



Problemas de Satisfacción de Restricciones (CSPs)

INE011 – Métodos heurísticos para optimización

Universidad de Aysén

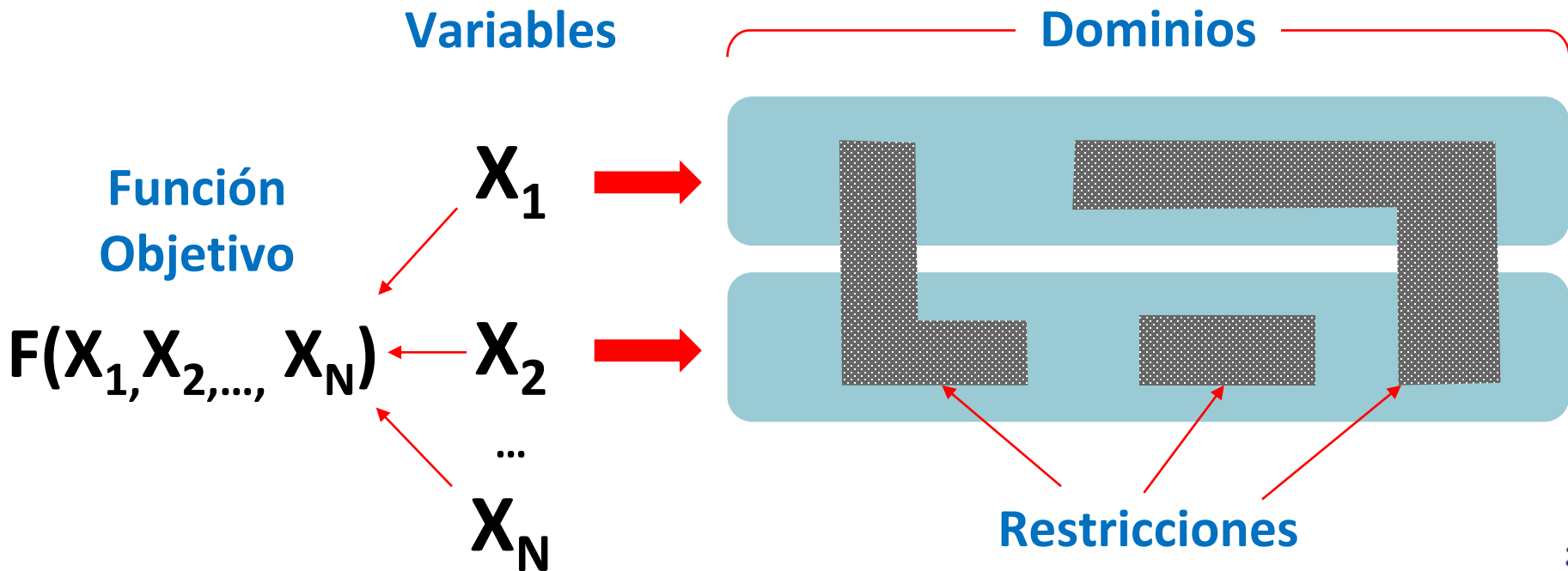
Ver. Marzo 2024

Ingeniería Civil Industrial

Prof. Enrique Urra – enrique.urrea@uaysen.cl









Problemas de satisfacción de restricciones (CSP)

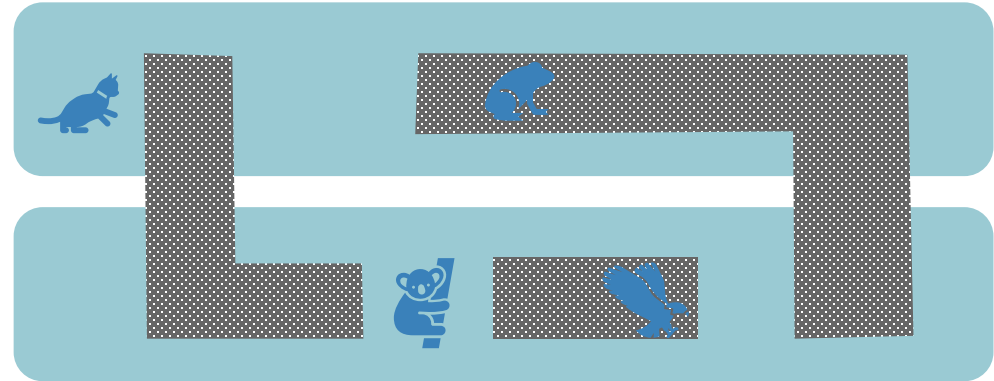
¿Qué son? Formalmente...



Problemas de satisfacción de restricciones (CSP)

Estados del problema (o **soluciones**)

X_1		X_2
	✓	
	✗	
	✗	
	✗	



Problemas de satisfacción de restricciones (CSP)

Tipos de CSP según sus variables

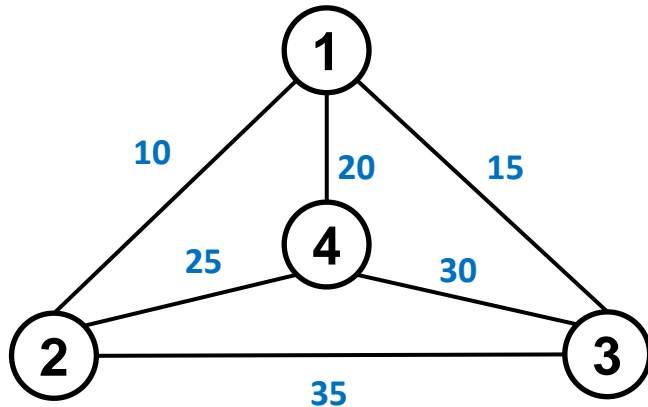
Discreto	$X_i \rightarrow \{ \text{🐼}, \text{🐈}, \text{🦅}, \text{🐸} \}$
Binario	$X_i \rightarrow \{ \text{true}, \text{false} \}$
Infinito	$X_i \rightarrow \mathbb{Z} = \{ \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \}$



Problemas de satisfacción de restricciones (CSP)

Ejemplo (clásico): Vendedor viajero

Dado un conjunto de **ciudades** y las **distancias** entre cada par de ciudades, ¿cuál es la **ruta más corta posible** (menos costosa) de realizar en donde se **visite cada ciudad** exactamente **una vez** y retornando a la ciudad origen?

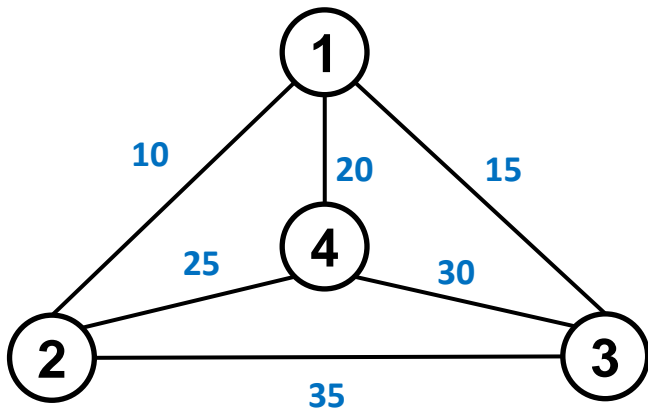


Problemas de satisfacción de restricciones (CSP)

Ejemplo (clásico): **Vendedor viajero**

Variables

c_{ij} : costo de viajar desde la ciudad i a la ciudad j



c_{ij}	1	2	3	4
1	0	10	15	20
2	10	0	35	25
3	15	35	0	30
4	20	25	30	0

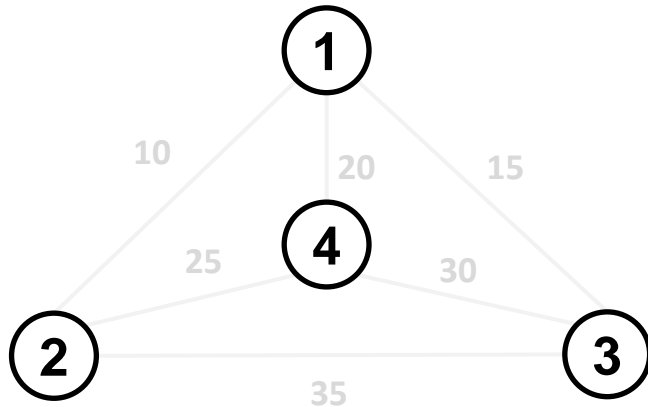


Problemas de satisfacción de restricciones (CSP)

Ejemplo (clásico): **Vendedor viajero**

Variables

x_{ij} : 1 si se viaja desde la ciudad i a la ciudad j



x_{ij}	1	2	3	4
1	0	0	0	0
2	0	0	0	0
3	0	0	0	0
4	0	0	0	0

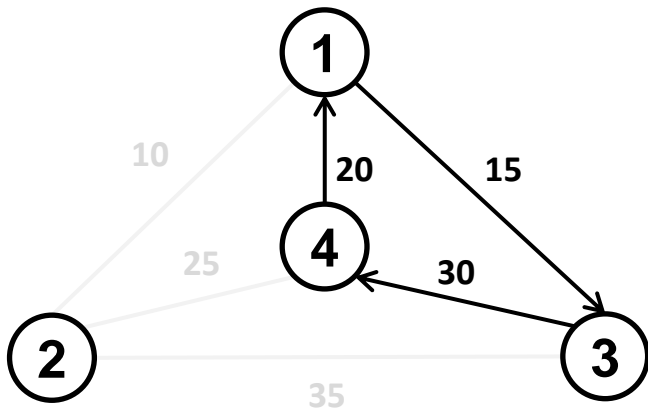


Problemas de satisfacción de restricciones (CSP)

Ejemplo (clásico): **Vendedor viajero**

Variables

x_{ij} : 1 si se viaja desde la ciudad i a la ciudad j



x_{ij}	1	2	3	4
1	0	0	1	0
2	0	0	0	0
3	0	0	0	1
4	1	0	0	0



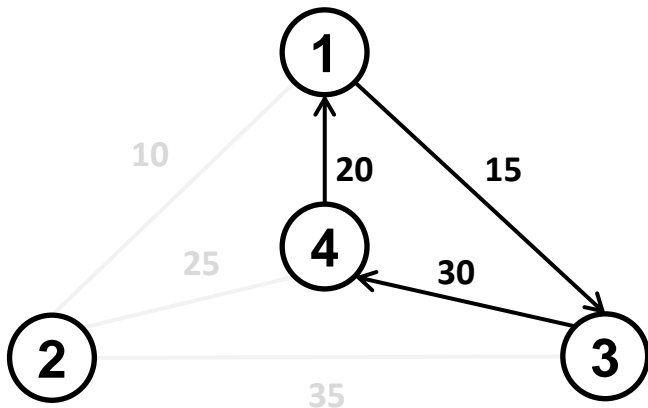
Problemas de satisfacción de restricciones (CSP)

Ejemplo (clásico): **Vendedor viajero**

Función objetivo: minimizar costos de viaje

$$\min \sum_i \sum_j C_{i,j} X_{i,j} = 15 + 30 + 20 = 65$$

¿Y la ciudad 2?



x_{ij}	1	2	3	4
1	0	0	1	0
2	0	0	0	0
3	0	0	0	1
4	1	0	0	0

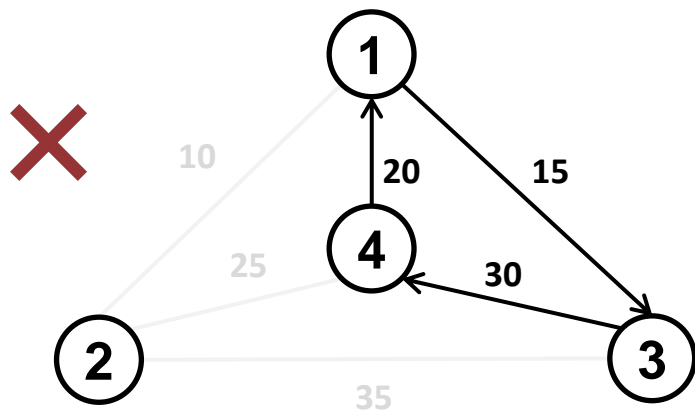


Problemas de satisfacción de restricciones (CSP)

Ejemplo (clásico): **Vendedor viajero**

Restricciones:

- ☐ Se debe **entrar** a cada ciudad **una vez**: $\sum_i x_{i,j} = 1$, para todo j
- ☐ Se debe **salir** de cada ciudad **una vez**: $\sum_j x_{i,j} = 1$, para todo i



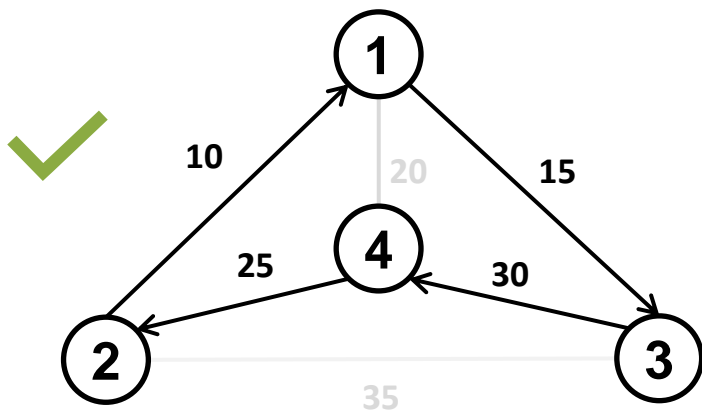
x_{ij}	1	2	3	4	
1	0	0	1	0	$\sum_{i=1} = 1$
2	0	0	0	0	$\sum_{i=2} = 0$
3	0	0	0	1	$\sum_{i=3} = 1$
4	1	0	0	0	$\sum_{i=4} = 1$
	$\sum_{j=1} = 1$	$\sum_{j=2} = 0$	$\sum_{j=3} = 1$	$\sum_{j=4} = 1$	

Problemas de satisfacción de restricciones (CSP)

Ejemplo (clásico): **Vendedor viajero**

Restricciones:

- Se debe **entrar** a cada ciudad **una vez**: $\sum_i x_{i,j} = 1$, para todo j
- Se debe **salir** de cada ciudad **una vez**: $\sum_j x_{i,j} = 1$, para todo i



x_{ij}	1	2	3	4	
1	0	0	1	0	$\sum_{i=1} = 1$
2	1	0	0	0	$\sum_{i=2} = 1$
3	0	0	0	1	$\sum_{i=3} = 1$
4	0	1	0	0	$\sum_{i=4} = 1$
	$\sum_{j=1} = 1$	$\sum_{j=2} = 1$	$\sum_{j=3} = 1$	$\sum_{j=4} = 1$	

Problemas de satisfacción de restricciones (CSP)

Ejemplo (clásico): **Vendedor viajero**

Formulación **completa**

¿Está completo?

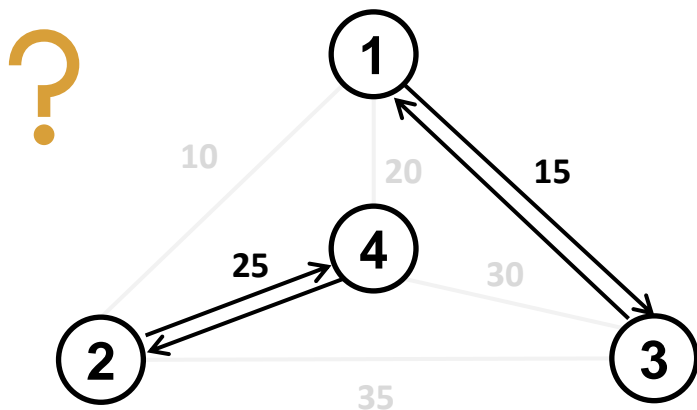
$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_i \sum_j c_{i,j} x_{i,j} \\ \sum_i \quad & x_{i,j} = 1, \text{ para todo } j \\ \sum_j \quad & x_{i,j} = 1, \text{ para todo } i \\ & x_{i,j} \in \{0,1\} \end{aligned}$$



Problemas de satisfacción de restricciones (CSP)

Ejemplo (clásico): Vendedor viajero

- ❑ La siguiente solución es factible con el modelo actual (sub-rutas)
- ❑ ¿Qué restricción incorporar?

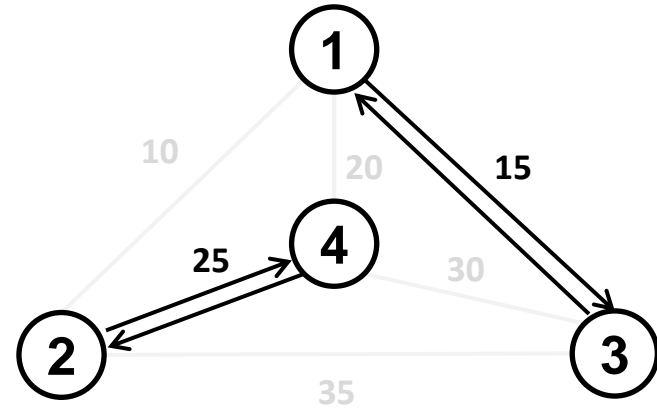


x_{ij}	1	2	3	4	
1	0	0	1	0	$\sum_{i=1} = 1$
2	0	0	0	1	$\sum_{i=1} = 1$
3	1	0	0	0	$\sum_{i=3} = 1$
4	0	1	0	0	$\sum_{i=4} = 1$
	$\sum_{j=1} = 1$	$\sum_{j=2} = 1$	$\sum_{j=3} = 1$	$\sum_{j=4} = 1$	

Problemas de satisfacción de restricciones (CSP)

❏ Ejercicio 1 (Vendedor viajero)

- ✓ Buscar información sobre la formulación de **Miller-Tucker-Zemlin (MTZ)** para eliminación de sub-rutas
- ✓ ¿Qué **restricciones** incorpora? Analizar y comprender
- ✓ **Desarrollar ejemplo** con valores y asignaciones



Problemas de satisfacción de restricciones (CSP)

❏ Ejercicio 2 (Vendedor viajero)

- ✓ Revisar documentación sobre repositorio de datos (*benchmark instances*) para TSP en [TSPLIB](#)
 - ✓ Revisar [documentación](#) y [archivos](#)
- ✓ Implementar un programa en su lenguaje favorito que permita leer desde los archivos el formato de las instancias y que guarde la información para su procesamiento:
 - ✓ Considerar una funcionalidad que permita ingresar manual o automáticamente (vía archivo de texto) una ruta, y que calcule su costo
 - ✓ Usar dicha funcionalidad para probar las rutas óptimas disponibles en el repositorio (archivos cuyo nombre dice *opt.tour*)





Síguenos en los canales digitales



www.uaysen.cl