

FAKULTA INFORMAČNÍCH TECHNOLOGIÍ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ



TIN Teoretická informatika

2. domácí úloha

Obsah

1	Príklad číslo 1	2
1.1	(a)	2
1.2	(b)	2
2	Príklad číslo 2	3
3	Príklad číslo 3	4
4	Príklad číslo 4	5
5	Literatúra	6

1 Príklad číslo 1

1.1 (a)

...

1.2 (b)

Báza

$\varepsilon \in L$ pretože $S \Rightarrow^* \varepsilon$ keďže existuje pravidlo $S \rightarrow \varepsilon$

Indukčný predpoklad

$S \Rightarrow^* w$ kde $w \in L \wedge w = [u]v$ čo platí pre $j < i$

Pre $i + 1$

$S \Rightarrow^* w$ kde $w \in L$ pre ktoré platí, že $\#_{\lceil}(w) = i + 1$.

Z definície Dyckovho jazyka platí, že $\#_{\lceil}(w) = i + 1$.

Potom vieme w zapísať ako $w = [u]v$ podľa bodu (a)(kapitola 1.1) $\implies \#_{\lceil}(u) + \#_{\lceil}(v) = i$.

Analogicky musí platiť $\#_{\lceil}(u) + \#_{\lceil}(v) = i$.

Pre i

$\#_{\lceil}(u) + \#_{\lceil}(v) \stackrel{?}{=} i$ analogicky pre $\#_{\lceil}(u) + \#_{\lceil}(v) \stackrel{?}{=} i$

1.) $\#_{\lceil}(u) = 0 \Rightarrow \#_{\lceil}(v) = i \quad \vee \quad \#_{\lceil}(v) = 0 \Rightarrow \#_{\lceil}(u) = i$

Ak je buď $\#_{\lceil}(u)$ alebo buď $\#_{\lceil}(v)$ rovné nule, tak ho vieme vygenerovať z pravidla S na základe indukčnej bázi.

Ak je buď $\#_{\lceil}(u)$ alebo buď $\#_{\lceil}(v)$ rovné i , tak ten prvok prepíšeme pomocou vzorca

$$w' = [u']v' \Rightarrow \#_{\lceil}(u') + \#_{\lceil}(v') = i - 1, \text{ analogicky } \#_{\lceil}(u') + \#_{\lceil}(v') = i - 1$$

Na základe indukčného predpokladu vieme z S vygenerovať u' a v' .

$$S \Rightarrow [S]S \Rightarrow^* [u']v' = w' \text{ kde } \#_{\lceil}(u') + \#_{\lceil}(v') = i, \text{ analogicky } \#_{\lceil}(u') + \#_{\lceil}(v') = i.$$

2.) $\#_{\lceil}(u) \neq 0 \quad \wedge \quad \#_{\lceil}(v) \neq 0 \quad \wedge \quad \#_{\lceil}(u) + \#_{\lceil}(v) \leq i$

Keď $\#_{\lceil}(u)$ a $\#_{\lceil}(v)$ sú nenulové, tak musí platiť že

$$\#_{\lceil}(u) < i \wedge \#_{\lceil}(v) < i \quad \text{t.j.} \quad \#_{\lceil}(u) = i - M \wedge \#_{\lceil}(v) = i - N \text{ kde } M, N \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$$

$S \Rightarrow [S]S \Rightarrow^* [u]v = w$ kde $\#_{\lceil}(u) + \#_{\lceil}(v) = i + 1$, analogicky $\#_{\lceil}(u) + \#_{\lceil}(v) = i + 1$.

2 Príklad číslo 2

Veta 4.19 [1](str. č. 92): Nechť L je bezkontextový jazyk. Pak existuje konstanta $k > 0$ taková že je-li $z \in L$ a $|z| \geq k$, pak lze z napsat ve tvaru:

$$z = uvwxy, vx \neq \varepsilon, |vwx| \leq k$$

a pro všechna $i \geq 0$ je $uv^iwx^iy \in L$.

Nech L_{primes} je bezkontextový jazyk.

Tak existuje celočíselná konstanta $k > 0$ taká, že ak $z \in L$ a $|z| \geq k$, tak

$$z = uvwxy \wedge vx \neq \varepsilon \wedge |vwx| \leq k \wedge uv^iwx^iy \in L \text{ kde } i \geq 0$$

Zvoľme prvočíslo r väčšie ako k t.j. $r \geq k$ kde r je prvočíslo.

Potom platí, že

$$a^r \in L \wedge |a^r| = r \text{ kde } r \geq p \implies a^r = uvwxy \wedge vx \neq \varepsilon \wedge |vwx| \leq k \wedge uv^iwx^iy \in L \text{ pre } i \geq 0$$

Nech

$$\begin{aligned} v = a^M &\Rightarrow |v| = M \\ x = a^N &\Rightarrow |x| = N \\ w = a^O &\Rightarrow |w| = O \end{aligned}$$

Tak musí platiť že $M + N > 0$ pretože $vx \neq \varepsilon$ a $k \geq M + N + O$ pretože $|vwx| \leq k$.

Zvoľme $i = r + 1$, potom

$$uv^{r+1}wx^{r+1}y \in L$$

$$|uv^{r+1}wx^{r+1}y| = |uvwxy| + |v^r| + |x^r| = r + r \cdot M + r \cdot N = r \cdot (1 + M + N) \text{ čo nie je prvočíslo}$$

A z toho vyplýva spor pretože

$$uv^{r+1}wx^{r+1}y \notin L$$

Takže jazyk L_{primes} nie je bezkontextový jazyk.

3 Příklad číslo 3

...

4 Příklad číslo 4

...

5 Literatúra

- [1] M. Češka, T. Vojnar, A. Smrčka, A. Rogalewicz: *Teoretická informatika - Studijní text*. 2018-08-23, [Online; Accessed: 2018-10-15].
URL: <http://www.fit.vutbr.cz/study/courses/TIN/public/Texty/TIN-studijni-text.pdf>