V Propriétés électriques des matériaux

1) Les conducteurs

a) Définition

b) Courant et densité de courant

→ densité de courant $\vec{j}$ (A/m^2)

$$\vec{j} = \rho \vec{v}$$

ρ : densité volumique de charge
$\vec{v}$: vitesse des charges

$$I = \iint \vec{j} \cdot \vec{dS} \qquad (A)$$

ou (C/s)

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}$$

γ : conductivité électrique

c) Résistance et résistivité

On peut aussi écrire :

$$\vec{E} = \rho_R \vec{j}$$

loi d'Ohm locale ($U = Ri$)

avec ρ_R la résistivité

Exemples :

métal	ρ_R (en $\Omega.m$)
Argent (Ag)	$1{,}6.10^{-8}$
Cuivre (Cu)	$1{,}7.10^{-8}$
Or (Au)	$2{,}2.10^{-8}$
Aluminium (Al)	$2{,}8.10^{-8}$
Fer (Fe)	10.10^{-8}

La résistance R d'un fil de section S et de longueur L est

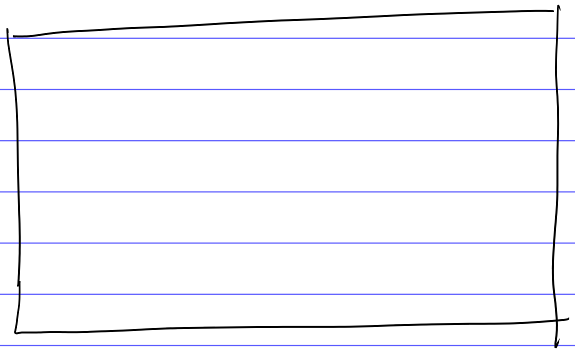
$$R = \frac{\rho_R L}{S}$$

d) Propriétés des conducteurs à l'équilibre

Equilibre = pas de déplacement de charges

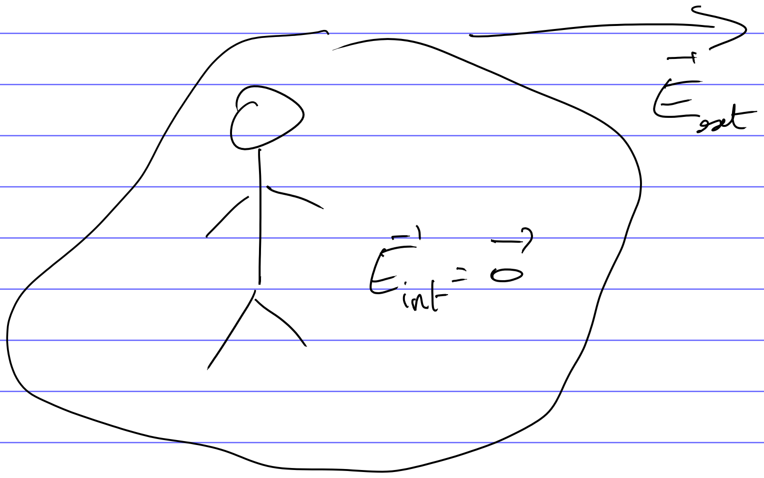
$\vec{E}_{int} = \vec{0}$ dans le volume d'un conducteur en statique

<u>Illustration</u>



$\rho_{int} = 0$ pas de charges volumiques

Application : <u>la cage de Faraday</u>



2) Les diélectriques

a) Définition :

→ Des isolants pouvant se charger en volume

b) La polarisation $\vec{P}$

C'est la somme des moments dipolaires $\vec{p}$ par unité de volume

$$\vec{P} = \frac{\sum_i p_i}{\tau}$$

τ le volume

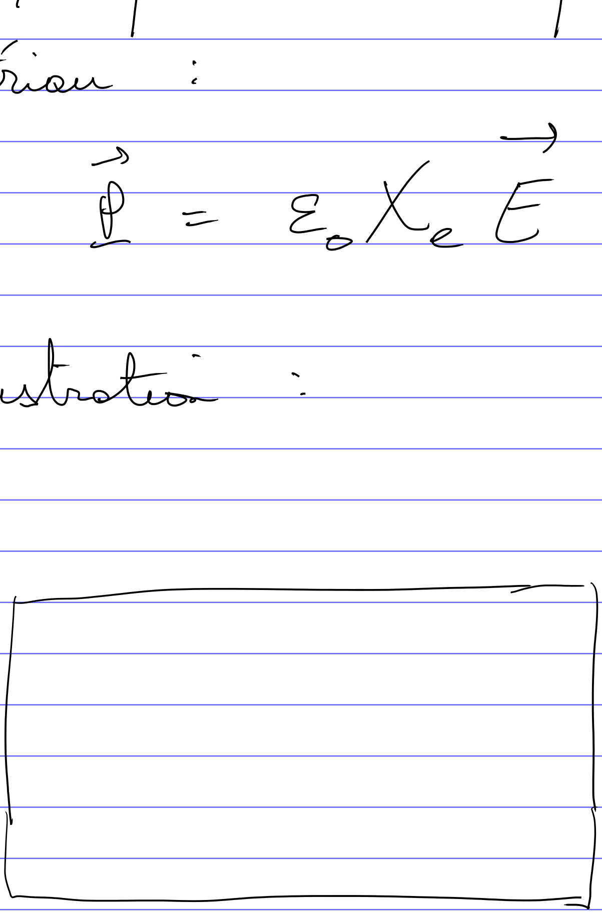
P s'exprime en C/m^2

car p est en $C.m$

On exprime $\vec{P}$ grâce au coefficient macroscopique χ_e, la susceptibilité électrique d'un matériau :

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}$$

Illustration :

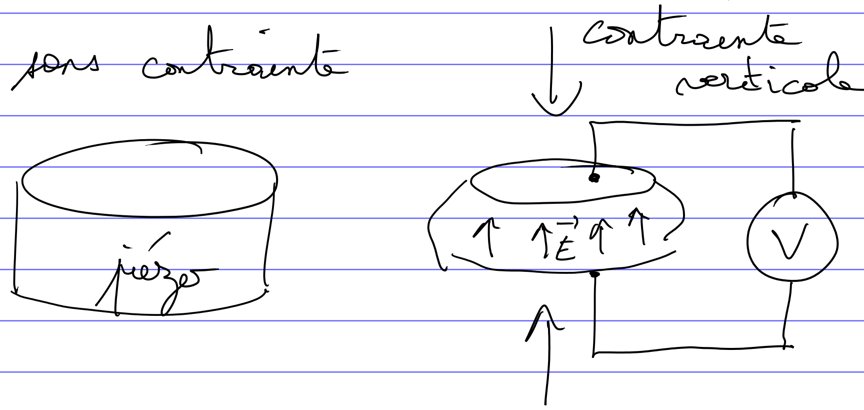


avec $\rho_p = -\vec{\nabla}\cdot\vec{P}$ et $\sigma_p = \vec{P}\cdot\vec{n}$

b) Propriétés des diélectriques

i) La piézoélectricité

L'application d'une contrainte mécanique sur 1 cristal piézo. crée une différence de potentiel entre les points d'application de la contrainte



Phénomène réversible :
l'application d'une tension ou d'un champ $\vec{E}$ déforme les mailles du cristal

Application : résonateurs, transducteurs, capteur de pression, actionneurs, moteurs

→ montres à quartz

ii) La pyroélectricité

Tous les pyroélectriques sont des piézoélectriques, mais pas l'inverse.

→ changement de température entraîne 1 changement de polarisation et donc apparition d'une tension.

→ phénomène transitoire

Application : détecteur de chaleur

Exemple de pyroélectrique naturel : la tourmaline

iii) La ferroélectricité

C'est une sous-classe de la pyroélectricité

Un ferroélectrique possède une polarisation spontanée qui peut être retournée ou orientée par application d'un champ $\vec{E}$ extérieur.

ferro- par analogie avec le ferromagnétisme

Exemple de matériau $BaTiO_3$ le titanate de Baryum largement utilisé dans les condensateur car sa de permittivité diélectrique relative est très grande ($\varepsilon_r = 1700$ ou plus)

c) Le déplacement électrique $\vec{D}$

On part de $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

Dans 1 métal conducteur on a

ρ_l : la densité de charges libres ↳ les $\bar{e}$ de conduction

Dans 1 diélectrique on a

ρ_p les charges de polarisation

On a donc $\rho = \rho_l + \rho_p$

dans 1 matériau présentant les 2 types de charges.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho_l + \rho_p}{\varepsilon_0}$$

avec $\rho_p = - \vec{\nabla} \cdot \vec{P}$

$$\vec{\nabla} \cdot (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) = \rho_l$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_l$$

avec $\vec{D} =$

Exemples de ε_r

Matériau	ε_r
vide	1
air sec	1,0006
papier	2,3
quartz	4,5
mica	8

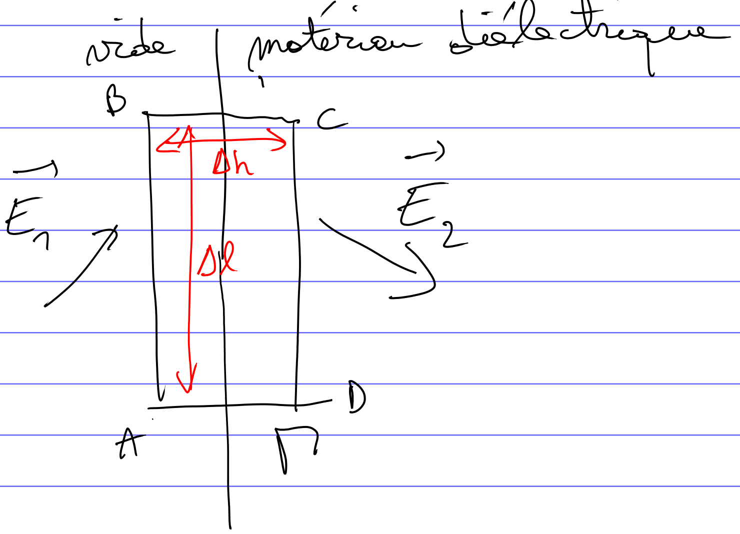
D) Conditions aux limites électriques

D'après $\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = \vec{0}$ et

$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_\ell$

Th. de Stockes

$$\iint \vec{\nabla} \wedge \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_\Gamma \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$



$$\oint_\Gamma \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \int_{AB} \vec{E}_1 \cdot d\vec{\ell} + \int_{BC} \vec{E}_1 \cdot d\vec{\ell} +$$

$$\int_{CD} \vec{E}_1 \cdot d\vec{\ell} + \int_{DA} \vec{E}_1 \cdot d\vec{\ell}$$

$\Delta h \to 0$ donc

$$\Rightarrow \quad E_1^{tan} \Delta \ell + E_2^{tan} \Delta \ell = 0$$

$$(\vec{E}_2 - \vec{E}_1) \wedge \vec{n} = \vec{0}$$

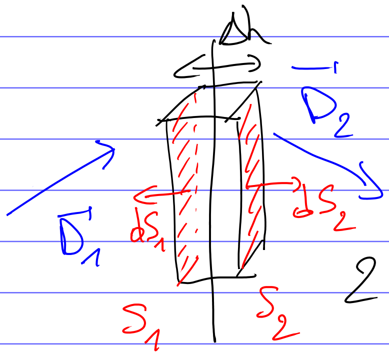
ou

$$E_2^{tan} - E_1^{tan} = 0 \Rightarrow \boxed{E_1^{tan} = E_2^{tan}}$$

continuité de E tangentiel

théorème de Green-Ostrogradsky

$$\iiint \vec{\nabla} \cdot \vec{D} \, d\tau = \oiint \vec{D} \cdot d\vec{S}$$



$\Delta h \to 0$

2 surfaces

$$\oiint_{(S)} \vec{D} \cdot d\vec{S} = \iint \vec{D}_1 \cdot d\vec{S}_1 + \iint \vec{D}_2 \cdot d\vec{S}_2$$

$$= \iint \vec{D}_1 \cdot \vec{n}_1 dS + \iint \vec{D}_2 \cdot \vec{n}_2 dS$$

$dS_1 = dS_2 = dS \qquad -\vec{n}_1 = +\vec{n}_2 = \vec{n}$

$$\iiint \vec{\nabla} \cdot \vec{D} \, d\tau = \iiint \rho_\ell \, d\tau = \iint \sigma_\ell \, dS$$

$$\Rightarrow -\iint \vec{D}_1 \cdot \vec{n} \, dS + \iint \vec{D}_2 \cdot \vec{n} \, dS = \iint \sigma_\ell \, dS$$

donc

$$(\vec{D}_2 - \vec{D}_1) \cdot \vec{n} = \sigma_l$$

Continuité de D normal

$$D_2^n - D_1^n = \sigma_l$$

A l'interface d'un diélectrique

$\sigma_l = 0$ donc $D_1^n = D_2^n$

Exemple d'application des conditions aux limites.