

Magnétostatique

Electrostatique : charges au repos

Magnétostatique : \vec{v} en movt uniforme

I - INTRO

Antiquité : Pierre d'Aimant aussi appelée magnétite \rightarrow attire le fer

Invention de la boussole par les Chinois

1819 : Oersted \rightarrow une aiguille aimantée s'oriente perpendiculairement à 1 fil parcouru par 1 courant

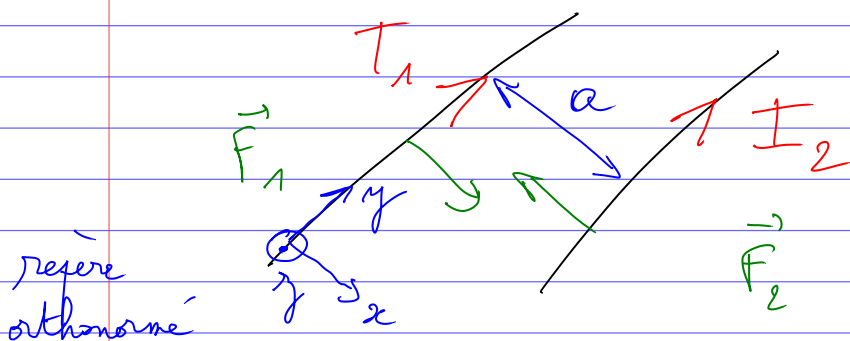
1780 : Théorie d'Ampère

II Forces magnétiques

Observation :

2 fils parcourus par 1 courant constant dans le même sens

s'attirent tandis qu'ils se repoussent si les courants sont opposés.



$$\vec{F}_1 = -\alpha \frac{I_1 I_2}{a} \vec{u}_x = -\vec{F}_2$$

avec $\alpha = \frac{\mu_0}{2\pi}$

$I_1 I_2 > 0$ attraction

$I_1 I_2 < 0$ répulsion

ressemble à la loi de Coulomb

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

1- Force de Lorentz

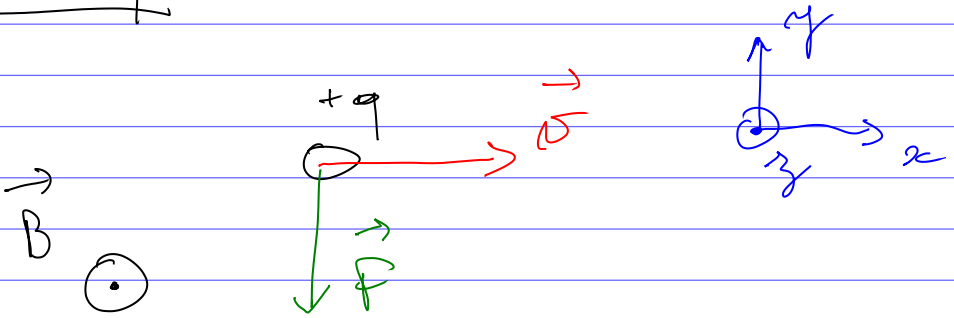
→ regroupe force de Coulomb et force magnétique tel que :

$$\vec{F} = q (\underbrace{\vec{E}}_{\text{force de Coulomb}} + \underbrace{\vec{v} \wedge \vec{B}}_{\text{force magnétique}})$$

partie magnétique $q \vec{v} \wedge \vec{B}$

↳ force perpendiculaire à la vitesse de la charge q et au champ magnétique noté \vec{B} .

Exemple :

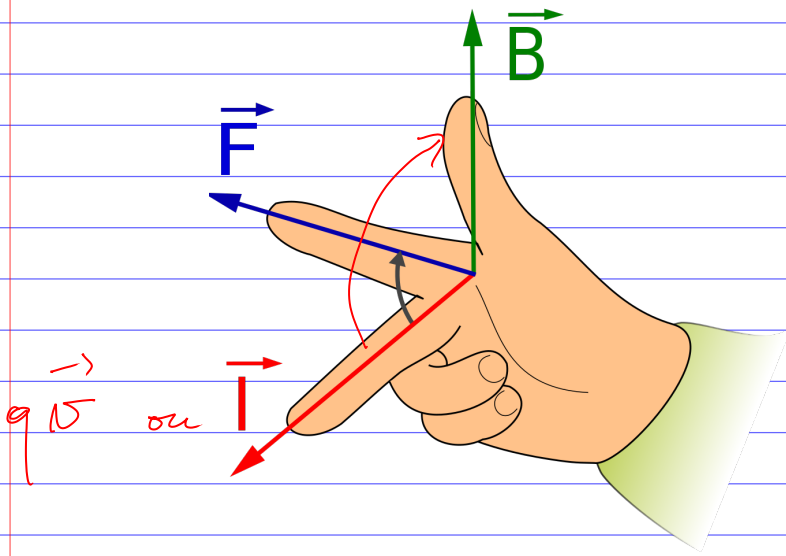


Calcul :

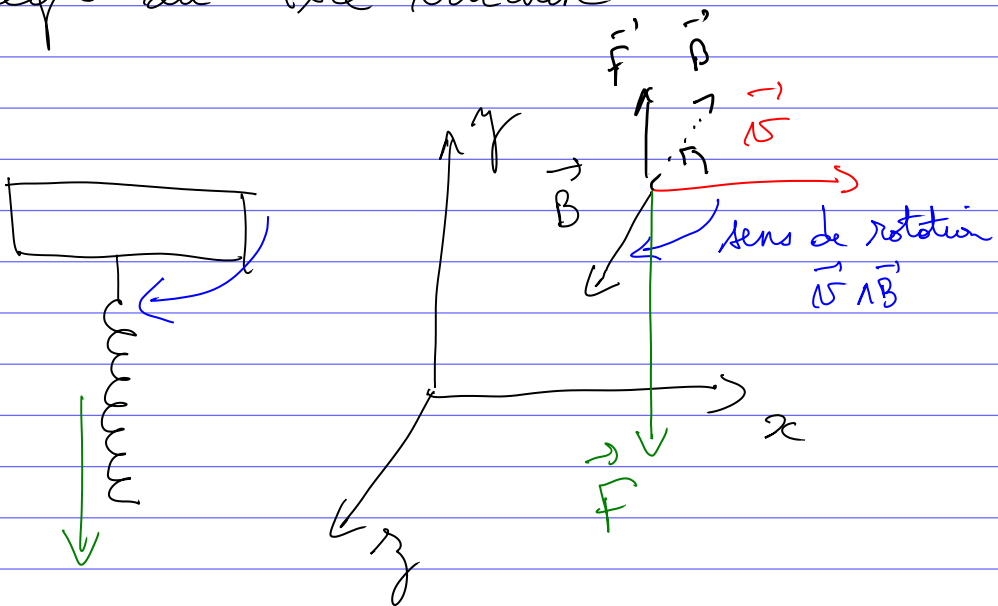
$$\vec{v} \wedge \vec{B} = \begin{pmatrix} v_x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -v_x B \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{F} = q \vec{v} \wedge \vec{B} = -q v_x B \vec{u}_y$$

Règle de la main droite :



Règle du Tire-bouchon :



Rotation de \vec{I} vers \vec{B} en sens
horaire \rightarrow le tire bouchon avance
Rotation en sens anti-horaire
 \rightarrow il recule

2 - Force de Laplace

Force de Lorentz : force microscopique

" Laplace : force macroscopique

Prendons la partie magnétique de la force de Lorentz

$$\vec{F} = q \vec{v} \wedge \vec{B}$$

$$\underline{d\vec{F} = dq \vec{v} \wedge \vec{B}}$$

en volume $dq = \rho d\tau$

ρ : densité volumique de charge

$d\tau$: élément de volume

$$d\vec{F} = \rho d\tau \vec{v} \wedge \vec{B}$$

$$\vec{F} = \iiint_{(V)} \rho \vec{v} \wedge \vec{B} d\tau$$

$$\text{or } \rho \vec{v} = \vec{j}$$

$$\vec{F} = \iiint (\vec{j} d\tau) \wedge \vec{B}$$

et
$$I = \iint \vec{j} \cdot d\vec{S} = \iint \vec{j} \cdot \vec{n} dS$$

$$d\vec{S} = dS \cdot \vec{dl}$$

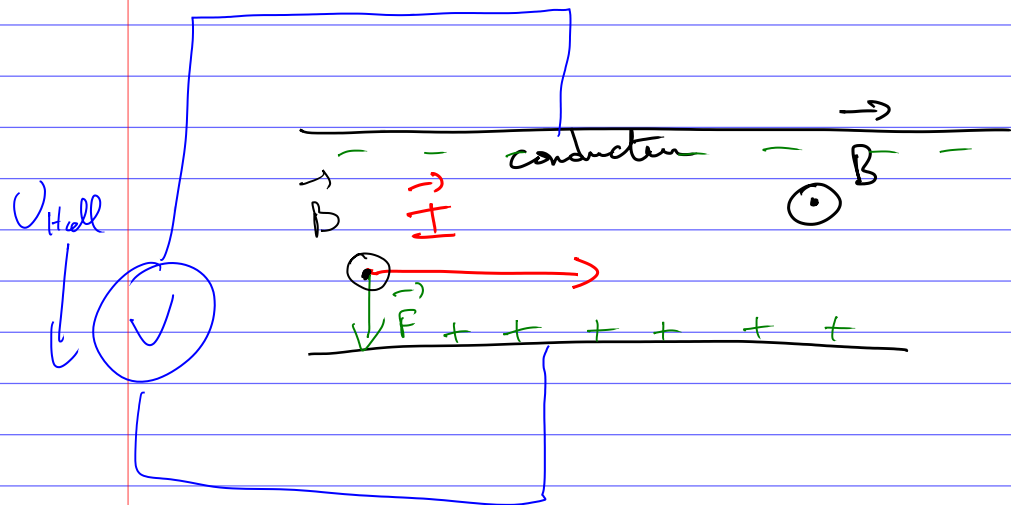
$$\vec{F} = \iiint (\vec{j} \cdot d\vec{S}) \cdot d\vec{l} \wedge \vec{B}$$

$$= \boxed{\int I d\vec{l} \wedge \vec{B}}$$

$d\vec{l}$ donne
le sens et
la direction
de I

Force de Laplace

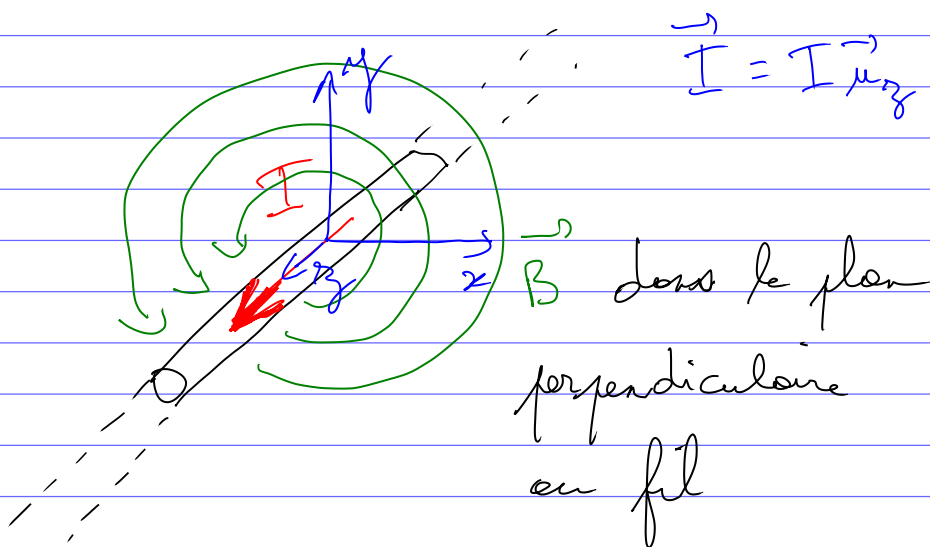
Illustration : Effet HALL



III Champ magnétique \vec{B}

(aussi appelé vecteur induction magnétique)

Soit 1 fil conducteur parcouru par 1 courant I



1. Loi de Biot et Savart

Expression du champ magnétique en 1 point M

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{(C)} \frac{I d\vec{l} \wedge \vec{PM}}{PM^3}$$

A comparer au champ $\vec{E}(M)$

$$\vec{E}(M) = \frac{q \vec{PM}}{4\pi \epsilon_0 PM^3} = \int \frac{dq \vec{PM}}{4\pi \epsilon_0 PM^3}$$

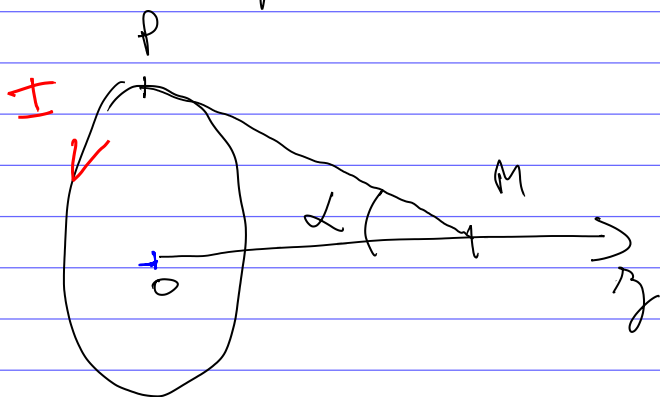
En magnétisme, la constante est $\frac{\mu_0}{4\pi}$ au lieu de $\frac{1}{4\pi \epsilon_0}$

et "q" est remplacé par " $I d\vec{l}$ " pour signifier la perpendicularité du champ \vec{B} avec \vec{I} le courant

μ_0 : perméabilité du vide = $4\pi \cdot 10^{-7}$

Exemple d'application sur 1 spire

Soit 1 courant I parcourant 1 spire
de rayon R $\vec{B}(M)$?



Encore 4 étapes :

- Étape 1 : symétries et choix repère
- Étape 2 : Ecrire \vec{B}
- " 3 : $\vec{I} \wedge \vec{PM}$
- " 4 : $\vec{B}(M) =$

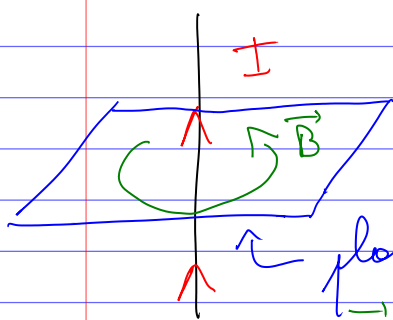
Étape 1 : SYMETRIES

Ici symétrie d'axe (Oz) en coordonnées cylindriques

Le champ magnétique est donc dirigé selon (Oz)

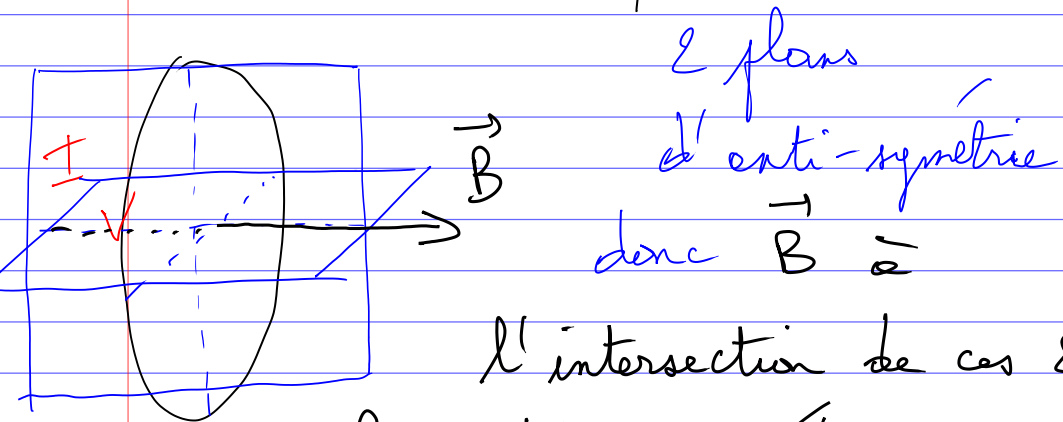
En effet si une distribution de courant admet 1 plan d'anti-symétrie, alors le champ \vec{B} est contenu dans ce plan

Ex pour 1 fil



plan d'anti-symétrie du courant
 \vec{B} est contenu dans ce plan
et tourne dans le sens horaire autour du courant.

Revenons à la spire :



l'intersection de ces 2
plans d'anti-symétrie

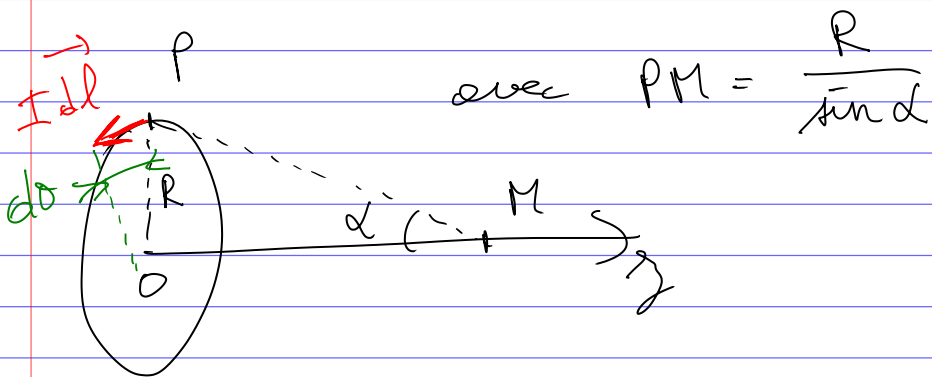
$$\vec{B} = B \vec{u}_z$$

- Etape 2

On écrit $\vec{B}(M)$

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} B_r = 0 \\ B_\theta = 0 \\ B_z \end{pmatrix}$$

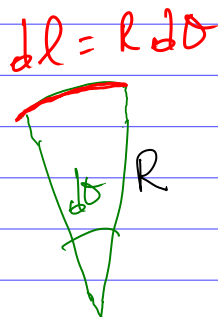
$$\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{I} d\vec{l} \wedge \vec{PM}}{PM^3}$$



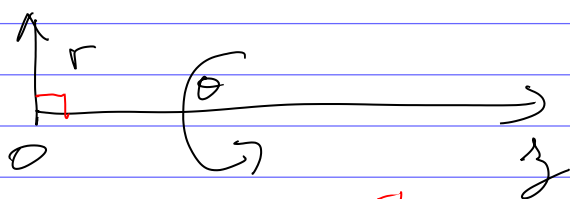
Etape 3 : Calcul du produit
vectoriel

$$\vec{dl} \wedge \vec{PM}$$

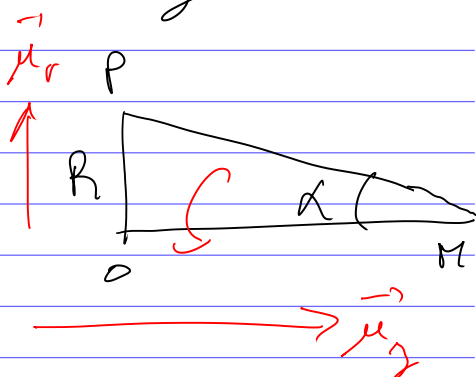
$$dl = R d\theta$$



donc $\vec{dl} = \begin{pmatrix} 0 \\ R d\theta \\ 0 \end{pmatrix}$ en cylindrique $\begin{pmatrix} r \\ \theta \\ z \end{pmatrix}$



$$\vec{PM} = \begin{pmatrix} -PM \sin \alpha \\ 0 \\ PM \cos \alpha \end{pmatrix}$$



donc

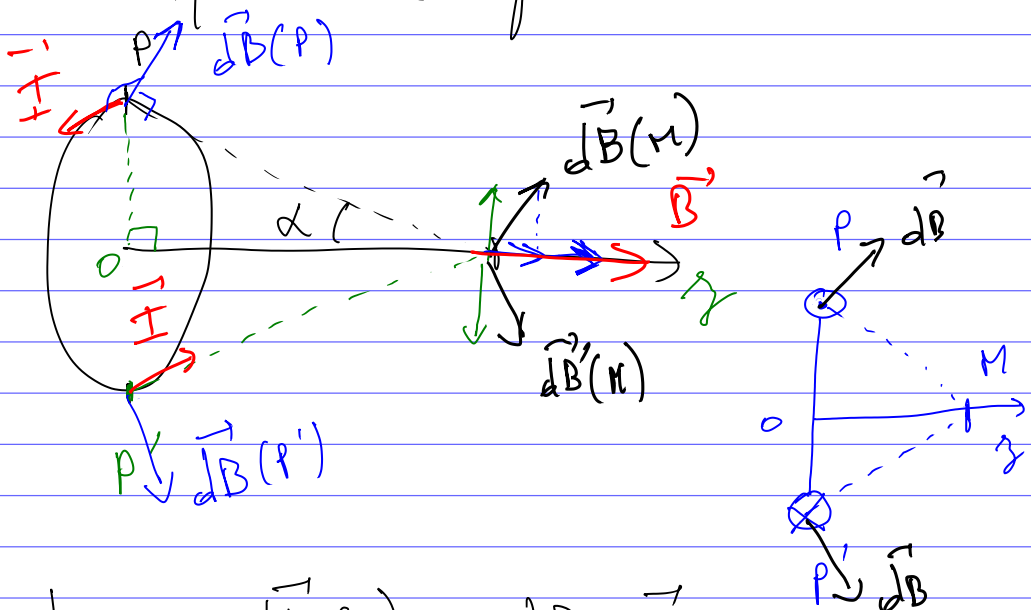
$$\vec{dl} \wedge \vec{PM} = \begin{pmatrix} 0 \\ R d\theta \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} -PM \sin \alpha \\ 0 \\ PM \cos \alpha \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} R d\theta PM \cos \alpha \\ 0 \\ R d\theta PM \sin \alpha \end{pmatrix}$$

$\vec{\mu}_r = 0$
 $\vec{\mu}_\theta = 0$
 $\vec{\mu}_z$

Or on sait que $\vec{B} = B \vec{\mu}_z$
 orienté selon (Oz) d'après la
 symétrie donc par composition
 selon $\vec{\mu}_r$.

On peut le vérifier ici :



$$\text{donc } d\vec{B}(M) = dB_z \vec{u}_z$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I R d\theta \sin \alpha}{r^3}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I R \sin \alpha d\theta}{\left(\frac{R}{\sin \alpha}\right)^2}$$

$$\text{donc } \vec{B}(M) = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I R \sin^3 \alpha d\theta}{R^2} \vec{u}_z$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \sin^3 \alpha \int_0^{2\pi} d\theta \vec{u}_z$$

$$B_z(M) = \frac{\mu_0 2\pi I \sin^3 \alpha}{4\pi R} = \boxed{\frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3 \alpha}$$

for example at the center of the
spire $\alpha = \frac{\pi}{2}$

$$B(0) = \frac{\mu_0 I}{2R}$$