 7 Hyperstatisme des mécanismes.

Lors d'une étude d'avant-projet, avant de "mettre" de la matière et de rechercher des solutions techniques, il faut choisir un squelette au mécanisme, c'est à dire réaliser son schéma cinématique.

Degré d'hyperstatisme :

Un degré d'hyperstatisme correspond à une variable cinématique imposée dans une liaison. Dans ce cas, on est en présence d'une liaison surabondante. Il y a conflit.

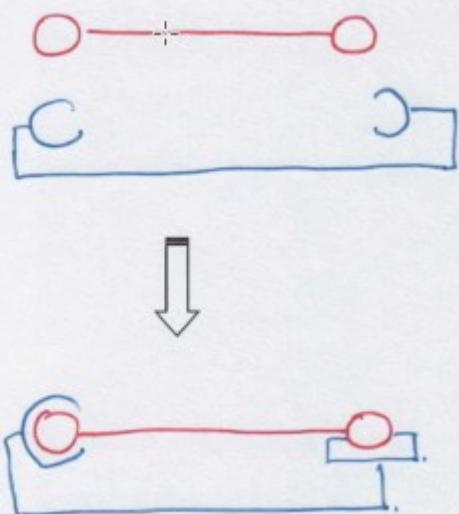
On détermine le degré d'hyperstatisme à l'aide de la formule du mathématicien russe Tchebychev

Si nous sommes en présence d'un mécanisme hyperstatique, il est impossible de déterminer les

Efforts dans les liaisons. Il manquera alors des critères importants pour faire les choix de conception de ces liaisons : roulements, paliers lisses, matériaux, dimension...

Plusieurs possibilités se présentent :

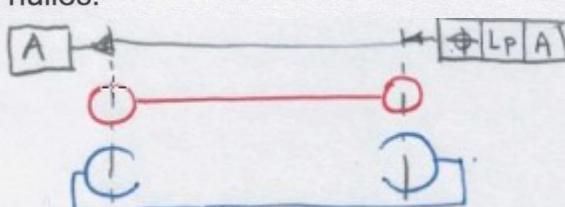
1. Rendre le système isostatique.



2. Garder un système hyperstatique et trouver un autre moyen pour calculer les efforts.



3. Garder un système hyperstatique et s'assurer que les inconnues hyperstatiques soient nulles.



## Conclusion.

Tant que possible, il est préférable d'avoir un mécanisme isostatique :

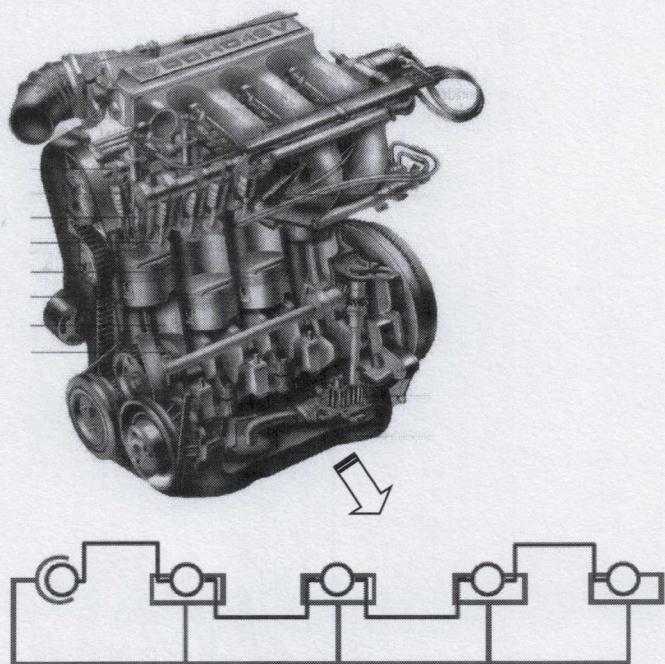
- Car imposer des conditions géométriques implique des coûts de fabrication plus élevés en raison du soin à apporter à la réalisation.
- Car s'engager dans des calculs de RdM augmente les coûts de développement. Les résultats trouvés avec cette méthode impliquent généralement des solutions techniques plus onéreuses que pour un mécanisme isostatique.

Il est parfois préférable d'avoir un mécanisme hyperstatique :

Lorsque les efforts rentrant en jeu, sont si importants que l'isostatisme n'empêche pas les déformations. Un mécanisme hyperstatique, grâce à des liaisons intermédiaires peut limiter les déformations, augmenter sa rigidité.

Toutefois, il n'est pas possible de se passer des conditions géométriques à imposer.

C'est le cas par exemple d'un vilebrequin à 5 paliers :

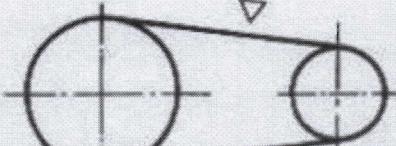
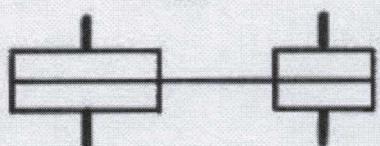
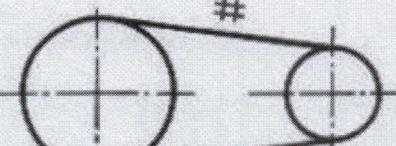
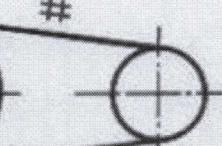
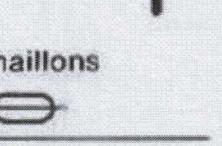
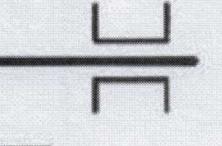
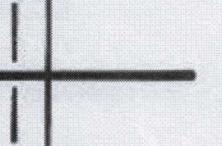


#### **Annexe : Liaisons complémentaires.(NF EN ISO 3952-2 à 4)**

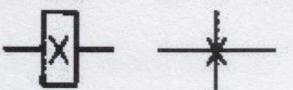
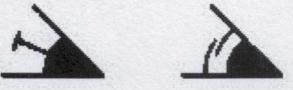
- Mécanismes à friction, à denture et à came :

DESIGNATION	SYMBOLE DE BASE	DESIGNATION	SYMBOLE DE BASE	DESIGNATION	SYMBOLE DE BASE	
MÉCANISMES À FRICTION						
Roue :						
cylindrique						
conique						
curviligne						
flasque de transmission frontale						
flexible						
Transmission avec : roues cylindriques						
roues coniques						
roues coniques réglables						
roue frontale réglable						
MÉCANISMES À DENTURE						
Roue dentée cylindrique (1) et (2) conique (3)		(1)		(2)		(3)
flexible						
à denture : droite (1) hélicoïdale (2) en chevrons (3)		(1)		(2)		(3)
droite (1) en spirale (2) circulaire (3)		(1)		(2)		(3)
Transmission par engrenage						
cylindrique						
conique						
hypocycloïde						
à vis avec vis sans fin cylindrique						
MÉCANISMES À CAMES						
Came plate :						
rotative (1)		(1)				
mobile rectiligne (2)		(2)				
Came spatiale rotative : cylindrique (3)		(3)				
conique (4)		(4)				
globique (5)		(5)				
Contre came :						
pointue (6) à arc (7)		(6)		(7)		
avec galet poussoir (8) avec poussoir (9)		(8)		(9)		

- Mécanismes divers et leurs composants

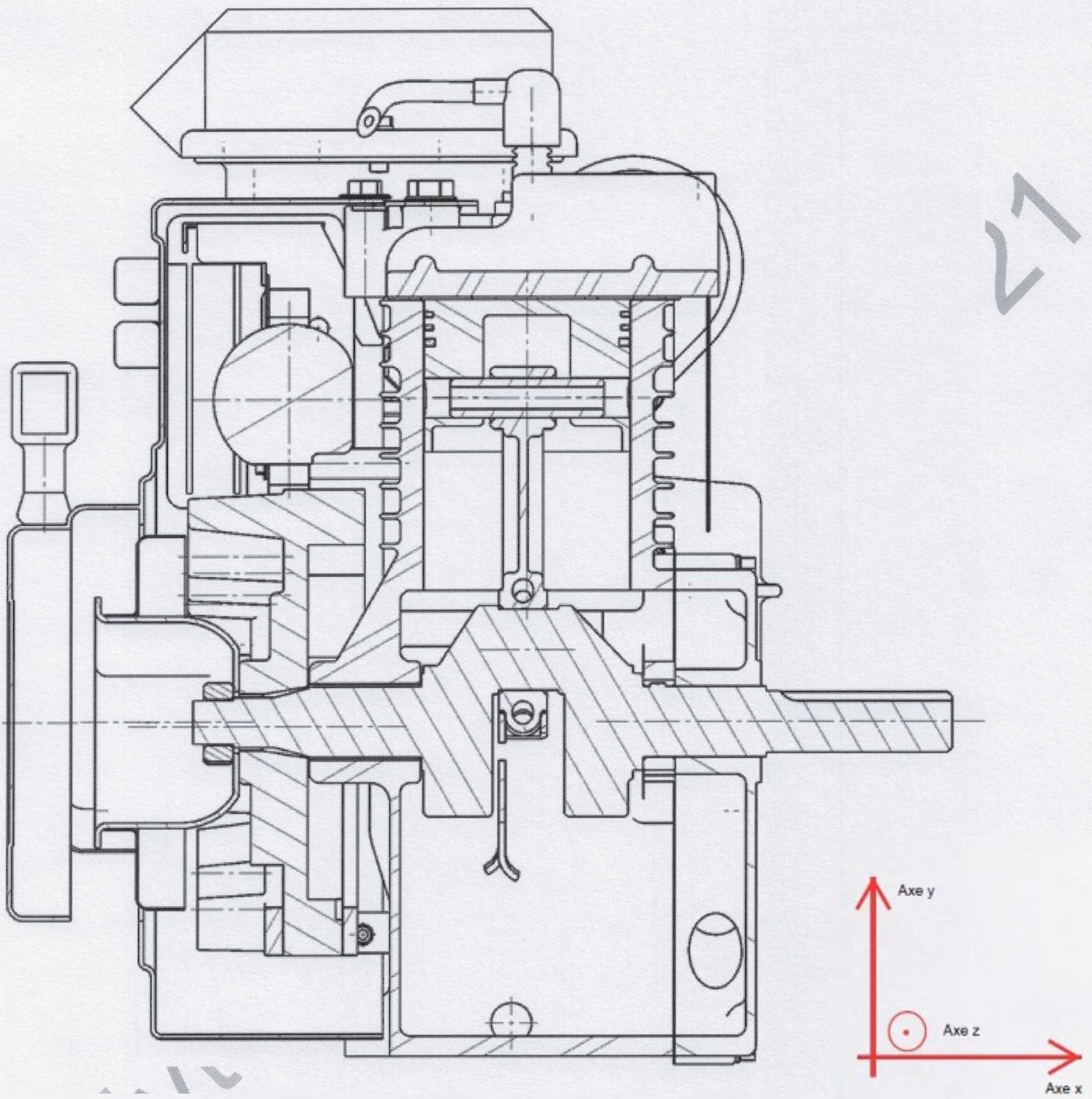
<p><b>Transmission par courroie</b></p> <p>symbole général</p>  <p>OU</p>  <p>Courroie plate</p> <hr/> <p>Courroie trapézoïdale</p> <hr/> <p>Courroie ronde</p> <hr/> <p>Courroie synchrone</p> <hr/>	<p><b>Transmission par chaîne</b></p> <p>symbole général</p>  <p>Si nécessaire indiquer le type de chaîne (voir symboles ci-contre)</p> <p><b>Palier radial lisse</b></p> <p>roulement (radial)</p>	 <p>Chaîne à maillons</p> <hr/>  <p>Chaîne à plaquettes ou à rouleaux</p> <hr/>  <hr/> 
---	--	---

- Symboles complémentaires

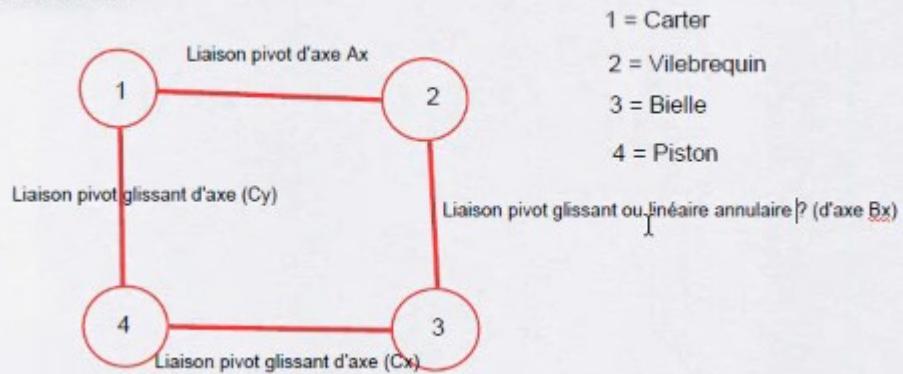
Base		Liaison fixe des composants du solide avec l'arbre (ou la tige). (Cas particulier de la liaison enca斯特ment.)	
Arbre - Tige - Solide de jonction		Liaison permettant le réglage des composants du solide.	

## Exercice de Schématisation :

### 1/ Classes d'équivalences cinématiques en couleur



### 2/ Graphe de liaison



### 3/ Schéma cinématique (voir sur feuille de calque)