

UNIVERSITE DE LORRAINE

POLYTECH NANCY

Deuxième année (1<sup>er</sup> semestre)

# THERMODYNAMIQUE 1

Travaux dirigés

2020/2021

## TD n°1 - Equation d'état : le gaz parfait

### 1.1) Respiration thermique d'un bâtiment.

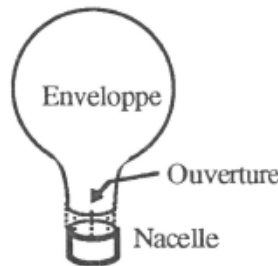
Le chauffage d'un bâtiment de  $10000 \text{ m}^3$  est commandé par un thermostat qui le met en route lorsque la température atteint  $18^\circ\text{C}$  et qui le coupe dès qu'elle atteint  $21^\circ\text{C}$ . La pression atmosphérique étant de 1 bar, calculer la masse d'air qui doit rentrer dans le bâtiment en phase de refroidissement (et qui sera expulsée en phase de chauffage).

### 1.2) Montgolfière

Une montgolfière est constituée d'une enveloppe rigide souple (mais non élastique) d'un volume de  $2500 \text{ m}^3$ , ouverte à l'air libre à son extrémité inférieure.

Un brûleur à propane permet de moduler la force ascensionnelle en modifiant la température de l'air dans l'enveloppe. Les déplacements latéraux sont obtenus en recherchant l'altitude offrant un courant d'air atmosphérique dans la direction souhaitée.

La masse totale de l'enveloppe et de la nacelle est de 600 kg.



Quelle doit être la température de l'air dans l'enveloppe pour que la montgolfière se trouve en équilibre ?

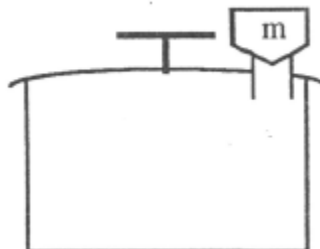
La température de l'atmosphère est de  $17^\circ\text{C}$  et la pression de 960 mbar.

On rappelle le principe de la poussée d'Archimède ; il y a équilibre si :

$$m_{\text{air chaud dans l'enveloppe}} + m_{\text{enveloppe + nacelle}} = m_{\text{air froid déplacé}}$$

### 1.3) Marmite de cuisson sous pression (vu en présentiel)

Un récipient de cuisson de volume  $V$ , fermant hermétiquement, dont le couvercle est muni d'un trou d'échappement (de rayon interne  $r$ ) sur lequel est simplement posée une masse  $m$  (la soupape).



On ferme la marmite à  $27^\circ\text{C}$ , sans mettre d'eau. On place la masse  $m$ . A quelle température l'air commencera-t-il à s'échapper ?

A.N.:  $r = 1 \text{ mm}$  ;  $m = 30 \text{ g}$  ;  $V = 8,5 \text{ litres}$  ;  $p_{\text{atm}} = 1 \text{ bar}$ .

### 1.4) Température thermodynamique obtenue à l'aide d'un gaz réel (vu en présentiel)

3 moles de gaz réel sont utilisées comme substance thermométrique. Dans un milieu dont on veut déterminer la température  $T$  (dans l'échelle Kelvin des gaz parfaits). On réalise plusieurs mesures de pression et de volume. On trouve expérimentalement que le produit de la pression et du volume varie de façon parabolique avec la pression (pour  $p < 10^5$  Pa) :  $(pV) = 6408 + 2 \cdot 10^{-2} P + 10^{-6} P^2$  (où  $V$  est exprimé en  $m^3$  et  $p$  en Pa). Calculer  $T$ .

### 1.5) Vitesse et débit de gaz dans une tuyauterie (vu en cours)

Une soufflante de haut fourneau assure un débit de 92 000  $m^3$ /heure d'air à 40°C, sous la pression de 1,1 bar, dans une tuyauterie de 1,2 m de diamètre. Après passage dans le récupérateur de chaleur, l'air pénètre dans le haut fourneau sous la pression de 1,07 bar et à la température de 800°C par des conduits de 170 cm de diamètre. Calculer la vitesse  $\dot{x}_1$  de l'air à la sortie de la soufflante, et la vitesse  $\dot{x}_2$  à la sortie du récupérateur de chaleur.

$$Vitesse \dot{x} \left[ \frac{m}{s} \right] = \frac{\text{Débit volumique } \dot{V} \left[ \frac{m^3}{s} \right]}{Section A [m^2]}$$

### 1.6) Circulation de gaz (vu en présentiel)

Un débit de 12 kg d'air par minute doit être assuré en permanence dans une installation. Il est prélevé sous la pression de 1 bar dans l'atmosphère à 20 °C (section A). Un compresseur permet d'atteindre la pression de 4 bar, tandis que la température atteint 100°C (section B). Par passage dans un four, il est porté à 600 °C sous pression constante (section C). L'air est enfin détendu à l'aide d'une turbine d'où il sort à la température de 450 °C sous la pression atmosphérique (section D). Les sections des conduits sont calculées de façon que la vitesse du gaz soit constante, égale à 25 m/s.

Calculer les sections en A, B, C, D.

L'air peut être considéré comme un gaz parfait, avec  $r = 287 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

Loi de la conservation de la masse : Débit massique  $\dot{m} = \text{const.}$

Débit massique  $\dot{m} [\text{kg/s}] = \text{masse volumique } \rho [\text{kg/m}^3] \times \text{débit volumique } \dot{V} [\text{m}^3/\text{s}]$

## TD n°2 - Echelles de température, coefficients thermoélastiques

### 2.1) Echelle Fahrenheit.

Les points de congélation et d'ébullition de l'eau sous la pression atmosphérique normale sont repérés par les nombres 32°F et 212°F dans l'échelle dite de Fahrenheit.

- a) Que vaut dans cette échelle la température de 56 °C ?
- b) A quelle température correspond 0 K ?

### 2.2) Echelle basée sur la longueur d'une barre.

La longueur d'une barre métallique est de 1 m lorsqu'elle est plongée dans un mélange eau liquide + glace. Elle mesure 1,01 m lorsqu'elle est plongée dans la vapeur en équilibre avec de l'eau liquide sous la pression atmosphérique normale.

- a) Quelle sera la température (en °C) du milieu dans lequel la barre aura une longueur de 1,0026m ?
- b) Quelle sera la température (en °C) du milieu dans lequel la barre aura une longueur de 1,026m.

### 2.3) Echelle d'un gaz *réel*

On mesure la pression d'une masse de gaz réel, occupant un volume constant, d'abord à 0°C, puis à 100 °C. On obtient les valeurs suivantes :  $p_{0^\circ\text{C}} = 0,853 \text{ bar}$  ;  $p_{100^\circ\text{C}} = 1,162 \text{ bar}$ . Une échelle thermométrique est définie en utilisant la pression de ce gaz comme grandeur thermométrique.

Quelle serait la température la plus basse que l'on pourrait mesurer si on suppose (à tort) que ce gaz se comporte comme un gaz parfait ?

### 2.4) Sertissage par refroidissement.

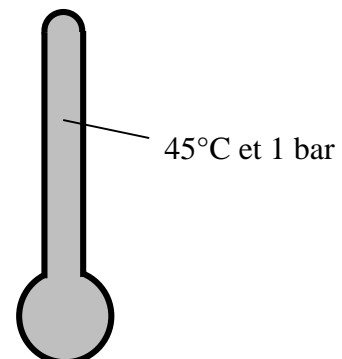
On veut sertir une bague d'acier de 18,95 mm de diamètre intérieur sur un arbre du même métal de 19 mm de diamètre externe (dimensions à 25°C). Pour réaliser l'opération, on refroidit l'arbre. A quelle température faut-il porter cette pièce ?

On connaît le coefficient de dilatation linéaire de l'acier :  $\lambda_{25^\circ\text{C}} = 17 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$  et son coefficient de dilatation volumique :  $\alpha_{25^\circ\text{C}} = 51 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ .

### 2.5) Thermomètre à mercure.

Un thermomètre à mercure, dont le capillaire est juste plein à 45 °C, est chauffé à 50 °C. Quelle est alors la pression régnant à l'intérieur du capillaire si l'on peut admettre que l'enveloppe de verre ne se dilate pratiquement pas ?

(Pour le mercure, le coefficient de dilatation est  $\alpha_{45^\circ\text{C}} = 18 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$  et le coefficient de compressibilité isotherme  $\chi_{T45^\circ\text{C}} = 39 \cdot 10^{-7} \text{ bar}^{-1}$ )



## Séance TD n°2 : échelles de température, coefficients thermoélastiques

---

### 2.6) Thermomètre à l'alcool (vu en présentiel)

Le coefficient de dilatation volumique à pression constante de l'alcool est donné par l'expression :

$$\alpha = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial \theta} \right)_p = 1,0414 \cdot 10^{-3} + 1,5672 \cdot 10^{-6} \cdot \theta + 5,148 \cdot 10^{-8} \cdot \theta^2$$

où  $\theta$  est la température en degré Celsius. Le thermomètre à alcool est un tube de diamètre 1 cm, fermé à la surface inférieure, dans lequel se trouve l'alcool. Il permet de repérer des températures dans une échelle thermométrique dont la grandeur thermométrique serait la hauteur de la colonne d'alcool. Pour cela, on choisit comme points fixes la fusion et l'ébullition de l'eau (0°C et 100°C). A 0°C, la hauteur de la colonne d'alcool dans le tube est 10 cm.

- Donner l'expression littérale du volume en fonction de la température en intégrant l'équation après séparation des variables.
- Déterminer le volume de l'alcool au moment de l'ébullition de l'eau (100°C). Déterminer la hauteur de la colonne correspondante (précision des calculs : au moins 5 chiffres).
- Déterminer la hauteur de la colonne d'alcool au moment où la température de l'eau est de 50°C (Précision des calculs : au moins 5 chiffres).
- Quelle température lira-t-on dans le cas c) sur le thermomètre à alcool si on adopte une relation linéaire entre la hauteur et la température entre 0°C et 100°C ?

## TD n°3 : le premier principe, transformations quasistatiques (I)

### 3.1) Relations entre $c_V$ , $c_p$ , $\gamma$ et $R$ pour un gaz parfait.

- a) On donne  $c_p = 1000 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$  et  $r_i = 287 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$ . Quelle valeur doit-on attribuer à  $c_V$  et à  $\gamma$  ?
- b) On donne  $c_V = 21 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ . Quelle valeur doit-on attribuer à  $c_p$  et  $\gamma$  ?

### 3.2) Transformations équivalentes

Une mole d'oxygène ( $c_V = 21 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ ), occupant initialement un volume de 10 litres à  $25^\circ\text{C}$ , est détendue jusqu'à un état final caractérisé par un volume de 50 litres et une température de  $100^\circ\text{C}$  de deux manières différentes a) et b) :

- a) Le gaz est chauffé à volume constant jusqu'à  $100^\circ\text{C}$  puis détendu de manière isotherme et quasi statique jusqu'au volume final de 50 litres. Calculer la chaleur reçue, le travail reçu et la variation d'énergie interne du gaz.
- b) Le gaz est détendu d'une manière isotherme et quasi statique jusqu'au volume de 50 litres, puis chauffé à volume constant jusqu'à  $100^\circ\text{C}$ . Calculer la chaleur reçue, le travail reçu et la variation d'énergie interne du gaz.

### 3.3) Remplissage d'un récipient initialement vide

Un récipient de 100 litres a été initialement vidé à l'aide d'une pompe à vide. Un robinet permet de faire rentrer progressivement de l'air atmosphérique (température  $300\text{K}$ , pression 1 bar,  $\gamma = c_p/c_V = 1,4$ ). Les parois du récipient sont adiabatiques. Quelle sera la température de l'air dans la bouteille lorsque sa pression sera égale à celle de l'atmosphère ?

### 3.4) Remplissage complémentaire d'un récipient

Une bouteille thermiquement isolée, d'un volume de  $V_b = 200$  litres, est remplie d'air à la pression de 0,5 bar et à la température de l'atmosphère, soit  $300 \text{ K}$ . L'air peut être considéré comme un gaz parfait de rapport  $\gamma = c_p/c_V = 1,4$  et de  $c_V = 21 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ . On ouvre un robinet de communication de la bouteille avec l'extérieur, et on laisse rentrer l'air jusqu'à l'équilibre de la pression avec l'extérieur ( $p_a = 1 \text{ bar}$ ,  $T_a = 300 \text{ K}$ ). On veut déterminer la température de l'air contenu dans la bouteille à la fin du remplissage :

- a) Représenter l'état initial et l'état final à l'aide d'un dessin en indiquant les nombres de moles, la pression, le volume et la température.  $n_f = n_1 + n_2$  est le nombre de moles dans la bouteille à l'état final,  $n_1$  le nombre de moles aspirée de l'extérieur dans la bouteille,  $n_2$  le nombre de moles dans la bouteille à l'état initial et  $T_b$  la température de l'air dans la bouteille à l'état final.
- b) Etablir l'équation du premier principe de la thermodynamique en y faisant apparaître les 3 inconnues  $n_1$ ,  $n_2$ , et  $T_b$ .
- c) Montrer alors en utilisant la loi des gaz parfaits que la température  $T_b$  peut s'écrire
- $$T_b = \frac{\gamma T_a}{1 + \frac{p_b}{p_a}(\gamma - 1)}$$
- d) Vous pouvez aussi calculer les valeurs numériques de  $n_1$  et  $n_2$  en utilisant la loi des gaz parfait pour en déduire ensuite la valeur de  $T_b$  ...et vérifier qu'elle correspond bien à celle donnée par l'équation ci-dessus.

## TD n°4 : le premier principe, transformations quasistatiques (II)

### 4.1) Transformation cyclique

Deux moles de gaz parfait ( $c_v = 21 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ ) subissent les transformations suivantes :

- état initial (et final) :  $V_1 = 100$  litres,  $T_1 = 300 \text{ K}$ ,
- compression isotherme quasistatique jusqu'à  $V_2 = 10$  litres,
- chauffage à pression constante par fourniture d'une quantité de chaleur  $Q$ ,
- transformation quasistatique adiabatique permettant de revenir à l'état initial  $V_1$  et  $T_1$ .

- Dessiner qualitativement le cycle dans un diagramme  $P/V$ .
- Déterminer la pression avant et après la compression.
- Déterminer la température avant la transformation quasistatique adiabatique
- Déterminer la quantité de chaleur  $Q$  nécessaire pour le chauffage à pression constante.
- Donner une expression littérale de  $Q$  en fonction de  $T_1$ ,  $V_1$  et  $V_2$ .
- Déterminer le travail échangé par l'air au cours de la détente quasistatique adiabatique.

### 4.2) Chauffage de la vapeur d'eau

Un kilogramme de vapeur d'eau (considéré comme un gaz parfait) est à 6 bar et  $200^\circ\text{C}$ .

- Déterminer son volume  $V$ .

Il est ensuite chauffé de  $200^\circ\text{C}$  à  $600^\circ\text{C}$  ( $c_p = 2100 \text{ J/(kg K)}$ ) de trois manières différentes :

- Isochore.
- Isobare.
- Adiabatique quasistatique.

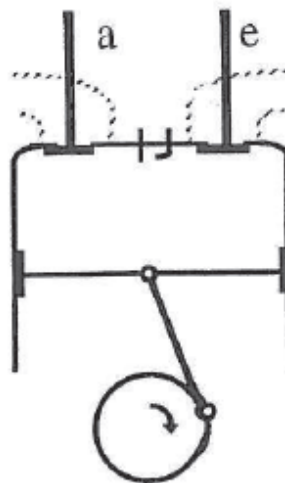
Déterminer dans les trois cas la pression finale, le volume final ainsi que le travail à l'aide des pressions et volumes. Pour la transformation d) utiliser également les températures.

### TD n°5 : moteurs à explosion et Diesel

#### 5.1) Moteur à allumage commandé

Si on suppose que le rôle et le comportement du combustible seront réduits à un apport de chaleur à haute température, le fonctionnement d'un moteur à allumage commandé comporte alors les étapes suivantes :

- E→A : La soupape d'admission **a** étant ouverte (et la soupape **e** fermée), le piston se déplace du point mort haut au point mort bas en laissant pénétrer le mélange air atmosphérique/carburant.
- A→B : Les deux soupapes étant fermées, le piston remonte en comprimant adiabatiquement (et de manière quasistatique) le mélange air atmosphérique/carburant contenu dans le cylindre.
- B→C : Par apport instantané de chaleur (en fait, la combustion du carburant mélangé à l'air est très rapide), la pression augmente brusquement, à volume constant.
- C→D : Le piston redescend. Les gaz d'échappement subissent une détente adiabatique quasistatique.
- D→A : Les gaz d'échappement sont refroidis instantanément jusqu'à la température atmosphérique (En fait, la soupape d'échappement **e** est ouverte, rétablissant brusquement la pression atmosphérique dans le cylindre).
- A→E : La soupape d'échappement **e** étant ouverte, le piston remonte vers le point mort haut, en chassant les gaz d'échappement résiduels.



On appelle « rapport volumétrique  $a$  » du moteur le rapport entre le volume maximal  $V_A$  de la chambre de combustion lorsque le piston est au point mort bas et le volume  $V_B$  délimité par le piston lorsqu'il est au point mort haut :  $a = V_A/V_B$ .

La température de l'atmosphère sera prise égale à 300 K et sa pression à 1 bar. La capacité thermique massique de l'air à volume constant est de  $850 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$  et le rapport  $\gamma = c_p/c_v$  est de 1,33. Les réponses seront données littéralement, puis numériquement pour un rapport volumétrique  $a = 7$ .

- a) Donner l'allure du cycle théorique du moteur dans le diagramme  $pV$ .
- b) Quelle est la température en fin de compression ?
- c) L'apport de chaleur (en fait, la chaleur de combustion du carburant) est de 1100 kJ pour 1,7 kg d'air. Quelle est la température en fin de combustion ?
- d) Calculer la température en fin de détente.
- e) Déterminer la pression maximale atteinte au cours du cycle en appliquant la loi des gaz parfaits à deux points du cycle ?
- f) Calculer la pression en fin de détente.



## Séance TD n°5 : moteurs à explosion et Diesel

---

- g) On appelle « rendement thermique » d'un moteur thermique le rapport entre le travail recueilli sur le vilebrequin (arbre) au cours du cycle et la chaleur fournie au moteur à haute température. Calculer ce rendement.
- h) Montrer que le rendement ne dépend que du rapport volumétrique  $\alpha$ .
- i) Question subsidiaire : quel que soit le type de moteur volumétrique, essence ou diesel, une des deux soupapes est toujours d'un plus grand diamètre que l'autre (ou alors, elles sont plus nombreuses). A votre avis, laquelle ?

### 5.2) Moteur Diesel

Une masse d'air (assimilé à un gaz parfait, avec  $c_v = 850 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$  et  $\gamma = c_p/c_v = 1,33$ ) de 1 kg est prise à la température de  $20^\circ\text{C}$  et sous la pression de 1 bar. On lui fait décrire le cycle suivant :

- A→B : Compression adiabatique quasistatique de 1 à 20 bar.
  - B→C : Echauffement à pression constante pendant lequel on fournit une quantité de chaleur  $Q = 800 \text{ kJ}$ .
  - C→D : Détente adiabatique quasistatique jusqu'au volume initial.
  - D→A : Refroidissement à volume constant jusqu'à la pression initiale.
- a) Tracer, en coordonnées pV, le cycle décrit par cette masse d'air en calculant les coordonnées (p, V, T) des sommets du cycle.
  - b) Déterminer le travail net disponible sur le vilebrequin.
  - c) Quel est le rendement du cycle ?

### TD n°6 : enthalpie (I)

Les gaz sont considérés comme des gaz parfaits dans les exercices 6.1) à 6.3)

#### 6.1) Compresseur à air

Un compresseur prélève en continu 2 kg/min d'air dans l'atmosphère, à  $T_0 = 300 \text{ K}$  et  $p_0 = 1 \text{ bar}$ . Il le comprime adiabatiquement et de façon quasistatique jusqu'à une pression de 10 bar.

On donne pour l'air :  $c_p = 1050 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$  et  $\gamma = 1,38$ .

Quelle puissance faut-il prévoir pour le moteur électrique entraînant le compresseur ?

#### 6.2) Moteur à air comprimé

Une canalisation alimente un moteur à air comprimé avec de l'air prélevé dans un réservoir à pression constante de 10 bar, et à la température de  $20^\circ\text{C}$ .

A la sortie du moteur, l'air est rejeté à l'atmosphère, à la pression de 1 bar.

On pourra considérer que l'air est détendu de manière adiabatique quasistatique dans le moteur. Celui-ci développe une puissance  $\dot{W}^*$  de 1 kW.

Calculer la consommation d'air comprimé, en kilogrammes par heure.

Données :  $c_p = 1025 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$  ;  $\gamma = 1,40$

#### 6.3) Réchauffeur

Une soufflante -supposée adiabatique- d'une puissance de 40 kW aspire  $3000 \text{ m}^3$  d'air atmosphérique à  $15^\circ\text{C}$  et 980 mbar par heure.

Elle le refoule dans un réchauffeur qui élève sa température jusqu'à  $800^\circ\text{C}$ . Il est alors injecté dans un foyer de combustion sous la pression de 1050 mbar.

a) Faire un schéma en y plaçant les données de l'énoncé.

b) Quelle est la quantité de chaleur, en Joule, prélevée au réchauffeur en une heure ?  
Exprimer également ce résultat en terme de puissance, en kW.

Données :  $c_p = 1025 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$  d'air

#### 6.4) Réfrigérateur (Il s'agit cette fois-ci d'un exercice avec un fluide réel : on ne peut plus utiliser $\Delta H = m c_p \Delta T$ . Il faut utiliser le diagramme de la page suivante)

Le fluide frigorigène dans un réfrigérateur suit le cycle suivant :

A→B : Compression adiabatique du réfrigérant dans le compresseur

B→C : Refroidissement isobare et condensation isobare du réfrigérant dans le condenseur (qui est un échangeur de chaleur).

C→D : Le réfrigérant n'est pas encore assez froid : détente (et refroidissement) isenthalpe dans le détendeur (isenthalpe : l'enthalpie reste constante pendant la transformation).

D→A : Le réfrigérant est assez froid pour refroidir les aliments dans le réfrigérateur : évaporation isobare du réfrigérant dans l'évaporateur (qui est un échangeur de chaleur).

Le débit-masse du fluide frigorigène est de 3 kg/min. Toutes les transformations thermodynamiques (à part celle dans le détendeur) sont supposées être quasistatiques.

a) Indiquer les points A, B, C et D dans le diagramme  $\log P / h$  de la page suivante :

A :  $\theta = -20^\circ\text{C}$  ;  $h = 385 \text{ kJ/kg}$

## Séance TD n°6 : enthalpie

---

B :  $P = 9 \text{ bar}$  ;  $h = 424 \text{ kJ/kg}$

C :  $h = 248 \text{ kJ/kg}$

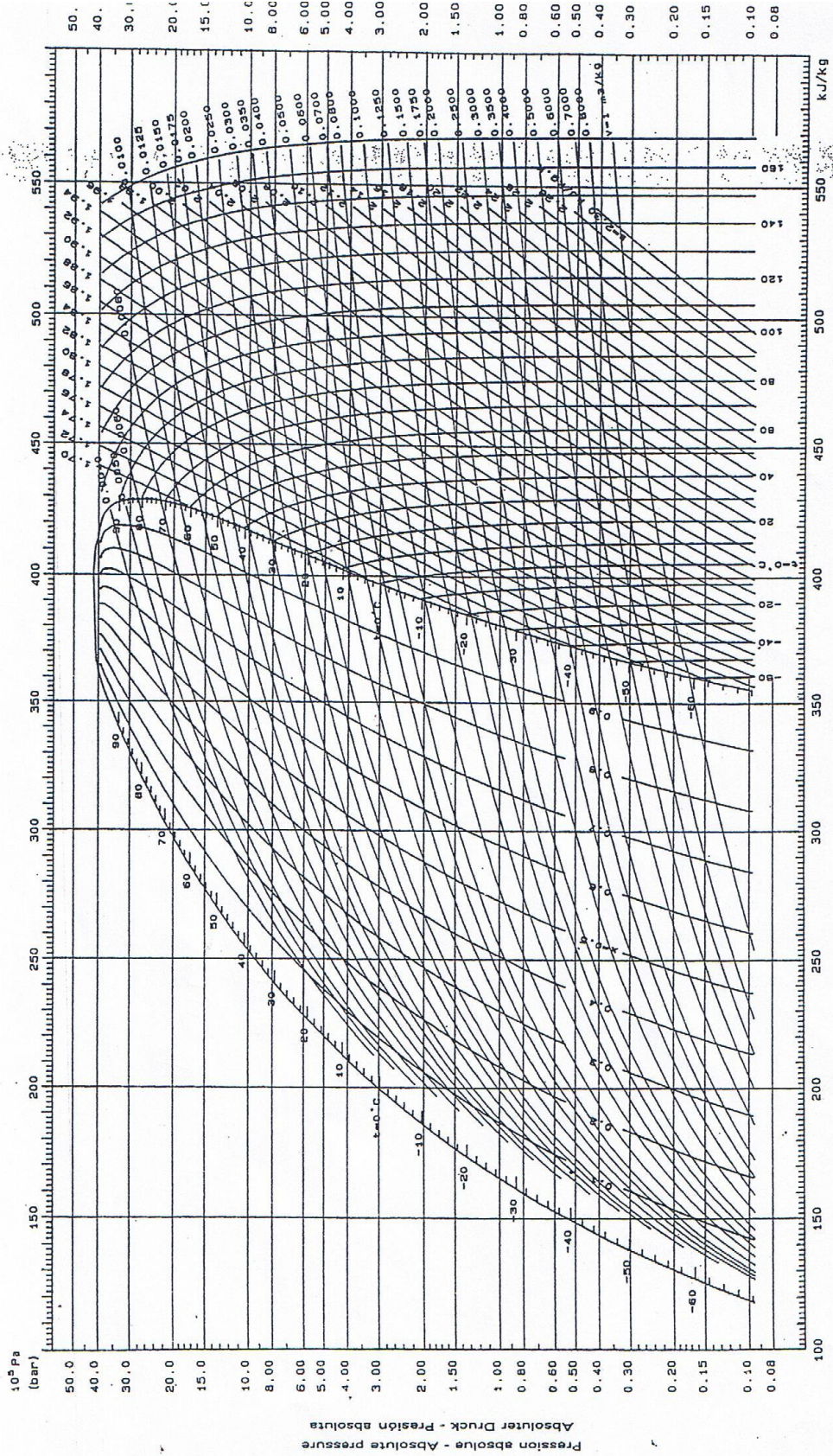
- b) Déterminer la chaleur massique introduit dans le fluide frigorigène lors qu'il traverse l'évaporateur (l'évaporateur est un échangeur de chaleur et ne consomme donc pas et ne fournit donc pas de travail utile).
- c) Déterminer le flux de chaleur introduit dans le fluide frigorigène lors qu'il traverse l'évaporateur. C'est ce « flux de chaleur » qui refroidira les aliments dans le réfrigérateur.
- d) Déterminer le travail utile massique nécessaire pour entraîner le compresseur, considéré comme adiabatique.





**HFC 134a**

(1, 1, 1, 2 Tétrafluoroéthane)



Copyright © Dehon Service 1989

Direction et Service :  
20, avenue du Petit Parc, 94653 Vincennes Cedex  
Tél.: (1) 43.98.75.00 - SDA - Télécopie (1) 43.98.21.51

Enthalpie massique - Specific enthalpy  
Spezifische Enthalpie - Entalpia especifica

Calculé et dessiné par le Service  
Applications Thermodynamiques

### TD n°7 : enthalpie (II)

#### 7.1) Compression, compression étagée

Un compresseur doit alimenter en continu une installation d'oxygène comprimé sous 8 bar, en prélevant l'oxygène sous une pression  $p_0$  de 1 bar, à la température  $T_0$  de 300 K. Le débit doit atteindre 10 kg d'oxygène/min. On pourra admettre que l'oxygène est un gaz parfait de capacité thermique massique à pression constante  $c_p = 1050 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$  et de constante spécifique de gaz parfait  $r = 260 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$ . Les compresseurs utilisés seront considérés comme adiabatiques et quasistatiques.

- Compression en un seul étage : un seul compresseur étant utilisé, donner l'expression littérale de la puissance  $\dot{W}^*$  du moteur entraînant le compresseur et calculer sa valeur numérique.
- Compression à deux étages : un premier compresseur élève la pression jusqu'à  $p_1 = 2$  bar ; l'oxygène est ensuite refroidi à 300 K par de l'eau dans un échangeur de chaleur idéal (échangeur idéal  $\rightarrow$  transformation isobare). Il est enfin porté à  $p_2 = 8$  bar dans un deuxième compresseur. Calculer la puissance totale  $\dot{W}_{\text{totale}}^*$  du moteur entraînant les deux compresseurs ( $\dot{W}_1^* + \dot{W}_2^*$ ).
- Optimisation de la compression à deux étages : la pression intermédiaire précédente  $p_1$  n'est pas la meilleure solution. Exprimer la puissance totale nécessaire  $\dot{W}_{\text{totale}}^*$  en fonction de  $\dot{m}$ ,  $c_p$ ,  $T_0$ ,  $p_0$ ,  $p_1$ ,  $p_2$ , et  $\gamma$ . Déterminer quelle devrait être la valeur de la pression intermédiaire  $p_1$  d'une installation à deux étages avec refroidissement intermédiaire jusqu'à  $T_0$  pour que  $\dot{W}_{\text{totale}}^*$  soit minimale (ne pas remplacer  $p_2$  ou  $\gamma$  par des valeurs numériques).
- Optimisation de la compression à 3 étages : la compression est d'abord réalisée jusqu'à une pression intermédiaire  $p_1$  ; l'oxygène est alors refroidi jusqu'à 300 K ; une deuxième compression est alors effectuée jusqu'à une deuxième pression intermédiaire  $p_2$  ; un deuxième refroidissement est imposé, toujours jusqu'à 300 K ; enfin une troisième compression permet d'atteindre la pression finale  $p_3$ . Que peut-on dire des températures  $T_1$ ,  $T_2$  et  $T_3$  si  $\dot{W}_{\text{totale}}^*$  est minimale ? Déterminer  $p_1 = f(p_0, p_3)$ . Calculer ensuite les pressions intermédiaires permettant de minimiser la puissance totale de compression sachant que  $p_0$  vaut 1 bar et  $p_3$  8 bar. Calculer dans ce cas la puissance totale nécessaire.
- Optimisation de la compression à n étages : comment est-ce qu'on peut calculer  $p_1$  pour n étages sachant que la pression finale est de 8 bar (dans le cas  $\dot{W}_{\text{totale}}^*$  minimale) ? Généraliser la formule permettant de calculer la puissance nécessitée par la compression réalisée à n étages, chacun d'eux (sauf le dernier) étant suivi d'un refroidissement à 300 K. Retrouver la valeur de la puissance pour  $n = 2$ , puis pour  $n = 3$ .
- Puissance limite : donner la formule littérale de  $\dot{W}_{\text{totale}}^*$  pour n étages. Vers quelle valeur tend la puissance consommée par la compression étagée lorsque n devient aussi grand qu'on veut ?
- Montrer que cette limite correspond à la puissance consommée lors d'une compression isotherme quasistatique.

Remarque :  $a^x = e^{x \ln a}$   $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \dots$



### TD n°8 : turbines à gaz et turboréacteurs

Les compresseurs et turbines utilisés dans tous les exercices seront considérés comme adiabatiques et quasistatiques.

#### 8.1) Turbine simple

Soit une turbine à gaz fonctionnant suivant le cycle de Joule idéal. Le rapport de pression est 8. La température à l'entrée du compresseur est de 300 K et à l'entrée de la turbine de 1300 K.

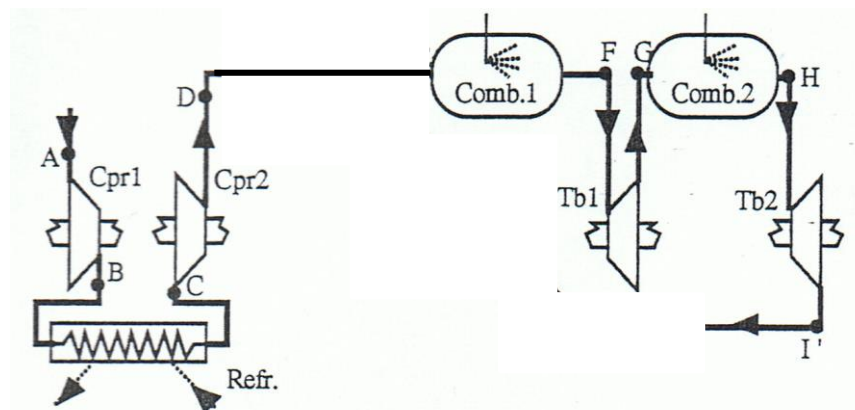
On admettra qu'il y a de l'air partout dans le cycle. Le rapport des capacités thermiques et la capacité thermique massique à pression constante de l'air varie avec la température :

- Pendant la compression le rapport des capacités thermiques de l'air est égal à 1,4 et la capacité thermique massique à pression constante est de 1,003 kJ/(kg K).
- Pendant la combustion la capacité thermique massique à pression constante est de 1,126 kJ/(kg K).
- Pendant la détente le rapport des capacités thermiques de l'air est égal à 1,34 et la capacité thermique massique à pression constante est de 1,138 kJ/(kg K).

- Faites un schéma de la turbine et un diagramme du cycle (en coordonnées pV) en y faisant figurer les points particuliers.
- Déterminer la température du gaz à la sortie du compresseur et de la turbine
- Déterminer le rapport du travail consommé par le compresseur au travail produit par la turbine.
- Déterminer le rendement thermique du cycle

#### 8.2) Turbine à compression étagée et à détente étagée (sans régénérateur)

Soit un cycle idéal d'une turbine à gaz comprenant deux étages de compression et deux étages de détente. Le rapport de pression total est de 8. L'air est admis dans chaque étage de compression à 300 K et dans chaque étage de détente à 1300 K. Le travail de compression est minimisé et le travail de détente est maximisé pour 2 étages et un rapport de pression de 8 lorsque le rapport de pression de chaque étage de compression et de chaque étage de détente est  $\sqrt[2]{8}$  (Dédution TD 6.1).



On admettra qu'il y a de l'air partout dans le cycle. Le rapport des capacités thermiques et la capacité thermique massique à pression constante de l'air varie avec la température :

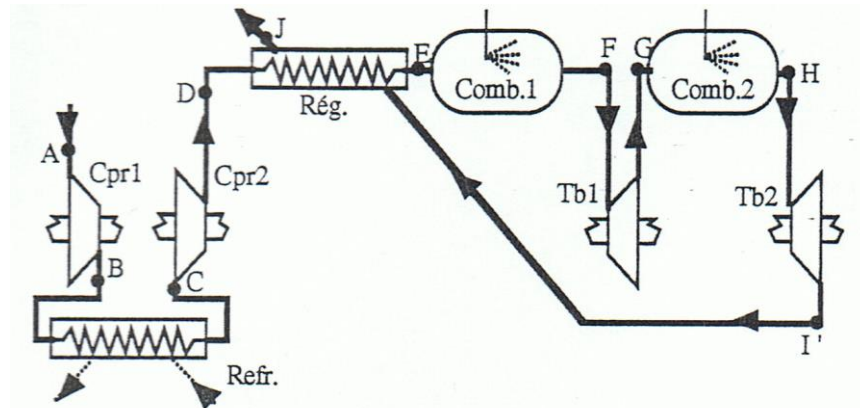
- Pendant la compression le rapport des capacités thermiques de l'air est égal à 1,4 et la capacité thermique massique à pression constante est de 1,003 kJ/(kg K).
- Pendant la première combustion la capacité thermique massique à pression constante est de 1,106 kJ/(kg K), pendant la deuxième combustion 1,159 kJ/(kg K).

## Séance TD n°8 : turbines à gaz et turboréacteurs

- Pendant la détente le rapport des capacités thermiques de l'air est égal à 1,33 et la capacité thermique massique à pression constante est de 1,159 kJ/(kg K).

Déterminez pour une turbine à gaz sans régénérateur

- a) Le schéma de la turbine à gaz en indiquant les températures et pressions connues.
- b) Le rapport du travail consommé par les compresseurs au travail produit par les turbines
- c) Le rendement thermique du cycle et comparer ce rendement au rendement de l'exercice 7.1).
- d) On installe maintenant un régénérateur avant la première chambre de combustion réchauffant l'air entrant dans la première chambre de combustion.



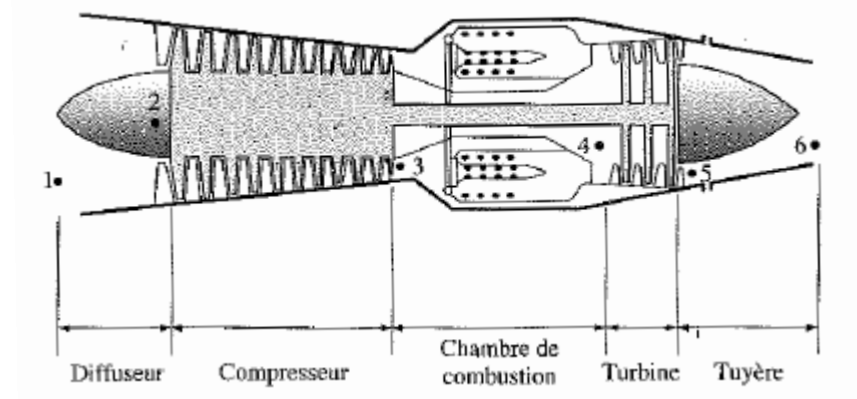
La seule chaleur ou travail qui change est la chaleur massique de la première chambre de combustion. Recalculer le rendement et le comparer au rendement de l'exercice 8.1) ainsi qu'au rendement maximal, le rendement de Carnot (à calculer avec la plus basse et la plus haute température).

- La capacité thermique massique à pression constante pendant la première combustion est maintenant 1,159 kJ/(kg K).

### 8.3) Turboréacteur d'avion

Un turboréacteur fonctionne comme une turbine à gaz :

- 2→3 : L'air est comprimé (adiabatique et quasistatique) dans un compresseur.
- 3→4 : L'air est brûlé dans la chambre de combustion avec le combustible.
- 4→5 : Les gaz brûlés sont détendus (adiabatique et quasistatique) dans une turbine.



Par contre, le but de ces deux machines est différent : la turbine de la turbine à gaz entraîne le compresseur **et doit produire un travail mécanique** (souvent transformé en travail électrique par un générateur électrique).

La turbine du turboréacteur ne sert qu'à entraîner le compresseur, elle ne produit pas de travail mécanique supplémentaire. Le but du turboréacteur est d'augmenter la vitesse des gaz sortant de la tuyère afin d'obtenir une **poussée suffisante** pour faire voler l'avion.

Un avion, propulsé par un turboréacteur, vole à une altitude où la pression est de 0,35 bar et la température de l'air extérieur de  $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$ . La vitesse de l'avion est de 936 km/h. Le débit d'air à l'entrée du compresseur est de 45 kg/s, la température de  $-6,3\text{ }^{\circ}\text{C}$  et la pression de 0,561 bar. Le rapport de pression dans le compresseur est de 10. La température des gaz chauds à l'entrée de la turbine est de  $1100\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Déterminez

- a) La pression et la température après le compresseur.
- b) La température et la pression après la turbine.
- c) La puissance mécanique du compresseur.

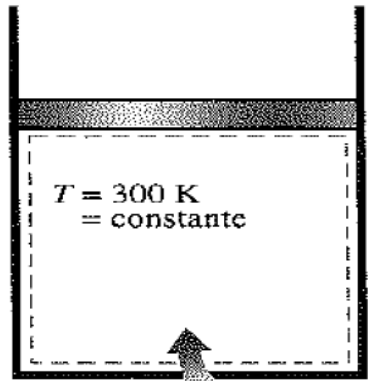
On prendra pour le rapport des capacités thermiques de l'air 1,4 pour toutes les transformations thermodynamiques et un  $c_p$  égal à  $1,14\text{ kJ}/(\text{kg K})$ .



TD n°9 : entropie (I),  
entropie d'échange, entropie créée

9.1) La création d'entropie durant un chauffage isotherme

Soit un mélange liquide-vapeur d'eau à 300 K maintenu dans un cylindre. Durant l'évolution isotherme, 750 kJ de chaleur sont transmis à l'eau à partir de l'environnement (350 K) avec le but d'évaporer l'eau liquide. L'entropie du système augmente dû à l'évaporation de l'eau liquide du mélange liquide-vapeur.



$$Q = 750 \text{ kJ}$$

- Déterminez l'entropie d'échange.
- Sachant que l'entropie du système piston-cylindre augmente de 2,5 kJ/K, déterminer l'entropie créée.

9.2) La création d'entropie durant un refroidissement isotherme

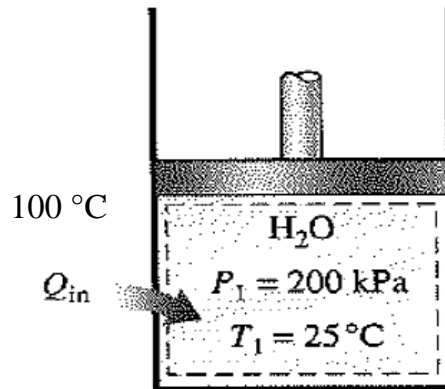
Soit un mélange d'eau liquide et de vapeur à 100°C. Durant une évolution isotherme, 600 kJ de chaleur sont transmis au milieu extérieur à 25°C. L'entropie du système diminue dû à la condensation de la vapeur d'eau du mélange liquide-vapeur. Déterminez :

- L'entropie d'échange.
- Sachant que l'entropie du système eau + vapeur diminue de 1,61 kJ/K, déterminer l'entropie créée lors de cette transformation.

### 9.3) Variation d'entropie durant un chauffage isobare

Soit un système piston-cylindre contenant 2 kg d'eau liquide ( $c_p = 4,18 \text{ kJ}/(\text{kg K})$ ) à 200kPa et à 25°C. On transmet au système 553 kJ de chaleur à volume constant.

- Déterminer la température de l'eau liquide après l'introduction de la chaleur.
- Déterminer l'augmentation d'entropie de l'eau au cours de l'évolution dû à l'apport de chaleur.
- Déterminer l'entropie créée lors du transfert de chaleur si la source est à 100°C.



### 9.4) Différentes manières de chauffer de l'eau

- On met 1 kg d'eau liquide prise à 0°C en contact avec une source de chaleur à 100°C.
  - Quand l'eau a atteint 100°C, quelle quantité de chaleur a été apportée à l'eau ?
  - Quelle a été l'entropie d'échange ?
  - Comment a varié l'entropie de l'eau ?
  - Quelle a été l'entropie créée par cette opération ?
- Si l'on avait porté l'eau de 0 à 100°C, d'abord en la mettant au contact d'une source à 50 °C, puis une source à 100°C. Quelle aurait été l'entropie créée ?
- Expliquer, en généralisant, comment on aurait pu chauffer l'eau de 0 à 100°C, presque sans créer d'entropie.

Données :  $c_{\text{eau}} = 4,18 \text{ kJ}/(\text{kg K})$

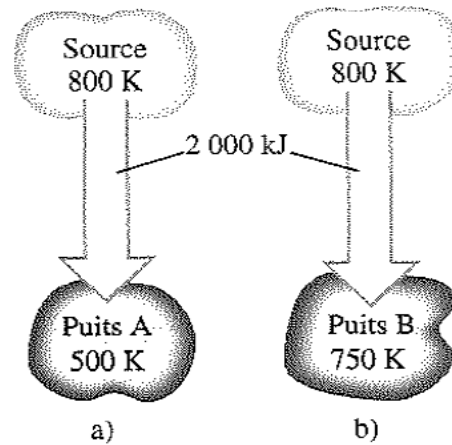
### 9.5) Création d'entropie durant une évolution isotherme avec transmission de chaleur

Soit une source à 800 K qui cède 2000 kJ de chaleur à un puits à 500 K ou 750 K.

On veut évaluer la création d'entropie associée à ce transfert de chaleur, indépendamment des variations d'entropie de la source et du puits.

Pour cela, on pourra faire le bilan d'entropie des trois manières suivantes :

1. En supposant que l'échange de chaleur a lieu à travers un système fictif situé entre la source et le puits. On peut alors raisonner en puissance ou en énergie.
2. En considérant la source -par exemple- comme système et en supposant que sa capacité calorifique  $C$  est très élevée, de telle sorte que sa variation de température soit très faible.
3. En considérant un système constitué de la source et du puits, avec de nouveau des capacités thermiques très élevées.



### TD n°10 : entropie (II)

#### 10.1) Passage du courant électrique dans une résistance

Une résistance de 25 ohms, prise à la température initiale de 27 °C, a une masse de 8 g ; elle constituée d'un métal dont la capacité thermique massique est de  $0,81 \text{ J K}^{-1} \text{ g}^{-1}$ . Pour les deux cas suivants, elle sera parcourue pendant 2 secondes par un courant de 10 ampères. Faire le bilan d'entropie dans les deux cas suivants :

- Premier cas : La résistance est disposée à l'air libre ( $\theta = 27 \text{ °C}$ ). Sa température n'augmente pas car la chaleur est évacuée vers le milieu extérieur.
- Deuxième cas : La résistance est thermiquement isolée. Le travail électrique se traduit par une augmentation de l'enthalpie de la résistance.

#### 10.2) Évolution adiabatique (Variation d'entropie d'un solide, d'un liquide et pendant un changement de phase)

Dans un récipient bien calorifugé, contenant 5 kg d'eau à 30 °C, on introduit 1 kg de glace à -10 °C. Déterminer la température finale. Lorsque l'équilibre est atteint, déterminer la création d'entropie.

*Chaleur latente massique de la fusion de la glace :  $333 \text{ J g}^{-1}$*

*Capacité thermique massique de la glace :  $2,01 \text{ J K}^{-1} \text{ g}^{-1}$*

*Capacité thermique massique de l'eau liquide :  $4,18 \text{ J K}^{-1} \text{ g}^{-1}$*

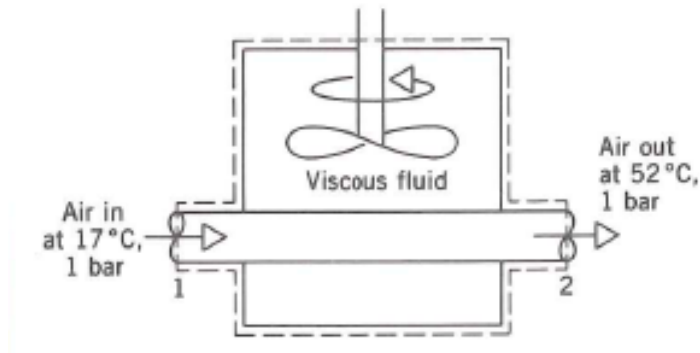
#### 10.3) Évolution vers l'équilibre

Deux blocs de fer dans un récipient bien calorifugé, de même capacité thermique C ont initialement les températures initiales  $T_0$  et  $T'_0$ . On les met en contact thermique ; au cours de l'évolution, leurs températures respectives évoluent progressivement et sont notées T et T'.

- Calculer la création d'entropie depuis l'instant initial jusqu'à un instant quelconque de l'évolution, en fonction des seules grandeurs C, T,  $T_0$  et  $T'_0$ .
- L'évolution sera achevée lorsque la quantité d'entropie créée sera aussi grande que possible. Démontrer que, à ce moment,  $T' = T$ .

### 10.4) Création d'entropie pendant le réchauffement de l'air à l'aide d'un agitateur

Un débit d'air de 32,1 kg/s doit être chauffé de 17°C à 52°C entre l'entrée et la sortie d'un tube. La pression reste constante à 1 bar. La capacité thermique massique à pression constante de l'air est de 1,005 kJ/(kg·K). La température de l'air augmente parce qu'un fluide visqueux (qui se trouve autour du tube dans lequel circule l'air) est remué par un agitateur. Dans tout ce qui suit, on suppose que le fluide visqueux reste à température constante (son entropie ne change pas).



Les limites du système (en traits discontinus dans la figure) sont adiabatiques. On considère un intervalle de temps d'une seconde. Déterminez :

- l'entropie apportée par le travail mécanique de l'agitateur,
- la variation d'entropie de l'air (en kJ/K) en une seconde,
- la quantité d'entropie créée  $\Delta\sigma$  (à l'aide d'un bilan d'entropie au niveau des limites du système).