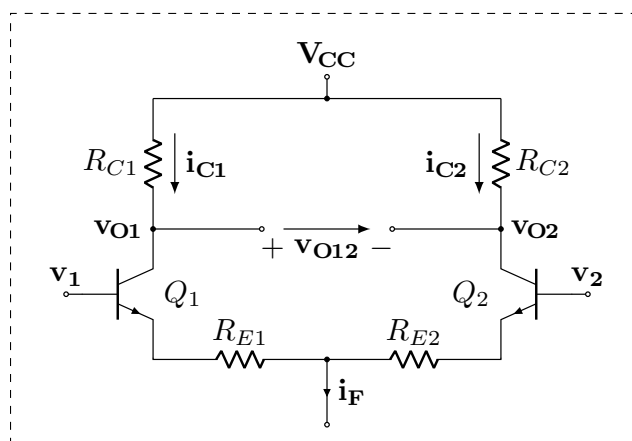


L2 - Par Diferencial*Autores:***Manuel Soares** : 96267

↪ mail@tecnico.ulisboa.pt

João Gonçalves : 99995

↪ jrazevedogoncalves@tecnico.ulisboa.pt

Jorge Contente : 102143

↪ mail@tecnico.ulisboa.pt

Docente:

João Francisco Marafuz Gaspar

4. Simulação

4.1 Análise do ponto de funcionamento em repouso do circuito

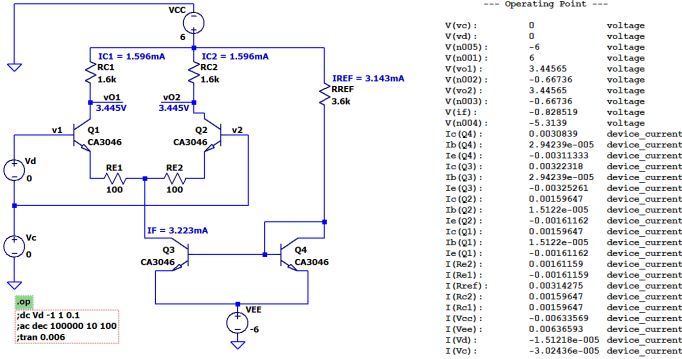


Fig. 1: Esquema LTspice® do circuito no ponto de funcionamento em repouso (PFR), i.e., excitação $v_D \equiv v_C \equiv 0V$ e diretiva .op

A seguinte tabela sumariza o PFR:

I_{C1}	I_{C2}	I_{REF}
1.596mA	1.596mA	3.143mA
I_F	V_{O1}	V_{O2}
3.223mA	3.446V	3.446V

4.2 Características de transferência

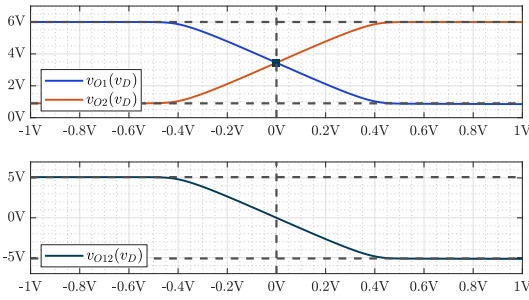


Fig. 2: Características de transferência

Note-se que o comportamento das tensões de saída, v_{O1} e v_{O2} , é diretamente proporcional às correntes i_{C1} e i_{C2} (respectivamente). Para $v_D \equiv 0V$, a corrente da fonte I_F divide-se igualmente pelos dois transistores, o que suscita $v_{O1} = v_{O2} = V_{CC} - R_{C1,2} I_F/2 = 3.446V$ e uma tensão entre coletores nula. Com $v_D > 0$, i_{C1} aumenta enquanto i_{C2} diminui; para v_D suficientemente grande, a corrente da fonte passa quase toda pelo transistor $Q1$, pelo que $v_{O1} = V_{CC} - R_{C1} I_F$ e $v_{O2} = V_{CC}$. O recíproco ocorre para $v_D < 0$. Por conseguinte, a tensão v_{O12} encontra-se limitada entre $-R_{C1} I_F$ e $R_{C2} I_F$.

4.3 Ganhos de tensão e resistência de entrada de modo diferencial

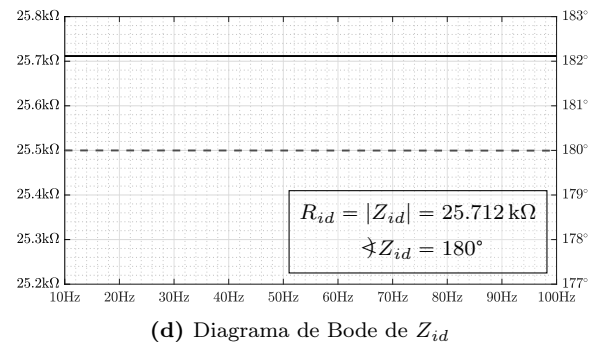
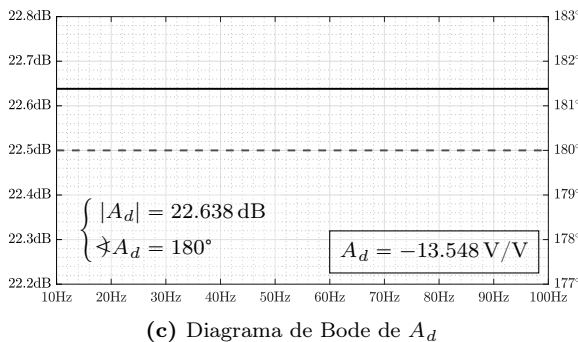
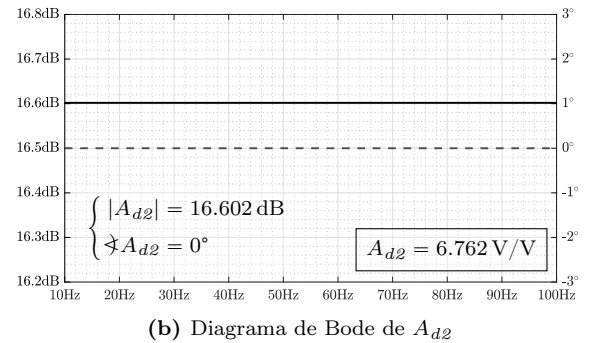
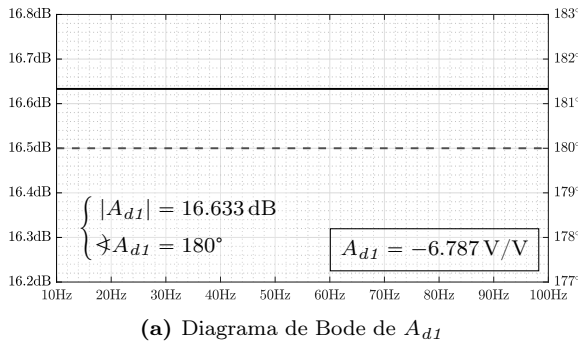


Fig. 3: Modo diferencial

†O processamento de dados e análise da simulação concebida em LTspice® foi efetuado em MATLAB®.

*Nos diagramas de Bode apresentados, a magnitude encontra-se a traço contínuo e a fase a tracejado.

4.4 e 4.5 Gráficos das tensões em modo comum e modo diferencial

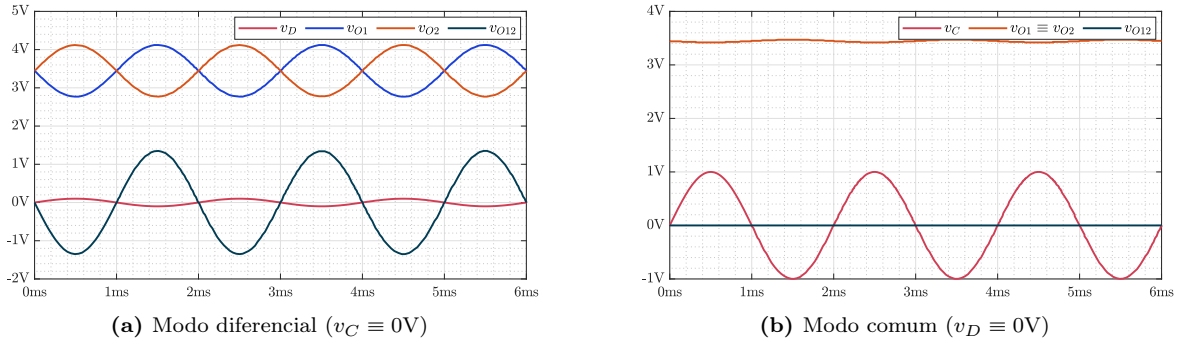


Fig. 4: Gráficos das tensões

- Para o modo diferencial temos uma excitação anti-simétrica: ($v_1 \equiv v_D$) \neq ($v_2 \equiv 0V$), e consequentemente $v_{O2} = -v_{O1} \implies v_{O12} = 2v_{O1}$ como se verifica na Fig. 4 (a).
- A Fig. 4 (b) ilustra uma excitação simétrica ou de modo comum, i.e., $v_1 = v_2 = v_C$ com $v_D \equiv 0V$. É esperado que $v_{O1} = v_{O2}$ (sobrepostos na figura), o que implica $v_{O12} \equiv 0V$. Esta simetria indica uma **rejeição do modo comum**, uma vez que as correntes e as tensões no par diferencial pouco dependem de v_C (as pequenas oscilações advêm do efeito de Early).

4.6 Ganhos de tensão e resistência de entrada de modo comum

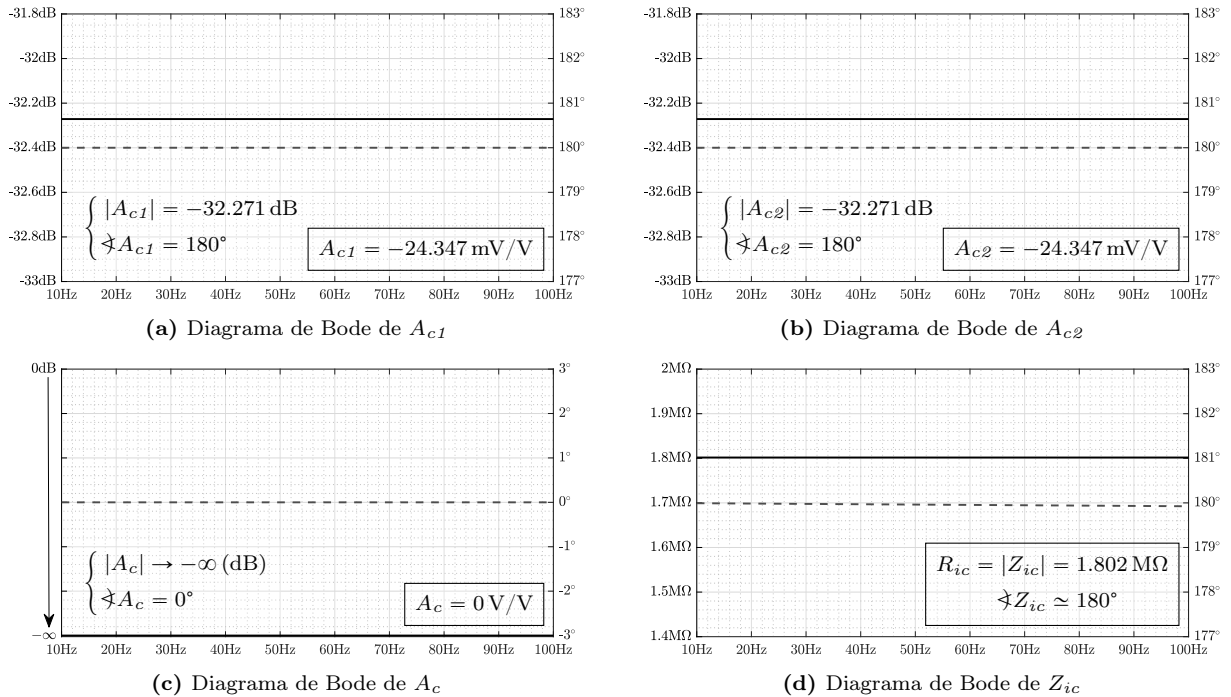


Fig. 5: Modo comum

4.7 Relação de rejeição de modo comum (CMRR)

As relações de rejeição de modo comum são dadas por:

$$\text{CMRR} = \left| \frac{A_d}{A_c} \right| \rightarrow +\infty \quad \text{CMRR}_1 = \left| \frac{A_{d1}}{A_{c1}} \right| = \frac{6.787}{0.024347} \approx 278.761 \text{ (48.9 dB)}$$

Nota: Se a saída for entre coletores, e o par for perfeitamente simétrico, $A_c = 0V/V$ e o CMRR é infinito. Em contexto experimental, devido às inevitáveis assimetrias, o CMRR não é infinito, mas o seu valor é normalmente muito elevado.

4.8 Incerteza nas resistências de coletor e tensão de desvio

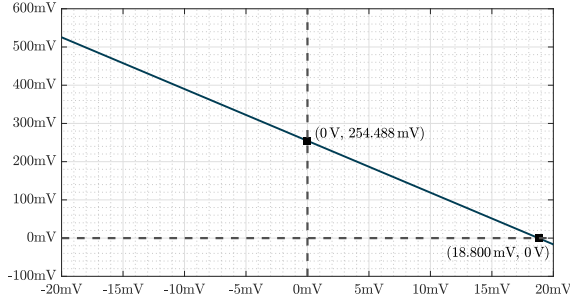


Fig. 6: Gráfico de $v_{O12}(v_D)$ e valor de V_{OS}

Num par diferencial simétrico, a tensão de saída entre coletores é nula quando a tensão diferencial de entrada também é nula, i.e., $v_D \equiv 0V \implies v_{O12} \equiv 0V$, como vimos anteriormente. Devido às assimetrias¹ impostas nas resistências, i.e., $R_{C1} = 1.6k\Omega \cdot (1 - \Delta) = 1520\Omega$ e $R_{C2} = 1.6k\Omega \cdot (1 + \Delta) = 1680\Omega$, com $\Delta = 5\%$, é necessário aplicar uma **tensão de desvio** (*offset*) $V_{OS} = 18.800mV$ para anular a saída v_{O12} . Com $v_D \equiv v_C \equiv 0V$, obtemos o valor maximizado da tensão entre coletores no PFR, $(v_{O12})_{PFR} = 254.488mV$.

5. Trabalho experimental

A Fig. 7 apresenta uma representação concisa do circuito montado numa *breadboard*. Esta representação fornece uma referência prática para a montagem e disposição do circuito.

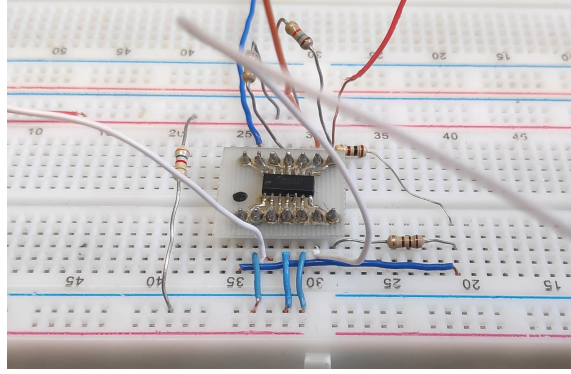


Fig. 7: Referência para a implementação física do circuito.

5.1 Resultados no ponto de funcionamento em repouso

Para $v_1 \equiv v_2 \equiv 0V$. Os valores detalhados pelo voltímetro encontram-se na tabela abaixo:

V_{CC}	V_{EE}	V_{O1}	V_{O2}	V_{C4}	V_{RE1}	V_{RE2}
5.900V	-5.801V	3.281V	3.206V	-4.918V	155.860mV	153.600mV

Recorrendo à Lei de Ohm, verifica-se:

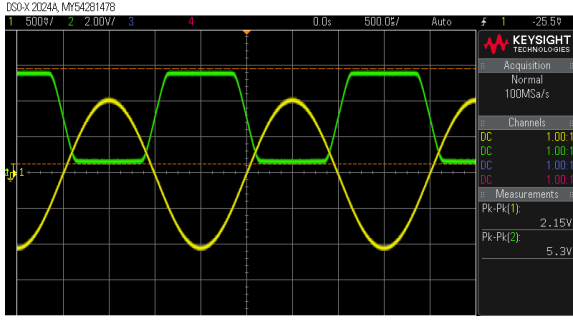
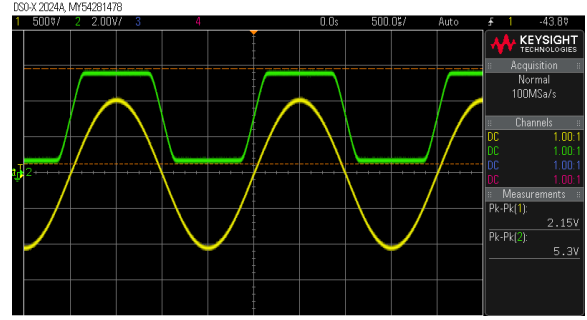
$$I_F = \frac{V_{RE1}}{R_{E1}} + \frac{V_{RE2}}{R_{E2}} = 3.095 \text{ mA} \quad I_{REF} = \frac{V_{CC} - V_{C4}}{R_{REF}} = 3.005 \text{ mA}$$

5.2 Formas de onda e ganhos diferenciais para v_1 : 1V, 500Hz

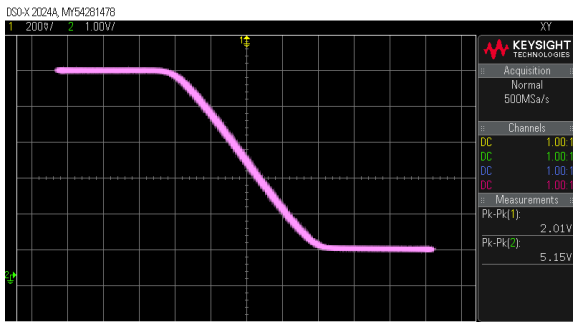
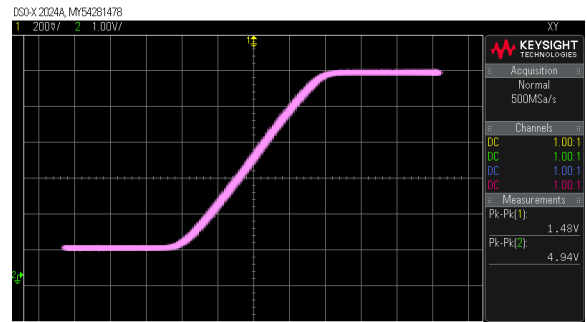
Devido à instabilidade na visualização das tensões de saída, optou-se por adicionar uma resistência de $3.6k\Omega$ em série com a entrada do osciloscópio. Embora a introdução de uma resistência em série possa influenciar a medição do sinal (graças ao acréscimo de uma queda de tensão), o efeito na análise dos sinais é considerado desprezável no âmbito da montagem.

Para o sinal v_1 especificado e $v_2 \equiv 0V$ (i.e., componente anti-simétrica $v_D \equiv v_1$), verifica-se saturação nas tensões de saída (v_{O1} e v_{O2}), como observado na Fig. 8.

¹Ao inverter a ordem da assimetria imposta, V_{OS} e $(v_{O12})_{PFR}$ tornam-se simétricos aos valores apresentados.

(a) v_1 (channel 1) e v_{O1} (channel 2)(b) v_1 (channel 1) e v_{O2} (channel 2)**Fig. 8:** Formas de onda. Osciloscópio em modo de acoplamento DC (=).

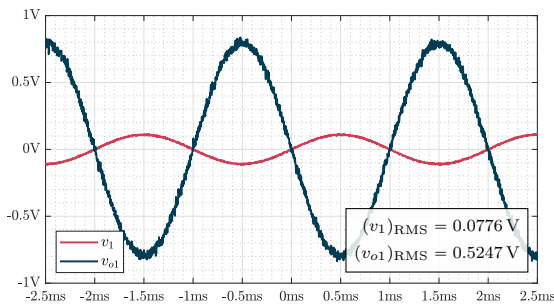
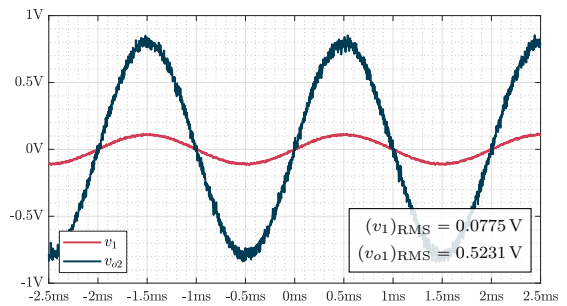
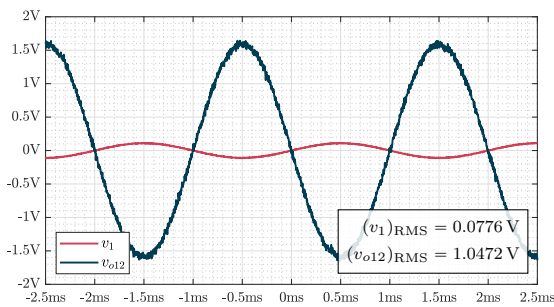
Consequentemente, foi utilizado o modo X-Y do osciloscópio para traçar as funções de transferência (Fig. 9) e obter os ganhos diferenciais (declives das respectivas zonas lineares).

(a) $v_{O1}(v_D)$ (b) $v_{O2}(v_D)$ **Fig. 9:** Característica de transferência

O Apêndice A detalha o método computacional utilizado para a obtenção dos ganhos:

$$\begin{aligned} A_{d1} &= -6.632 \text{ V/V} & A_{d2} &= 6.682 \text{ V/V} \\ A_d &= A_{d1} - A_{d2} = -13.314 \text{ V/V} \end{aligned}$$

5.3 Formas de onda e ganhos diferenciais para v_1 : 100mV, 500Hz

(a) Tensões v_1 e v_{O1} , e valores RMS.(b) Tensões v_1 e v_{O2} , e valores RMS.(c) Tensões v_1 e v_{O12} , e valores RMS.**Fig. 10:** Formas de onda. Osciloscópio em modo de acoplamento AC (~).

Ao contrário da situação da alínea anterior, não ocorre saturação, pelo que os ganhos diferenciais foram obtidos diretamente a partir das amplitudes dos sinais. Similarmente, os dados do osciloscópio foram exportados para CSV e o rácio entre sinais foi efetuado com o valor RMS, de modo a aproveitar todas as amostras.

Note-se que v_1 e v_{o1} estão em oposição de fase, o mesmo se verifica para v_1 e v_{o12} . Deste modo:

$$\begin{aligned} A_{d1} &= -6.761 \text{ V/V} & A_{d2} &= 6.753 \text{ V/V} \\ A_d &= -13.494 \text{ V/V} \end{aligned}$$

6. Análise de resultados e Comentários

De modo a complementar a discussão das secções anteriores, sumariza-se na tabela seguinte², em forma de erro relativo, as incongruências entre as modalidades da atividade laboratorial.

	Teórico	Simulação		Experimental		
	Valor	Valor	Erro sim/teo (%)	Valor	Erro exp/teo (%)	Erro exp/sim (%)
I_{REF}	3.139 mA	3.143 mA	0.127	3.005 mA	4.269	4.391
I_F	3.080 mA	3.223 mA	4.643	3.095 mA	0.487	3.971
V_{O1}	3.560 V	3.446 V	3.202	3.281 V	7.837	4.788
V_{O2}	3.560 V	3.446 V	3.202	3.206 V	9.944	6.965
A_{d1}	-6.818 V/V	-6.787 V/V	0.455	-6.632 V/V	2.728	2.270
				-6.761 V/V	0.836	0.381
A_{d2}	6.818 V/V	6.762 V/V	0.821	6.682 V/V	1.995	1.183
				6.753 V/V	0.953	0.133
A_d	-13.636 V/V	-13.548 V/V	0.645	-13.314 V/V	2.361	1.727
				-13.494 V/V	1.041	0.398

- Apesar da presença de ruído (possivelmente associado aos componentes da montagem, como a *breadboard*, cabos e conectores...) nas medições das amplitudes, bem como da resistência auxiliar na visualização das tensões de saída, os valores obtidos em laboratório aproximam-se bastante dos esperados, o que se reflete nos baixos erros relativos registados.
- Os valores de I_F e I_{REF} simulados e experimentais divergem mais do que na análise teórica, e a relação entre ambos inverte-se ($I_F > I_{REF}$). Isto implica uma desigualdade entre i_{C3} e i_{C4} , onde i_{C3} prevalece, contradizendo a suposição de que v_{CE} não influencia i_C (existe efeito de Early).
- Tanto em simulação como experimentalmente, verifica-se que, à medida que as curvas características deixam de ser lineares, surge uma ligeira curvatura. Esta é motivada pela natureza sigmoideal das correntes de coletor dos transístores do par diferencial ($Q1$ e $Q2$) [1, 2], desprezada na parte teórica.
- Os ganhos diferenciais experimentais foram calculados com base em dois métodos distintos apresentados anteriormente (explicitados nas secções 5.2 e 5.3, bem como no Apêndice A). Estes métodos, de forte componente computacional, garantiram uma margem de erro reduzida em relação aos valores teóricos e simulados, corroborando a sua eficácia.
- O método de cálculo do rácio entre sinais revelou-se o mais direto, uma vez que aproveita os valores do osciloscópio sem necessidade de recorrer a numerosos cálculos adicionais. Este método preferido é particularmente relevante quando não se recorre ao método computacional dado que os valores RMS também podem ser obtidos diretamente do osciloscópio sem exportação de dados para CSV, evitando assim possíveis erros aleatórios (oriundos da manipulação) na determinação do declive.
- É importante salientar a pequena assimetria observada nos ganhos A_{d1} e A_{d2} , uma situação não prevista teoricamente. Esta assimetria é mais notável no resultado experimental, possivelmente graças a variações nos parâmetros dos componentes (os dispositivos reais não são perfeitamente simétricos) bem como interferências e ruídos. A origem desta assimetria na simulação pode ser atribuída a fatores de segunda ordem como o efeito de Early ou artefactos inerentes ao processo.
- ★ Com base nos pontos enunciados, é possível concluir que os cálculos realizados demonstraram uma precisão considerável, corroborando a eficácia dos métodos utilizados e a validade das aproximações teóricas face às observações experimentais e dos resultados de simulação.

²Os valores relativos aos ganhos experimentais encontram-se separados na tabela: 5.2 (cima) e 5.3 (baixo).

Referências

- [1] M. Medeiros Silva. *Circuitos com Transistores Bipolares e MOS*. Fundação Calouste Gulbenkian, 6th edition, 2016.
- [2] A. S. Sedra and K. C. Smith. *Microelectronic Circuits*. Oxford University Press, 7th edition, 2015.

Apêndice A: Estimativa do Ganho com Regressão Linear

Neste apêndice, apresentamos um método mais robusto para estimar o ganho com base nos dados experimentais da função de transferência (exportados para CSV). A abordagem tradicional de estimar o ganho com base em apenas dois pontos (pares de entrada-saída) da função de transferência muitas vezes não fornece uma estimativa precisa, principalmente devido ao ruído e possíveis distorções presentes nos dados reais.

L.A1.: Algoritmo para a estimação do ganho através de uma regressão linear (local) em MATLAB®

```

1 function analyze_transfer_function(filename)
2     % load data from CSV file
3     data = readtable(filename, 'VariableNamingRule', 'preserve');
4     x = data(:,2); % input signal
5     y = data(:,3); % output signal
6
7     % compute the derivative
8     dy = diff(y) ./ diff(x);
9     abs_dy = abs(dy);
10
11     % find when the derivative is non-zero (i.e., when the function is not constant)
12     is_not_constant = abs_dy > 1e-2; % account for small oscillations
13     idx = find(is_not_constant); % convert logical indices to numerical indices
14
15     % extract windows around zero-crossings of the input signal
16     % these regions typically exhibit the most linear behavior, making them more suitable
17     x_linear = []; y_linear = [];
18     zero_crossings = find(diff(sign(x(idx)))~=0); % detect zero-crossings
19     window_size = 35; % (how many points to take around each zero crossing)
20
21     for i = 1:length(zero_crossings)
22         window_start = max(1, zero_crossings(i) - window_size);
23         window_end = min(length(x(idx)), zero_crossings(i) + window_size);
24         window_indices = window_start:window_end;
25
26         % ensure window_indices do not exceed array bounds
27         window_indices = window_indices(window_indices <= length(x(idx)));
28
29         x_linear = [x_linear; x(idx(window_indices))];
30         y_linear = [y_linear; y(idx(window_indices))];
31     end
32
33     % a linear regression is then applied to these regions to estimate the gain.
34     p = polyfit(x_linear, y_linear, 1); % apply regression
35     slope = p(1);
36
37     % display the result
38     plot_transfer_function(x,y,p);
39     fprintf('The slope of the linear part of the transfer function is: %.3f.\n', slope);
40 end

```

O algoritmo apresentado foca-se nos zeros do sinal de entrada (aproveitando a simetria), especificamente nos índices onde a derivada da função de transferência sugere um comportamento linear (ou seja, $dy/dx \neq 0$), minimizando a interferência das zonas de saturação. Para cada *zero-crossing* identificado, o algoritmo extrai uma “janela” de valores de entrada e saída, atuando assim em pontos onde o comportamento do sistema é tipicamente mais linear. Através da aplicação de uma regressão linear a este conjunto de pontos selecionados, é possível obter uma estimativa do ganho que tende a ser mais robusta e precisa.