

Thermodynamique = science de l'**énergie**...
...et des **états de la matière**.

Sommaire du chapitre 1

- 1.1. Systèmes thermodynamiques.
- 1.2. Variables et fonctions d'état : température, pression.
- 1.3. Equations d'état.
- 1.4. Transformations thermodynamiques.
- 1.5. Coefficients thermoélastiques.

On ne parle donc **pas d'énergie** dans ce **premier chapitre**.

1.1. Systèmes thermodynamiques

1.1.1 Définitions

Système → En thermodynamique, on appelle système la **quantité de matière étudiée**. Celle-ci peut-être exprimée en **moles** ou en **kg (masse)**.

On oppose le système au **milieu extérieur**... où se trouve toute la matière qui n'appartient pas au système.

Système ouvert → Un système ouvert peut **échanger de la matière et de l'énergie** avec le milieu extérieur.

Système fermé → Un système fermé **n'échange que de l'énergie** avec le milieu extérieur.

Système isolé → Un système isolé **n'échange ni matière, ni énergie** avec le milieu extérieur.

Cas particulier *important* → Les **systèmes avec transvasement** sont des systèmes ouverts d'où **rentre et sort en permanence la même quantité de matière**.

1.1. Systèmes thermodynamiques

Système → En thermodynamique, on appelle système la quantité de matière étudiée. Celle-ci peut-être mesurée en mole(s) ou en kg (masse).

On oppose le système au **milieu extérieur**... où se trouve toute la matière qui n'appartient pas au système.

Système ouvert → Un système ouvert peut échanger de la matière et de l'énergie avec le milieu extérieur.

Système fermé → Un système fermé n'échange que de l'énergie avec le milieu extérieur.

Système isolé → Un système isolé n'échange ni matière, ni énergie avec le milieu extérieur.

Cas particulier important → Les systèmes avec **transvasement** sont des systèmes ouverts d'où rentre et sort en permanence la même quantité de matière.

1.1.2 En complément...

Remarque 1. Le système est souvent délimité par une paroi fictive ou réelle... Cette paroi ne fait pas partie du système !

Remarque 2. En thermodynamique classique, on ne considère que des systèmes **homogènes**... ou **sinon**, des systèmes que l'on peut décomposer en sous-systèmes homogènes.

1.1. Systèmes thermodynamiques

1.1.1 Définitions

Quelques exemples de système → ouvert, fermé, ou isolé ?



Vase Deware (calorimètre)
→ Système isolé



Radiateur
→ Système ouvert (avec transvasement)



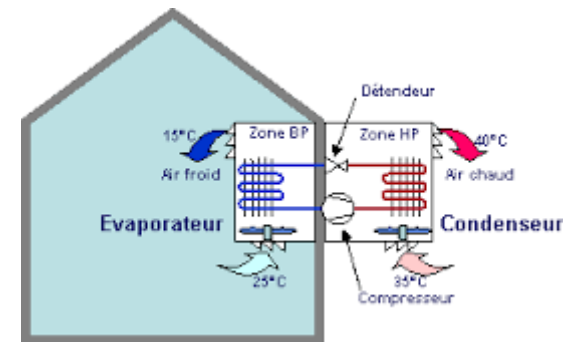
Radiateur électrique
→ Système fermé



Compresseur d'air
→ Système ouvert (\pm avec transvasement)



Cocotte-minute (soupape fermée)
→ Système fermé



Climatisation
→ Système \pm fermé (ça dépend du point de vue)

→ 1.6

1.2. Variables et fonctions d'état

1.2.1 Hypothèse générale de la thermodynamique classique

Il est possible de définir toutes les propriétés (l'état) de la matière à partir d'un nombre fini de **variables macroscopiques** que l'on appelle les **variables d'état**.

→ Une fois que l'on connaît un nombre suffisant de variables d'état, les autres propriétés de la matière -énergie comprise- deviennent des **fonctions d'état**.

1.2.2 Variables **intensives** et **extensives**

Une variable (d'état) intensive est indépendante de la taille du système, c'est-à-dire de la quantité de matière : **la température, la pression, la masse volumique...** sont des exemples de **variables intensives** → elles ne **varient pas** si on **ajoute** ou **retire** de la **matière** au système.

Une variable extensive voit sa valeur varier avec la taille du système : **le volume, les dimensions, ou l'énergie** sont des exemples de variables extensives → elles **dépendent** de la **quantité de matière** dans le système.

Remarque : la **quantité de matière**, exprimée en mole ou en masse n'est **pas** une variable d'état...

1.2. Variables et fonctions d'état

1.2.2 Variables **intensives** et **extensives**

Une variable (d'état) intensive est indépendante de la taille du système, c'est-à-dire de la quantité de matière : **la température, la pression, la masse molaire...** sont des exemples de **variables intensives** → elles ne **varient pas** si on **ajoute** ou **retire** de la **matière** au système.

Une variable extensive voit sa valeur varier proportionnellement à la taille du système : **le volume, les dimensions**, ou **l'énergie** sont des exemples de variables extensives → elles **dépendent** de la **quantité de matière** dans le système.

Remarque : la **quantité de matière**, exprimée en mole ou en masse n'est **pas** une variable d'état... .

Exemples et notations.

La charge électrique, q ?	→ variable <i>extensive</i> .
Le volume molaire, v ?	→ variable <i>intensive</i> .
Le volume massique, v ?	→ variable <i>intensive</i> .
Le débit massique, \dot{m} (ou Q_m) ?	→ variable <i>extensive</i> .
Le débit volumique, \dot{V} (ou Q_V) ?	→ variable <i>extensive</i> .
Le travail, W ?	→ variable <i>extensive</i> .
La puissance, \dot{W} ?	→ variable <i>extensive</i> .
La concentration, C ?	→ variable <i>intensive</i> .

1.2. Variables et fonctions d'état

1.2.3 Règle des phases de Gibbs

Définition : la **variance** v d'un système est définie par le **nombre de variables intensives indépendantes** qui caractérisent son équilibre.

La **variance** v vaut par exemple 2 pour un système homogène monophasique composé d'une seule espèce chimique, les deux variables d'état sont la **pression** et la **température**.

Par exemple : on **peut complètement caractériser** un kg ou une mole de **vapeur d'eau** si on connaît sa **pression** et sa **température**.

Mais : si on dispose d'un mélange de **vapeur d'eau** et d'**eau liquide** à l'équilibre thermodynamique, **la pression et la température sont liées** ($p = 1 \text{ bar} \leftrightarrow T = 100^\circ\text{C}$). La variance ne vaut alors plus que 1.

La **règle des phases de Gibbs** ou relation de Gibbs donne la **variance** v d'un système thermodynamique à l'**équilibre**. Dans le cas le plus courant, elle s'écrit :

$$v = c + 2 - \varphi$$

Où c représente le nombre de corps purs en présence et φ le nombre de phases. Le 2 qui apparaît dans l'équation est lié aux variables **température** et **pression**.

[→ Relation entre les dérivées](#)

1.2. Variables et fonctions d'état

1.2.3 Règle des phases de Gibbs

La **règle des phases de Gibbs** ou relation de Gibbs donne la **variance** v d'un système thermodynamique à l'équilibre. Dans le cas le plus courant, elle s'écrit :

$$v = c + 2 - \varphi$$

Où c représente le nombre de corps purs en présence et φ le nombre de phases. Le 2 qui apparaît dans l'équation est lié aux variables température et pression.

La **variance** v d'un système est définie par le **nombre de variables intensives indépendantes** qui caractérisent son équilibre.

1.2.4 Application de la règle des phases de Gibbs

Combien faut-il de **variables intensives indépendantes** pour caractériser l'équilibre :

- d'une mole d'oxygène ?

$c = 1$; $\varphi = 1 \rightarrow$ **2 variables** $\rightarrow T, p$ (ou v).

- d'un mélange eau/glace ? (ou eau/vapeur)

$c = 1$; $\varphi = 2 \rightarrow$ **1 variable** $\rightarrow T$ ou p .

- d'un mélange eau/alcool ?

$c = 2$; $\varphi = 1 \rightarrow$ **3 variables** $\rightarrow T, p, C_{\text{alcool}}$ (concentration en alcool).

$c = 2$; $\varphi = 2 \rightarrow$ **2 variables** parmi T, p, C_{alcool}

1.2. Variables et fonctions d'état

1.2.4 Application de la règle des phases de Gibbs

Combien faut-il de variables intensives indépendantes pour caractériser l'équilibre :

- d'un mélange eau/alcool ?

Domaine liquide → $c = 2$; $\varphi = 1$ → **3 variables** → T , p , C_{alcool} (concentration en alcool).

Domaine gaz/liquide → $c = 2$; $\varphi = 2$ → **2 variables** parmi T , p , C_{alcool}

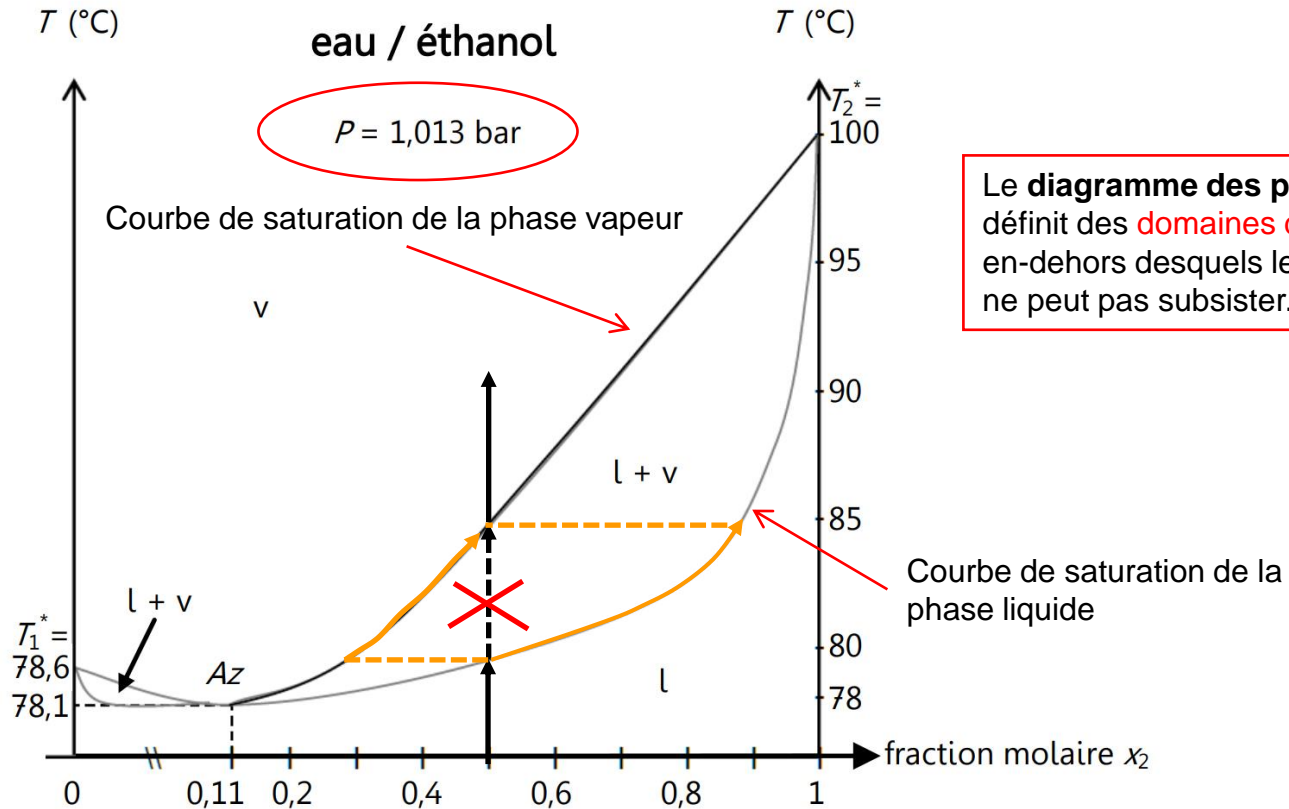


Figure : **diagramme des phases** à pression constante (1 bar) d'un mélange eau/alcool

1.3. Equations d'état

1.3.1 Définition et exemples

Les équations d'état (ou lois d'état) sont des relations entre les variables d'état d'un système.

Exemple : la règle des phases de Gibbs nous dit que l'état d'une mole de gaz mono-composant est complètement déterminé par **deux** des variables T , p ou v → l'équation d'état d'un gaz permet donc d'exprimer **l'une (n'importe laquelle) de ces 3 variables** en fonction des **2 autres**.

Généralités sur les équations d'état :

1. Il existe plusieurs (types d')équations d'état.
2. On peut les écrire sous forme intensive ou extensive.
3. Elles résultent généralement de l'expérience et de l'observation.
4. La thermodynamique classique ne permet pas d'établir les équations d'état, elle les utilise pour en déduire des propriétés du système (ex : coeff. thermoélastiques).

Deux équations d'état applicables aux gaz :

1. Equation des gaz parfaits

Formes *intensives* → $p v = R T$
Formes *extensives* → $p V = n R T$

Formes molaires

ou bien
ou bien

$p = \rho R T$
 $p V = m r T$

Formes massiques

2. Equation de van der Waals

$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = R T$ ou bien $\left(p + \frac{n^2 a}{V^2}\right)(V - n b) = n R T$

1.3. Equations d'état

1.3.1 Définition et exemples

Les équations d'état (ou lois d'état) sont des relations entre les variables d'état d'un système.

Exemple. La règle des phases de Gibbs nous dit que l'état d'une mole de gaz est complètement déterminé par deux des variables p , v ou T → l'équation d'état d'un gaz permet donc d'exprimer l'une (n'importe laquelle) de ces 3 variables en fonction des 2 autres.

Généralités sur les équations d'état.

1. Il existe plusieurs (types d') équations d'état.
2. On peut les écrire sous forme intensive ou extensive.
3. Elles résultent généralement de l'expérience et de l'observation.
4. La thermodynamique classique ne permet pas d'établir l'équation d'état, elle l'utilise pour en déduire des propriétés du système (ex : coeff. thermoélastiques).

Deux équations d'état applicables aux gaz :

1. Equation des gaz parfaits

Formes *intensives* → $p v = R T$ ou bien $p = \rho r T$

Formes *extensives* → $p V = n R T$ ou bien $p V = m r T$

2. Equation de van der Waals

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = R T \quad \text{ou bien} \quad \left(p + \frac{n^2 a}{V^2}\right)(V - n b) = n R T$$

! Attentions aux unités !

Température en *Kelvin*.

Pression en *Pascal*.

Volume en m^3 .

→ R s'exprime en $J/mole/K$

• Unités de R et r ?

→ r en $J/kg/K$



→ 1.6

1.3. Equations d'état

1.3.2 Equation des gaz parfaits

Comment passer d'une forme à l'autre de l'équation des gaz parfaits ?

Le plus souvent, on exprime l'équation des gaz parfait sous sa forme **extensive molaire** :
 $pV = nRT$

...avec $R = 8,314 \text{ J/mole/K}$ – R est la **constante universelle des gaz parfaits**.

On passe très facilement de la forme **extensive** à la forme **intensive** en **divisant par n** :

$$p \frac{V}{n} = RT \rightarrow pv = RT$$

Et pour passer de la forme molaire à la forme massique :

$$pV = nRT = nM \frac{R}{M} T \rightarrow pV = mrT$$

...avec M la masse molaire (attention à bien l'exprimer en kg) et r la **constante spécifique des gaz parfaits** en J/kg/K. On la qualifie de **spécifique** car sa valeur dépend de l'**espèce chimique**.

Dans le cas de l'air : $r = 8,314/29/10^{-3} = 286,7 \text{ J/kg/K}$.

Et il existe **deux formes intensives massiques** : $pv = rT$ **et** $p = \rho rT$

1.3. Equations d'état

1.3.2 Equation des gaz parfaits

Formes équivalentes →

$$pv = RT$$

$$p = \rho rT \text{ ou } pv = rT$$

$$pV = nRT$$

$$pV = mrT$$

Formes intensives

Formes extensives

Le modèle des gaz parfaits est issu d'observations expérimentales. C'est une synthèse de différentes propriétés ou lois antérieures :

1. La loi de Boyle-Mariotte (≈1650)

$$p_1 v_1 = p_2 v_2 = f(T)$$

2. La loi de Charles (1746-1823)

$$\frac{v_1}{T_1} = \frac{v_2}{T_2} = f(p)$$

3. La loi de Gay-Lussac (1778-1850)

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = f(v)$$

4. La loi d'Avogadro (1776-1856)

$$v = f(p, T)$$

Le modèle des gaz parfaits est donc un postulat de la thermodynamique classique... validé plus tard par la physique et la thermodynamique statistique.

1.3. Equations d'état

1.3.2 Equation des gaz parfaits

Le modèle des gaz parfaits rend compte du comportement vers lequel tous les gaz tendent **en l'absence d'interaction entre les molécules**.

→ Par conséquent, **les autres équations d'état applicables aux gaz doivent tendre vers l'équation des gaz parfaits lorsque...**

1.3. Equations d'état

1.3.2 Equation des gaz parfaits

Le modèle des gaz parfaits rend compte du comportement vers lequel tous les gaz tendent **en l'absence d'interaction entre les molécules**.

→ Par conséquent, les autres équations d'état applicables aux gaz doivent tendre vers l'équation des gaz parfaits lorsque **la pression devient nulle**.

Par exemple, dans le cas de l'équation de van der Waals :

Equation de van der Waals	→	$\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$	Terme de cohésion (constant)
Equation des gaz parfaits	→	$Pv = RT$	Covolume molaire (constant)

$$\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = Pv - \cancel{bP} + \cancel{\frac{a}{v}} - \cancel{\frac{ab}{v^2}} = RT$$

→ On retrouve bien le comportement des gaz parfaits lorsque **P tend vers 0 !**
(... et lorsque v tend vers l'infini...)

→ [Coefficients thermoélastiques](#)

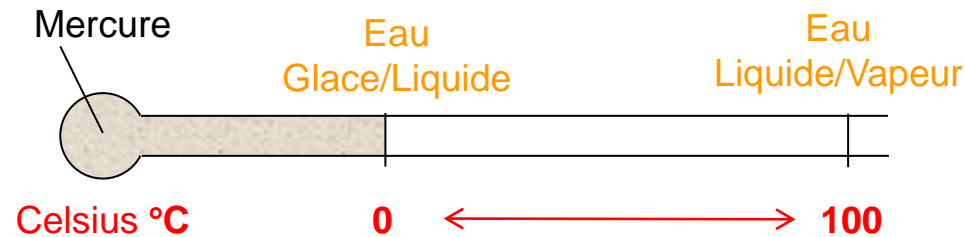
1.3. Equations d'état

1.3.3 La température

La température est au départ une notion d'origine sensorielle.

Lorsqu'on a voulu la mesurer, on s'est d'abord basé sur les **propriétés de la matière**,

1. ... pour établir des **points de référence** → fusion et ébullition de l'eau.
2. ... pour estimer la température entre ces points → dilatation d'un liquide.



Fahrenheit °F 32 ← → 212

$$T(^{\circ}F) = 32 + 1,8 \times T(^{\circ}C)$$

0°F → Solidification d'un mélange de chlorure d'ammonium et d'eau (...ou température la plus basse à Gdansk -Dantzig- pendant l'hiver 1708/1709)

100°F → Température du sang de cheval (température approximative du corps humain).

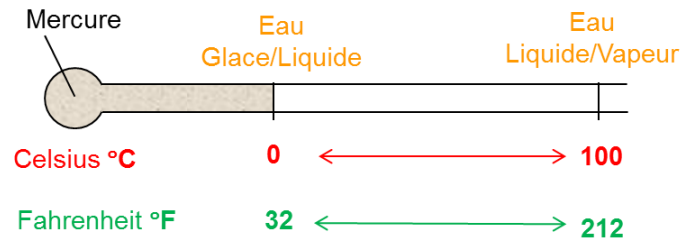
1.3. Equations d'état

1.3.3 La température

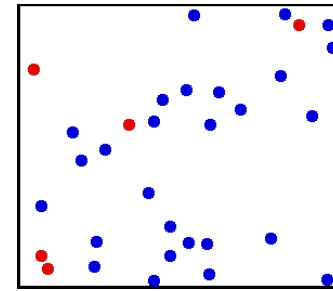
La température est au départ une notion d'origine sensorielle.

Lorsqu'on a voulu la mesurer, on s'est d'abord basé sur les **propriétés de la matière** :

1. ... pour établir des points de référence → fusion et ébullition de l'eau.
2. ... pour estimer la température entre ces points → dilatation d'un liquide.



$$T(^{\circ}F) = 32 + 1,8 \times T(^{\circ}C)$$



3. ... **physiquement**, la température correspond à l'**énergie cinétique** des atomes et molécules (cf. **thermodynamique statistique**).
4. ... **thermodynamiquement**, les différences de température sont à l'origine du **transfert de chaleur** (d'énergie calorifique) entre deux systèmes.

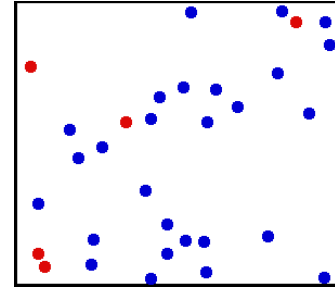
2 systèmes sont en équilibre thermique s'ils sont à la même température.

→ c'est le principe 0 de la thermodynamique.

Un système isolé thermiquement du milieu l'extérieur est dit **adiabatique**.

Un système dont la température est constante est dit **isotherme**.

1.3. Equations d'état



1.3.3 La température

La température est au départ une notion d'origine sensorielle.

Lorsqu'on a voulu la mesurer, on s'est d'abord basé sur les **propriétés de la matière** :

1. ... pour établir des points de référence → fusion et ébullition de l'eau.
2. ... pour estimer la température entre ces points → dilatation d'un liquide.
3. ... physiquement, la température correspond à l'énergie cinétique des atomes et molécules (cf. thermodynamique statistique).
4. ... thermodynamiquement, les différences de température sont à l'origine du transfert de chaleur (d'énergie calorifique) entre deux systèmes.

2 systèmes sont en équilibre thermique s'ils sont à la même température.
(Principe 0 de la thermodynamique.)

Un système isolé thermiquement de l'extérieur est dit **adiabatique**.

Un système dont la température est constante est dit **isotherme**.

5. On **mesure toujours** la **température indirectement**. Aujourd'hui, le plus souvent avec des capteurs électriques ou électroniques comme :



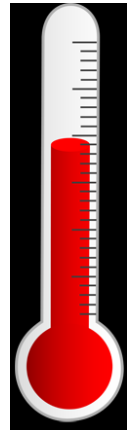
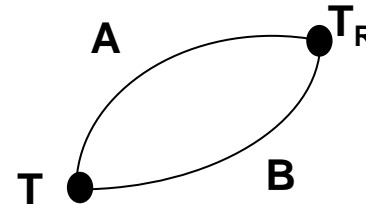
- les **thermistances** (conducteurs électriques dont la résistance varie avec la température),
- les **thermocouples**, qui génèrent une différence de potentiel,
- les **capteurs optiques** (infra-rouge...).
- ...

1.3. Equations d'état

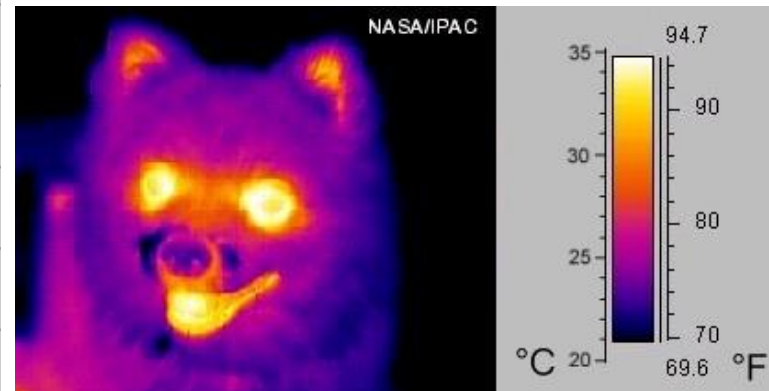
1.3.3 La température

On **mesure toujours** la **température indirectement**. Le plus souvent avec des capteurs électriques ou électroniques comme :

- les **thermistances** (composants dont la résistance varie avec la température),
- les **thermocouples**, qui génèrent une différence de potentiel,
- les **capteurs optiques** (infra-rouge...).
- ...



Thermomètre	Grandeur thermométrique
Liquide (mercure)	Longueur (L)
Thermocouple	Potentiel électrique (U)
Thermistance	Résistance électrique (Ω)
Caméra Infra-Rouge	Longueur d'onde (λ)
Gaz à volume constant	Pression (P)



1.3. Equations d'état

1.3.3 La température

Le **Kelvin** (symbole **K** ... **sans le °**) est l'unité SI de température thermodynamique... donc la seule que l'on devrait utiliser.

- **0 K** correspond au **zéro absolu**, la **température où tous les corps sont à l'état solide et où l'agitation moléculaire a complètement disparu** :
→ c'est le *troisième principe* de la thermodynamique (*entropie nulle*).
- Le deuxième point de référence est le **point triple de l'eau** à **273,16 K** (**0,01°C** et **611 Pa**).
- Une variation de température de **1 K** correspond à une variation de température de **1°C** :

$$\Delta T[^{\circ}\text{C}] = \Delta T[\text{K}]$$

- Du coup, on passe très facilement de l'échelle Celsius à l'échelle Kelvin :

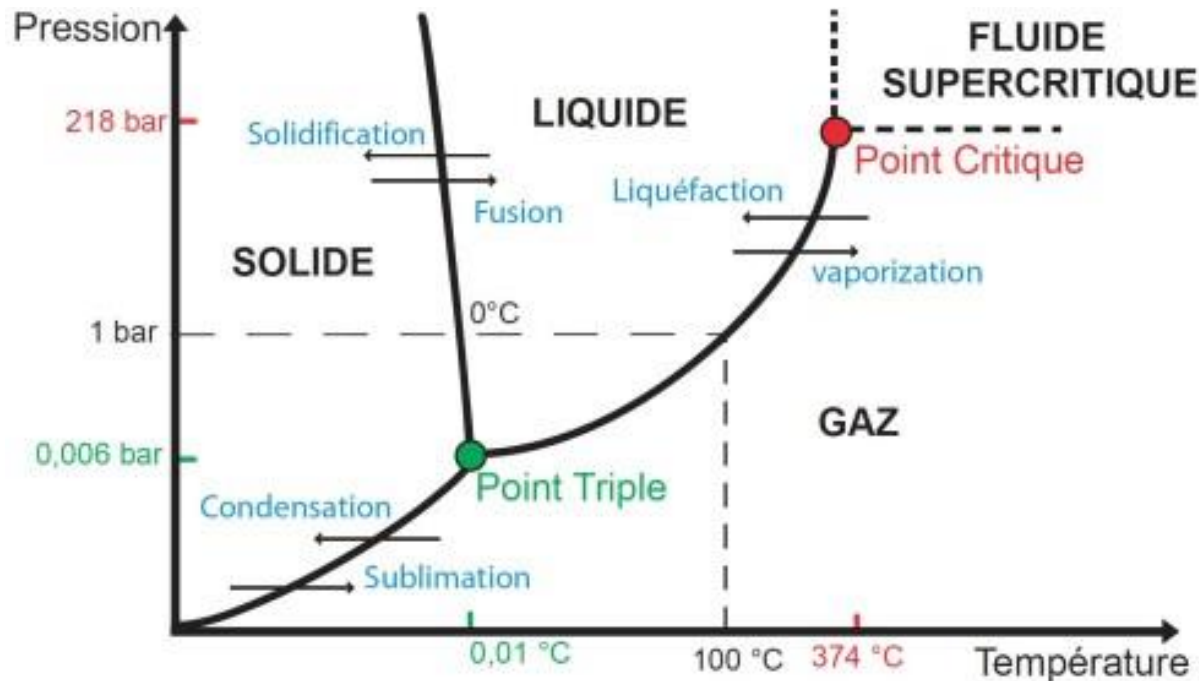
$$T[^{\circ}\text{C}] = T[\text{K}] - 273,15$$

1.3. Equations d'état

1.3.3 La température

Le **Kelvin** (symbole **K** ... **sans le °**) est l'unité SI de température thermodynamique... donc la seule que l'on devrait utiliser.

- **0 K** correspond au **zéro absolu**, la température où tous les corps sont à l'état solide et où l'agitation moléculaire a complètement disparu :
→ c'est le troisième principe de la thermodynamique (entropie nulle).
- Le deuxième point de référence est le **point triple de l'eau** à **273,16 K (0,01°C et 611 Pa)**.
- Une variation de température de **1°C** correspond à une variation de température de **1 K** :
$$\Delta T[^\circ\text{C}] = \Delta T[\text{K}]$$
- Du coup, on passe très facilement de l'échelle Celsius à l'échelle Kelvin :
$$T[^\circ\text{C}] = T[\text{K}] - 273,15$$



1.3. Equations d'état

1.3.4 La pression (rappels)

Il existe des forces **ponctuelles** (en théorie), **volumiques** (le poids), et **surfamiques** (les frottements, la pression...).

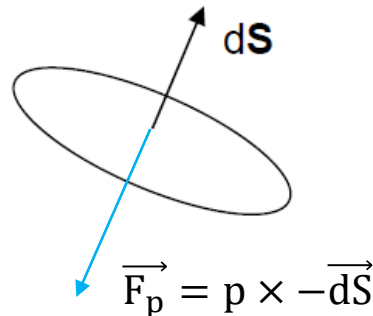
La pression est donc une force qui s'exerce par **unité de surface**.

Elle s'exprime en **N/m^2** , c'est-à-dire en Pascal (**Pa**).

Les autres unités usuelles (mais hors SI) sont

- le **bar** ($1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$).
- l'**atmosphère** ($1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$).
- La **hauteur d'une colonne de mercure** ($1 \text{ atm} = 760 \text{ mm}_{\text{Hg}}$)

La force de pression s'exerce toujours **perpendiculairement à la surface à laquelle elle s'applique** et **dans le sens opposé à la normale**.



1.3. Equations d'état

1.3.4 La pression (rappels)

Dans les **fluides au repos**, **seul le poids est à l'origine des (variations des) forces de pression**, ce qui a deux conséquences :

1. Le poids s'exerçant verticalement, **la pression est toujours uniforme dans un plan horizontal**.
2. La pression en fonction de la hauteur z et on utilise les relations suivantes :
$$dp = -\rho \cdot g \cdot dz$$
 si l'axe des z est orienté **vers le haut**,
$$dp = \rho \cdot g \cdot dz$$
 si l'axe des z est orienté **vers le bas**.

1.3. Equations d'état

1.3.4 La pression (rappels)

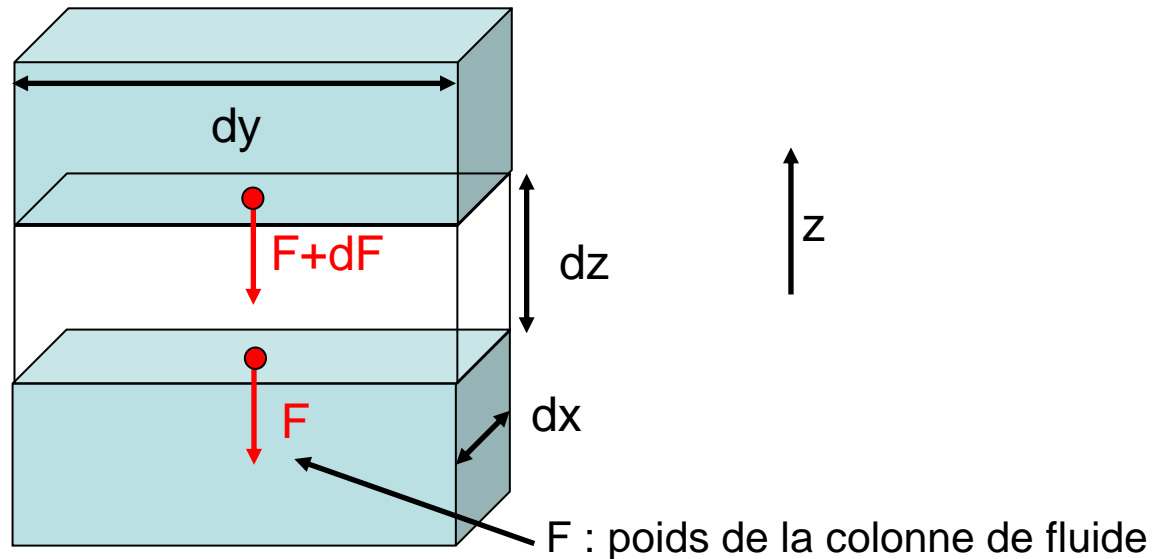
Dans les **fluides au repos**, **seul le poids est à l'origine des (variations des) forces de pression**, ce qui a deux conséquences :

1. Le poids s'exerçant verticalement, **la pression est toujours uniforme dans un plan horizontal**.
2. La pression en fonction de la hauteur z et on utilise les relations suivantes :
 $dp = -\rho \cdot g \cdot dz$ si l'axe des z est orienté **vers le haut**,
 $dp = \rho \cdot g \cdot dz$ si l'axe des z est orienté **vers le bas**.

$$dF = -\rho \cdot g \cdot dx \cdot dy \cdot dz$$

$$\frac{dF}{dx \cdot dy} = -\rho \cdot g \cdot dz$$

$$dp = -\rho \cdot g \cdot dz$$



1.3. Equations d'état

1.3.4 La pression (rappels)

Dans les **fluides au repos**, **seul le poids est à l'origine des (variations des) forces de pression**, ce qui a deux conséquences :

1. Le poids s'exerçant verticalement, **la pression est toujours uniforme dans un plan horizontal**.
2. La pression en fonction de la hauteur z et on utilise les relations suivantes :
 $dp = -\rho \cdot g \cdot dz$ si l'axe des z est orienté **vers le haut**,
 $dp = \rho \cdot g \cdot dz$ si l'axe des z est orienté **vers le bas**.
3. Equation intégrée avec **ρ constante** $p_B - p_A = -\rho g(z_B - z_A)$ avec z orienté **vers le haut**, ou $p_B - p_A = \rho g(z_B - z_A)$ si l'axe des z est orienté **vers le bas** ([exemples](#)).
4. Si le fluide est **compressible**, il faut tenir compte de la **variation de p avec z** ([exemple](#)).

La pression diminue toujours lorsqu'on s'élève dans un fluide.

La pression est parfois (et même souvent dans la vie quotidienne) exprimée en référence à la pression atmosphérique, c'est la **pression relative p_r** :

$$p_r = p - p_{\text{atm}}$$

... mais en règle générale **pour les calculs**, on utilise la **pression absolue p ou p_{abs}** .

Question : la pression d'un pneu affichée par un manomètre est-elle absolue ou relative ?

1.3. Equations d'état

1.3.4 La pression (rappels)

$$dp = -\rho \cdot g \cdot dz$$

$$dp = \rho \cdot g \cdot dz$$

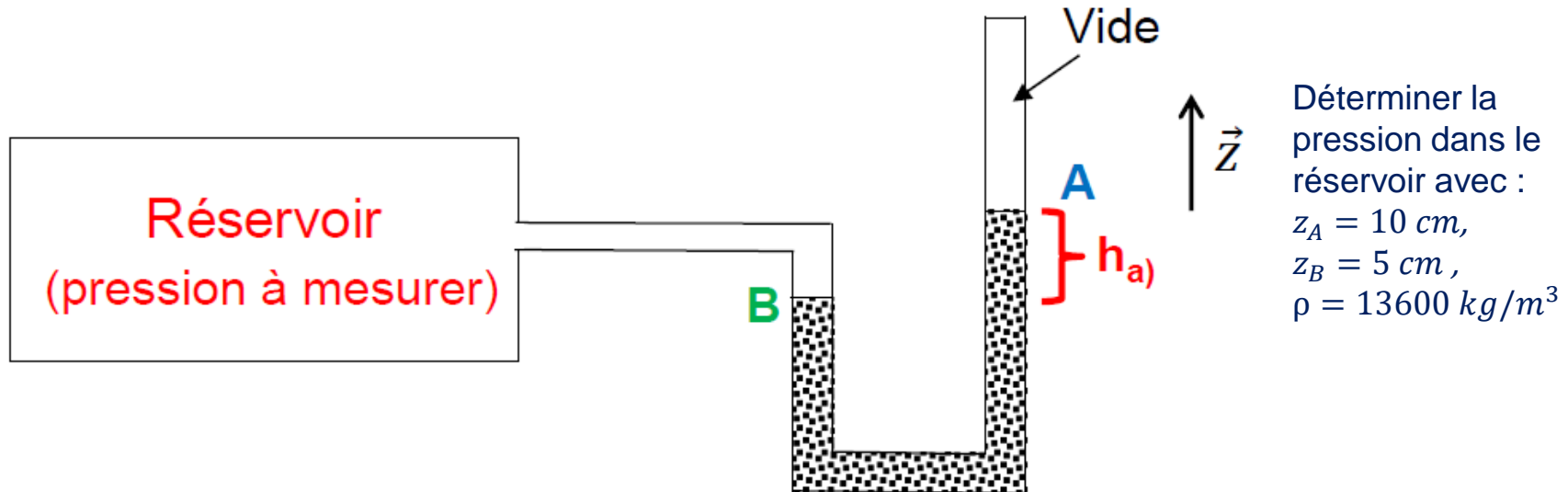
ou $p_B - p_A = -\rho g(z_B - z_A)$ si l'axe des z est orienté vers le haut,
ou $p_B - p_A = \rho g(z_B - z_A)$ si l'axe des z est orienté vers le bas.

La pression diminue toujours lorsqu'on s'élève dans un fluide.

La pression est parfois exprimée en référence à la pression atmosphérique, c'est la **pression relative** p_r :

$$p_r = p - p_{atm}$$

... mais en règle générale, on préfère utiliser la **pression absolue** p ou p_{abs} .



$$p_B = -13600 \times 9,81(0,05 - 0,1) = 6671 \text{ Pa}$$

1.3. Equations d'état

1.3.4 La pression (rappels)

$$dp = -\rho \cdot g \cdot dz$$

$$dp = \rho \cdot g \cdot dz$$

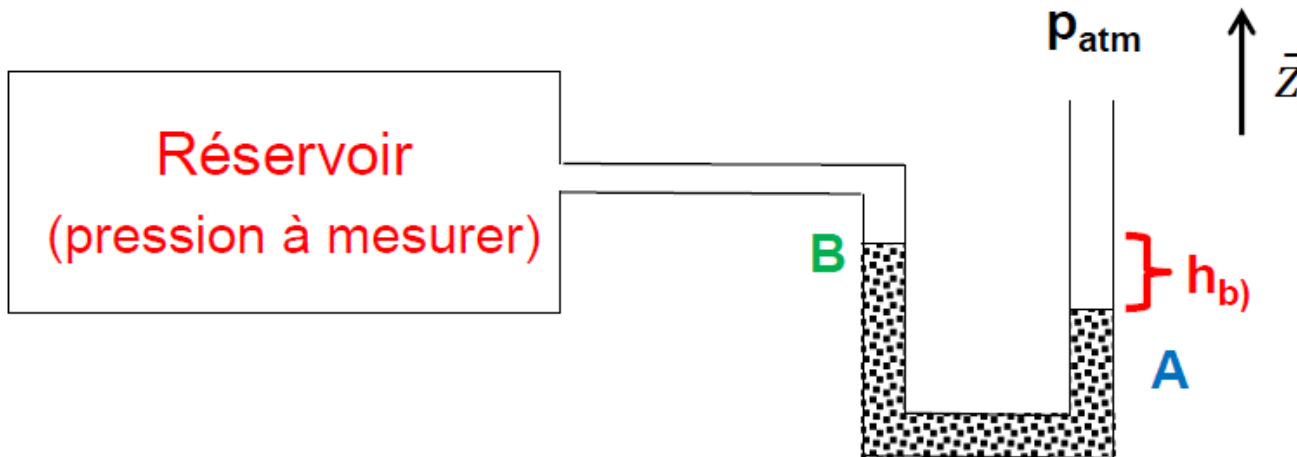
ou $p_B - p_A = -\rho g(z_B - z_A)$ si l'axe des z est orienté vers le haut,
ou $p_B - p_A = \rho g(z_B - z_A)$ si l'axe des z est orienté vers le bas.

La pression diminue toujours lorsqu'on s'élève dans un fluide.

La pression est parfois exprimée en référence à la pression atmosphérique, c'est la **pression relative** p_r :

$$p_r = p - p_{atm}$$

... mais en règle générale, on préfère utiliser la **pression absolue** p ou p_{abs} .



Déterminer la pression dans le réservoir avec :

$$z_A = 0 \text{ cm},$$

$$z_B = 5 \text{ cm},$$

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3,$$

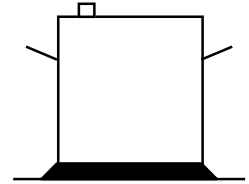
$$p_{atm} = 10^5 \text{ Pa}$$

$$p_B = 10^5 - 1000 \times 9,81(0,05 - 0,0) = 99509 \text{ Pa}$$

→ 1.6

Exercice : un récipient fermé contient de la vapeur d'eau à $T_1 = 100^\circ\text{C}$ et 2 bar.

Déterminer la pression si on porte la température à $T_2 = 125,8^\circ\text{C}$.



Loi de Gay-Lussac (1778-1850)

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1}{T_1} \cdot T_2$$

Réponse : $2 \times 10^5 \times (125,8 + 273,15) / (100 + 273,15) = 2,138 \times 10^5 \text{ Pa}$.

Exercice : on cherche à mesurer ou à estimer la hauteur de la Tour Montparnasse en utilisant un baromètre de précision.

Pour cela, on une première fois la pression atmosphérique à la base du bâtiment, et on trouve 101325 Pa.

Ensuite, on mesure la pression en haut du bâtiment et on obtient 99021 Pa.

Déduisez-en la hauteur de la tour :

- a) En supposant que la masse volumique de l'air reste constante entre le bas et le haut.
- b) En prenant en compte la variation de la masse volumique de l'air avec l'altitude.

Dans les deux cas, on supposera la température constante et égale à 25°C entre le bas et le haut de la tour.



Exercice : on cherche à mesurer ou à estimer la hauteur de la Tour Montparnasse en utilisation un baromètre de précision.

Pour cela, on une première fois la pression atmosphérique à la base du bâtiment, et on trouve 101325 Pa.

Ensuite, on mesure la pression en haut du bâtiment et on obtient 99021 Pa.

Déduisez-en la hauteur de la tour :

- a) En supposant que la masse volumique de l'air reste constante entre le bas et le haut.
- b) En prenant en compte la variation de la masse volumique de l'air avec l'altitude.

On supposera la température constante et égale à 25°C entre le bas et le haut de la tour.

Masse volumique constante :

$$p_{\text{haut}} - p_{\text{bas}} = -\rho g(z_{\text{haut}} - z_{\text{bas}}) \rightarrow h = z_{\text{haut}} - z_{\text{bas}} = -\frac{p_{\text{haut}} - p_{\text{bas}}}{\rho g}$$

$$\text{Avec } \rho = \frac{p}{rT} = \frac{p}{\frac{R}{M}T} = \frac{101325}{\frac{8,314}{0,029} \times 298} = 1,186 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \rightarrow h = -\frac{-2304}{1,186 \times 9,81} = 198 \text{ m}$$

Masse volumique variable :

$$dp = -\rho g \times dz \quad \text{ou bien} \quad dp = -\frac{p}{rT} g \times dz \rightarrow \frac{dp}{p} = -\frac{g}{rT} \times dz$$

$$\dots \text{ qui s'intègre en : } \ln(p) = -\frac{g}{rT} h + \text{Cte} \quad \text{ou bien} \quad \ln\left(\frac{p}{p_0}\right) = -\frac{g}{rT} h$$

$$\text{On en déduit : } h = -\frac{rT}{g} \ln\left(\frac{p}{p_0}\right) = -\frac{RT}{Mg} \ln\left(\frac{p}{p_0}\right) = -\frac{8,314 \times 298}{0,029 \times 9,81} \ln\left(\frac{99021}{101325}\right) = 200,3 \text{ m}$$



Exercice : on cherche à mesurer ou à estimer la hauteur de la Tour Montparnasse de précision.

Pour cela, on une première fois la pression atmosphérique à la base du bâtiment, et on trouve 101325 Pa.

Ensuite, on mesure la pression en haut du bâtiment et on obtient 99021 Pa.

Déduisez-en la hauteur de la tour :

- a) En supposant que la masse volumique de l'air reste constante entre le bas et le haut.
- b) En prenant en compte la variation de la masse volumique de l'air avec l'altitude.

On supposera la température constante et égale à 25°C entre le bas et le haut de la tour.

Masse volumique variable, retour sur l'intégration de $dp = -\frac{p}{rT} g \times dz$:

Première étape indispensable : **séparer les variables**

$$dp = -\frac{p}{rT} g \times dz \quad \rightarrow \quad \frac{dp}{p} = -\frac{g}{rT} \times dz$$

On intègre ensuite avec des **variables différentes** de part et d'autre du signe =

Première méthode : **avec les primitives**

$$\int \frac{dp}{p} = \int -\frac{g}{rT} \times dz \quad \rightarrow \quad \ln(p) = -\frac{g}{rT} z + \text{Cte} \rightarrow \text{avec } \ln(p(z=h)) = -\frac{g}{rT} h + \text{Cte} \quad \text{et } \ln(p(z=0)) = \text{Cte}$$

$$\text{On en déduit } \ln(p) - \ln(p_0) = -\frac{g}{rT} h \quad \text{ou bien } \ln\left(\frac{p}{p_0}\right) = -\frac{g}{rT} h \quad \text{en notant } p_0 = p(z=0)$$

Deuxième méthode : **avec les intégrales** (quand on connaît les bornes d'intégration)

$$\int_{p(z=0)}^{p(z=h)} \frac{dp}{p} = \int_{z=0}^{z=h} -\frac{g}{rT} \times dz \rightarrow \left[\frac{dp}{p} \right]_{p(z=0)}^{p(z=h)} = \left[-\frac{g}{rT} z \right]_{z=0}^{z=h}$$

$$\text{On en déduit } \ln(p) - \ln(p_0) = -\frac{g}{rT} h \quad \text{ou bien } \ln\left(\frac{p}{p_0}\right) = -\frac{g}{rT} h \quad \text{en notant } p_0 = p(z=0)$$



1.4. Transformations thermodynamiques

1.4.1 Equilibre(s)

L'**équilibre thermodynamique** correspond à un **état du système** pour lequel **les variables ont une valeur bien définie** et **constante au cours du temps**.

Il existe plusieurs autres types d'équilibre, moins contraignants que l'équilibre thermodynamique :

- L'**équilibre mécanique** → toutes les forces, intérieures et extérieures, sont compensées par des forces opposées et égales en valeur absolue.
- L'**équilibre thermique** → la température est constante et il n'y a pas d'échange de chaleur.
- L'**équilibre chimique** → il n'y a pas de modification de la composition chimique du système sous l'effet de réactions.
- ...

L'équilibre thermodynamique implique que les équilibres mécanique, thermique, chimique... soient réalisés simultanément.

(C'est le plus contraignant des équilibres.)

[→ Travail des forces de pression](#)

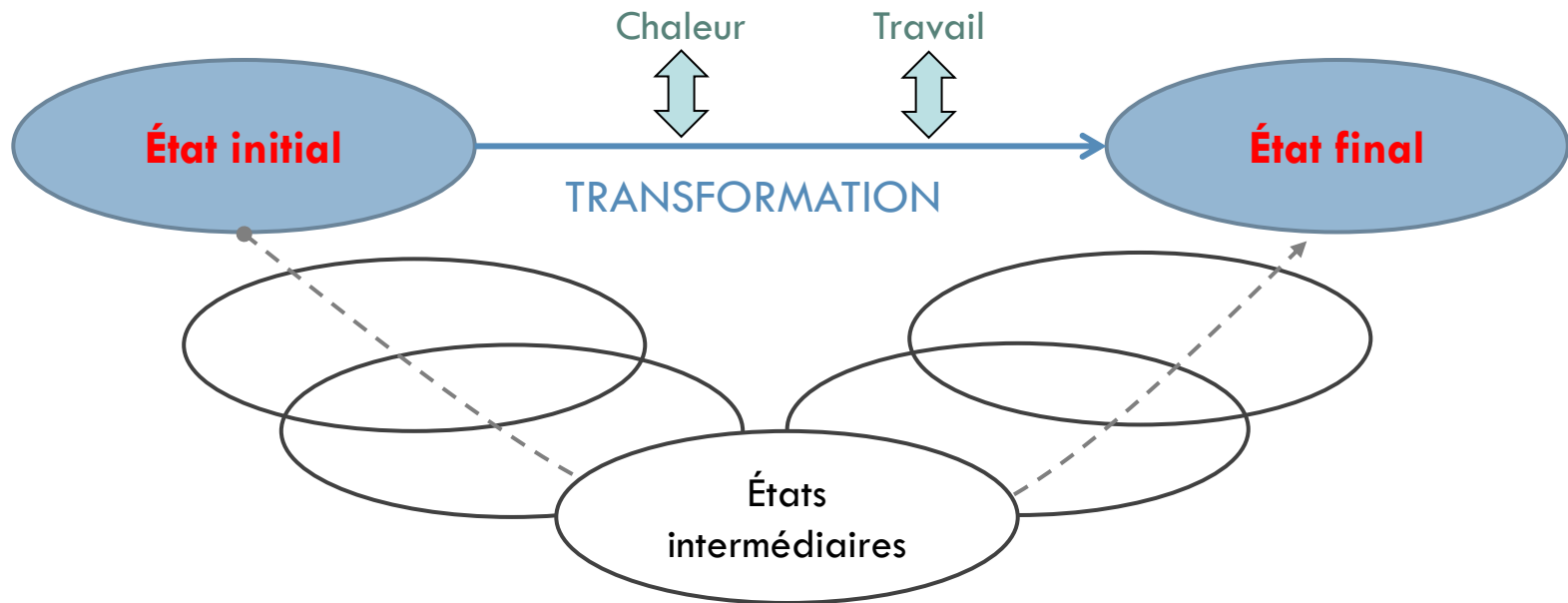
1.4. Transformations thermodynamiques

1.4.2 Définitions

En thermodynamique, une **transformation** est définie comme le **passage d'un système d'un état d'équilibre vers un autre état d'équilibre**.

Une transformation peut être provoquée par des **échanges avec le milieu extérieur** (chaleur, travail, ou matière) et/ou par une **évolution interne spontanée** (réaction chimique, échanges de chaleur internes...).

L'ensemble des états intermédiaires est appelé **chemin de transformation**.



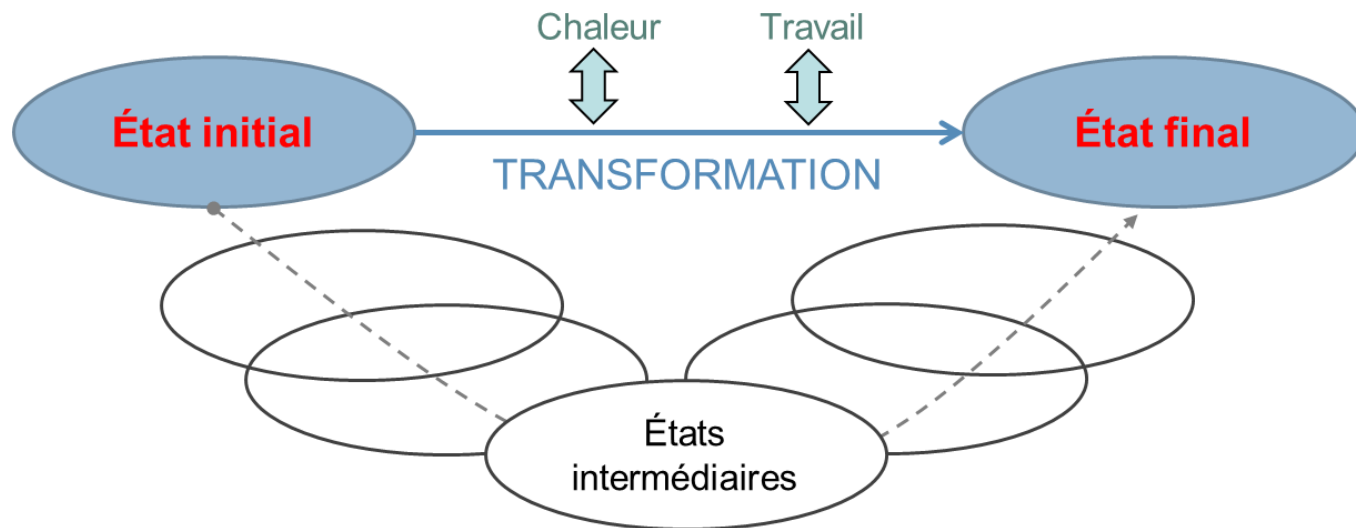
1.4. Transformations thermodynamiques

1.4.2 Définitions → transformations particulières

Transformation **quasi-statique**

Une **transformation** est dite **quasi-statique** si son **chemin de transformation** peut être considéré comme une **suite d'états d'équilibre** → c'est un **cas idéal** (donc impossible) qui permet d'utiliser l'**équation d'état** du système et de suivre l'**évolution des variables**.

Si **la transformation n'est pas quasi-statique**, il est **impossible de connaître la valeur des variables d'état** ailleurs que pour l'**état initial** et l'**état final**.



1.4. Transformations thermodynamiques

1.4.2 Définitions → autres transformations particulières

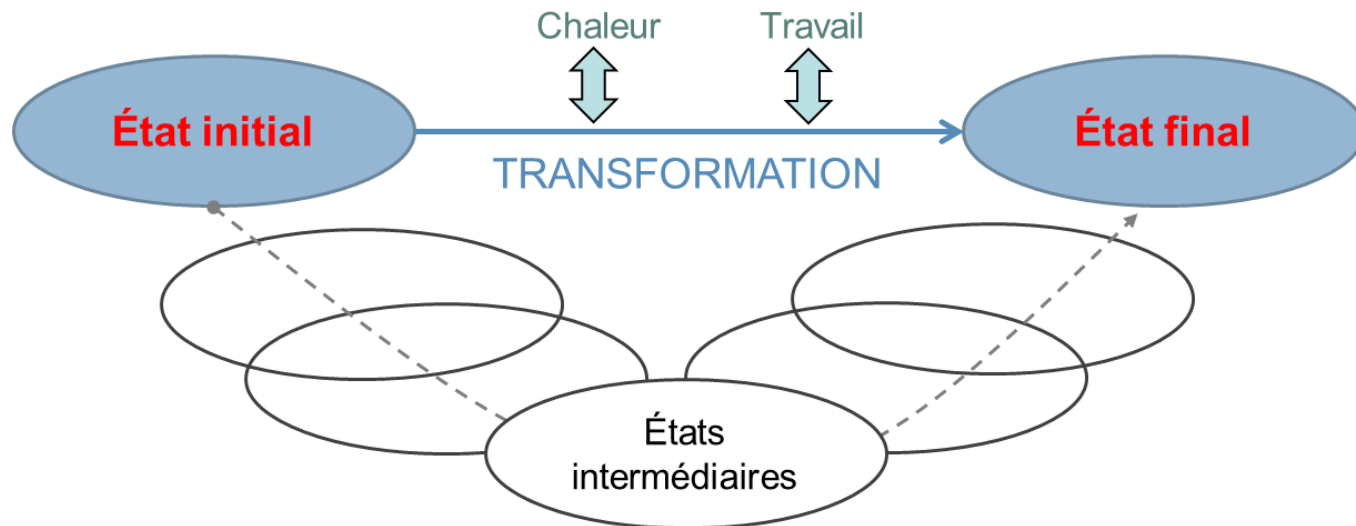
Une **transformation** est dite **isotherme** si

Une **transformation** est dite **isobare** si

Une **transformation** est dite **isochore**

Une **transformation** est dite **adiabatique** si

Enfin, une **transformation** est dite **cyclique** si



→ 2.4.1

1.4. Transformations thermodynamiques

1.4.2 Définitions → transformations particulières

Une **transformation** est dite **isotherme** si elle se **déroule** à **température constante**.

Une **transformation** est dite **isobare** si elle se **déroule** à **pression constante**.

Une **transformation** est dite **isochore** (ou **isovolume**) si elle se **déroule** à **volume constant**.

Une **transformation** est dite **adiabatique** si elle se **déroule sans échange de chaleur**.

Enfin, une **transformation** est dite **cyclique** si l'**état initial** et l'**état final** sont **identiques**.

1.4.3 Comment résoudre un problème de thermodynamique ? **Très important !!!**

Il faut passer par les étapes suivantes :

1. Définir -autant que possible- le **système**.
2. Définir -autant que possible- l'état **initial** et l'état **final**... et si nécessaire des états **intermédiaires**.
3. Définir -autant que possible- la **nature de la transformation**.
4. → Faire le point sur les équations que l'on peut utiliser.

1.4. Transformations thermodynamiques

1.4.4 Application de la loi des gaz parfaits aux fluides en mouvement

On peut facilement **adapter** la **loi des gaz parfaits** aux **flux** ou aux **circulations** de gaz, par exemple dans une **conduite**.

Il suffit de raisonner par **unité de temps**.

En **molaire** :

$$pV = nRT \quad \text{devient} \quad p\dot{V} = \dot{n}RT$$

... où \dot{V} représente le **débit volumique** en **m³/s** et \dot{n} le **débit molaire** en **mole/s**.

En **massique** :

$$pV = mrT \quad \text{devient} \quad p\dot{V} = \dot{m}rT$$

... où \dot{V} représente le **débit volumique** en **m³/s** et \dot{m} le **débit massique** en **kg/s**.

En outre, le **débit volumique** \dot{V} , la **vitesse de l'écoulement** \dot{x} la **section de passage** **S** sont reliés par :

$$\dot{V} = \dot{x}S$$

Exercice 6 du TD1 : circulation de gaz

Un débit de 12 kg d'air par minute doit être assuré en permanence dans une installation. Il est prélevé sous la pression de 1 bar dans l'atmosphère à 20°C (section A). Un compresseur permet d'atteindre la pression de 4 bar, tandis que la température atteint 100°C (section B). Par passage dans un four, il est porté à 600°C sous pression constante (section C). L'air est enfin détendu à l'aide d'une turbine d'où il sort à la température de 450°C sous la pression atmosphérique (section D).

Les sections des conduits sont calculées de façon que la vitesse du gaz soit constante, égale à 25 m/s.

Calculer les sections en A, B, C, D.

L'air peut-être considéré comme un gaz parfait, avec $r =$

Exercice 6 du TD1 : circulation de gaz

Un débit de 12 kg d'air par minute doit être assuré en permanence dans une installation.

Il est prélevé sous la pression de 1 bar dans l'atmosphère à 20°C (section A). Un compresseur permet d'atteindre la pression de 4 bar, tandis que la température atteint 100°C (section B). Par passage dans un four, il est porté à 600°C sous pression constante (section C). L'air est enfin détendu à l'aide d'une turbine d'où il sort à la température de 450°C sous la pression atmosphérique (section D).

Les sections des conduits sont calculées de façon que la vitesse du gaz soit constante, égale à 25 m/s.

Calculer les sections en A, B, C, D. (Réponse : 67 cm², 21 cm², 50 cm² et 166 cm²)

L'air peut-être considéré comme un gaz parfait, avec $r = 287 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot (\text{kg d'air})^{-1}$.

Etat initial (A) : $\dot{m} = 12 \text{ kg/min}$ d'air à 1 bar et 20°C.

Etat (B) : $\dot{m} = 12 \text{ kg/min}$ d'air à 4 bar et 100°C.

Etat (C) : $\dot{m} = 12 \text{ kg/min}$ d'air à 4 bar et 600°C.

Etat final (D) : $\dot{m} = 12 \text{ kg/min}$ d'air à 1 bar et 450°C.

Les transformations **n'important pas** car les états A, B, C et D sont **complètement définis**.

Equations : $p\dot{V} = \dot{m}rT$, avec $\dot{V} = \dot{x}S$ dans chacun des cas $\rightarrow p\dot{x}S = \dot{m}rT \rightarrow S = \frac{\dot{m}rT}{p\dot{x}}$

1.5. Coefficients thermoélastiques

1.5.1 Définitions

Les **trois coefficients thermoélastiques** servent à exprimer la **variation de volume ou de pression** d'un corps pur (ou d'un mélange qui se comporterait comme un corps pur) lors d'une **transformation réversible**.

Ici, **transformation réversible** = **petites variations** autour d'un état d'équilibre.

Coefficient de dilatation volumique isobare → $\alpha = \frac{1}{V} \left[\frac{\partial V}{\partial T} \right]_p$ ou $\alpha = \frac{1}{v} \left[\frac{\partial v}{\partial T} \right]_p$

Coefficient de compression isochore → $\beta = \frac{1}{p} \left[\frac{\partial p}{\partial T} \right]_V$

Coefficient de compressibilité isotherme → $\chi_T = -\frac{1}{V} \left[\frac{\partial V}{\partial p} \right]_T$ ou $\chi_T = -\frac{1}{v} \left[\frac{\partial v}{\partial p} \right]_T$

Les coefficients thermoélastiques sont intimement liés à l'**existence des équations d'état** :

- On peut **déterminer l'équation d'état** à partir de la connaissance des coefficients thermoélastiques... ..en les **intégrant**.
- ... ou bien, on peut **dériver les coefficients thermoélastiques** à partir de l'équation d'état.

[→ retour](#)

1.5. Coefficients thermoélastiques

1.5.2 Exercice

Déterminer l'expression des **trois coefficients thermoélastiques** pour un **gaz parfait**.

Coefficient de dilatation volumique isobare $\rightarrow \alpha = \frac{1}{V} \left[\frac{\partial V}{\partial T} \right]_p \rightarrow \alpha = \frac{1}{T}$

Coefficient de compression isochore $\rightarrow \beta = \frac{1}{p} \left[\frac{\partial p}{\partial T} \right]_V \rightarrow \beta = \frac{1}{T}$

Coefficient de compressibilité isotherme $\rightarrow \chi_T = -\frac{1}{V} \left[\frac{\partial V}{\partial p} \right]_T \rightarrow \chi_T = \frac{1}{p}$

→ Par exemple pour trouver α :

$$pV = nRT \rightarrow V = \frac{nRT}{p} \rightarrow \left[\frac{\partial V}{\partial T} \right]_p = \frac{nR}{p} \rightarrow \alpha = \frac{1}{V} \left[\frac{\partial V}{\partial T} \right]_p = \frac{p}{nRT} \times \frac{nR}{p} = \frac{1}{T}$$

→ Par exemple pour trouver χ_T :

$$pV = nRT \rightarrow V = \frac{nRT}{p} \rightarrow \left[\frac{\partial V}{\partial p} \right]_T = \frac{-nRT}{p^2} \rightarrow \chi_T = -\frac{1}{V} \left[\frac{\partial V}{\partial p} \right]_T = -\frac{p}{nRT} \times \frac{-nRT}{p^2} = \frac{1}{p}$$

[→ Relation entre les coefficients thermoélastiques](#)

[→ 1.6](#)

1.5. Coefficients thermoélastiques

1.5.3 Relation entre les coefficients thermoélastiques

Pour un **système homogène mono-composant monophasique** (cf. la [règle des phases](#)) quel qu'il soit, l'équation d'état peut s'écrire sous la forme $f(p, V, T) = 0$ ou $f'(p, v, T) = 0$.

On en déduit que $\forall (P, V, T)$, on a : $df = \left[\frac{\partial f}{\partial p} \right]_{V,T} dP + \left[\frac{\partial f}{\partial V} \right]_{p,T} dV + \left[\frac{\partial f}{\partial T} \right]_{p,V} dT = 0$.

... et par conséquent, si **dT = 0** :

$$\left[\frac{\partial p}{\partial V} \right]_T = - \frac{\left[\frac{\partial f}{\partial V} \right]_{p,T}}{\left[\frac{\partial f}{\partial p} \right]_{V,T}}$$

... et de la même manière avec **dV = 0** puis **dP = 0** :

$$\left[\frac{\partial T}{\partial p} \right]_V = - \frac{\left[\frac{\partial f}{\partial p} \right]_{T,V}}{\left[\frac{\partial f}{\partial T} \right]_{p,V}} \quad \text{et} \quad \left[\frac{\partial V}{\partial T} \right]_p = - \frac{\left[\frac{\partial f}{\partial T} \right]_{p,V}}{\left[\frac{\partial f}{\partial V} \right]_{p,T}}$$

1.5. Coefficients thermoélastiques

1.5.3 Relation entre les coefficients thermoélastiques

Pour un système homogène monophasique quel qu'il soit, l'équation d'état peut s'écrire sous la forme $f(p, V, T) = 0$ ou $f'(p, v, T) = 0$.

On en déduit que $\forall (p, V, T)$, on a : $df = \left[\frac{\partial f}{\partial p} \right]_{V,T} dp + \left[\frac{\partial f}{\partial V} \right]_{p,T} dV + \left[\frac{\partial f}{\partial T} \right]_{p,V} dT = 0$.

... et par conséquent, si $dT = 0$:

$$\left[\frac{\partial p}{\partial V} \right]_T = - \frac{\left[\frac{\partial f}{\partial V} \right]_{p,T}}{\left[\frac{\partial f}{\partial p} \right]_{V,T}}$$

... et de la même manière avec $dV = 0$ puis $dp = 0$:

$$\left[\frac{\partial T}{\partial p} \right]_V = - \frac{\left[\frac{\partial f}{\partial p} \right]_{T,V}}{\left[\frac{\partial f}{\partial T} \right]_{p,V}} \quad \text{et} \quad \left[\frac{\partial V}{\partial T} \right]_p = - \frac{\left[\frac{\partial f}{\partial T} \right]_{p,V}}{\left[\frac{\partial f}{\partial V} \right]_{p,T}}$$

... et par conséquent :

$$\left[\frac{\partial p}{\partial V} \right]_T \times \left[\frac{\partial T}{\partial p} \right]_V \times \left[\frac{\partial V}{\partial T} \right]_p = - \frac{\left[\frac{\partial f}{\partial T} \right]_{p,V}}{\left[\frac{\partial f}{\partial V} \right]_{p,T}} \times - \frac{\left[\frac{\partial f}{\partial V} \right]_{p,T}}{\left[\frac{\partial f}{\partial p} \right]_{V,T}} \times - \frac{\left[\frac{\partial f}{\partial p} \right]_{T,V}}{\left[\frac{\partial f}{\partial T} \right]_{p,V}} = -1$$

Cette **équation cyclique** se généralise pour toute fonction $f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ telle que,

$$f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = 0 \quad \forall (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

1.5. Coefficients thermoélastiques

1.5.3 Relation entre les coefficients thermoélastiques

... et par conséquent :

$$\left[\frac{\partial p}{\partial V} \right]_T \times \left[\frac{\partial T}{\partial p} \right]_V \times \left[\frac{\partial V}{\partial T} \right]_p = - \frac{\left[\frac{\partial f}{\partial T} \right]_{p,V}}{\left[\frac{\partial f}{\partial V} \right]_{p,T}} \times - \frac{\left[\frac{\partial f}{\partial V} \right]_{p,T}}{\left[\frac{\partial f}{\partial p} \right]_{V,T}} \times - \frac{\left[\frac{\partial f}{\partial p} \right]_{T,V}}{\left[\frac{\partial f}{\partial T} \right]_{p,V}} = -1$$

Cette **équation cyclique** se généralise pour toute fonction $f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ telle que,

$$f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = 0 \quad \forall (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

... et si on l'applique aux trois coefficients thermoélastiques :

$$\left[\frac{\partial p}{\partial V} \right]_T \times \left[\frac{\partial T}{\partial p} \right]_V \times \left[\frac{\partial V}{\partial T} \right]_p = \frac{1}{-\chi_T V} \times \frac{1}{p\beta} \times \alpha V = -1$$

... on trouve donc :

$$\alpha = p\beta\chi_T$$

On peut vérifier facilement que cette relation s'applique bien aux coefficients thermoélastiques des gaz parfaits

Relation valable pour tout **système homogène mono-composant monophasique**

1.5. Coefficients thermoélastiques

1.5.4 D'autres coefficients thermoélastiques...

Coefficient de dilatation linéique (l est une dimension quelconque d'un **solide**)

$$\lambda = \frac{1}{l} \left[\frac{\partial l}{\partial T} \right]_p$$


Montrer que pour un solide **isotrope**, on a $\alpha = 3 \times \lambda$... c'est-à-dire $\frac{1}{V} \left[\frac{\partial V}{\partial T} \right]_p = 3 \times \frac{1}{l} \left[\frac{\partial l}{\partial T} \right]_p$

L'expression générale d'un **volume** est de la forme $V = cte \times l_1 \times l_2 \times l_3$

... donc $dV = cte[l_2 l_3 dl_1 + l_1 l_3 dl_2 + l_1 l_2 dl_3]$

$$\text{et du coup, } \frac{dV}{V} = \frac{cte[l_2 l_3 dl_1 + l_1 l_3 dl_2 + l_1 l_2 dl_3]}{cte \times l_1 l_2 l_3} = \frac{dl_1}{l_1} + \frac{dl_2}{l_2} + \frac{dl_3}{l_3}$$

... si le solide est isotrope, on a donc $\frac{dV}{V} = 3 \frac{dl}{l}$...et $\alpha = 3 \times \lambda$.

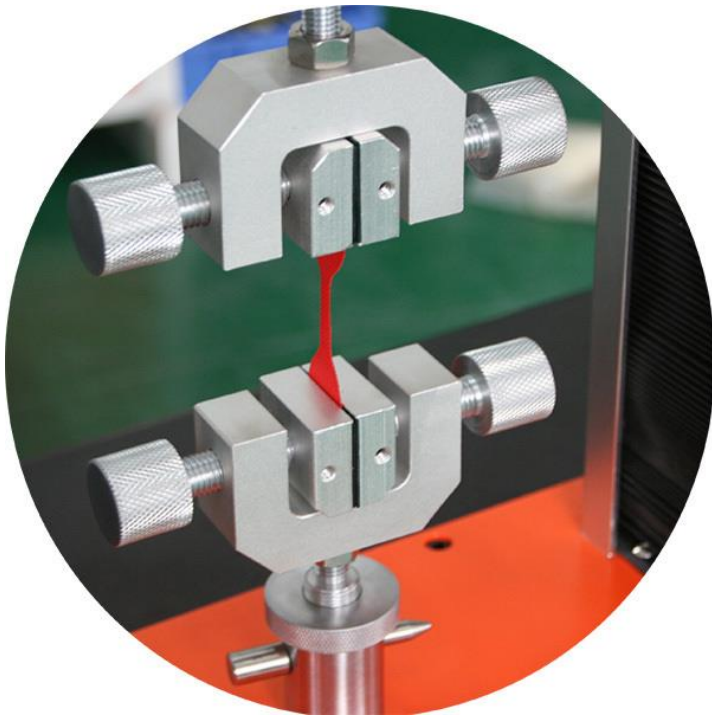

 $V = 1 \times a^3$ pour un cube,
 $V = 4/3 \times \pi \times r^3$ pour une sphère,
 $V = \pi \times r^2 \times h$ pour un cylindre,

Un matériaux **isotrope** possède les mêmes propriétés dans toutes les directions de l'espace

1.5. Coefficients thermoélastiques

1.5.4 D'autres coefficients thermoélastiques...

Module de Young E



→ **Loi de Hooke** $\sigma = E\varepsilon$

avec $\varepsilon = \frac{l-l_0}{l_0} \sim \frac{\Delta l_0}{l_0} \sim \frac{\Delta l}{l}$, l'**allongement**

et $\sigma = \frac{F}{S} \sim \frac{\Delta F}{S}$, la **contrainte**

On introduit le signe négatif car la force est -en général- une force de traction

... on a donc $E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\Delta F}{S} \frac{l}{\Delta l} \sim -l \frac{\Delta p}{\Delta l}$

... ou bien $\frac{1}{E} = -\frac{1}{l} \frac{\Delta l}{\Delta p} \sim -\frac{1}{l} \frac{\partial l}{\partial p}$

Le Δ devient un ∂ si on considère de petits déplacements

On constate donc que le module de Young est très proche du coefficient de compressibilité isotherme $\chi_T = -\frac{1}{V} \left[\frac{\partial V}{\partial p} \right]_T$

et on peut même écrire si le solide est **isotrope** :

$$\frac{1}{E} \sim -\frac{1}{l} \frac{\partial l}{\partial p} = -\frac{1}{3V} \left[\frac{\partial V}{\partial p} \right]_T = \frac{\chi_T}{3}$$

1.5. Coefficients thermoélastiques

Exercice : joints de dilatation du viaduc de Millau.

Le tablier du viaduc de Millau (là où circulent les véhicules) a été fabriqué en acier et il a une longueur de 2460 m. Le coefficient de dilatation linéique de cet acier est $\lambda = 11 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.

Quelle est la variation maximale de longueur du viaduc si l'on suppose qu'entre les moments les plus froids en hiver et les plus chauds en été, la différence de température moyenne du pont peut atteindre 60°C ?

En pratique, il existe deux zones de dilatation de part et d'autre du viaduc qui permettent d'absorber cette variation de longueur.

(Réponse : 1,6 m)



1.5. Coefficients thermoélastiques

Exercice : joints de dilatation du viaduc de Millau.

Le tablier du viaduc de Millau (là où circulent les véhicules) a été fabriqué en acier et il a une longueur de 2460 m. Le coefficient de dilatation linéique de cet acier est $\lambda = 11 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.

Quelle est la variation maximale de longueur du viaduc si l'on suppose qu'entre les moments les plus froids en hiver et les plus chauds en été, la différence de température moyenne du pont peut atteindre 60°C ?

En pratique, il existe deux zones de dilatation de part et d'autre du viaduc qui permettent d'absorber cette variation de longueur. (Réponse : 1,6 m)



Correction 1 : en utilisant les intégrales avec bornes.

$$\lambda = \frac{1}{l} \left(\frac{\partial l}{\partial T} \right)_p \rightarrow \int_{l_{\min}}^{l_{\max}} \frac{dl}{l} = \lambda \int_{T_{\min}}^{T_{\max}} dT \rightarrow [\ln(l)]_{l_{\min}}^{l_{\max}} = \lambda [T]_{T_{\min}}^{T_{\max}}$$

$$\dots \text{on en déduit } \ln(l_{\max}) - \ln(l_{\min}) = \ln\left(\frac{l_{\max}}{l_{\min}}\right) = \lambda(T_{\max} - T_{\min})$$

$$\dots \text{et donc } l_{\max} = l_{\min} e^{\lambda(T_{\max} - T_{\min})}$$

1.5. Coefficients thermoélastiques

Exercice : joints de dilatation du viaduc de Millau.

Le tablier du viaduc de Millau (là où circulent les véhicules) a été fabriqué en acier et il a une longueur de 2460 m. Le coefficient de dilatation linéique de cet acier est $\lambda = 11 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.

Quelle est la variation maximale de longueur du viaduc si l'on suppose qu'entre les moments les plus froids en hiver et les plus chauds en été, la différence de température moyenne du pont peut atteindre 60°C ?

En pratique, il existe deux zones de dilatation de part et d'autre du viaduc qui permettent d'absorber cette variation de longueur. (Réponse : 1,6 m)



Correction 2 : en utilisant les primitives.

$$\lambda = \frac{1}{l} \left(\frac{\partial l}{\partial T} \right)_p \rightarrow \frac{dl}{l} = \lambda dT \rightarrow \ln(l) = \lambda T + \text{cte}$$

$$\dots \text{avec } \ln(l_{\min}) = \lambda T_{\min} + \text{cte} \text{ et } \ln(l_{\max}) = \lambda T_{\max} + \text{cte}$$

$$\dots \text{on en déduit } \ln(l_{\max}) - \ln(l_{\min}) = \ln\left(\frac{l_{\max}}{l_{\min}}\right) = \lambda(T_{\max} - T_{\min})$$

$$\dots \text{et donc } l_{\max} = l_{\min} e^{\lambda(T_{\max} - T_{\min})}$$

[→ 1.6](#)

1.5. Coefficients thermoélastiques

1.5.5 Des coefficients thermoélastiques à l'équation d'état

D'un point de vue mathématiques, les **coefficients thermoélastiques** sont des **dérivées partielles de l'équation d'état**.

→ Il est donc possible de (re)trouver l'équation d'état lorsque l'on connaît les coefficients thermoélastiques.

Par exemple, soit un gaz pour lequel on a constaté que les coefficients α et χ_T pouvaient s'écrire sous les formes suivantes :

$$\alpha = \frac{1}{v} \left[\frac{\partial v}{\partial T} \right]_p = \frac{a}{aT+bp} \quad \text{et} \quad \chi_T = -\frac{1}{v} \left[\frac{\partial v}{\partial p} \right]_T = \frac{1}{p} - \frac{b}{aT+bp}$$

→ **Retrouver l'expression de l'équation d'état.**

1.5. Coefficients thermoélastiques

1.5.5 Des coefficients thermoélastiques à l'équation d'état

D'un point de vue mathématiques, les **coefficients thermoélastiques** sont des **dérivées partielles de l'équation d'état**.

→ Il est donc possible de (re)trouver l'équation d'état lorsque l'on connaît les coefficients thermoélastiques.

Par exemple, soit un gaz pour lequel on a constaté que les coefficients α et χ_T pouvaient s'écrire sous les formes suivantes :

$$\alpha = \frac{1}{v} \left[\frac{\partial v}{\partial T} \right]_p = \frac{a}{aT + bp} \quad \text{et} \quad \chi_T = -\frac{1}{v} \left[\frac{\partial v}{\partial p} \right]_T = \frac{1}{p} - \frac{b}{aT + bp}$$

On commence par intégrer α :

$$\frac{dv}{v} = \frac{a \times dT}{aT + bp} \quad \rightarrow \ln(v) = \ln(aT + bp) + Cte \quad \rightarrow v = v_0 \times (aT + bp) \text{ avec } v_0 = v_0(p)$$

Puis on **dérive** cette expression de **v** par rapport à **p** -à T constante- pour retrouver **χ_T** :

$$\left[\frac{\partial v}{\partial p} \right]_T = \frac{dv_0}{dp} \times (aT + bp) + v_0 \times b \quad \rightarrow \quad \text{et donc } \chi_T = -\frac{1}{v} \left[\frac{\partial v}{\partial p} \right]_T = -\frac{1}{v_0} \frac{dv_0}{dp} - \frac{b}{aT + bp}$$

$$\begin{aligned} \text{Par identification, on doit donc avoir} & \rightarrow -\frac{1}{v_0} \frac{dv_0}{dp} = \frac{1}{p} \\ & \rightarrow v_0 = \frac{K}{p} \text{ où } K \text{ est une constante d'intégration.} \end{aligned}$$

On trouve donc :

$$v = v_0 \times (aT + bp) = \frac{K}{p} \times (aT + bp) \rightarrow pv = a'T + b'p \rightarrow pv = RT + b'p \rightarrow P(v - b') = RT$$

→ 1.6

1.5. Coefficients thermoélastiques

1.5.5 Des coefficients thermoélastiques à l'équation d'état

D'un point de vue mathématiques, les **coefficients thermoélastiques** sont des **dérivées partielles de l'équation d'état**.

→ Il est donc possible de (re)trouver l'équation d'état lorsque l'on connaît les coefficients thermoélastiques.

Par exemple, soit un gaz pour lequel on a constaté que les coefficients α et χ_T pouvaient s'écrire sous les formes suivantes :

$$\alpha = \frac{1}{v} \left[\frac{\partial v}{\partial T} \right]_p = \frac{a}{aT + bp} \quad \text{et} \quad \chi_T = -\frac{1}{v} \left[\frac{\partial v}{\partial p} \right]_T = \frac{1}{p} - \frac{b}{aT + bp}$$

On commence par intégrer α :

$$\frac{dv}{v} = \frac{a \times dT}{aT + bp} \quad \rightarrow \ln(v) = \ln(aT + bp) + Cte \quad \rightarrow v = v_0 \times (aT + bp) \text{ avec } v_0 = v_0(p)$$

Puis on **dérive** cette expression de **v** par rapport à **p** -à T constante- pour retrouver χ_T :

$$\left[\frac{\partial v}{\partial p} \right]_T = \frac{dv_0}{dp} \times (aT + bp) + v_0 \times b \quad \rightarrow \quad \text{et donc } \chi_T = -\frac{1}{v} \left[\frac{\partial v}{\partial p} \right]_T = -\frac{1}{v_0} \frac{dv_0}{dp} - \frac{b}{aT + bp}$$

$$\begin{aligned} \text{Par identification, on doit donc avoir} & \rightarrow -\frac{1}{v_0} \frac{dv_0}{dp} = \frac{1}{p} \\ & \rightarrow v_0 = \frac{K}{p} \text{ où } K \text{ est une constante d'intégration.} \end{aligned}$$

On obtient donc une équation d'état proche de celle de l'équation de van der Waals :

$$P(v - b') = RT$$

Covolume molaire (constant)

→ 1.6

1.6. Pour conclure ce chapitre...

Vous **devez** être capables de **refaire sans vous tromper** tous les exercices qui accompagnent ce chapitre, c'est-à-dire :

1. Distinguer les différents systèmes thermodynamiques.
2. Savoir passer de la constante universelle des gaz parfaits aux constantes spécifiques, connaître les unités SI ainsi que les différentes formes de l'équation des gaz parfaits (par exemple ici).
3. Savoir calculer une pression.
4. Appliquer la loi des gaz parfaits aux fluides en mouvement.
5. Savoir dériver l'expression des coefficients thermoélastiques des gaz parfaits.
6. Savoir utiliser les coefficients thermoélastiques.
7. Savoir intégrer une équations d'état à partir des coefficients thermoélastiques... ou dans l'autre sens (plus facile), retrouver les coefficients thermoélastiques à partir d'une équation d'état autre que celle des gaz parfaits.

Les corrections sont disponibles sur Arche et/ou ont été données en cours.