tak ako podla toho z akeho pohladu do beries Link na najnovsi dokument pre rok 2015/2016 https://docs.google.com/document/d/1eU-0XFfY02uPWKRR4dyn2PoOa1Gccma1iUnFLJz60pk/edit

Uvidíme se 27 . Šlapal. Ne se všemi, ale s většinou.

Logika

Prenexní tvar:

$pro \odot in\ (\rightarrow,\vee,\wedge)\ :(s(x)\odot\forall xz(x)) \Rightarrow \forall x(s(x)\odot z(x))$ - tedy zůstává stejnej

$implikace:\ (\forall xs(x)\rightarrow z(x)) \Rightarrow \exists x(s(x)\rightarrow z(x))$ - mění se

negace: neg (A $\rightarrow$ B) = A $\wedge$ neg(B)

neg($\exists x$ A) = $\forall x$ neg(A)

Grafy

Obyčejný graf - (U,H) - jakýkoliv graf

- U - uzly

  Prenexní tvar:

  pro in (,,) :(s(x)xz(x))x(s(x)z(x)) - tedy zůstává stejnej

  implikace: (xs(x)z(x))x(s(x)z(x)) - mění se

  negace: neg (A B) = A neg(B)

neg(xA) = xneg(A)

Grafy

- H - hrany

  // neni to pro uplny graf?

  // asi jo, obecne to je pod tim tou sumou

  // pozor, ne pro **uplny** graf, ale pro graf, ve kterem ma **kazdy vrchol stejny stupen**

  // coz v grafovych ulohach MATu vetsinou byva

  stupen_uzlu*pocet_uzlu=pocet_hran*2

  $\Sigma deg(u)\ u \in U = 2n$

  - suma stupnu vsech uzlu = 2 * pocet hran
- počet koster uplného grafu je n^{n-2}
- počet koster kružnice n

Sled - jakákoliv posloupnost uzel - hrana - uzel ...

- může se opakovat všechno

Tah

- uzly se mohou opakovat
- hrany se neopakují

Cesta

- Neopakují se ani hrany ani uzly

Kružnice

- Cesta, kde je stejný výchozí a cílový uzel (nebo tah, kde se neopakují uzly až na poč. a koncový)

Souvislý graf

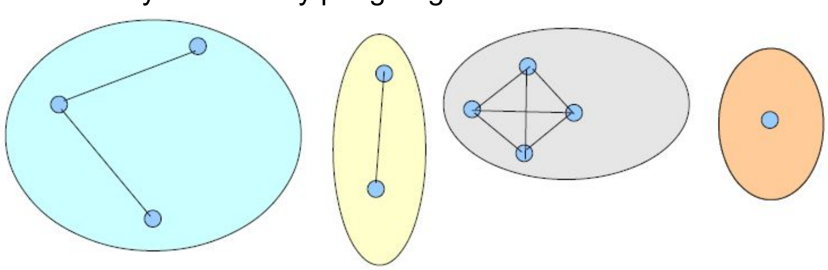
- mezi každými dvěma body existuje **cesta** (nevím jak s orientovanými)

Faktor grafu

- podgraf obsahující všechny uzly nadgrafu U´ = U
- myslim ze to (veta nad touto) je chybne: faktor je podgraf, pre ktory plati, ze pokial nadgraf obsahuje medzi dvomi uzlami hranu, a podgraf tieto dva uzly obsahuje, musi aj podgraf obsahovat tuto hranu
- nezdá se mi http://sk.wikipedia.org/wiki/Faktor_grafu

Komponenta

- uzlově max. souvislý indukovaný podgraf grafu



1 graf - 4 komponenty

Most

- hrana, po jejímž oddělání se budou uzly které spojuje nacházet v různých komponentách

Stupeň uzlu
- Počet hran spojených s tímto uzlem

Strom
- Graf bez kružnice

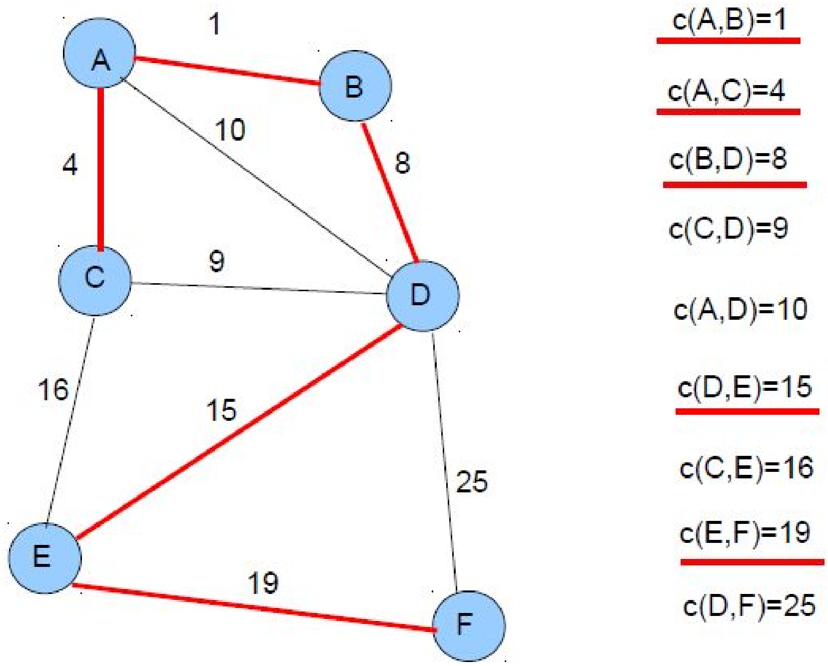
Kostra grafu
- Faktor grafu bez kružnice (všechny uzly, žádné cykly)
- toto (hore) vychadza zo zlej definicie faktoru (vid vyssie)
- podgraf obsahujuci vsetky uzly, ktory je zaroven stromom

Oceněný graf / cena grafu
- hrany mají cenu - cena grafu je suma cen hran

Minimální kostra
- kostra c nejmenší možnou cenou grafu
- https://www.fit.vutbr.cz/.../GAL/public/gal-slides.pdf

Kruskalův algoritmus
// pozor, v prubehu algoritmu na sebe pridavane hrany nemusi “navazovat”, Kruskal obecne vytvari disjunktni casti kostry, ktere se ale nekdy v prubehu algoritmu spoji

Při Kruskalově algoritmu se tedy kostra vytváří postupným přidáváním předem setříděných hran počínaje hranou s nejmenší cenou. Vznikla-li by přidáním nějaké hrany kružnice, hrana "se přeskočí".



Primův alg. na min. kostru

- easy, zacnu kdekoliv, pridavam hranu s nejmensim ohodnocenim tak, aby netvořila kružnici
- len pozn.: hranu nemusim pridavat vzdy len k NOVEMU uzlu, ale k lubovolnemu, v ktorom som uz bol (logicky, moze sa stat ze pridem k novemu uzlu ktory je "konecny" a nemal by som tak kam dalej ist)

Planarita grafu

- $m \leq 3n-6$
- $n-m+p = 2$
- n - uzly, m - hrany, p - bunky ("oblasti" grafu, vratane "vonkajsej"), pre graf hore (v primovi) je pocet buniek 5, ak sa nemylim

Algebry - pojmy, co zvyraznil na cvikach / mohly by se objevit

- podalgebra
    - operace nesmí vybočit z množiny hodnot algebry

- homomorfismus
  - druhy morfismu
  - zachovává všechny operace včetně nulárních
    - f(x+y) = f(x) + f(y)
  - Algebra s nulární operací 1, zobrazení f: R->R ,f(x) = x+1
    - není homomorf. protože 1 se nezobrazí na 1 (cvika podalgebry 2013 13:00)
- generovani
  - <a> .. pohoda
  - zoberiem prvok “a”, pridam pripadne prvky vzniknute nularnymi operaciami, a nasledne na tieto prvky aplikujem vsetky operatory (unarne, binarne…), pri binarnych a vyssich mozem pouzit ten isty prvok na viacerych miestach (a * a), aplikovanim operatorov vznikaju potencialne nove prvky, tie opat zaradim do mnoziny a iterativne dalej aplikujem operatory na vsetky prvky mnoziny a vsetky kombinacie prvkov mnoziny, az kym neminiem vsetky moznosti
- kongruence pi
  - A~B => pi(A)~pi(B)
    - // rovnost determinantu na grupe(?) s operaci +
    - A~B a C~D => (A+C)~(B+D)
  - ekvivalence
    - symetrie
    - reflexivita
    - transitivita
  - rozklad na třídy ekvivalence
- jadro fce f   // + nevim co s funkcema pro vice promennychdvojice prvku, pro ktere ma operace stejny vysledek (f(x)=f(y))
    - mod3 - {{(0,3)(0,0)(0,6)...}
{ … }
{ … }}   // zapisem si nejsem jistej
- faktoralgebra (faktorova grupa) podle kongruence π
  - rozklad podle ekvivalence dane zobrazenim π (rozkladam podle kongruence π)
- normalni podgrupa (podalgebra?)
  - rozklad grupy podle tridy ekvivalence
  - podgrupa (trida rozkladu dana tou kongruenci) obsahujici neutralni prvek je normalni podgrupa
    - pro operaci nasobeni a determinant matice je to trida rozkladu dana maticema s determinant 1

Příklady

https://fituska.eu/download/file.php?id=11895

1.1

budou to: (b,c),(c,e),(b,d),(a,f),(d,f),(f,g),(f,h) se součtem 7

Hovoris o tomto priklade?

1.1 Příklad – Rok: 2007, Termín: 1. Skupina: A, Číslo příkladu: 7

Zadání

Je dán graf $G = (U, H)$, kde $U = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ a H má 13 prvků, s oceněním $v : H \rightarrow \mathbb{N}$ takovým, že $v\{a, b\} = 2$, $v\{a, d\} = 5$, $v\{a, f\} = 1$, $v\{b, c\} = 0$, $v\{c, d\} = 5$, $v\{c, e\} = 1$, $v\{d, e\} = 10$, $v\{d, f\} = 0$, $v\{e, g\} = 3$, $v\{e, h\} = 3$, $v\{f, g\} = 1$, $v\{f, h\} = 2$, $v\{g, h\} = 6$. Určete cenu minimální kostry tohoto grafu a jednu jeho minimální kostru nakreslete.

Tu ziadna hrana (b,d) neni.
~~Podla mna riesenie je nasledujuce:~~
~~(a,f), (a,d), (a,b), (b,c), (c,e), (f,g), (f,h), sucet je 1 + 5 + 2 + 0 + 1 + 1 + 2 = 12~~

-----
cele zle...
postupom napriklad Kruskalom:
(b,c), (d,f), (a,f), (c,e), (f,g), (a,b), (f,h) - sucet 0+0+1+1+1+2+2 = 7
tych minimalnych kostier moze byt viac, zalezi na algoritme a na poradi, vsetky su vsak spravne (okrem tej nado mnou, ta hrana (a,d) je prilis draha)

Mas pravdu, pokazil som to.

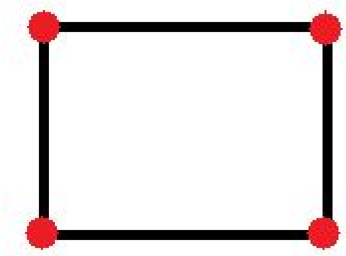
1.2

1.2 Příklad – Rok: 2008, Termín: 1. Skupina: A, Číslo příkladu: 6

Zadání

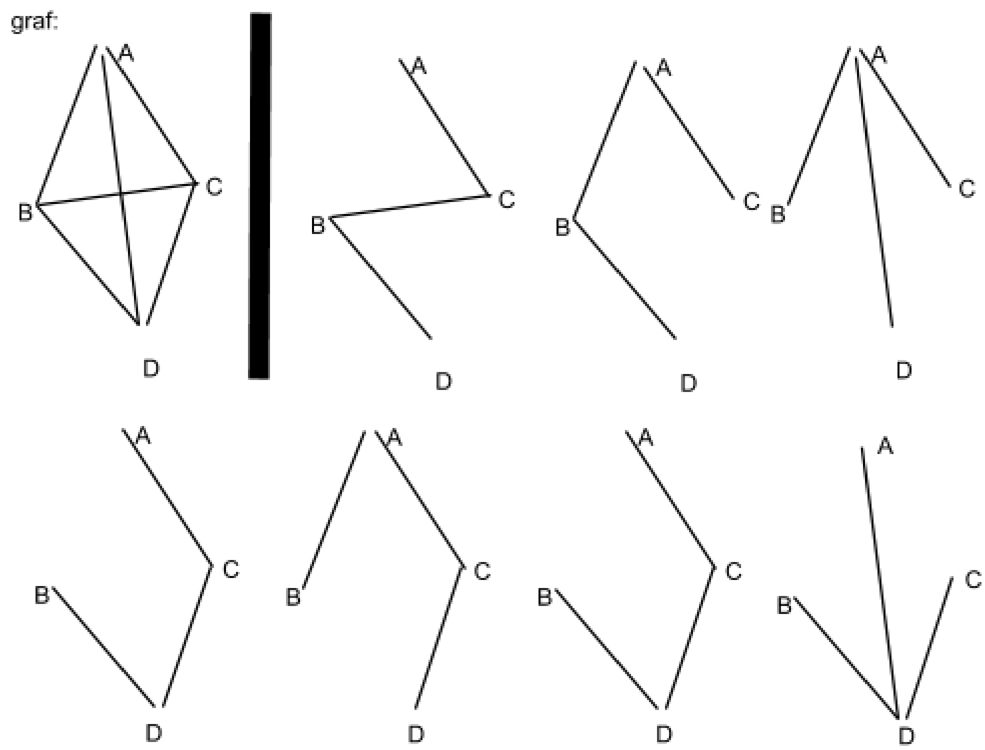
Je dán obyčejný graf $G = (U, H)$, kde $U = 1, 2, \ldots, n$ má uzel i tentýž stupeň $n - 2$. Určete hodnotu čísla n a pak graf G přehledně nakreslete.

Neviem, ci chapem spravne, ale napriklad pre n = 4, kazdy uzel bude mat stupen 2.



suhlasim… pripadne by este mohlo byt n=2, a grafom by potom boli dva nespojene body
POZOR: z Fitusky:
“Pozor, tady je špatně přepsáno zadání - chybí údaj o počtu hran - ten má být 12. Stačí znát vzorec: součet stupňů všech uzlů grafu = dvojnásobek počtu hran. V tomto příkladu: n*(n-2) = 2*12, z toho n = 6.”

1.3



a další…

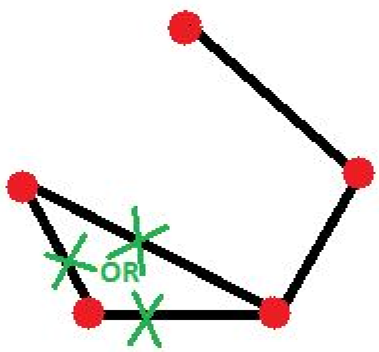
1.4

1.5 Příklad – Rok: 2008, Termín: 1. Skupina: B, Číslo příkladu: 7

Zadání

Nakreslete graf se pěti uzly, který má právě 3 různé kostry. Tyto kostry vypište.

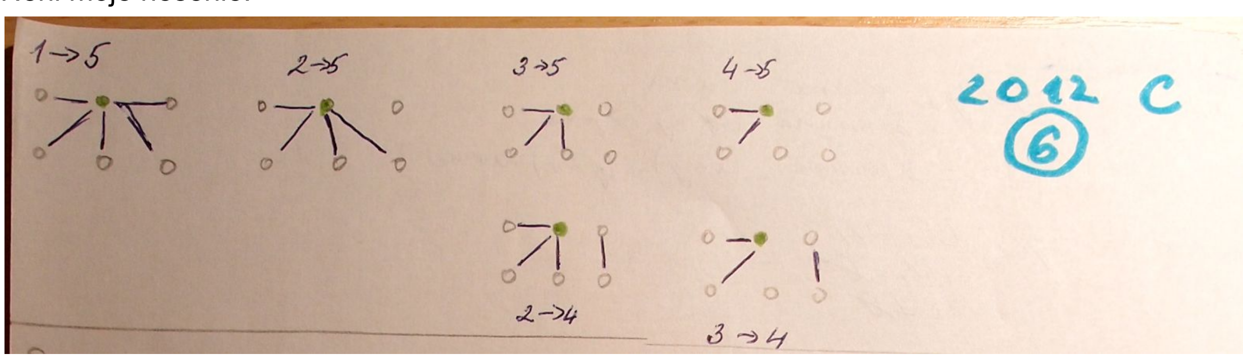
p



6 (10b)

Uzel v obyčejném grafu se nazývá artikulace, pokud se po jeho odstranění a odstranění s ním incidentních hran zvýší počet komponent grafu. Kolik existuje navzájem neizomorfních lesů o 6 uzlech s právě 1 artikulací? Nakreslete je.

Neni moje riesenie:



// Loňský rok
// Pokud budou ty příklady správně, můžu to hodit (nebo klidně kdokoliv jiný :-D) i na fitušku, ale v těch vláknech je pořád pěknej bordel, když neumožňují paralelní řešení více úloh…

1) Buď jazyk L s predikátovým symbolem p a funkčními symboly f a g. Pak realizace M jazyka L na univerzu N daná takto:
P_M (k,l)⇔2k≤l

f_M (k,l,m)=klm
g_M (k)=2k^3
Platí M⊢((p(x,y)∧p(y,z))→(p(g(x),f(x,y,z))∧ p(x,z))) ?

- ANO => $2 * 2x^3 \leq x * 2x * 4x \ (y \geq 2x,\ z \geq 4x)$ // po rozepsani toho nad tim a vynechani splnene casti za konjunkci

Najděte formuli o proměnných x,y,z, která bude ekvivalentní 4l^2≤km
při ohodnocení x->k, y->l, z->m

- $2y \leq x \wedge 2y \leq z \Leftrightarrow 4y^2 \leq xz$ platí to?? // asi chcou neco jineho
- inspirovan fituskou
  - $4 * l^2 \leq k * m \quad // * l$
  - $2 * 2 * l^3 \leq k * l * m$
  - $2 * g(l) \leq f(k, l, m)$
  - $p(g(l), f(k, l, m))$
  - $p(g(y), f(x, y, z))$

---

2) Převeďte na prenexní tvar a nalezněte realizaci, kdy bu de splněna:
∀x∀z(q(x)→∃z∃yp(z,x))→∀yp(y,z)
Prenexný tvar: $\forall x \forall z' \exists y((q(x) \rightarrow p(z', x)) \rightarrow p(y, z))$

nie skor takto?

$\exists x \forall z' \forall y((q(x) \rightarrow p(z', x)) \rightarrow p(y, z))$ .. souhlasim

Realizace: $q(x) \equiv x > 0 \qquad p(x, y) \equiv x^2 + 2 \ > y$

3)Nakreslete obyčejný graf o 6 uzlech s uzly stupně 1,2,3,4,5. Kolik existuje možností, jak tento graf zakreslit (až na izomorfismus).
// Nie je v zadaní chyba? Nechýba stupeň jedného vrcholu?

- měla by být jen jedna možnost

4) Máme algebru A(R^2,+,k,(0,1)), kde + je sčítání po složkách, k(a,b)=(-a,b) a (0,1) je nulární operace. Najděte podalgebru algebry A generovanou z 〈{(1,0) } 〉 .
Podalgebra = $\{(z, n) \mid z \in Z \ n \in N_0\}$

6) Daná metrika ρ((x_1,y_1,z_1),(x_2,y_2,z_2))=max{|x_1-x_2 |,|y_1-y_2 |,|z_1-z_2 | }. nad R^2×Z. Zakreslete množinu M={(x,y,z)| ρ((x,y,z),(0,0,0))=1}.

Povrch kocky s dlzkou strany 2**,** ktora je centrovana v bode (0,0,0) ?
Mohol by to niekto potvrdit/ vyvratit ?

Víte někdo jak na tento příklad?

1. Buď L jazyk s jedním binární predikátovým symbolem p a funkčním symbolem f (ternárním) a g (unárním). Uvažujeme realizaci M jazyka L na univerzu N množiny přirozených čísel, kde $p_M(k,l) \Leftrightarrow 2+k \leq l, f_M(k,l,m) = k+l+m$ a $g_M(k) = 3k$. Rozhodněte, zda platí
$M \mid = \forall z\, ((p(x,y)\ and\ \ p(y,z)) \to (p(g(x), f(x,y,z) and\ p(x,z))$
Najděte formuli (jazyka L) o proměnných x,y,z ,která bude v realizaci M při ohodnocení proměnných x -> k , y -> l , z-> m ekvivaletní podmínce $2(m+1) \leq k+l$

- 1) asi to bude obdobný jak u příkladu výše…
- rozepisu si ty p/f/g na ty operace
- zjistim, ze pro nejvetsi x a y moznym oproti z plati vztah
  - x+2 = y, y+2=z => x+2+2=z
- dosadim do druhe casti y a z vyjadrene tim x
  - 2+3*x <= x+2+x+2+2+x
  - 2+3x <= 6+3x
- x muzeme volit oproti y/z uz pouze nizsi, takze tu levou stranu nemuze nikdy prevazit. Toto je “nejkrajnejsi pripad”
- tak snad to tak ma byt a neplacam uplne nesmysly :-D

- 2) Tady bych udelal opacny postup
- 2m+2 <= k+l bych si prepsal podobne jako v bode 1) na 2m+2 <= (m+1)+(m+1)
- z toho usoudim, ze k i l by mely byt vetsi nez m+1
  - m+1<=k AND m+1<= l   =>   2(m+1) <= k+l

// dle fitusky… asi to dava i vetsi smysl
2(m+1) <= k+l
2m+ 2 <= k+l // +m na obidve strany
2m + m + 2 <= k+l +m
3m +2 <= k+l+m
g(m)+2 <= f(k,l,m)
p(g(m),f(k,l,m))
p(g(z),f(x,y,z))
// zkuste nekdo potvrdit / opravit -- je to OK