

# FAKULTA INFORMAČNÍCH TECHNOLOGIÍ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ



## TIN Teoretická informatika

### 1. domácí úloha

## Obsah

<b>1</b>	<b>Príklad číslo 1</b>	<b>2</b>
1.1	(a)	2
1.2	(b)	2
1.3	(c)	2
<b>2</b>	<b>Príklad číslo 2</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Príklad číslo 3</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>Príklad číslo 4</b>	<b>4</b>
<b>5</b>	<b>Príklad číslo 5</b>	<b>4</b>
<b>6</b>	<b>Literatúra</b>	<b>5</b>

# 1 Príklad číslo 1

## 1.1 (a)

Vyjadríme si rozdiel množín ekvivalentným vzťahom pomocou prieniku a doplnku (komplementu), aby sme mohli využiť vetu zo študijného textu.

$$L_1 \setminus L_2 = L_1 \cap \overline{L_2}$$

Podľa Vety 3.23 [1](str. č. 50) platí, že trieda regulárnych jazykov  $\mathcal{L}_3$  je uzavretá voči prieniku a doplnku (komplementu).

Využitím hore uvedenej Vety 3.23 a vzťahu môžeme stanoviť, že nasledujúci vzťah je platný.

$$L_1, L_2 \in \mathcal{L}_3 \Rightarrow L_1 \setminus L_2 \in \mathcal{L}_3$$

## 1.2 (b)

Vyjadríme si rozdiel množín ekvivalentným vzťahom pomocou prieniku a doplnku (komplementu), aby sme mohli využiť vetu zo študijného textu.

$$L_1 \setminus L_2 = L_1 \cap \overline{L_2}$$

Podľa Vety 4.27 [1](str. č. 96) platí, že trieda deterministických bezkontextových jazykov  $\mathcal{L}_2^D$  je uzavretá voči prieniku a doplnku (komplementu).

Využitím hore uvedenej Vety 4.27 a vzťahu môžeme stanoviť, že nasledujúci vzťah je platný.

$$L_1 \in \mathcal{L}_3, L_2 \in \mathcal{L}_2^D \Rightarrow L_1 \setminus L_2 \in \mathcal{L}_2^D$$

## 1.3 (c)

Predpokladajme že  $L_1 \in \mathcal{L}_3, L_2 \in \mathcal{L}_2 \Rightarrow L_1 \setminus L_2 \in \mathcal{L}_2$  je pravdivý vzťah.

Ak berieme v úvahu, že  $L_1 = \Sigma^*$ , tak musí platiť  $\Sigma^* \setminus L_2 \in \mathcal{L}_2 \Rightarrow \overline{L_2} \in \mathcal{L}_2 \Rightarrow \mathbf{SPOR}$

Vznikol nám spor pri  $\overline{L_2} \in \mathcal{L}_2$  z toho dôvodu, že podľa Vety 4.24 [1](str. č. 95) platí, že bezkontextové jazyky nie sú uzavreté voči doplnku.

## 2 Příklad číslo 2

$$M_L = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$$

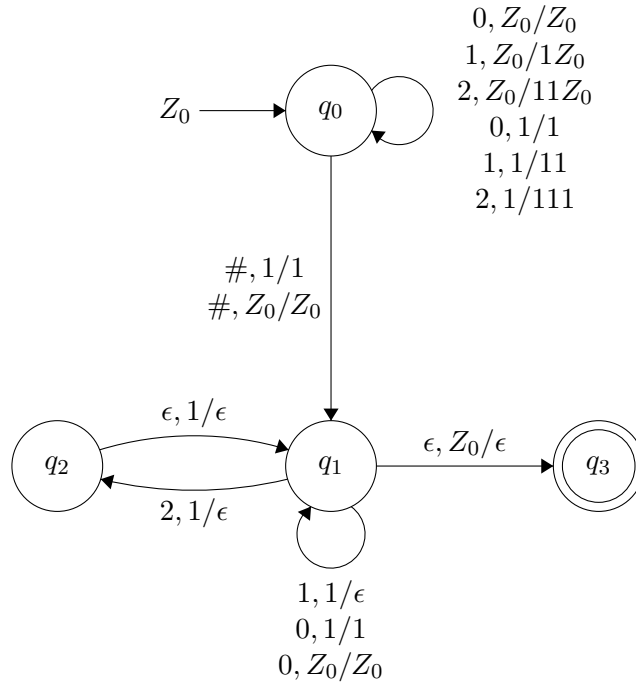
$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$$

$$\Sigma = \{\#, 0, 1, 2\}$$

$$\Gamma = \{Z_0, 1\}$$

$$F = \{q_3\}$$

$$\begin{aligned} \delta: \quad & \delta(q_0, 0, Z_0) = \{(q_0, Z_0)\} \\ & \delta(q_0, 1, Z_0) = \{(q_0, 1Z_0)\} \\ & \delta(q_0, 2, Z_0) = \{(q_0, 11Z_0)\} \\ & \delta(q_0, 0, 1) = \{(q_0, 1)\} \\ & \delta(q_0, 1, 1) = \{(q_0, 11)\} \\ & \delta(q_0, 2, 1) = \{(q_0, 111)\} \\ & \delta(q_0, \#, 1) = \{(q_1, 1)\} \\ & \delta(q_0, \#, Z_0) = \{(q_1, Z_0)\} \\ & \delta(q_1, 2, 1) = \{(q_2, \epsilon)\} \\ & \delta(q_2, \epsilon, 1) = \{(q_1, \epsilon)\} \\ & \delta(q_1, 1, 1) = \{(q_1, \epsilon)\} \\ & \delta(q_1, 0, 1) = \{(q_1, 1)\} \\ & \delta(q_1, 0, Z_0) = \{(q_1, Z_0)\} \\ & \delta(q_1, \epsilon, Z_0) = \{(q_3, \epsilon)\} \end{aligned}$$



### 3 Príklad číslo 3

$$L = \{w_1 \# w_2 \mid w_1, w_2 \in \Sigma^*, \#_1(w_1) + (2 * \#_2(w_1)) = \#_1(w_2) + (2 * \#_2(w_2))\}$$

Veta 3.18 [1](str. č. 46): Nechť  $L$  je nekonečný regulární jazyk. Pak existuje celočíselná konstanta  $p > 0$  taková, že platí:  $w \in L \wedge |w| \geq p \Rightarrow w = xyz \wedge y \neq \epsilon \wedge |xy| \leq p \wedge xy^i z \in L$  pro  $i \geq 0$

Predpokladáme že jazyk  $L$  je regulárny jazyk a tak tento jazyk musí spĺňať hore uvedení Vetu 3.18.

Pre  $w \in L : w = 1^p \# 1^p$  pre ktoré platí podmienka  $|w| \geq p$  pretože platí  $2p + 1 > p$ , pričom z dôvodu podmienky  $|xy| \leq p$  nastane jediný prípad a to:

$$x = 1^l \wedge y = 1^m \wedge z = 1^{p-l-m} \# 1^p \text{ kde } l \geq 0 \text{ a } m > 0 \wedge l + m \leq p \text{ pre } l, m \in N$$

$$xy^i z = 1^l (1^m)^i 1^{p-l-m} \# 1^p = 1^{l+(i*m)+p-l-m} \# 1^p = 1^{(i*m)+p-m} \# 1^p \notin L \text{ pre všetky } i \geq 0 \wedge i \neq 1 \wedge i \in N$$

### 4 Príklad číslo 4

#### ALGORITMUS

**Vstup:** Pravá lineárna gramatika  $G_P = (N, \Sigma, P, S)$

**Výstup:** Ľavá lineárna gramatika  $G_L = (N', \Sigma', P', S')$  taká, že  $L(G_P) = L(G_L)$

**Metóda:**

- 1.)  $G_P = (N \cup \{S_0\}, \Sigma, P \cup \{S_0 \rightarrow S\}, S_0)$
- 2.)  $N' = N \cup \{S'\}$
- 3.)  $\Sigma' = \Sigma$
- 4.)  $P'$ :  $\forall A, B \in N, p \in \Sigma^* :$ 

$$\begin{aligned} (B \rightarrow Ap) \in P' &\iff (A \rightarrow pB) \in P \cup \{S_0 \rightarrow S\} \\ (A \rightarrow p) \in P' &\iff (S_0 \rightarrow pA) \in P \cup \{S_0 \rightarrow S\} \\ (S' \rightarrow Ap) \in P' &\iff (A \rightarrow p) \in P \cup \{S_0 \rightarrow S\} \end{aligned}$$

#### DEMONŠTRÁCIA

**Vstup:** Pravá lineárna gramatika  $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$

$$\begin{aligned} P: \quad S &\rightarrow abA \mid bS \\ A &\rightarrow bB \mid S \mid ab \\ B &\rightarrow \epsilon \mid aA \end{aligned}$$

**Výstup:** Ľavá lineárna gramatika  $G_L = (N', \Sigma', P', S')$  taká, že  $L(G) = L(G_L)$

### 5 Príklad číslo 5

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \bmod 3 \neq 0 \wedge \#_b(w) > 0\}$$

## 6 Literatúra

- [1] M. Češka, T. Vojnar, A. Smrčka, A. Rogalewicz: *Teoretická informatika - Studijní text*. 2018-08-23, [Online; Accessed: 2018-10-15].  
URL: <http://www.fit.vutbr.cz/study/courses/TIN/public/Texty/TIN-studijni-text.pdf>