Cours d'Electromagnétisme

→ 3 parties

1) Electrostatique
2) Magnétostatique
3) Induction magnétique

Historique

Antiquité VII^{e} s AV J-C

1ère machine :

Franklin (18e)
cerf-volant

1785 : loi de Coulomb

19e Maxwell

1882 :

1897 : Découverte de l'$\bar{e}$

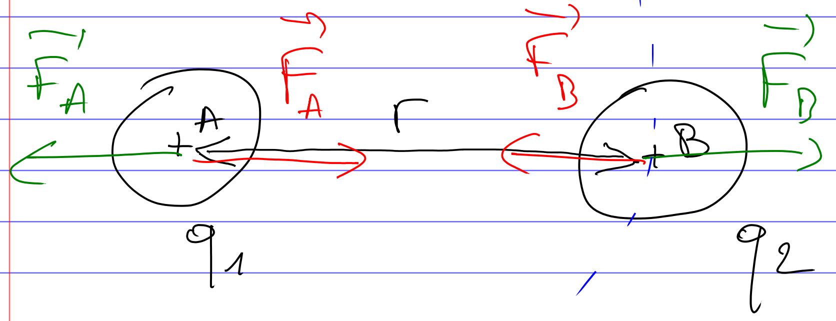
Electrostatique

I – Particules chargées

→ ponctuelles

→ à symétrie sphérique

2 particules chargées subissent 1 force :



si $q_1 \cdot q_2 > 0$ $(+\ +)$ $(-\ -)$ ⇒ répulsion

si $q_1 q_2 < 0$ $\begin{pmatrix} + & - \\ - & + \end{pmatrix}$ ⇒ attraction

1) Force de Coulomb (1885)

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi \varepsilon_0 r^2}$$

Charge q s'exprime en Coulomb (C)

q de l'e^- $= -1{,}6.10^{-19}$ C

proton $= +1{,}6.10^{-19}$ C

ε_0 : permittivité du vide

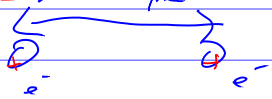
$\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}$

$4\pi r^2$: surface d'une sphère

$\boxed{2e^-}$

$$F = \frac{(-1{,}6.10^{-19})^2}{4\pi\, 8{,}85.10^{-12}.(10^{-10})^2}$$

$1\,\text{Å} = 10^{-10}$ m

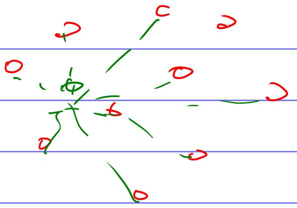


$$= \underline{2{,}3.10^{-8}\ N}$$

2) Th. de Superposition

N corps

$$F_1 = \sum_N \frac{q_1 q_N}{4\pi\varepsilon_0 r_{1N}^2}$$

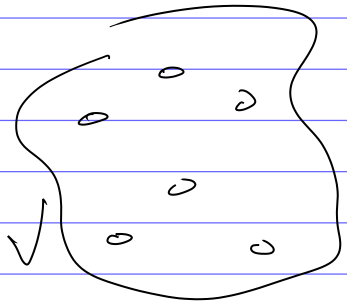


r_{1N} distance entre la part. 1 et la part N

3) Densité de charge ρ, σ, λ

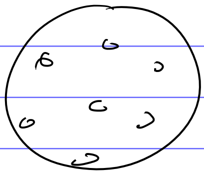
$$\rho = \frac{\sum q_N}{V}$$

$$\boxed{(C/m^3)}$$



σ : (C/m^2)

charge surfacique



λ : charge linéique (C/m)

$$Q = \int_V \rho \, dV = \rho V$$

si ρ est constante

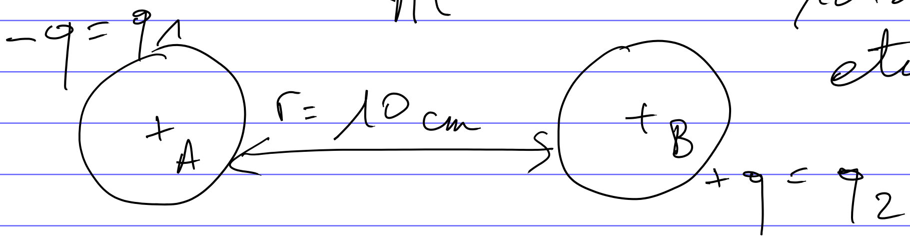
$$= \int_S \sigma \, dS$$

$$= \int_L \lambda \, dl$$

Exemple : 2 sphères chargées

Al

10% des atomes



$m = 100\,g$ $\quad M_{Al} = 27\,g$

$$q_1 = \frac{10}{100} \frac{m}{M} \mathcal{N}_A (-e) = -q_2$$

$$= \boxed{-3{,}56 \cdot 10^{4}\ C}$$

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi \varepsilon_0 r^2} = \frac{-q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$= \boxed{-1{,}145 \cdot 10^{21}\ N}$$

Énorme !

Plus grand que la force d'attraction entre la Terre et la Lune

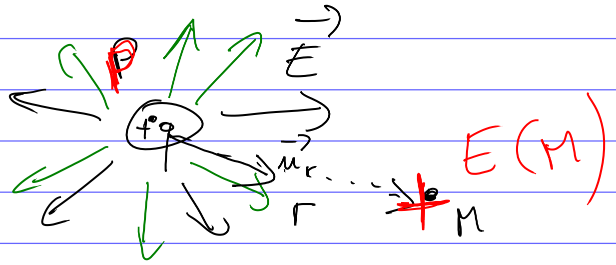
Force électrique $\ggg$ Force gravitationnelle

10^{16} fois

II Champ et Potentiel électrostatique

1) Champ électrique

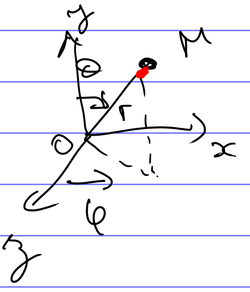
Pour 1 part. ponctuelle à symétrie sphérique



$$\vec{E}(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\vec{u}_r$$

(en V/m)

coord. sphériques



$$\vec{E}(M) = \frac{q\,\vec{PM}}{4\pi\varepsilon_0\, PM^3}$$

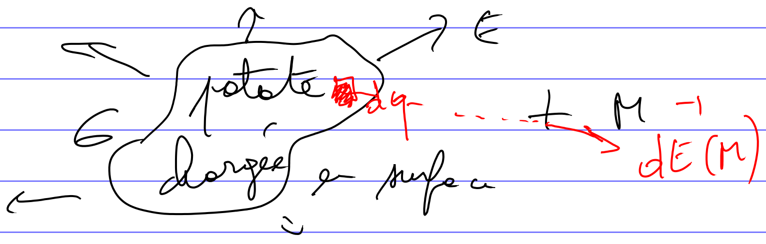
$OM = r$

vecteur

$$= \frac{q\,\|\vec{PM}\|\,\vec{u}_r}{4\pi\varepsilon_0\, PM^3} = \frac{q\,\vec{u}_r}{4\pi\varepsilon_0\, PM^2}$$

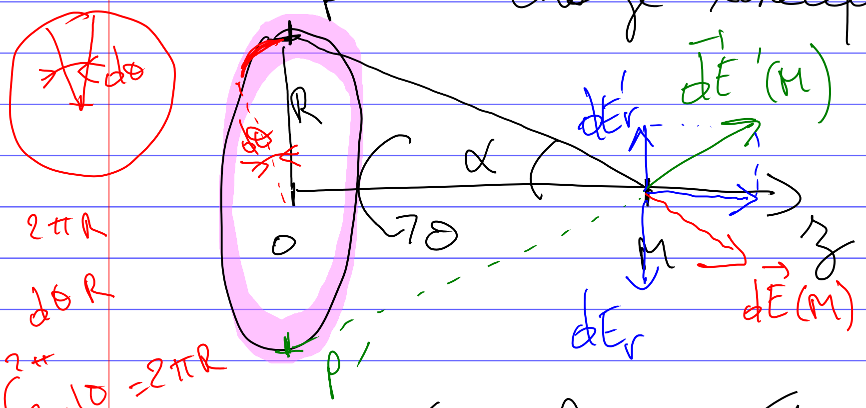
$$d\vec{E}(M) = \frac{dq\,\vec{PM}}{4\pi\varepsilon_0\, PM^3}$$

dq



Exemple : Anneau chargé

charge linéique λ (C/m)



1) repérer les symétries

2) choisir le syst. de coordonnées

3) Écrire l'élément dq

puis $d\vec{E}$

4) Intégrer $d\vec{E} \Rightarrow \vec{E}(M)$

1) symétrie de révolution autour de l'axe (Oz)

Donc les composantes radiales et azimutale s'annulent

2) Choix d'un syst. de coord. cylindrique
$\begin{cases} r \rightarrow \text{radiale} \\ \theta \rightarrow \text{azimutale} \\ z \rightarrow \text{longitudinale} \end{cases}$

$E_r = 0$ et $E_\theta = 0$, $\boxed{E_z \neq 0}$

$L_3 \rightarrow \quad dq = \lambda \, dl \qquad C/m \times m = C$

$= \lambda R \, d\theta$

$$\vec{dE} = \frac{dq \, \vec{PM}}{4\pi\varepsilon_0 PM^3}$$

$$PM = \frac{R}{\sin\alpha} \qquad \vec{PM} = \begin{pmatrix} -PM\sin\alpha \\ 0 \\ PM\cos\alpha \end{pmatrix}$$

$$\vec{dE} = \frac{\lambda R \, d\theta}{4\pi\varepsilon_0 PM^3} \begin{pmatrix} -PM\sin\alpha & = dE_r \\ 0 & = dE_\theta \\ PM\cos\alpha & = dE_z \end{pmatrix}$$

$$dE_z = \frac{\lambda R \, d\theta}{4\pi\varepsilon_0 PM^2} \cos\alpha$$

$$= \frac{\lambda R \, d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \sin^2\alpha \cos\alpha$$

$$E_z(M) = \int_0^{2\pi} dE_z = \boxed{\frac{\lambda}{2\varepsilon_0 R} \sin^2\alpha \cos\alpha}$$

$$\vec{PM} \begin{pmatrix} -R \\ 0 \\ z \end{pmatrix}$$

ou

$$\vec{dE} = \frac{\lambda R \, d\theta}{4\pi\varepsilon_0 PM^3} \begin{pmatrix} -R & = 0 \\ 0 \\ z \end{pmatrix} \qquad M \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z \end{pmatrix}$$

et $PM = \sqrt{R^2 + z^2}$

$$E_z = \int_0^{2\pi} d\vec{E}_z = \boxed{\frac{\lambda R z}{2\varepsilon_0 (R^2+z^2)^{3/2}}}$$

$$\cos\alpha = \frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}} \qquad \sin\alpha = \frac{R}{\sqrt{R^2+z^2}}$$

$$E_z = \frac{\lambda R^2 z}{2\varepsilon_0 R (R^2+z^2)\sqrt{R^2+z^2}}$$

$$= \boxed{\frac{\lambda}{2\varepsilon_0 R} \sin^2\alpha \cos\alpha}$$

On retrouve la même chose

Expression de la force de Coulomb à partir du champ $\vec{E}$

$$\boxed{\vec{F} = q\vec{E}} = q_1 \frac{q_2 \vec{PM}}{4\pi\varepsilon_0 PM^3}$$

2) Potentiel électrostatique

A partir du champ $\vec{E}$:

$$-\int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dl} = V(B) - V(A)$$

V s'exprime en volts

Toujours défini par rapport à 1 référence
$V(A)$ ou $V(B)$

Exemple : Potentiel d'une charge ponctuelle

On sait que $E(r) = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$
pour le champ

donc $$-\int_A^B E(r)\,dr = V(B) - V(A)$$

On choisit la référence à l'infini
$V(+\infty) = 0 = V(B)$

$$\Rightarrow -\int_r^{+\infty} E(r)\,dr = V(+\infty) - V(r)$$

$$-\int_r^{+\infty} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r}\right]_r^{+\infty}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\underbrace{\frac{1}{+\infty}}_{=0} - \frac{1}{r}\right) = \underbrace{V(+\infty)}_{=0} - V(r)$$

$$\Rightarrow \boxed{V(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}}$$

De même pour 1 distribution de charge ; le potentiel en M :

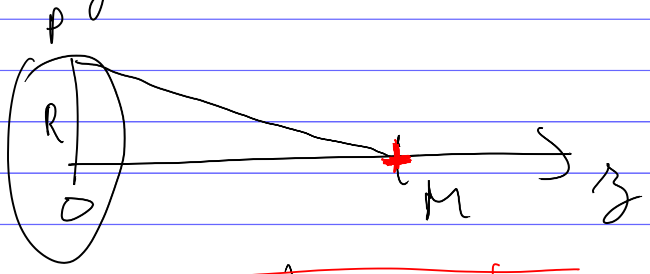
$$V(M) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 PM}$$

P position charge

M → potentiel

→ PM → 0 alors ~~V → ∞~~ théorie valable si PM >> r_p

En reprenant l'exemple de l'anneau chargé



$$\boxed{dV(M) = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 PM}}$$

⇒ symétrie d'axe (Oz)

⇒ géom. cylindrique

$$\Rightarrow \quad dq = \lambda R\, d\theta$$

$$PM = \frac{R}{\sin\alpha}$$

$$\Rightarrow \quad dV = \frac{\lambda R\, d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R}\sin\alpha$$

$$V = \int_0^{2\pi} \frac{\lambda \cancel{R}\, d\theta}{4\pi\varepsilon_0 \cancel{R}}\sin\alpha$$

$$= \frac{\lambda}{2\varepsilon_0}\sin\alpha = \boxed{\frac{\lambda}{2\varepsilon_0}\frac{R}{\sqrt{R^2+z^2}}}$$

On peut retrouver le champ $\vec{E}(r)$ à partir du potentiel puisque

$$\boxed{\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\,(V)} \Rightarrow -\begin{pmatrix} \frac{\partial V}{\partial x} \\ \frac{\partial V}{\partial y} \\ \frac{\partial V}{\partial z} \end{pmatrix} \text{ cartésien}$$

ici V ne dépend que de z

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{\lambda}{2\varepsilon_0}\frac{R\left(-\frac{1}{2}\right)2z}{\left(R^2+z^2\right)^{3/2}}$$

$$= \boxed{\frac{\lambda R z}{2\varepsilon_0\left(R^2+z^2\right)^{3/2}}}$$

Donc on retrouve le bon résultat aussi par cette méthode

3) Énergie électrostatique

On remarque que

$$\int \underbrace{q\vec{E}}_{\text{Force de Coulomb}} \cdot \vec{dl} = \int \vec{F} \cdot \vec{dl} = \underline{W}$$

travail en Joule

Donc une énergie

Or $-\int \vec{E} \cdot \vec{dl} = \Delta V$ la différence de potentiel

donc $\underline{\Delta U} = q \Delta V$

ΔU est la différence d'énergie potentielle

On peut généraliser en disant que $U(M) = qV(M)$