



$$d^2 = (D - y_1 + y_2)^2 + (x_1 - x_2)^2 + (z_1 - z_2)^2$$

$$= D^2 + y_2^2 + y_1^2 - 2 \cdot y_1 \cdot y_2 + 2D(y_1 - y_2) + x_1^2 + x_2^2 - 2 \cdot x_1 \cdot x_2 + z_1^2 + z_2^2 - 2 \cdot z_1 \cdot z_2$$

$$\text{si } R^2 = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 \text{ i } r^2 = x_2^2 + y_2^2 + z_2^2;$$

$$d^2 = D^2 + R^2 + r^2 + 2 \cdot D \cdot (y_2 - y_1) - 2(x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2);$$

$$\text{si } y_1 = R \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\theta), x_1 = R \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\theta), z_1 = R \cdot \cos(\phi), y_2 = r \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta), x_2 = r \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta), z_2 = r \cdot \cos(\alpha),$$

$$d^2 = D^2 + R^2 + r^2 + 2 \cdot D \cdot (r \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) - R \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\theta)) - 2 \cdot R \cdot r \cdot (\sin(\phi) \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \sin(\phi) \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) + \cos(\phi) \cdot \cos(\alpha))$$

$$d^2 = D^2 + R^2 + r^2 + 2D(R \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) - R \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\theta)) - 2 \cdot R \cdot r \cdot (\sin(\phi) \cdot \sin(\alpha) \cdot (\cos(\theta) \cdot \cos(\beta) + \sin(\theta) \cdot \sin(\beta)) + \cos(\phi) \cdot \cos(\alpha))$$

$$dy = D - R \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\theta) + r \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta);$$

si m1 i m2 son la massa dels punts p1 i p2 i la densitat es 1, m1 i m2 son els volums de les cel·les que l'envolten v1 i v2  
la força positiva o negativa F serà:  $F = m_1 \cdot m_2 / d^2 = v_1 \cdot v_2 / d^2$

en la direcció y, la component y de la força serà:  $F_y = F \cdot dy / d = v_1 \cdot v_2 \cdot dy / d^3$

volums parcials v1 i v2:  $v_1 = R^2 \cdot \sin(\phi) \cdot \Delta\phi \cdot \Delta\theta \cdot \Delta R$ ,  $v_2 = r^2 \cdot \sin(\alpha) \cdot \Delta\alpha \cdot \Delta\beta \cdot \Delta r$ , ( $\Delta$ : increment)

$$F_y = R^2 \cdot \sin(\phi) \cdot r^2 \cdot \sin(\alpha) \cdot \Delta\phi \cdot \Delta\theta \cdot \Delta R \cdot \Delta\alpha \cdot \Delta\beta \cdot \Delta r \cdot dy / d^3$$

la força entre les dues esferes o dues capes esferiques serà:

$$F_y = \sum R^2 \cdot \sin(\phi) \cdot r^2 \cdot \sin(\alpha) \cdot (D - R \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\theta) + r \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)) / \text{abs}((D^2 + R^2 + r^2 + 2 \cdot D \cdot (r \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) - R \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\theta)) - 2 \cdot R \cdot r \cdot (\sin(\phi) \cdot \sin(\alpha) \cdot (\cos(\theta) \cdot \cos(\beta) + \sin(\theta) \cdot \sin(\beta)) + \cos(\phi) \cdot \cos(\alpha))))^{1.5} \cdot \Delta\phi \cdot \Delta\theta \cdot \Delta R \cdot \Delta\alpha \cdot \Delta\beta \cdot \Delta r;$$

límits dels sumatoris:

per una esfera:

R i r (0, radi de la esfera)

$\phi$  i  $\alpha$  (0, 180 graus) o (rad(0), rad(180)) o (0,  $\pi$ );

$\theta$  i  $\beta$  (0, 360 graus) o (rad(0), rad(360)) o (0,  $2\pi$ )

per una capa de la esfera:

R i r (radi inferior, radi superior)

$\phi$  i  $\alpha$  (0, 180 graus) o (rad(0), rad(180)) o (0,  $\pi$ );

$\theta$  i  $\beta$  (0, 360 graus) o (rad(0), rad(360)) o (0,  $2\pi$ )

es tracta de un sumatori de nivell 6 per tant el nombre de intervals per un calcul ràpid ha de esser reduït i el resultat molt aproximat  
quant la distancia D es inferior a la suma de radis cal evitar que hi hagi punts que s'apropin massa, en el cas (d=0) valor/cero=error.  
en qualsevol cas poden apareixer màxims i mínims parcials poc significatius.