

Bouteille vide...
... ϵ mole d'air - V_b

Air qui va entrer dans la bouteille...

n moles.

$p_i = p_a = 1 \text{ bar.}$

$T_i = T_a = 300 \text{ K.}$

$V_i = ?$

Bouteille pleine d'air
... n moles d'air - V_b

Air qui se trouve dans la bouteille...

n moles.

$p_f = p_a = 1 \text{ bar.}$

$T_f = ?$

$V_f = V_b$

1. Relations entre c_v , c_p , γ , et R ou r pour un gaz parfait

On donne $c_p = 1000 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$ et $r_i = 287 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$. Quelle valeur doit-on attribuer à c_v et à γ ?

- On remarque que les grandeurs sont des grandeurs massiques et on utilise donc la constante spécifique des gaz parfaits.
- $c_p = c_v + r_i$...et donc $c_v = c_p - r_i = 1000 - 287 = 713 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$.
- $\gamma = c_p/c_v = 1000/713 = 1,402$.

... γ est ***toujours*** supérieur à 1.

... γ est de l'ordre de 1,2 – 1,4.

On donne $c_v = 21 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$. Quelle valeur doit-on attribuer à c_p et à γ ?

- On remarque que les grandeurs sont des grandeurs molaires et on utilise donc la constante universelle des gaz parfaits.
- $c_p = c_v + R = 21 + 8,314 = 29,314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$.
- $\gamma = c_p/c_v = 29,314/21 = 1,396$.

... γ est ***toujours*** supérieur à 1.

... γ est de l'ordre de 1,2 – 1,4.

2. Remplissage d'un récipient initialement vide

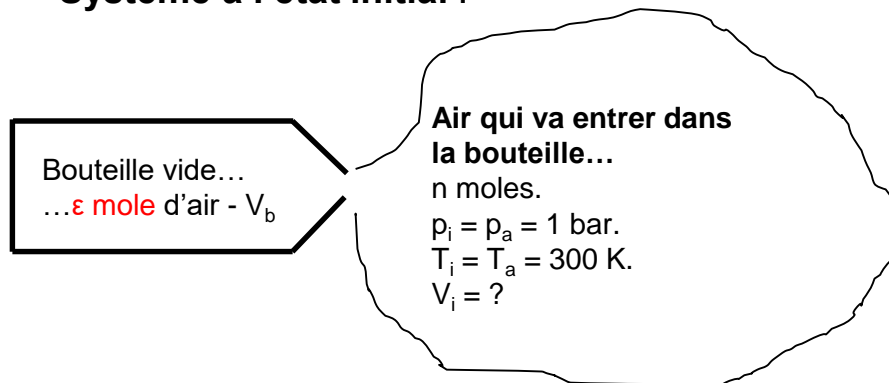
Un récipient de 100 litres a été initialement vidé à l'aide d'une pompe à vide. Un robinet permet de faire rentrer progressivement de l'air atmosphérique à 300 K et 1 bar.

Les parois du récipient sont adiabatiques et on donne $\gamma = c_p/c_v = 1,4$.

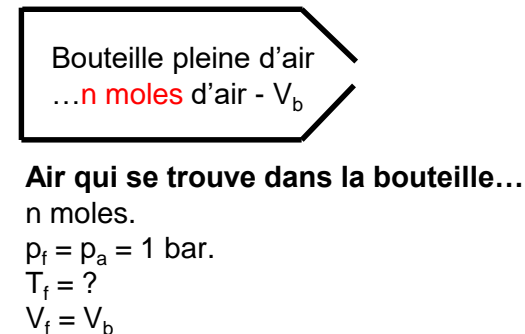
Quelle sera la température de l'air dans la bouteille lorsque sa pression sera égale à celle de l'atmosphère ?

Système : air qui va entrer dans la bouteille.

Système à l'état initial :



Système à l'état final :



Transformation : pression extérieure constante, adiabatique mais pas quasistatique.

Inconnues : n , T_f et V_i .

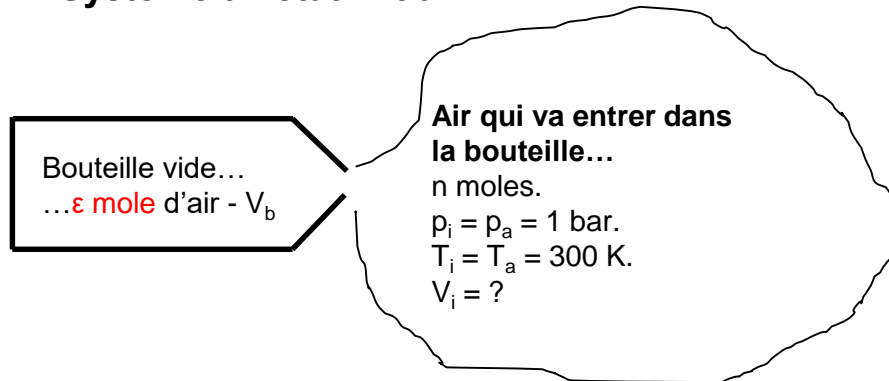
Équations :

- Équation des gaz parfaits à l'état initial et à l'état final.
- Équation du premier principe.

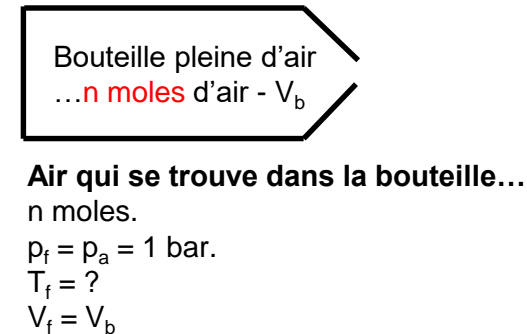
2. Remplissage d'un récipient initialement vide

Système : air qui va entrer dans la bouteille.

Système à l'état initial :



Système à l'état final :



Transformation : pression extérieure constante, adiabatique mais pas quasistatique.

Inconnues : n , T_f et V_i .

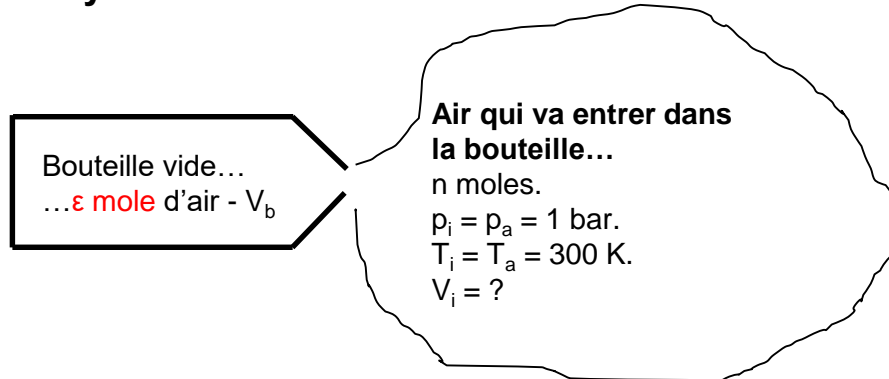
Équations

- Équation des gaz parfaits à l'état initial et à l'état final :
 - $V_i = nRT_i/p_i + V_b = nRT_a/p_a + V_b$.
 - $V_b = nRT_f/p_a$.
- Équation du premier principe :
 - $\Delta U = nc_V\Delta T = W_p$... car la transformation est adiabatique.
 - ... avec $W_p = \int_{\text{état initial}}^{\text{état final}} -p_{\text{ext}} \cdot dV$.

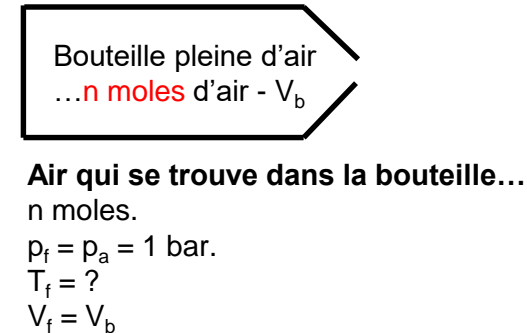
2. Remplissage d'un récipient initialement vide

Système : air qui va entrer dans la bouteille.

Système à l'état initial :



Système à l'état final :



Équations

- Équation des gaz parfaits à l'état initial et à l'état final :
 - $V_i = nRT_i/p_i + V_b = nRT_a/p_a + V_b$.
 - $V_b = nRT_f/p_a$.
- Équation du premier principe :
 - $\Delta U = nc_V\Delta T = W_p$... car la transformation est adiabatique.
 - ... avec $W_p = \int_{\text{état initial}}^{\text{état final}} -p_{\text{ext}} \cdot dV$.

$$nc_V(T_f - T_i) = -p_a(V_f - V_i) \quad \rightarrow \quad nc_V(T_f - T_a) = -p_a \left(V_b - nR \frac{T_a}{p_a} - V_b \right)$$

$$\rightarrow nc_V(T_f - T_a) = nRT_a$$

$$(R + c_V)T_a = c_V T_f$$

$$\rightarrow T_f = \frac{c_p}{c_V} T_a = \gamma T_a$$

Application numérique : $T_f = 1,4 \times 300 = 420$ K

3. Transformations équivalentes

Une mole d'oxygène ($c_v = 21 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$) occupant initialement un volume de 10 litres à 25°C , est détendue jusqu'à un état final caractérisé par un volume de 50 litres et une température de 100°C de deux manières différentes :

- a) Le gaz est chauffé à volume constant jusqu'à 100°C puis détendu de manière isotherme et quasistatique jusqu'au volume final de 50 litres. Calculer la chaleur reçue, le travail reçu et la variation d'énergie interne du gaz.
- b) Le gaz est détendu de manière isotherme et quasistatique jusqu'au volume final de 50 litres puis chauffé à volume constant jusqu'à 100°C . Calculer la chaleur reçue, le travail reçu et la variation d'énergie interne du gaz.

3. Transformations équivalentes

Une mole d'oxygène ($c_v = 21 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$) occupant initialement un volume de 10 litres à 25°C , est détendue jusqu'à un état final caractérisé par un volume de 50 litres et une température de 100°C de deux manières différentes :

- a) Le gaz est chauffé à volume constant jusqu'à 100°C puis détendu de manière isotherme et quasistatique jusqu'au volume final de 50 litres. Calculer la chaleur reçue, le travail reçu et la variation d'énergie interne du gaz.

Système : la mole de gaz qui subit deux transformations, a1 et a2.

Transformation a1 : apport de chaleur isovolume de 25°C à 100°C .

$$Q = nc_v\Delta T = 1 \times 21 \times 75 = 1575 \text{ J.}$$

$$\Delta U = nc_v\Delta T = 1 \times 21 \times 75 = 1575 \text{ J.}$$

... et $W_p = 0 \text{ J}$, soit parce que $dV = 0$, soit (aussi) parce que $W_p = \Delta U - Q$.

Transformation a2 : détente isotherme quasistatique de $V_i = 10 \text{ L}$ à $V_f = 50 \text{ L}$ à $T = 100^\circ\text{C}$.

On ne sait pas calculer directement Q : l'apport de chaleur n'est ni isovolume, ni isobare.

On sait calculer $\Delta U = nc_v\Delta T = 0 \text{ J}$.

On sait calculer W_p :

$$W_p = \int_{V_i}^{V_f} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Cas général}}}{p_{\text{ext}}} \cdot dV \quad \rightarrow \quad W_p = \int_{V_i}^{V_f} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Transformation quasistatique}}}{p} \cdot dV \quad \rightarrow \quad W_p = \int_{V_i}^{V_f} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Gaz parfait}}}{nRT} \frac{dV}{V} \quad \rightarrow \quad W_p = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Transformation isotherme}}}{-nRT} \times \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

3. Transformations équivalentes

Une mole d'oxygène ($c_v = 21 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$) occupant initialement un volume de 10 litres à 25°C , est détendue jusqu'à un état final caractérisé par un volume de 50 litres et une température de 100°C de deux manières différentes :

- a) Le gaz est chauffé à volume constant jusqu'à 100°C puis détendu de manière isotherme et quasistatique jusqu'au volume final de 50 litres. Calculer la chaleur reçue, le travail reçu et la variation d'énergie interne du gaz.

Système : la mole de gaz qui subit deux transformations, a1 et a2.

Transformation a1 : apport de chaleur isovolume de 25°C à 100°C .

$$Q = nc_v\Delta T = 1 \times 21 \times 75 = 1575 \text{ J.}$$

$$\Delta U = nc_v\Delta T = 1 \times 21 \times 75 = 1575 \text{ J.}$$

... et $W_p = 0 \text{ J}$, soit parce que $dV = 0$, soit (aussi) parce que $W_p = \Delta U - Q$.

Transformation a2 : détente isotherme quasistatique de $V_i = 10 \text{ L}$ à $V_f = 50 \text{ L}$ à $T = 100^\circ\text{C}$.

On ne sait pas calculer directement Q : l'apport de chaleur n'est ni isovolume, ni isobare.

On sait calculer $\Delta U = nc_v\Delta T = 0 \text{ J}$.

On sait calculer W_p :

$$W_p = \int_{V_i}^{V_f} -p_{\text{ext}} \cdot dV \rightarrow W_p = \int_{V_i}^{V_f} -p \cdot dV \rightarrow W_p = \int_{V_i}^{V_f} -nRT \frac{dV}{V} \rightarrow W_p = -nRT \times \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right).$$

Application numérique : $W_p = -nRT \times \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = -1 \times 8,314 \times 373,15 \times \ln\left(\frac{50}{10}\right) = -4993,1 \text{ J}$.

On peut maintenant déterminer $Q = \Delta U - W_p = 4993,1 \text{ J}$.

3. Transformations équivalentes

Une mole d'oxygène ($c_v = 21 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$) occupant initialement un volume de 10 litres à 25°C , est détendue jusqu'à un état final caractérisé par un volume de 50 litres et une température de 100°C de deux manières différentes :

- a) Le gaz est chauffé à volume constant jusqu'à 100°C puis détendu de manière isotherme et quasistatique jusqu'au volume final de 50 litres. Calculer la chaleur reçue, le travail reçu et la variation d'énergie interne du gaz.

Système : la mole de gaz qui subit deux transformations, a1 et a2.

Transformation a1 : apport de chaleur isovolume de 25°C à 100°C .

$$Q = nc_v\Delta T = 1 \times 21 \times 75 = 1575 \text{ J.}$$

$$\Delta U = nc_v\Delta T = 1 \times 21 \times 75 = 1575 \text{ J.}$$

... et $W_p = 0 \text{ J}$, soit parce que $dV = 0$, soit (aussi) parce que $W_p = \Delta U - Q$.

Transformation a2 : détente isotherme quasistatique de $V_i = 10 \text{ L}$ à $V_f = 50 \text{ L}$ à $T = 100^\circ\text{C}$.

On ne sait pas calculer directement Q : l'apport de chaleur n'est ni isovolume, ni isobare.

On sait calculer $\Delta U = nc_v\Delta T = 0 \text{ J}$.

On sait calculer W_p :

$$W_p = \int_{V_i}^{V_f} -p_{\text{ext}} \cdot dV \rightarrow W_p = \int_{V_i}^{V_f} -p \cdot dV \rightarrow W_p = \int_{V_i}^{V_f} -nRT \frac{dV}{V} \rightarrow W_p = -nRT \times \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right).$$

Application numérique : $W_p = -nRT \times \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = -1 \times 8,314 \times 373,15 \times \ln\left(\frac{50}{10}\right) = -4993,1 \text{ J.}$

On peut maintenant déterminer $Q = \Delta U - W_p = 4993,1 \text{ J}$.

Pour l'ensemble de la transformation a = a1 + a2 :

$$Q(a) = Q(a1) + Q(a2) = 1575 + 4993,1 = 6568,1 \text{ J.}$$

$$W_p(a) = W_p(a1) + W_p(a2) = 0 - 4993,1 = -4993,1 \text{ J.}$$

$$\Delta U(a) = \Delta U(a1) + \Delta U(a2) = 1575 + 0 = 1575 \text{ J.}$$

... et on vérifie bien que $\Delta U(a) = W_p(a) + Q(a)$.

3. Transformations équivalentes

Une mole d'oxygène ($c_v = 21 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$) occupant initialement un volume de 10 litres à 25°C , est détendue jusqu'à un état final caractérisé par un volume de 50 litres et une température de 100°C de deux manières différentes :

b) Le gaz est détendu de manière isotherme et quasistatique jusqu'au volume final de 50 litres puis chauffé à volume constant jusqu'à 100°C . Calculer la chaleur reçue, le travail reçu et la variation d'énergie interne du gaz..

Système : la mole de gaz qui subit deux transformations, b1 et b2.

Transformation b1 : détente isotherme quasistatique de $V_i = 10 \text{ L}$ à $V_f = 50 \text{ L}$ à $T = 25^\circ\text{C}$.

On ne sait pas calculer directement Q : l'apport de chaleur n'est ni isovolume, ni isobare.

On sait calculer $\Delta U = nc_v\Delta T = 0 \text{ J}$.

On sait calculer W_p :

$$W_p = \int_{V_i}^{V_f} \underset{\text{Cas général}}{\overset{\nearrow}{-p_{\text{ext}}}} \cdot dV \quad \rightarrow \quad W_p = \int_{V_i}^{V_f} \underset{\text{Transformation quasistatique}}{\overset{\nearrow}{-p}} \cdot dV \quad \rightarrow \quad W_p = \int_{V_i}^{V_f} \underset{\text{Gaz parfait}}{\overset{\nearrow}{-nRT}} \frac{dV}{V} \quad \rightarrow \quad W_p = \underset{\text{Transformation isotherme}}{\overset{\nearrow}{-nRT}} \times \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

Application numérique : $W_p = -nRT \times \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = -1 \times 8,314 \times 298,15 \times \ln\left(\frac{50}{10}\right) = -3989,5 \text{ J}$.

On peut maintenant déterminer $Q = \Delta U - W_p = 3989,5 \text{ J}$.

3. Transformations équivalentes

Une mole d'oxygène ($c_v = 21 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$) occupant initialement un volume de 10 litres à 25°C , est détendue jusqu'à un état final caractérisé par un volume de 50 litres et une température de 100°C de deux manières différentes :

b) Le gaz est chauffé à volume constant jusqu'à 100°C puis détendu de manière isotherme et quasistatique jusqu'au volume final de 50 litres. Calculer la chaleur reçue, le travail reçu et la variation d'énergie interne du gaz.

Système : la mole de gaz qui subit deux transformations, b1 et b2.

Transformation b1 : détente isotherme quasistatique de $V_i = 10 \text{ L}$ à $V_f = 50 \text{ L}$ à $T = 25^\circ\text{C}$.

On ne sait pas calculer directement Q : l'apport de chaleur n'est ni isovolume, ni isobare.

On sait calculer $\Delta U = nc_v\Delta T = 0 \text{ J}$.

On sait calculer W_p :

$$W_p = \int_{V_i}^{V_f} -p_{\text{ext}} \cdot dV \quad \rightarrow \quad W_p = \int_{V_i}^{V_f} -p \cdot dV \quad \rightarrow \quad W_p = \int_{V_i}^{V_f} -nRT \frac{dV}{V} \quad \rightarrow \quad W_p = -nRT \times \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

Application numérique : $W_p = -nRT \times \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = -1 \times 8,314 \times 298,15 \times \ln\left(\frac{50}{10}\right) = -3989,5 \text{ J}$.

On peut maintenant déterminer $Q = \Delta U - W_p = 3989,5 \text{ J}$.

Transformation b2 : apport de chaleur isovolume de 25°C à 100°C .

$$Q = nc_v\Delta T = 1 \times 21 \times 75 = 1575 \text{ J}$$

$$\Delta U = nc_v\Delta T = 1 \times 21 \times 75 = 1575 \text{ J}$$

... et $W_p = 0 \text{ J}$, soit parce que $dV = 0$, soit (aussi) parce que $W_p = \Delta U - Q$.

3. Transformations équivalentes

Une mole d'oxygène ($c_v = 21 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$) occupant initialement un volume de 10 litres à 25°C , est détendue jusqu'à un état final caractérisé par un volume de 50 litres et une température de 100°C de deux manières différentes :

b) Le gaz est chauffé à volume constant jusqu'à 100°C puis détendu de manière isotherme et quasistatique jusqu'au volume final de 50 litres. Calculer la chaleur reçue, le travail reçu et la variation d'énergie interne du gaz.

Système : la mole de gaz qui subit deux transformations, b1 et b2.

Transformation b1 : détente isotherme quasistatique de $V_i = 10 \text{ L}$ à $V_f = 50 \text{ L}$ à $T = 25^\circ\text{C}$.

On ne sait pas calculer directement Q : l'apport de chaleur n'est ni isovolume, ni isobare.

On sait calculer $\Delta U = nc_v\Delta T = 0 \text{ J}$.

On sait calculer W_p :

$$W_p = \int_{V_i}^{V_f} -p_{\text{ext}} \cdot dV \rightarrow W_p = \int_{V_i}^{V_f} -p \cdot dV \rightarrow W_p = \int_{V_i}^{V_f} -nRT \frac{dV}{V} \rightarrow W_p = -nRT \times \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

Application numérique : $W_p = -nRT \times \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = -1 \times 8,314 \times 298,15 \times \ln\left(\frac{50}{10}\right) = -3989,5 \text{ J}$.

On peut maintenant déterminer $Q = \Delta U - W_p = 3989,5 \text{ J}$.

Transformation b2 : apport de chaleur isovolume de 25°C à 100°C .

$$Q = nc_v\Delta T = 1 \times 21 \times 75 = 1575 \text{ J}.$$

$$\Delta U = nc_v\Delta T = 1 \times 21 \times 75 = 1575 \text{ J}.$$

... et $W_p = 0 \text{ J}$, soit parce que $dV = 0$, soit (aussi) parce que $W_p = \Delta U - Q$.

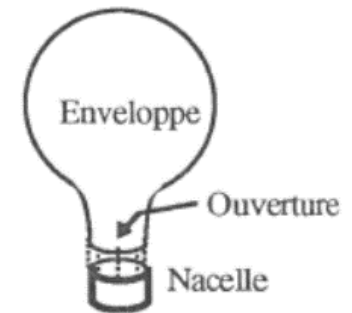
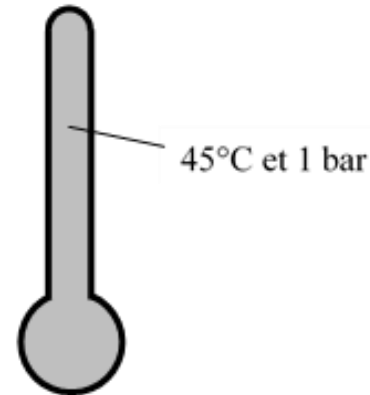
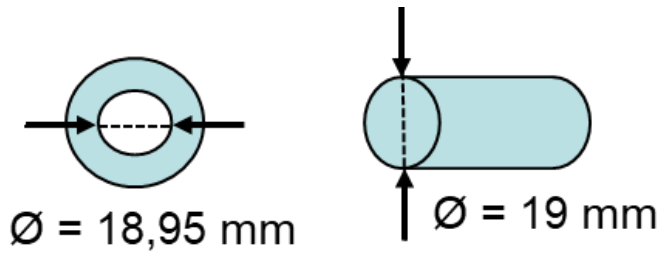
Pour l'ensemble de la transformation b = b1 + b2 :

$$Q(b) = Q(b1) + Q(b2) = 3989,5 + 1575 = 5564,5 \text{ J}.$$

$$W_p(b) = W_p(b1) + W_p(b2) = -3989,5 + 0 = -3989,5 \text{ J}.$$

$$\Delta U(b) = \Delta U(b1) + \Delta U(b2) = 0 + 1575 = 1575 \text{ J}.$$

... et on vérifie bien que $\Delta U(b) = W_p(b) + Q(b)$... Ainsi que $\Delta U(b) = \Delta U(a)$



Bouteille vide...
... ϵ mole d'air - V_b

Air qui va entrer dans la bouteille...

n moles.

$p_i = p_a = 1 \text{ bar.}$

$T_i = T_a = 300 \text{ K.}$

$V_i = ?$

Bouteille pleine d'air
... n moles d'air - V_b

Air qui se trouve dans la bouteille...

n moles.

$p_f = p_a = 1 \text{ bar.}$

$T_f = ?$

$V_f = V_b$