確率論, 舟木直久 [1] 読書記録

最終更新: 2022 年 10 月 12 日

注意: 記述の正確性は保証しません. ややこしいことになりたくないので, 本文の引用は最小限にしています. ? マークは不明/自信なし/要復習を意味しています.

誤植と思われるもの（2019/7/25 初版第 14 刷）

頁	行	誤	正
141	10	$(\Omega = S^n, \mathcal{F}, P)$	$\Omega = (S^n, \mathcal{F}, P)$
239	-3	**定理 A.5**	**定義 A.5**

■42,5（$\Omega_0 \in \mathcal{F}$ がなりたつこと） Ito[2], p.65, 定理 10.2 より.

■42,6（$\tilde{X}$ が確率変数であること） $\{\tilde{X} \le a\} \in \mathcal{F}$ をいえばよい.

$$\begin{aligned}\{\tilde{X} \le a\} &= \left(\{\tilde{X} \le a\} \cap \Omega_0\right) \cup \left(\{\tilde{X} \le a\} \cap \Omega_0^c\right) \\ &= \begin{cases} (\{\lim_n X_n \le a\} \cap \Omega_0) \cup \Omega_0^c & a \ge 0 \\ (\{\lim_n X_n \le a\} \cap \Omega_0) \cup \varnothing & a < 0 \end{cases}\end{aligned}$$

と変形できるが, $\{\lim_n X_n \le a\} \in \mathcal{F}$, $\Omega_0 \in \mathcal{F}$ であるから a によらず $\{\tilde{X} \le a\} \in \mathcal{F}$ である. ゆえに $\tilde{X}$ は確率変数.

■45,13（$x = \pm n$ として $n \to \infty$ とすればよいこと） 有界単調数列が収束することと, 収束列の部分列はもとの列と同じ極限をもつことによる.

■46,-6

- $F(x) < w \implies x < Y(w)$: $F(x) < w \implies x \le \sup\{y \in \mathbb{R} \mid F(y) < w\}$ である. $x = Y(w)$ と仮定すると, $\forall y > x$, $F(y) \ge w$ がなりたつが, F の右連続性より $F(x) = \lim_{y \to x+} F(y) \ge w$ となり矛盾.
- $x < Y(w) \implies F(x) < w$: 明らか. $x < Y(w) = \sup\{y \in \mathbb{R} \mid F(y) < w\} \implies F(x) < w$.

■46,11（関数 $Y(w)$） 関数 $Y(w)$ の例.

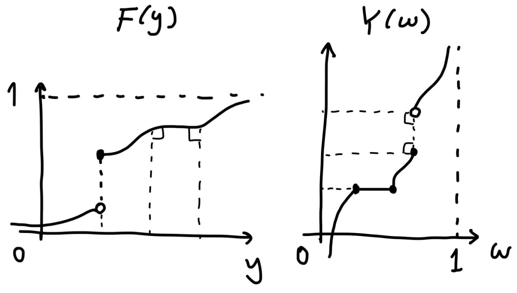

図 1 関数 $Y(w)$.

■46,-4 $\forall x \in \mathbb{R}$, $\{w : Y(w) \le x\} = \{w; w \le F(x)\} = (0, F(x)] \in \mathcal{B}((0,1))$ ゆえ Y は可測.

■47,2　$\mu((-\infty,x]) = m(Y \leq x) = m((0,F(x)]) = F(x)$. 2つ目の等号で (2.3) を用いた.

■47,8（X と Y の分布が一致すること）　47,2 より任意の $x \in \mathbb{R}$ に対し, $m_Y((\infty,x]) = F(x) = P_X((-\infty,x])$ がなりたつ. π-λ 定理より $m_Y = P_X$.

■48,4（絶対連続, 特異）　Ito[2], p.130, 18 章.

参考文献

[1] 確率論, 舟木直久（朝倉書店, 2004）

[2] ルベーグ積分入門, 伊藤清三（裳華房）