МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК

КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК

ОТЧЁТ

о прохождении производственной практики, научно-исследовательской работы

Направление подготовки:	02.04.01 Математика и компьютерные науки
Выполнил:	студент 1 курса магистратуры очной формы обучения Фролов Павел Владимирович
Руководитель практики от ИвГУ:	зав. кафедрой прикладной математики и компьютерных наук, кандидат физико-математических наук Соколов Евгений Викторович
Дата сдачи, оценка	

Содержание

Введение	3
1. Рефакторинг кода и результат	4
Список литературы	5
Триложение. (Листинг кода)	
main.cpp	6
FM_Two_Groups	7
FiniteSubGroup.h	12
CyclicSubGroup.h	13
FiniteCyclicSubGroup.h	13
FiniteCyclicSubGroup.cpp	13
FG_AbelianGroupCSG.h	14
FG_AbelianGroupCSG.cpp	14
FCSG_FGAbelianGroup.cpp	15

Введение

Целью работы была программная реализация решения проблемы сопряженности для свободного произведения двух групп с объединённой подгруппой. За основу была взята работа [3].

В начале работы был проведён анализ кода из [3], были устранены ошибки. В дальнейшем был проведён рефакторинг кода и тестирование результатов. В §1 описываются изменения кода. Конечный список изменённых классов и результат описан в приложении (стр.6).

§1. Рефакторинг кода и результат.

Первым делом была устранена проблема с наследованием классов. Таким образом виртуальное наследование получили классы: CyclicSubGroup, FG_AbelianGroupCSG, FiniteCyclicSubGroup, FiniteSubGroup.

Также для этих классов пришлось добавить дополнительный параметр конструктора **SubGroup(g.GetGroup())** в исполняющих файлах.

Следующим этапом была проблема в методе **WordsAreConjugate** в классе **FM_Two_Groups.** Как оказалось, ошибка заключалась в вызываемой методом функции **ReducedFormOf.** В последнем методе была исправлена ошибка в итераторах, которая не позволяла произвести необходимые расчёты для решения проблемы сопряжённости для свободного произведения двух групп с объединённой подгруппой. Изменения этого метода можно увидеть в листинге кода(стр.6).

В файле main.cpp были добавлены соответствующие поля для проверки конечного результата.

```
С:\Users\Pavel\Desktop\GitKrakenRepose\group_theory\Debug\Group_theory.e... — □ X

a_{1}^{3}a_{3}^{4}a_{2}^{2}a_{3}a_{1}^{4}-1}
b_{1}^{4}b_{3}^{4}b_{2}^{2}b_{3}b_{1}^{4}-3}
gr.WordIsEqualTo1(a1_ge): 0
gr.WordIsEqualTo1(a2_ge): 0
gr.WordIsEqualTo1(a2_ge): 0
d_{1}^{2}a_{3}^{4}b_{2}^{2}a_{3}a_{1}^{4}-1}
b_{1}^{2}a_{3}^{4}b_{2}^{2}a_{3}^{2}a_{3}a_{1}^{4}-1}
b_{1}^{2}a_{3}^{4}b_{3}^{2}a_{3}^{4}b_{2}^{2}a_{3}a_{3}^{4}-1}^{4}b_{3}^{4}b_{3}^{2}a_{3}^{4}b_{3}^{2}a_{3}^{4}a_{3}^{4}b_{3}^{4}-1}
b_{1}^{2}a_{3}^{2}a_{3}^{4}a_{3}^{2}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}-1}^{4}b_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}a_{3}^{4}
```

Список литературы

- 1. Линдон Р., Шупп П. Комбинаторная теория групп. М.: Мир, 1980.
- 2. Магнус В., Каррас А., Солитэр Д. Комбинаторная теория групп. М.: Наука, 1974.
- 3. Фролов П. В. Программная реализация решения алгоритмических проблем для свободного произведения двух групп с объединённой подгруппой. ВКР бакалавра. Иваново: ИвГУ, 2019.

Приложение. (Листинг кода)

main.cpp

```
#define _CRT_SECURE_NO_WARNINGS
#include <stdio.h>
#include <clocale>
#include <iostream>
#include "Word.h"
#include "FG_AbelianGroup.h"
#include "FG_AbelianGroupCSG.h"
#include "FCSG_FGAbelianGroup.h"
#include "ContainerAbelianGroup.h"
#include "CyclicSubGroupIzomorphizm.h"
#include "FM_Two_Groups.h"
#include "GroupElement.h"
using namespace std;
void print word(const Word &w) {
      for (Word::const_iterator iter = w.begin(); iter != w.end(); iter++)
              cout << iter->GetValue() << ' ';</pre>
      cout << endl;</pre>
}
int main()
                                    setlocale(LC CTYPE, "rus");
{
              FG AbelianGroup::FG AbelianGroupElement order1(4);
              order1[0] = 8;
              order1[1] = 8;
              order1[2] = 5;
              order1[3] = 7;
              FG AbelianGroup gr1(order1, 'a');
              FG AbelianGroup::FG AbelianGroupElement order2(4);
              order2[0] = 8;
              order2[1] = 8;
              order2[2] = 5;
              order2[3] = 7;
              FG_AbelianGroup gr2(order2, 'b');
              string a1_input = "a_{1}^{3}a_{3}^{4}a_{2}^{2}a_{3}a_{1}^{-1}";
              cout << a1_input << endl;</pre>
              TexString a1_Tex_input(a1_input);
              Word a1_word = ConvertingTexToWord(a1_Tex_input);
              GroupElement a1_ge = GroupElement(a1_word, &gr1);
              FCSG_FGAbelianGroup sgp1(a1_ge);
              string a2_input = "b_{1}^{4}b_{3}^{4}b_{2}^{2}b_{3}b_{1}^{-3}";
              cout << a2_input << endl;</pre>
              TexString a2_Tex_input(a2_input);
              Word a2_word = ConvertingTexToWord(a2_Tex_input);
              GroupElement a2_ge = GroupElement(a2_word, &gr2);
```

```
FCSG FGAbelianGroup sgp2(a2 ge);
              cout << "gr.WordIsEqualTo1(a1 ge): " << gr1.WordIsEqualTo1(a1 ge) << endl;</pre>
              cout << "gr.WordIsEqualTo1(a2 ge): " << gr2.WordIsEqualTo1(a2 ge) << endl;</pre>
              CyclicSubGroupIzomorphizm iz(&sgp1, &sgp2);
              FM Two Groups fm(&iz);
              string a3_input = "a_{1}^{2}a_{3}^{4}a_{2}^{2}a_{3}a_{1}^{-1}";
              cout << a3 input << endl;</pre>
              TexString a3_Tex_input(a3_input);
              Word a3_word = ConvertingTexToWord(a3_Tex_input);
              GroupElement a3 ge = GroupElement(a3 word, &gr1);
              string a4_input = "b_{1}^{3}b_{3}^{4}b_{2}^{2}b_{3}b_{1}^{-3}";
              cout << a4 input << endl;</pre>
              TexString a4_Tex_input(a4_input);
              Word a4_word = ConvertingTexToWord(a4_Tex_input);
              GroupElement a4_ge = GroupElement(a4_word, &gr2);
              GroupElement a3_fmge = fm.StandartImageOf(a3_ge);
              GroupElement a4_fmge = fm.StandartImageOf(a4_ge);
              GroupElement a3a4_fmge = a3_fmge * a4_fmge;
              cout <<"fm.WordIsEqualTo1(a3a4 fmge): "<<fm.WordIsEqualTo1(a3a4 fmge) <</pre>
end1;
              cout <<"fm.WordsAreConjugate(a3 fmge, a4 fmge): "<<</pre>
fm.WordsAreConjugate(a3 fmge, a4 fmge) << endl;</pre>
      }
       cout << endl;</pre>
       system("pause");
      return 0;
                                                 }
                                    FM_Two_Groups.cpp
#include "FM Two Groups.h"
#include "SubGroup.h"
#include "FiniteSubGroup.h"
FM Two Groups::FM Two Groups(SubGroupIzomorphizm * phi) : phi( phi)
       max units number = GetA()->GetMask().GetUnitsNumber();
      if (GetB()->GetMask().GetUnitsNumber() > max units number)
              _max_units_number = GetB()->GetMask().GetUnitsNumber();
      _coding_units = 2;
      _freeproduct_mask.GenerateMask(0, _max_units_number + _coding_units);
      _extraction_factor_number_mask.GenerateMask(_max_units_number, _coding_units);
}
```

Mask FM_Two_Groups::GetMask() const

```
{
      return freeproduct mask;
unsigned int FM Two Groups::GetMaxUnitsNumber() const
      return max units number;
unsigned int FM_Two_Groups::GetCodingUnits() const
      return _coding_units;
bool FM_Two_Groups::IsContain(const Symbol& input_value) const
      try
      {
             const ContainerGroup *result = GetGroupAddress(input_value);
             return result->IsContain(input_value);
      catch (GP_Exception())
             return false;
      };
}
Bitset FM Two Groups::GetGroupNumber(const Symbol& input value) const
      ID result = input value;
      result = result & (_extraction_factor_number_mask);
      result = result >> _max_units_number;
      if (result.GetValue() - 1 > 1)
             throw GP Exception();
      //return result.GetValue();
      return (Bitset)result.GetValue();
      }
GroupElement FM_Two_Groups::StandartImageOf(const GroupElement& input_value) const
      Word buffer(input_value);
      Bitset group_id = 0;
      if (input_value.GetGroup() == GetA()) group_id = 1;
      else if (input_value.GetGroup() == GetB()) group_id = 2;
      else throw GP_Exception();
      for (auto i = buffer.begin(); i != buffer.end(); ++i)
             ID temp = *i;
             temp = temp & (~(ID(Bitset(3)) << (this->GetMaxUnitsNumber())));
             temp = temp | (ID(group_id) << (this->GetMaxUnitsNumber()));
              *i = temp;
      }
      return GroupElement(buffer,this);
const ContainerGroup *FM Two Groups::GetA() const {
      return phi->GetIzomorphizmDomain()->GetGroup(); //возвращаем указатель на группу
phi, от поля domain
}
```

```
const ContainerGroup *FM Two Groups::GetB() const {
       return phi->GetIzomorphizmImage()->GetGroup();//возвращаем указатель на группу
phi, от поля image
const ContainerGroup *FM Two Groups::GroupIDtoGroupPointer(Bitset id) const {
       if (id == 1) return GetA(); //если id=1, то A
      if (id == 2) return GetB(); //если id=2, то В
      throw GP_Exception(); //иначе исключение
Bitset FM_Two_Groups::GroupPointertoGroupID(const ContainerGroup *p) const {
      if (p == GetA()) return 1; //если p=A возвращаем 1
      if (p == GetB()) return 2; //если p=В возвращаем 2
      throw GP_Exception(); //иначе исключение
const ContainerGroup *FM Two Groups::GetGroupAddress(const Symbol& input value) const{
       if (GetGroupNumber(input value) == 1) return GetA(); //если номер группы=1 возвра-
щаем А
      if (GetGroupNumber(input value) == 2) return GetB(); //если номер группы=2 возвра-
щаем В
      throw GP_Exception(); //иначе исключение
}
const ContainerGroup *FM Two Groups::GetMultiplier(const GroupElement &input value) const
      return GetGroupAddress(*(input_value.begin())); //возвращаем адрес свободного мно-
жителя
}
GroupElement FM Two Groups::ListOfSyllablesToElement(const list<GroupElement> &1) const
{
      GroupElement t= *(1.begin());//элемент t равный первому слогу
      for (list<GroupElement>::const iterator iter = 1.begin()++; iter != 1.end();
++iter) {
             t = t * *iter;//умножаем t на все элементы списка
      return t;//получаем элемент
}
list<GroupElement> FM Two Groups::ListOfSyllablesOf(const GroupElement& input value)
      if (input_value.GetGroup() != this) throw GP_Exception();//если группа не найдена,
то исключение
             list<GroupElement> syliables; //создаем список
             if (input_value.size() == 0)
                    return syliables;
             auto word_iterator = input_value.begin();
             unsigned int current_group_id = this->GetGroupNumber(*word_iterator);
             auto _begin = word_iterator;
             auto end = word iterator;
             ++word iterator;
             for (; word iterator != input value.end();)
                    unsigned int new group id = this->GetGroupNumber(*word iterator);
                    if (current_group_id == new_group_id)
                    {
                           ++word iterator;
                    }
                    else
```

```
{
                           _end = word_iterator;
                            -- end;
                           Word sub word = input value.GetSubWord( begin, end);
                           GroupElement ge = StandartImageOf(GroupElement(sub word,
GroupIDtoGroupPointer(current group id)));
                           syliables.emplace back(ge);
                           begin = word_iterator;
                           current_group_id = new_group_id;
                           ++word_iterator;
                    }
             _end = word_iterator;
              -- end;
             Word sub_word = input_value.GetSubWord(_begin, _end);
             GroupElement ge = StandartImageOf(GroupElement(sub word,
GroupIDtoGroupPointer(current group id)));
             syliables.emplace_back(ge);
             return syliables;
}
list<GroupElement> FM Two Groups::ReducedFormOf(const GroupElement& elem) const {
//алгоритм XI
      list<GroupElement> elem_syllables = ListOfSyllablesOf(_elem);// создаем список
      bool flag; //флажок
      do {
             if (elem_syllables.size() == 1) return elem_syllables; //если размер=1 воз-
вращаем список
             flag = false;
             for (list<GroupElement>::iterator iter = elem syllables.begin(); iter !=
elem syllables.end(); ++iter) {
                    const ContainerGroup *syllable group = GetMultiplier(*iter);
//создаем группу по её первому слогу
                    GroupElement syllable elem = GroupElement(*iter, syllable group);
                    if (syllable_group == GetA()) { //если А, то
                           if (phi->GetIzomorphizmDomain()->IsContain(syllable_elem)) {
//если указатель на группу phi от поля domain, то
                                  flag = true; // флаг в истину
                                  *iter = StandartImageOf(phi->ImageOf(syllable_elem));
//преобразовываем итератор
                                  list<GroupElement>::iterator itern = iter; itern++; //
создаем новый итератор равный текущему итератору
                                  if (itern != elem_syllables.end()) { //если новый ите-
ратор указывает на конец списка, то
                                         *iter = *iter * *itern; //старый итератор умно-
жаем на новый
                                         elem_syllables.erase(itern); //стираем новый
итератор в списке
                                  if (iter != elem_syllables.begin()) { // если итератор
указывает на начало списка, то
                                         itern = iter; iter--; //шаг назад
                                         *iter = *iter * *itern; //старый итератор умно-
жаем на новый
                                         elem syllables.erase(itern); //стираем новый
итератор в списке
                                  }
                    else if (syllable_group == GetB()) { //тоже самое для В
                           if (phi->GetIzomorphizmImage()->IsContain(syllable elem)) {
```

```
flag = true;
                                  *iter = StandartImageOf(phi-
>preImageOf(syllable elem));
                                  list<GroupElement>::iterator itern = iter; itern++;
                                  if (itern != elem syllables.end()) {
                                         *iter = *iter * *itern;
                                         elem syllables.erase(itern);
                                  if (iter != elem_syllables.begin()) {
                                         itern = iter; iter--;
                                         *iter = *iter * *itern;
                                         elem_syllables.erase(itern);
                                  }
                           }
                    }
      } while (flag == true);
      cout << "слово несократимо\n";
      return elem_syllables; //возвращаем получившийся список
}
bool FM_Two_Groups::WordIsEqualTo1(const GroupElement &_elem) const {//CI
      list<GroupElement> elem_syllables = ReducedFormOf(_elem); //приводим к несократи-
мой форме
      if (elem_syllables.size() > 1) return false; //если размер больше 1, то false
      else return GetMultiplier(*(elem_syllables.begin()))->WordIsEqualTo1(
             GroupElement(*(elem_syllables.begin()), GetMultipli-
er(*(elem_syllables.begin())))
             );
      //иначе возвращаем метод GetMultiplier от начала списка
}
list<GroupElement> FM Two Groups::CyclicallyReducedFormOf(const GroupElement& input word)
const {//XII
      list<GroupElement> w = ReducedFormOf(input word);//приводим к несократимой форме
      do {
             if ((w.size() % 2 == 0) || (w.size() == 1)) {//если слово четно или равно 1
                    cout << "Слово циклически приведено \n";
                    return w;
             else {
                    list<GroupElement>::iterator iter = w.end();//итератор на конец слова
                    iter--;//шаг назад
                    *(w.begin()) = *(w.begin()) * *iter;//умножаем начало на последний
слог
                    w.erase(iter);//стираем последний слог
                    if (GetMultiplier(*(w.begin()))->WordIsEqualTo1(*(w.begin())))
                           w.erase(w.begin());//стираем начальный слог
      } while (true);
}
bool FM_Two_Groups::WordsAreConjugate(const GroupElement &u, const GroupElement &v) const
{ //CII
      const FiniteSubGroup *H = dynamic_cast<const FiniteSubGroup*>(phi-
>GetIzomorphizmDomain()); //указатель на поле с подгруппой Н
      const FiniteSubGroup *K = dynamic_cast<const FiniteSubGroup*>(phi-
>GetIzomorphizmImage()); //указатель на поле с подгруппой К
      if (H == 0 \mid | K == 0) throw;//если подгруппы пустые, то исключение
      list<GroupElement> u1 = CyclicallyReducedFormOf(u); //приводим слова u и v к цик-
лически несократимому виду
      list<GroupElement> v1 = CyclicallyReducedFormOf(v);
      for (unsigned int i = 0; i < v1.size(); i++) { //цикл по v1}
```

```
GroupElement h = H->FirstElem(); //указатель на первый элемент
             do {
                    GroupElement h1 = StandartImageOf(h); //приводим слово к нормальному
виду
                    if (WordsAreEqual(h1.GetInverse()*ListOfSyllablesToElement(v1)*h1,
ListOfSyllablesToElement(u1))) return true;
                    //если слова равны, то возвращаем правду
             } while (H->NextElem(h));
             v1.emplace_back(*(v1.begin())); //создаем объект в конце
             v1.erase(v1.begin()); //стираем начало
      return false;
}
BufferTex FM Two Groups::ConvertingWordToElementRecord(const GroupElement& input value)
const
      BufferTex Result;
      BufferTex Temp;
      GroupElement BufferWord = input value;
      while (BufferWord.DeleteTrivials());
      list<GroupElement> syllables_words = ListOfSyllablesOf(BufferWord);
      auto it = Result.end();
      for (auto it syllable : syllables words)
             //Word Subword = BufferWord.GetSubWord(it syllable.begin,
it_syllable._end);
             Temp = it_syllable.GetGroup()->ConvertingWordToElementRecord(it_syllable);
             for (auto& it temp : Temp)
      it temp.index.push back(GroupPointertoGroupID(GetMultiplier(it syllable)));
             Result.splice(it, Temp);
             Temp.clear();
      return Result;
}
```

FiniteSubGroup.h

```
#ifndef FINITESUBGROUP
#define FINITESUBGROUP
#include "SubGroup.h"
#include "GroupElement.h"

class FiniteSubGroup : virtual public SubGroup
{
public:
     FiniteSubGroup(const ContainerGroup*);
     virtual GroupElement FirstElem() const = 0; //чисто виртуальный метод для нахождения первого элемента
     virtual bool NextElem(GroupElement &u) const = 0; //чисто виртуальный метод для
нахождения следующего элемента
};
#endif //FINITESUBGROUP
```

12

CyclicSubGroup.h

```
#ifndef CYCLICSUBGROUP H
#define CYCLICSUBGROUP_H
#include "SubGroup.h"
typedef int ElementDegree;
const ElementDegree UndefinedDegree = 1 << (sizeof(ElementDegree) * 8 - 1);</pre>
// для отображения неопределенной степени
class CyclicSubGroup : virtual public SubGroup
public:
      const ContainerGroup *Group; //поле
      const GroupElement Element; //порожд элем
public:
      CyclicSubGroup(const GroupElement &g);//конструктор
      const GroupElement &GetGenerating() const; //метод получения порождающего элемент
      bool IsContain(const GroupElement& input value) const; //содержится ли элемент в
      virtual const ElementDegree GetPower(const GroupElement & elem, ElementDegree
MaxDegree = UndefinedDegree) const;//находит степень в которую нужно возвести Element
      virtual const GroupElement powerElement(ElementDegree p) const;//метод для возве-
дения порожд элемента в степень
#endif // CYCLICSUBGROUP H
```

FiniteCyclicSubGroup.h

```
#ifndef FINITECYCLICSUBGROUP
#define FINITECYCLICSUBGROUP
#include "FiniteSubGroup.h"
#include "CyclicSubGroup.h"
#include "GroupElement.h"
class FiniteCyclicSubGroup : public FiniteSubGroup, virtual public CyclicSubGroup
public:
       FiniteCyclicSubGroup(const GroupElement& g);
       GroupElement FirstElem() const;
       bool NextElem(GroupElement &u) const;
};
                                    #endif //FINITECYCLICSUBGROUP
                                   FiniteCyclicSubGroup.cpp
#include "FiniteCyclicSubGroup.h"
FiniteCyclicSubGroup::FiniteCyclicSubGroup(const GroupElement& g) : Sub-
Group(g.GetGroup()), FiniteSubGroup(g.GetGroup()), CyclicSubGroup(g) {
}//конструктор
GroupElement FiniteCyclicSubGroup::FirstElem() const {
       return GetGenerating();//возвращаемое значение
```

}

```
bool FiniteCyclicSubGroup::NextElem(GroupElement &u) const {
    u = u * GetGenerating();
    if (u.GetGroup()->WordIsEqualTo1(u)) return false;
    else return true;
    }
```

FG_AbelianGroupCSG.h

```
#ifndef FG_ABELIANGROUPCSG_H
#define FG_ABELIANGROUPCSG_H
#include "CyclicSubGroup.h"
#include "FG_AbelianGroup.h"

class FG_AbelianGroupCSG : virtual public CyclicSubGroup
{

public:
    FG_AbelianGroupCSG(const GroupElement &g);//конструктор
    const ElementDegree GetPower(const GroupElement &_elem, ElementDegree MaxDegree = UndefinedDegree) const;//находит степень в которую нужно возвести Element
};
    #endif // FG_ABELIANGROUPCSG_H
```

FG_AbelianGroupCSG.cpp

```
#include "FG AbelianGroupCSG.h"
FG AbelianGroupCSG::FG AbelianGroupCSG(const GroupElement &g) : SubGroup(g.GetGroup()),
CyclicSubGroup(g)
      if (dynamic_cast<const FG_AbelianGroup*>(g.GetGroup()) == 0) throw GP_Exception();
}//если не имеет подгруппы, то исключение
const ElementDegree FG AbelianGroupCSG::GetPower(const GroupElement & elem, ElementDegree
MaxDegree) const {
       if ( elem.GetGroup() != this->GetGroup()) throw GP Exception();
       const FG AbelianGroup *gr = dynamic cast<const</pre>
FG AbelianGroup*>( elem.GetGroup());
      FG_AbelianGroup::FG_AbelianGroupElement u = gr->ToFG_AbelianGroupElement(_elem);
      FG_AbelianGroup::FG_AbelianGroupElement v = gr-
>ToFG_AbelianGroupElement(GetGenerating());
      FG_AbelianGroupElement order = (dynamic_cast<const</pre>
FG_AbelianGroup*>(this->GetGroup()))->GetOrders();//?
      ElementDegree result = UndefinedDegree;
      for (unsigned int i = 0; i < order.size(); i++) {</pre>
             if (order[i] == 0) {
                    if (v[i] == 0 && u[i] != 0) return UndefinedDegree;
                    if (v[i] != 0 && u[i] != 0)
                           if (u[i] % v[i] != 0) return UndefinedDegree;
                           else
                                  if (result == UndefinedDegree) result = u[i] / v[i];
                                  else if (result != UndefinedDegree && result != (u[i] /
v[i])) return UndefinedDegree;
                    if (v[i] != 0 && u[i] == 0)
                           if (result == UndefinedDegree) result = 0;
                           else if (result != 0) return UndefinedDegree;
             }
      if (result == UndefinedDegree) {
             ElementDegree d = 1;
             for (unsigned int i = 0; i < order.size(); i++)</pre>
```

```
if (order[i] != 0) d *= order[i];
              for (unsigned int p = 0; p < d; p++) {
                     FG AbelianGroup::FG AbelianGroupElement vp;
                     for (unsigned int i = 0; i < vp.size(); i++) {</pre>
                            vp[i] = v[i] * p;
                            if (order[i] != 0) vp[i] %= order[i];
                     bool res = true;
                     for (unsigned int i = 0; i < vp.size(); i++)</pre>
                            if (vp[i] != u[i]) res = false;
                     if (res) return p;
              //return CyclicSubGroup::GetPower(_elem, d);
       for (unsigned int i = 0; i < order.size(); i++) {</pre>
              ElementDegree d = v[i] * result - u[i];
              d = d < 0 ? -d : d;
              if ((d % order[i]) != 0) return UndefinedDegree;
       }
}
```

FCSG_FGAbelianGroup.cpp