

FAKULTA INFORMAČNÍCH TECHNOLOGIÍ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ



TIN Teoretická informatika

3. domácí úloha

Obsah

1	Príklad číslo 1	2
1.1	(a)	2
1.2	(b)	3
2	Príklad číslo 2	4
3	Príklad číslo 3	5
4	Príklad číslo 4	7
5	Príklad číslo 5	8
6	Literatúra	9

Pre $f(0), f(1), f(2), f(3), f(4), f(5)$ odpovedá rada čísel 1, 1, 2, 3, 5, 8. Na základe získaných hodnôt ktoré sú uvedné vyššie v tabuľke a faktu, že sa jedná o veľmi známu radu čísel vyplýva, že funkcia f generuje čísla z Fibonacciho rady.

1.2 (b)

Funkciu f môžeme definovať ako parciálne rekurzívnu funkciu nasledujúcim spôsobom

$$\begin{aligned} f(0) &= 1 \\ f(x+1) &= \text{monus}(\text{plus}(f(x), f(\text{monus}(x, 1))), \text{eq}(x, 0)) \end{aligned}$$

Skúška správnosti pre $f(5)$ napríklad

$$\begin{aligned} f(5) &= \text{monus}(\text{plus}(f(4), f(\text{monus}(4, 1))), \text{eq}(4, 0)) \\ &= \text{monus}(\text{plus}(f(4), f(3))), 0) \\ &= \text{monus}(\text{plus}(5, 3), 0) \\ &= \text{monus}(8, 0) \\ &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(4) &= \text{monus}(\text{plus}(f(3), f(\text{monus}(3, 1))), \text{eq}(3, 0)) \\ &= \text{monus}(\text{plus}(f(3), f(2))), 0) \\ &= \text{monus}(\text{plus}(3, 2), 0) \\ &= \text{monus}(5, 0) \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(3) &= \text{monus}(\text{plus}(f(2), f(\text{monus}(2, 1))), \text{eq}(2, 0)) \\ &= \text{monus}(\text{plus}(f(2), f(1))), 0) \\ &= \text{monus}(\text{plus}(2, 1), 0) \\ &= \text{monus}(3, 0) \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(2) &= \text{monus}(\text{plus}(f(1), f(\text{monus}(1, 1))), \text{eq}(1, 0)) \\ &= \text{monus}(\text{plus}(f(1), f(0))), 0) \\ &= \text{monus}(\text{plus}(1, 1), 0) \\ &= \text{monus}(2, 0) \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(1) &= \text{monus}(\text{plus}(f(0), f(\text{monus}(0, 1))), \text{eq}(0, 0)) \\ &= \text{monus}(\text{plus}(f(0), f(0))), 1) \\ &= \text{monus}(\text{plus}(1, 1), 1) \\ &= \text{monus}(2, 1) \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$f(0) = 1$$

2 Příklad číslo 2

Nevypracované.

3 Príklad číslo 3

Dôkaz:

1.) Dôkaz sporom pre ' \subseteq '

Predpokladajme, že platí

$$\mathcal{O}(3^{2n}) \subseteq \mathcal{O}(2^{3n})$$

Potom

$$\exists c \in \mathbb{R}^+ \exists n_0 \in \mathbb{N} \forall n \geq n_0 : 3^{2n} \leq c 2^{3n}$$

Môžeme krátiť vzhľadom ku tomu, že $3^{2n} \neq 0$ pre žiadne n

$$\exists c \in \mathbb{R}^+ \exists n_0 \in \mathbb{N} \forall n \geq n_0 : \frac{c 2^{3n}}{3^{2n}} \geq 1$$

Uvážme

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{c 2^{3n}}{3^{2n}}$$

Vypočítame hore uvedenú limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{c 2^{3n}}{3^{2n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{c (2^3)^n}{(3^2)^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{c 8^n}{9^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} c \frac{8^n}{9^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} c \left(\frac{8}{9}\right)^n = c 0 = 0$$

Nemôže súčasne platiť, že

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{c 2^{3n}}{3^{2n}} = 0$$

a

$$\exists c \in \mathbb{R}^+ \exists n_0 \in \mathbb{N} \forall n \geq n_0 : \frac{c 2^{3n}}{3^{2n}} \geq 1$$

z čoho vyplýva, že sa jedná o spor z čoho vyplýva, že

$$\mathcal{O}(3^{2n}) \not\subseteq \mathcal{O}(2^{3n})$$

2.) Dôkaz sporom pre ' \supseteq '

Predpokladajme, že platí

$$\mathcal{O}(3^{2n}) \supseteq \mathcal{O}(2^{3n})$$

Potom

$$\exists c \in \mathbb{R}^+ \exists n_0 \in \mathbb{N} \forall n \geq n_0 : c 3^{2n} \geq 2^{3n}$$

Môžeme krátiť vzhľadom ku tomu, že $2^{3n} \neq 0$ pre žiadne n

$$\exists c \in \mathbb{R}^+ \exists n_0 \in \mathbb{N} \forall n \geq n_0 : \frac{c 3^{2n}}{2^{3n}} \geq 1$$

Uvážme

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{c 3^{2n}}{2^{3n}}$$

Vypočítame hore uvedenú limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{c3^{2n}}{2^{3n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{c(3^2)^n}{(2^3)^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{c9^n}{8^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} c \frac{9^n}{8^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} c \left(\frac{9}{8}\right)^n = c(+\infty) = +\infty$$

Keďže platí, že

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{c3^{2n}}{2^{3n}} = +\infty$$

a

$$\exists c \in \mathbb{R}^+ \exists n_0 \in \mathbb{N} \forall n \geq n_0 : \frac{c3^{2n}}{2^{3n}} \geq 1$$

tak z toho vyplýva, že predpokladaný vzťah platí

$$\mathcal{O}(3^{2n}) \supseteq \mathcal{O}(2^{3n})$$

3.) Priamy dôkaz pre '='

Keďže z hore uvedených dôkazov platí, že

$$\mathcal{O}(3^{2n}) \not\subseteq \mathcal{O}(2^{3n})$$

a

$$\mathcal{O}(3^{2n}) \supseteq \mathcal{O}(2^{3n})$$

tak z toho vyplýva, že nasledujúci vzťah

$$\mathcal{O}(3^{2n}) = \mathcal{O}(2^{3n})$$

neplatí, teda musí platiť, že

$$\mathcal{O}(3^{2n}) \neq \mathcal{O}(2^{3n})$$

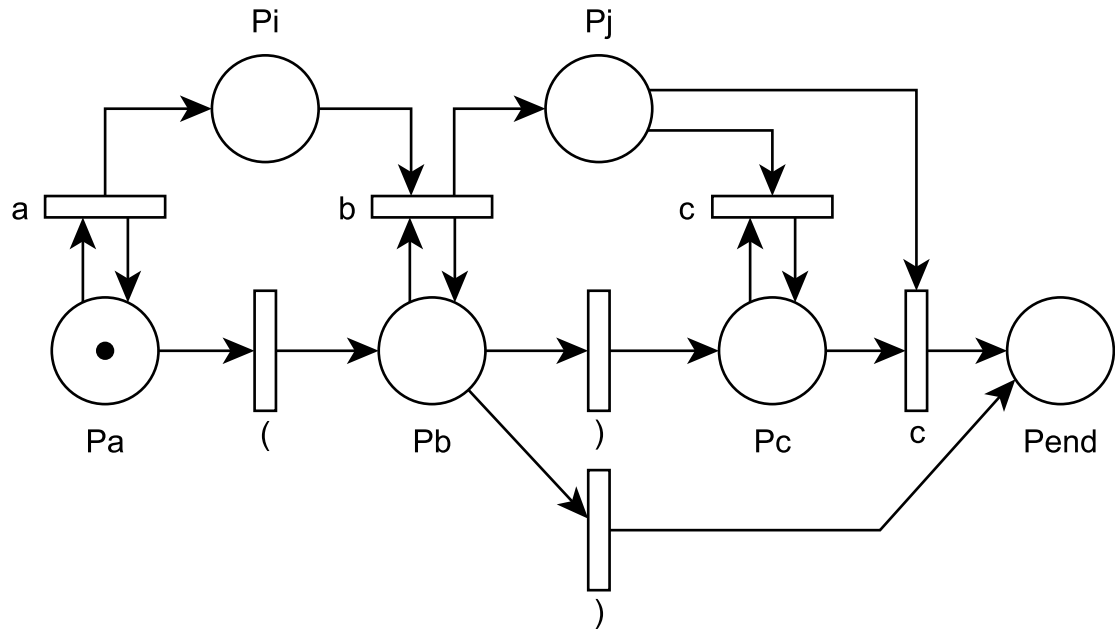
4 **Príklad číslo 4**

Nevypracované.

5 Príklad číslo 5

Na obrázku 1 je nakreslená petriho sieť ktorá akceptuje jazyk

$$L = \{a^i(b^j)c^k \in \{a, b, c, (,)\}^* \mid i \geq j \geq k\}$$



Obr. 1: Petriho sieť.

6 Literatúra

- [1] M. Češka, T. Vojnar, A. Smrčka, A. Rogalewicz: *Teoretická informatika - Studijní text*. 2018-08-23, [Online; Accessed: 2018-10-15].
URL: <http://www.fit.vutbr.cz/study/courses/TIN/public/Texty/TIN-studijni-text.pdf>