

MAT

1. termín 2018/2019

skupina C

(žltý papír)

9. január 2019

1 príklad (10b)

V jazyce teorie grupoidů s funkčním symbolem f uveďte formuli, která je negací zákona o krácení převedenou do prenexního tvaru.

2 příklad (15b)

Buď L jazyk s rovností, unárním funkčním symbolem f a ternárním predikátovým symbolem p . Uvažujeme formule: $\varphi \equiv p(x, y, z) \rightarrow p(z, y, x)$, $\chi \equiv (x, y, x) \rightarrow x = y$, $\psi \equiv p(x, f(x), f(f(x)))$ a teorii $T = \{\varphi, \chi, \psi\}$.

(1) Nechť \mathcal{M} je realizace jazyka L , jejímž univerzem je množina \mathbb{R} všech reálných čísel, kde $f_{\mathcal{M}}(a) = a^2$ a $p_{\mathcal{M}}(a, b, c) \Leftrightarrow a \leq b \leq c$. Rozhodněte a) zda $\mathcal{M} \models \varphi$, b) při jakém ohodnocení proměnných e platí $\mathcal{M} \models \chi[e]$, c) zda $\mathcal{M} \models \neg\psi$.

(2) V realizaci \mathcal{M} navrhnete univerzum \mathbb{R} nějakou jeho podmnožinu tak, aby vznikla realizace \mathcal{M}' , pro kterou bude platit $\mathcal{M}' \models T$.

3 příklad (15b)

Uvažujeme grupoid $\mathcal{A} = (\mathbb{Z}, *)$, kde $x * y = \lfloor \frac{x+y}{2} \rfloor$ a $\lfloor x \rfloor$ značí dolní celou část reálného čísla x (tj. největší celé číslo y s vlastností $y \leq x$). Dále uvažujeme grupoid $\mathcal{B} = (\mathbb{R}, \star)$ kde $x \star y = \frac{x+y}{2}$.

(1) Popište podgrupoid grupoidu \mathcal{A} generovaný množinou $\{-2, 5\}$.

(2) Určete nějaký podgrupoid grupoidu \mathcal{B} , který je homomorfním obrazem grupoidu \mathcal{A} .

4 příklad (15b)

Napište tabulku operace násobení v $GF(4)$. Jako ireducibilní polynom použijte $x^2 + x + 1$ a prvky tělesa $GF(4)$ vyjádřete v tabulce jako vektory se souřadnicemi v bázi $\{1, \alpha\}$, kde α je primitivní prvek.

5 příklad (10b)

Buď ρ binární relace na množině X a pro libovolné $x, y \in X$ položme

$$d(x, y) = \begin{cases} 3, & \text{jestliže } x\rho y, \\ 0, & \text{jestliže } \neg(x\rho y). \end{cases}$$

Určete nutnou a postačující podmínku (vlastnost relace ρ) pro to, aby d byla metrika na množině X .

6 příklad (15b)

V souvislém rovinném grafu mají všechny uzly stejný stupeň, který je sudý, a počet buněk je 98. Určete počet hran tohoto grafu.
