

MAT

3. termín 2018/2019

skupina D

(biely papier)

28. január 2019

1 príklad (15b)

Dokažte formuli

$$\vdash (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow C))$$

Návod: Použijte vhodné predpoklady a opakovaně užíjte odvozovací pravidlo a větu o dedukci.

2 příklad (10b)

Buď L jazyk s predikátovými symboly p a q arity 2 a r arity 1. Převeďte formuli

$$(\forall x p(x, y) \rightarrow \forall x \exists y q(x, y)) \rightarrow \forall x r(x)$$

do prenexního tvaru.

3 příklad (15b)

Doplňte Cayleyovu tabulku operace grupy na množině $\{a, b, c, d, e\}$. (Nápověda: Po nalezení neutrálního prvku užíjte opakovaně vlastnost tabulky, která plyne ze zákona o dělení (resp. krácení).)

	a	b	c	d	e
a				b	c
b					
c	d				
d					
e				a	

4 příklad (15b)

Na algebře $\mathcal{A} = (\mathbb{Z}, q, *)$ typu $(1, 2)$ s operacemi definovanými pro $a, b \in \mathbb{Z}$ následovně

$$q(a) = 1 - a, \quad a * b = a + b - ab$$

uvažujme ekvivalenci ρ danou vztahem $(a, b) \in \rho \Leftrightarrow 2 \mid (a - b)$, kde symbol \mid znamená “dělí”.

(a) Dokažte, že ρ je kongruence na \mathcal{A} .

(b) Popište faktorovou algebru \mathcal{A}/ρ , tj. určete její nosnou množinu (výčtem prvků) a všechny operace (jejich tabulkami).

5 příklad (15b)

Uvažujme na \mathbb{R}^2 normy $\|x\|_0$ a $\|x\|_1$ dané vztahy $\|x\|_0 = \max\{|x_1|, |x_2|\}$ a $\|x\|_1 = |x_1| + |x_2|$ pro každé $x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$. V kartézské soustavě souřadnic zakreslete množinu všech bodů $x \in \mathbb{R}^2$ s vlastností $\|x\|_0 \geq 2$ a $\|x\|_1 \leq 4$.

6 příklad (10b)

Kostra grafu G má 21 hran a každý jeho uzel má stupeň 5. Určete počet hran grafu G .
