

## 1. Respiration thermique d'un bâtiment

Le chauffage d'un bâtiment de  $10000 \text{ m}^3$  est commandé par un thermostat qui le met en route lorsque la température atteint  $18^\circ\text{C}$  et qui le coupe dès qu'elle atteint  $21^\circ\text{C}$ .

La pression atmosphérique étant de 1 bar, calculer la masse d'air qui doit rentrer dans le bâtiment en phase de refroidissement (et qui sera expulsée en phase de chauffage).



**Système** : air dans le bâtiment.

C'est un système ouvert car il échange de la matière avec l'extérieur.

**État initial** :

$n_i$  moles d'air dans le bâtiment,

$T_i = 21^\circ\text{C}$ ,

$p_i = 1 \text{ bar}$ ,

$V_i = 10000 \text{ m}^3$ .

**État final** :

**Remarque** : on aurait aussi pu choisir de travailler en massique avec  $m_i$  et  $m_f$  au lieu de  $n_i$  et  $n_f$  ...  
... et la loi des gaz parfaits sous la forme  $pV = mRT$

**Transformation** : isochore (à volume constant) et isobare (à pression constante).

**Inconnues** :  $n_i$  et  $n_f$ . La différence entre  $n_f$  et  $n_i$  permettra de déterminer la masse d'air qui entre dans le bâtiment.

**Équations** : on peut écrire l'équation des gaz parfaits à l'état initial ainsi qu'à l'état final.

Équation des gaz parfaits à l'état initial :  $p_i V_i = n_i R T_i \rightarrow pV = n_i R T_i$ .

Équation des gaz parfaits à l'état final :  $p_f V_f = n_f R T_f \rightarrow pV = n_f R T_f$ .

→ On a bien deux équations pour deux inconnues, il n'y a plus qu'à passer à la **résolution**...

## 1. Respiration thermique d'un bâtiment

Le chauffage d'un bâtiment de  $10000 \text{ m}^3$  est commandé par un thermostat qui le met en route lorsque la température atteint  $18^\circ\text{C}$  et qui le coupe dès qu'elle atteint  $21^\circ\text{C}$ .

La pression atmosphérique étant de 1 bar, calculer la masse d'air qui doit rentrer dans le bâtiment en phase de refroidissement (et qui sera expulsée en phase de chauffage).

**Système** : air dans le bâtiment.

C'est un système ouvert car il échange de la matière avec l'extérieur.

**État initial** :

$n_i$  moles d'air dans le bâtiment,

$T_i = 21^\circ\text{C}$ ,

$p_i = 1 \text{ bar}$ ,

$V_i = 10000 \text{ m}^3$ .

**État final** :

$n_f$  moles d'air dans le bâtiment,

$T_f = 18^\circ\text{C}$ ,

$p_f = 1 \text{ bar}$ ,

$V_f = 10000 \text{ m}^3$ .



**Transformation** : isochore (à volume constant) et isobare (à pression constante).

**Inconnues** :  $n_i$  et  $n_f$ . La différence entre  $n_i$  et  $n_f$  permettra de déterminer la masse d'air qui entre dans le bâtiment.

**Équations** : on peut écrire l'équation des gaz parfaits à l'état initial ainsi qu'à l'état final.

Équation des gaz parfaits à l'état initial :  $pV = n_iRT_i$ .

Équation des gaz parfaits à l'état final :  $pV = n_fRT_f$ .

→ On a bien deux équations pour deux inconnues, il n'y a plus qu'à passer à la **résolution**...

Équation des gaz parfaits à l'état initial :  $n_i = \frac{pV}{RT_i}$

Équation des gaz parfaits à l'état final :  $n_f = \frac{pV}{RT_f}$

→  $\Delta n = n_f - n_i = \frac{pV}{RT_f} - \frac{pV}{RT_i} = \frac{pV}{R} \left( \frac{1}{T_f} - \frac{1}{T_i} \right)$

## 1. Respiration thermique d'un bâtiment

Le chauffage d'un bâtiment de  $10000 \text{ m}^3$  est commandé par un thermostat qui le met en route lorsque la température atteint  $18^\circ\text{C}$  et qui le coupe dès qu'elle atteint  $21^\circ\text{C}$ .

La pression atmosphérique étant de 1 bar, calculer la masse d'air qui doit rentrer dans le bâtiment en phase de refroidissement (et qui sera expulsée en phase de chauffage).

**Système** : air dans le bâtiment.

C'est un système ouvert car il échange de la matière avec l'extérieur.

**État initial** :

$n_i$  moles d'air dans le bâtiment,  
 $T_i = 21^\circ\text{C}$ ,  
 $p_i = 1 \text{ bar}$ ,  
 $V_i = 10000 \text{ m}^3$ .

**État final** :

$n_f$  moles d'air dans le bâtiment,  
 $T_f = 18^\circ\text{C}$ ,  
 $p_f = 1 \text{ bar}$ ,  
 $V_f = 10000 \text{ m}^3$ .



**Transformation** : isochore (à volume constant) et isobare (à pression constante).

**Inconnues** :  $n_i$  et  $n_f$ . La différence entre  $n_i$  et  $n_f$  permettra de déterminer la masse d'air qui entre dans le bâtiment.

**Équations** : on peut écrire l'équation des gaz parfaits à l'état initial ainsi qu'à l'état final.

Équation des gaz parfaits à l'état initial :  $pV = n_iRT_i$ .

Équation des gaz parfaits à l'état final :  $pV = n_fRT_f$ .

→ On a bien deux équations pour deux inconnues, il n'y a plus qu'à passer à la résolution...

Équation des gaz parfaits à l'état initial :  $n_i = \frac{pV}{RT_i}$

Équation des gaz parfaits à l'état final :  $n_f = \frac{pV}{RT_f}$

→  $\Delta n = n_f - n_i = \frac{pV}{RT_f} - \frac{pV}{RT_i} = \frac{pV}{R} \left( \frac{1}{T_f} - \frac{1}{T_i} \right)$  ...et pour avoir la masse :  $\Delta m = M \times \Delta n = M \frac{pV}{R} \left( \frac{1}{T_f} - \frac{1}{T_i} \right)$

Application numérique :  $\Delta m = 29 \cdot 10^{-3} \times \frac{100000 \times 10000}{8,314} \left( \frac{1}{18+273,15} - \frac{1}{21+273,15} \right) = 122,2 \text{ kg}$

## 2. Montgolfière

Une montgolfière est constituée d'une enveloppe rigide souple (mais non élastique) d'un volume de  $2500 \text{ m}^3$ , ouverte à l'air libre à son extrémité inférieure.

Un brûleur à propane permet de moduler la force ascensionnelle en modifiant la température de l'air dans l'enveloppe. Les déplacements latéraux sont obtenus en recherchant l'altitude offrant un courant d'air atmosphérique dans la direction souhaitée.

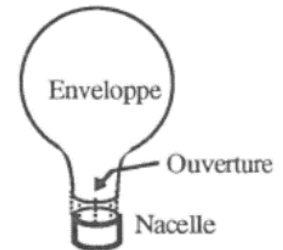
La masse totale de l'enveloppe et de la nacelle est de  $600 \text{ kg}$ .

Quelle doit être la température de l'air dans l'enveloppe pour que la montgolfière se trouve en équilibre ?

La température de l'atmosphère est  $T_a = 17^\circ\text{C}$  et la pression  $P_a = 960 \text{ mbar}$ .

On rappelle le principe de la **poussée d'Archimède** ; il y a équilibre si :

$$m_{\text{air chaud dans l'enveloppe}} + m_{\text{enveloppe + nacelle}} = m_{\text{air froid déplacé}}$$



Ici, **pas de transformation**, donc pas d'état initial ni d'état final à définir.

Mais on peut tout de même définir le(s) système(s) étudié(s) :

... dont on nous demande la **température**.

On nous propose également d'utiliser l'**égalité des masses** ci-dessus...

... cela suppose donc de déterminer la **masse de l'air froid** (atmosphérique) **déplacé**.

... qu'on peut exprimer sans souci à partir de l'**équation des gaz parfaits** sous forme **massique** :

$$p_a V_{\text{enveloppe}} = m_{\text{air déplacé}} r T_a$$

$$\text{Et on procède de la même manière pour l'air chaud : } m_{\text{air chaud}} = \frac{p_a V_{\text{enveloppe}}}{r T_{\text{air enveloppe}}}$$

**Remarque** : on suppose que la pression de l'air dans l'enveloppe est la même que dans l'atmosphère.

$$\text{L'équation du problème est donc la suivante : } \frac{p_a V_{\text{enveloppe}}}{r T_{\text{air enveloppe}}} + m_{\text{enveloppe+nacelle}} = \frac{p_a V_{\text{enveloppe}}}{r T_a}$$

## 2. Montgolfière

Une montgolfière est constituée d'une enveloppe rigide souple (mais non élastique) d'un volume de  $2500 \text{ m}^3$ , ouverte à l'air libre à son extrémité inférieure.

Un brûleur à propane permet de moduler la force ascensionnelle en modifiant la température de l'air dans l'enveloppe. Les déplacements latéraux sont obtenus en recherchant l'altitude offrant un courant d'air atmosphérique dans la direction souhaitée.

La masse totale de l'enveloppe et de la nacelle est de  $600 \text{ kg}$ .

Quelle doit être la température de l'air dans l'enveloppe pour que la montgolfière se trouve en équilibre ?

La température de l'atmosphère est  $T_a = 17^\circ\text{C}$  et la pression  $P_a = 960 \text{ mbar}$ .

On rappelle le principe de la **poussée d'Archimède** ; il y a équilibre si :

$$m_{\text{air chaud dans l'enveloppe}} + m_{\text{enveloppe}} + m_{\text{nacelle}} = m_{\text{air froid déplacé}}$$

Ici, **pas de transformation**, donc pas d'**état initial** ni d'**état final** à définir.

Mais on peut tout de même définir le(s) système(s) étudié(s) : **air chaud dans l'enveloppe...**

... dont on nous demande la **température**.

On nous propose également d'utiliser l'**égalité des masses** ci-dessus...

... cela suppose donc de déterminer la **masse de l'air froid** (atmosphérique) **déplacé**.

... qu'on peut exprimer sans souci à partir de l'**équation des gaz parfaits** sous forme **massique** :

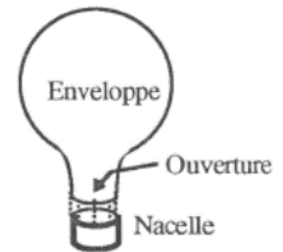
$$P_a V_{\text{enveloppe}} = m_{\text{air déplacé}} r T_a \rightarrow m_{\text{air déplacé}} = \frac{P_a V_{\text{enveloppe}}}{r T_a}$$

$$\text{Et on procède de la même manière pour l'air chaud : } m_{\text{air chaud}} = \frac{P_a V_{\text{enveloppe}}}{r T_{\text{air enveloppe}}}$$

$$\text{L'équation du problème est donc la suivante : } \frac{P_a V_{\text{enveloppe}}}{r T_{\text{air enveloppe}}} + m_{\text{enveloppe+nacelle}} = \frac{P_a V_{\text{enveloppe}}}{r T_a}$$

$$\rightarrow \frac{1}{T_{\text{air enveloppe}}} = \left( \frac{P_a V_{\text{enveloppe}}}{r T_a} - m_{\text{enveloppe+nacelle}} \right) \frac{r}{P_a V_{\text{enveloppe}}}$$

$$\rightarrow T_{\text{air enveloppe}} = \frac{96000 \cdot 2500}{\frac{96000 \cdot 2500}{17 + 273,15} - \frac{8,314}{29 \cdot 10^{-3}} 600} = 366,3 \text{ K, c'est à dire } 93,2^\circ\text{C}.$$



**Remarque** : on suppose que la pression de l'air dans l'enveloppe est la même que dans l'atmosphère.

## 3. Échelle de Fahrenheit

Les points de congélation et d'ébullition de l'eau sous la pression atmosphérique normale sont repérés par les nombres 32°F et 212°F dans l'échelle dite de Fahrenheit.

Que vaut dans cette échelle la température de 56°C ?

A quelle température en Fahrenheit correspond 0 K ?

A quelle température en Celsius correspond 0°F ?

On connaît la règle de conversion :  $\theta[^\circ\text{F}] = 1,8\theta[^\circ\text{C}] + 32\dots$

...et donc : 56°C ↔ 132,8°F.

0 K ↔ -273,15°C ↔ -459,67°F.

0°F ↔ -17,78°C.

## 4. Échelle de température basée sur la longueur d'une barre

La longueur d'une barre métallique est de 1 m lorsqu'elle est plongée dans un mélange eau liquide + glace. Elle mesure 1,01 m lorsqu'elle est plongée dans la vapeur en équilibre avec de l'eau liquide sous la pression atmosphérique normale.

a) Quelle sera la température (en °C) du milieu dans lequel la barre aura une longueur de 1,0026m ?

b) Quelle sera la température (en °C) du milieu dans lequel la barre aura une longueur de 1,026m ?

Ici le coefficient de proportionnalité entre  $\Delta l$  et  $\Delta T$  est évident :  $\Delta l = 0,01 \text{ m}/100^\circ\text{C}$  ou  $a = 10^{-4} \text{ m}/^\circ\text{C}$ .

Pour la question a), la température sera égale à  $T = T_{\text{ref}} + (1/a) \times \Delta l = 0^\circ\text{C} + 10^4 \times 0,0026 = 26^\circ\text{C}$ .

... et pour la question b), la température sera égale à  $T = T_{\text{ref}} + (1/a) \times \Delta l = 0^\circ\text{C} + 10^4 \times 0,026 = 260^\circ\text{C}$ .

## 5. Échelle de température basée sur la pression d'un gaz réel (non parfait)

On mesure la pression à **volume constant** d'une masse de gaz réel, d'abord à 0°C, puis à 100°C.

On obtient les valeurs suivantes :  $p(\theta = 0^\circ\text{C}) = 0,853 \text{ bar}$  et  $p(\theta = 100^\circ\text{C}) = 1,162 \text{ bar}$ . Une échelle de température est définie en utilisant la pression de ce gaz comme grandeur thermométrique.

Quelle serait la température la plus basse que l'on pourrait mesurer si on suppose (à tort) que ce gaz se comporte comme un gaz parfait ?

Cela n'est pas écrit implicitement dans l'énoncé mais on suppose une relation linéaire entre T et p, comme dans la loi des gaz parfaits :  $pV = nRT$ , avec V constant.

On peut donc commencer par calculer le coefficient de proportionnalité entre  $\Delta p$  et  $\Delta T$  :

$$a = \frac{1,162 - 0,853}{100} = 3,09 \cdot 10^{-3} \text{ bar}/^\circ\text{C}.$$

La température la plus basse sera mesurée pour **p = 0 bar**.

Le  $\Delta p$  maximum (minimum) que l'on puisse avoir est donc de -0,853 bar si on prend comme température de référence  $T_{\text{ref}} = 0^\circ\text{C}$ .

On aura donc :  $\Delta T = (1/a) \times \Delta p = 323,62 \times \Delta p$ .

Et par conséquent :  $T_{\text{min}} = T_{\text{ref}} + (1/a) \times \Delta p = 0^\circ\text{C} + 323,62 \times -0,853 = -276,05^\circ\text{C}$ .

... ce qui est inférieur à 0 K, car évidemment, ce gaz réel n'est pas un gaz parfait.



## Rappels du cours sur les coefficients thermoélastiques

Pour un système **mono-composant, monophasique** : 3 **coefficients principaux**

**Coefficient de dilatation volumique isobare** :  $\alpha = \frac{1}{V} \left[ \frac{\partial V}{\partial T} \right]_p$  ou  $\alpha = \frac{1}{v} \left[ \frac{\partial v}{\partial T} \right]_p$  ←

**Coefficient de compression isochore** :  $\beta = \frac{1}{p} \left[ \frac{\partial p}{\partial T} \right]_V$

**Coefficient de compressibilité isotherme** :  $\chi_T = -\frac{1}{V} \left[ \frac{\partial V}{\partial p} \right]_T$  ou  $\chi_T = -\frac{1}{v} \left[ \frac{\partial v}{\partial p} \right]_T$  ←

Et  $\lambda = \frac{1}{l} \left[ \frac{\partial l}{\partial T} \right]_p$  le **coefficient de dilatation linéique** pour les systèmes isotropes.

Et E, le **module de Young** de la **loi de Hooke**  $\sigma = E\varepsilon$

Il existe une **relation** entre les coefficients thermoélastiques :  $\alpha = p\beta\chi_T$

... facile à démontrer à partir de l'**équation cyclique** :  $\left[ \frac{\partial p}{\partial V} \right]_T \times \left[ \frac{\partial T}{\partial p} \right]_V \times \left[ \frac{\partial V}{\partial T} \right]_p = -1$ .

Et il faut garder en tête que la résolution de **tous** les exercices sur les coefficients thermoélastiques passe par l'**intégration** d'une **équation différentielle**.

Cette équation différentielle est donnée par l'**expression** du (ou des) **coefficient(s) thermoélastique(s)** qui nous intéresse(nt).

## 6. Sertissage par refroidissement

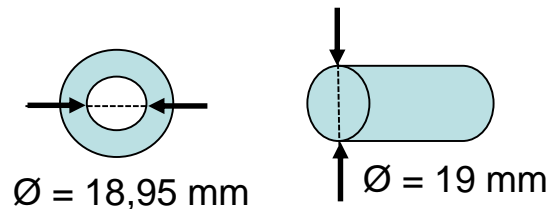
On veut sertir une bague d'acier de 18,95 mm de diamètre intérieur sur un arbre du même métal de 19 mm de diamètre externe. Les dimensions sont données à 25°C.

Pour réaliser l'opération, on refroidit l'arbre. A quelle température faut-il porter cette pièce ?

On connaît le coefficient de dilatation linéaire de l'acier :  $\lambda = 17 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$

...et son coefficient de dilatation volumique :  $\alpha = 51 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$

Lorsqu'on **sertit** une pièce dans une autre, on cherche à la maintenir en place grâce aux **forces élastiques** créées par leur **déformation** respective. Ici la bague sera maintenue sur une axe de diamètre extérieur légèrement supérieur. Mais il va falloir **refroidir** l'axe pour la mettre en place.



**Remarque :** il est **fortement déconseillé** d'intégrer  $\frac{d\phi}{\phi}$  en  $\frac{\Delta\phi}{\phi}$ . Cela fonctionne ici et permet d'éviter de manipuler un logarithme, mais uniquement parce qu'on a des petites variations de  $\phi$ .

On nous donne les coefficients  $\alpha$  et  $\lambda$ , ce qui nous permet de vérifier que  $\alpha = 3 \times \lambda$ . L'acier est bien **isotrope**. On peut utiliser le coefficient  $\lambda$  pour déterminer la température à laquelle il va falloir porter l'axe.

L'exercice est **ultra classique**. Il faut **intégrer l'équation différentielle** formée par la définition du coefficient  $\lambda$  :

$$\lambda = \frac{1}{\phi} \left( \frac{\partial \phi}{\partial T} \right)_p \rightarrow \int_{\phi_i}^{\phi_f} \frac{d\phi}{\phi} = \lambda \int_{T_i}^{T_f} dT \rightarrow [\ln(\phi)]_{\phi_i}^{\phi_f} = \lambda [T]_{T_i}^{T_f}$$

$$\dots \text{on en déduit } \ln(\phi_f) - \ln(\phi_i) = \ln\left(\frac{\phi_f}{\phi_i}\right) = \lambda(T_f - T_i)$$

$$\dots \text{et donc } (T_f - T_i) = \frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{\phi_f}{\phi_i}\right) \dots \text{ et } T_f = T_i + \frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{\phi_f}{\phi_i}\right)$$

## 7. Thermomètre à mercure

Un thermomètre à mercure, dont le capillaire est juste plein à 45°C, est chauffé à 50°C. Quelle est alors la pression régnant à l'intérieur du capillaire si l'on admet que l'enveloppe de verre ne se dilate pratiquement pas ?

Le coefficient de dilatation volumique du mercure vaut  $\alpha_{45^\circ\text{C}} = 18 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$  et son coefficient de compressibilité isotherme  $\chi_{45^\circ\text{C}}^T = 39 \times 10^{-7} \text{ bar}^{-1}$ .

Ici, le mercure évolue à **volume constant** puisque le capillaire est plein et qu'on considère que le verre ne se dilate pas. C'est d'ailleurs une hypothèse cohérente : le verre se dilate beaucoup moins qu'un liquide.

On doit donc utiliser le coefficient  $\beta = \frac{1}{p} \left[ \frac{\partial p}{\partial T} \right]_V$  puisqu'on nous demande de déterminer une **variation de pression à volume constant**.

... Et puisqu'on nous donne les coefficients  $\alpha_{45^\circ\text{C}} = 18 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$  et  $\chi_{45^\circ\text{C}}^T = 39 \times 10^{-7} \text{ bar}^{-1}$ , on va devoir utiliser la relation  $\alpha = p\beta\chi_T$ .

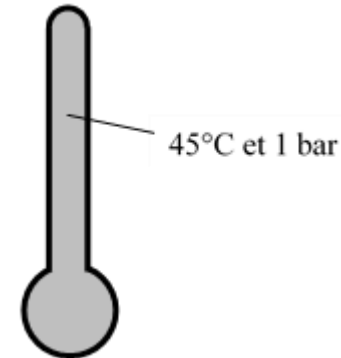
Comme pour tous les exercices, sur les coefficients thermoélastiques, la résolution consiste en une intégration d'équation différentielle.

On doit donc intégrer  $\beta = \frac{1}{p} \left[ \frac{\partial p}{\partial T} \right]_V$ ,

L'équation devient :  $\frac{\alpha}{p\chi_T} = \frac{1}{p} \left[ \frac{\partial p}{\partial T} \right]_V$ ,

L'équation différentielle à intégrer est donc très simple,  $\frac{\alpha}{\chi_T} dT = dp$  et on trouve :  $\Delta p = \frac{\alpha}{\chi_T} \Delta T$ .

Et l'application numérique donne :  $\Delta p = \frac{18 \cdot 10^{-5}}{39 \cdot 10^{-7}} \times 5 = 230,8 \text{ bar}$ .



## Trois conseils

1. Si vous n'avez pas compris tous les exercices, **prenez votre temps**, faites des pauses lors de la vidéo et **travaillez** les exercices **les uns après les autres**.
2. Si vous avez l'impression d'avoir compris après avoir regardé les diapos et/ou écouté la vidéo... désolé, ça n'est **probablement pas encore le cas** : vous ne serez sûr d'avoir compris que lorsque **vous saurez refaire, sans aide**, les exercices.
3. N'hésitez pas à faire les exercices **plusieurs fois**, y compris lorsque vous les connaissez, cela permet d'acquérir les **bons réflexes** et de les **mémoriser**. Et c'est **valorisant**.