



Universidade Federal do Amazonas  
Faculdade de Tecnologia  
Engenharia da Computação

## MODELAGEM FILTRO ATIVO PASSA-BAIXA

Manaus - AM  
2024

DARLYSSON MELO DE LIMA - 219954316  
EVANDRO SALVADOR MARINHO - 22052988  
HERVELYN CHRISTINNE VITAL DA SILVA - 21750599  
KEVYN DO NASCIMENTO PAZ GONDIM - 22153920  
MARIA SARA DA SILVA NAVARRO - 22051556

## MODELAGEM FILTRO ATIVO PASSA-BAIXA

Relatório apresentado como requisito  
para compor a nota parcial disciplina  
de Laboratório de Sistema de Controle  
referente ao semestre 2023/2, apresentado  
ao curso de bacharelado em Engenharia da  
Computação da Faculdade de Tecnologia,  
da Universidade Federal do Amazonas -  
UFAM.

Professor: Dr. Florindo Antonio de  
Carvalho Ayres Júnior

Manaus - AM  
2024

# Conteúdo

1	INTRODUÇÃO	1
2	PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS	2
2.1	Modelagem Matemática . . . . .	2
2.2	Simulações do Sistema em Diagramas de Blocos . . . . .	5
3	RESULTADOS E DISCUSSÕES	6
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	9
4.1	Código do Matlab . . . . .	10

## Lista de Figuras

Figura 1	filtro passa baixa . . . . .	2
Figura 2	filtro passa baixa . . . . .	3
Figura 3	Diagrama em bloco do sistema . . . . .	5
Figura 4	Gráfico de Bode da função de transferência . . . . .	7
Figura 5	Resposta ao degrau do sistema . . . . .	8

# 1 Introdução

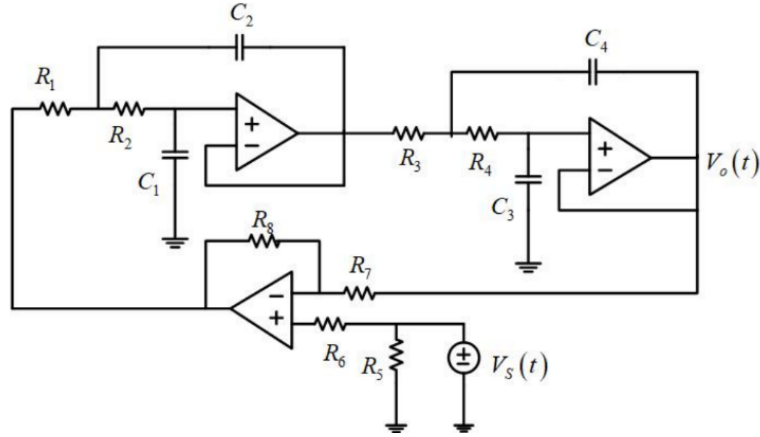
Os filtros passa-baixa desempenham um papel crucial na engenharia de circuitos eletrônicos, atuando como dispositivos que restringem a passagem de frequências mais altas, enquanto permitem a transmissão de sinais de frequência mais baixa.

Esta função os torna particularmente valiosos em circuitos de conversão analógica para digital, onde a limitação da entrada de frequências altas é essencial para a precisão e integridade do sinal. Além disso, sua aplicação é frequentemente encontrada em uma variedade de projetos de circuitos eletrônicos que demandam o controle e processamento de frequências mais baixas, destacando sua relevância e versatilidade na prática da eletrônica moderna. Neste relatório será apresentado o funcionamento, por meio de simulações, e modelagem de um circuito passa baixa de segunda ordem.

## 2 Procedimentos experimentais

### 2.1 MODELAGEM MATEMÁTICA

O sistema a ser modelado é apresentado na ???. Um circuito passa-baixa de segunda ordem.



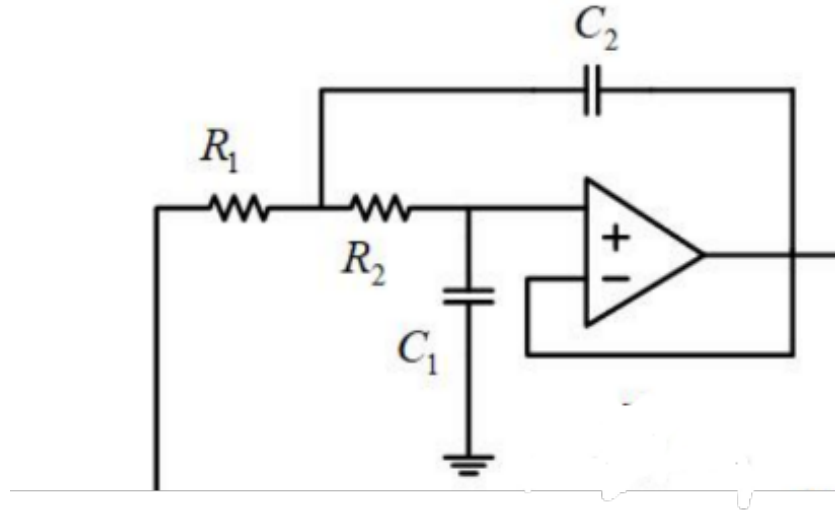
**Figura 1:** *filtro passa baixa*

Analisando o circuito é possível modelar os filtros em blocos, considerando apenas o primeiro bloco como na [Figura 2](#), nomeando o nó entre R1 e R2 de  $V_y$ , tensão de entrada e saída no amplificador de  $V_x$ , a corrente no R1, R2 e C2 de  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$  respectivamente. Logo:

$V_x = V_{c1}$ ,  $V_{c2} = V_y - V_{c1}$ ,  $V_y = V_{c2} + V_{c1}$  e  $I_3 = I_1 + I_2$ . onde:

$$\frac{dV_1}{dt} = v_1 \quad (1)$$

$$\frac{dV_{c1}}{dt} = v_{c1} \quad (2)$$



**Figura 2:** *filtro passa baixa*

Utilizando as equações que foram encontradas por LKC:

$$I1 = \frac{V1 - Vy}{R1} \quad (3)$$

$$I1 = \frac{V1 - Vc1 - Vc2}{R1} \quad (4)$$

$$I2 = \frac{Vy - Vc1}{R2} = Ic1 \quad (5)$$

$$\frac{dV1}{dt} = \frac{1}{C1R1} Vc2 \quad (6)$$

$$I3 = \frac{V1 - Vy}{R1} + \frac{Vy - Vc1}{R2} = \frac{V1}{R1} + \frac{Vc2}{R2} - \frac{Vc2}{R1} - \frac{Vc1}{R1} \quad (7)$$

onde I3 é:

$$I3 = \frac{dVc2}{dt} \quad (8)$$

$$\frac{dVc2}{dt} = \left[ -\frac{1}{R1C2} Vc1 - \frac{1}{C2} \left[ \frac{1}{R1} - \frac{1}{R2} \right] Vc2 + \frac{1}{R1C2} V1 \right] \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{dVc1}{dt} \\ \frac{dVc2}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{c1R2} \\ -\frac{1}{R1c2} & -\frac{1}{c2}[\frac{1}{R1} - \frac{1}{R2}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Vc1 \\ Vc2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{R1c2} \end{bmatrix} V1 \quad (10)$$

$$Vx = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Vc1 \\ Vc2 \end{bmatrix} + [0]V1 \quad (11)$$

Como a função de transferência é dada por:

$$Y(S) = (C[SI - A]^{-1}B + D)u(s) \quad (12)$$

$$[SI - A] = \begin{bmatrix} S & -\frac{1}{c1R2} \\ \frac{1}{R1c2} & S + \frac{1}{c2}[\frac{1}{R1} - \frac{1}{R2}] \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$[SI - A]^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} S + \frac{1}{c2}[\frac{1}{R1} - \frac{1}{R2}] & \frac{1}{c1R2} \\ -\frac{1}{c1R2} & S \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\Delta = S[S + \frac{1}{c2}(\frac{1}{R1} - \frac{1}{R2})] + \frac{1}{R1R2c1c2} \quad (15)$$

Então a função de transferência para o primeiro bloco é:

$$G1(S) = \frac{\frac{1}{R1R2c1c2}}{S^2 + \frac{1}{c2}[\frac{1}{R1} - \frac{1}{R2}]S + \frac{1}{R1R2c1c2}} \quad (16)$$

repetindo a função para o segundo bloco, temos:

$$G2(S) = \frac{\frac{1}{R3R4c3c4}}{S^2 + \frac{1}{c4}[\frac{1}{R3} - \frac{1}{R4}]S + \frac{1}{R3R4c3c4}} \quad (17)$$

A função de transferência do circuito completo é dada por

$$L(S) = G1(S)G2(S) \quad (18)$$

colocando em função da saída

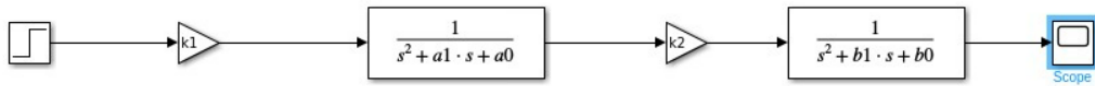
$$Vo(S) = \frac{L(S)}{1 + L(S)}Vs(S) \quad (19)$$



para encontrar  $V_s$ , se considerou um circuito integrador de ganho 1, logo  $v_s = v_o$

## 2.2 SIMULAÇÕES DO SISTEMA EM DIAGRAMAS DE BLOCOS

O diagrama em bloco do sistema montado no Simulink é apresentado na [Figura 3](#). Neste diagrama, foram empregados os valores dos parâmetros disponíveis no código do [4.1](#)



**Figura 3:** *Diagrama em bloco do sistema*

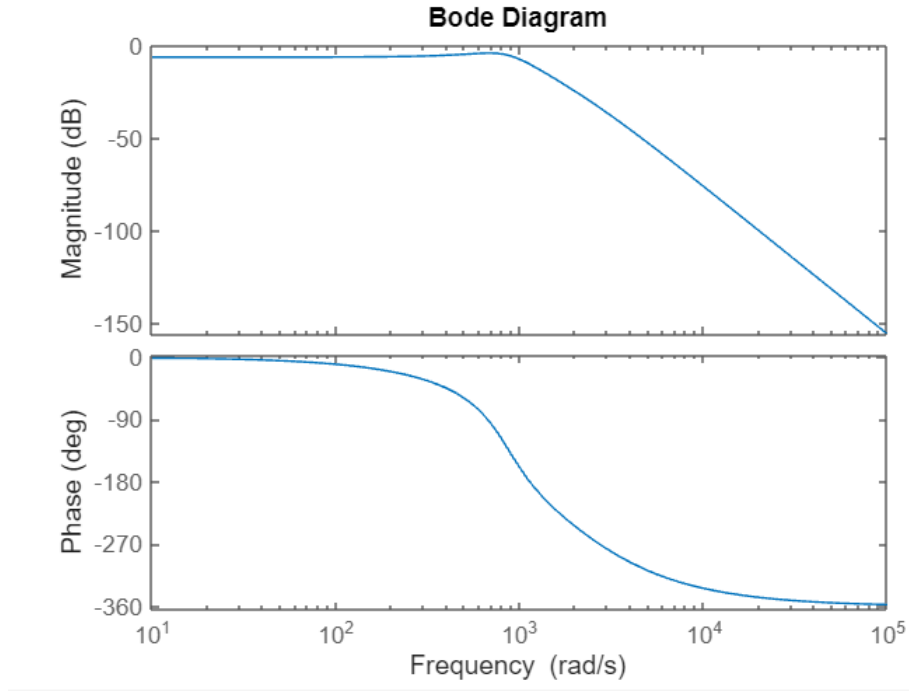
### 3 Resultados e discussões

O gráfico da [Figura 4](#) é um diagrama de Bode, que é usado para analisar a resposta em frequência de sistemas lineares e invariantes no tempo, como os filtros eletrônicos. analisando as duas partes do gráfico:

- Magnitude: A curva de magnitude mostra a variação do ganho do sistema conforme a frequência. Neste contexto, a curva se manifesta como uma linha reta em um gráfico log-log, apresentando um declive específico. Cada redução de 20 dB por década sugere a presença de um polo simples em um sistema de filtro. No presente caso, a inclinação da curva aponta para um declive de aproximadamente 40 dB por década, indicando a existência de dois polos ou um sistema de segunda ordem. Esta observação é compatível com a configuração de dois filtros passa-baixa de primeira ordem em cascata, que é o sistema trabalhado neste relatório.
- Fase: na curva de fase é mostrado a alteração na fase do sinal ao passar pelo sistema em relação à frequência. Observa-se uma diminuição gradual na fase, o que é característico de filtros passa-baixa. Uma queda de  $-90^\circ$  indica a presença de um polo, enquanto uma queda de  $-180^\circ$  geralmente sugere dois polos. No presente caso, a fase inicialmente declina aproximadamente até  $-180^\circ$  próximo à primeira frequência de corte e continua diminuindo, aproximando-se de  $-360^\circ$ . Essa tendência é explicada pela existência de quatro polos ou dois sistemas de segunda ordem em cascata. Que é o caso do circuito apresentado na [Figura 1](#) onde existe a combinação dos efeitos de dois filtros de segunda ordem.

O diagrama de Bode reflete as expectativas de desempenho do circuito, o qual é composto por dois filtros passa-baixa de segunda ordem em cascata. Cada filtro contribui para um declive de -40 dB por década e uma mudança de fase de aproximadamente  $-180^\circ$ . A frequência na qual a curva de magnitude começa a declinar corresponde à frequência de corte do filtro, enquanto o ponto onde a fase muda mais rapidamente indica a proximidade da frequência natural do sistema. A frequência de corte é definida como aquela na qual o ganho cai -3 dB em relação ao ganho em baixas frequências, situando-se geralmente entre  $10^2$  e  $10^3$  rad/s.

Além disso, o fato de que a fase se aproxima de  $-360^\circ$  (ou  $-180^\circ$  se considerarmos o múltiplo de  $-180^\circ$ ), e não estabiliza em  $-180^\circ$ , suporta a ideia de dois filtros de segunda ordem em série, pois cada filtro de segunda ordem contribui com aproximadamente  $-180^\circ$  na fase.



**Figura 4:** Gráfico de Bode da função de transferência

A resposta ao degrau mostrada na [Figura 5](#) é característica de um sistema com filtros passa-baixa de segunda ordem montados em cascata. Este tipo de resposta é comum quando dois filtros passa-baixa são usados sequencialmente, cada um possuindo uma frequência de corte que define até que ponto as frequências altas são atenuadas.

Analisando o gráfico, que a resposta possui um rápido tempo de subida seguido por um *overshoot* (sobrelevação), e depois se estabiliza em um valor constante, que de acordo com o gráfico seria o valor de 1. Isto indica um comportamento subamortecido, onde a presença de *overshoot* e oscilações se deve ao fato de ambos os filtros terem polos complexos conjugados em suas funções de transferência.

A razão para o *overshoot* pode ser a fase de fase do segundo filtro que introduz uma sobressinal adicional quando a resposta do primeiro filtro está se estabilizando. Com dois filtros em cascata, as características de amortecimento, frequência de ressonância e banda passante são compostas, o que pode levar a esse tipo de resposta dinâmica.

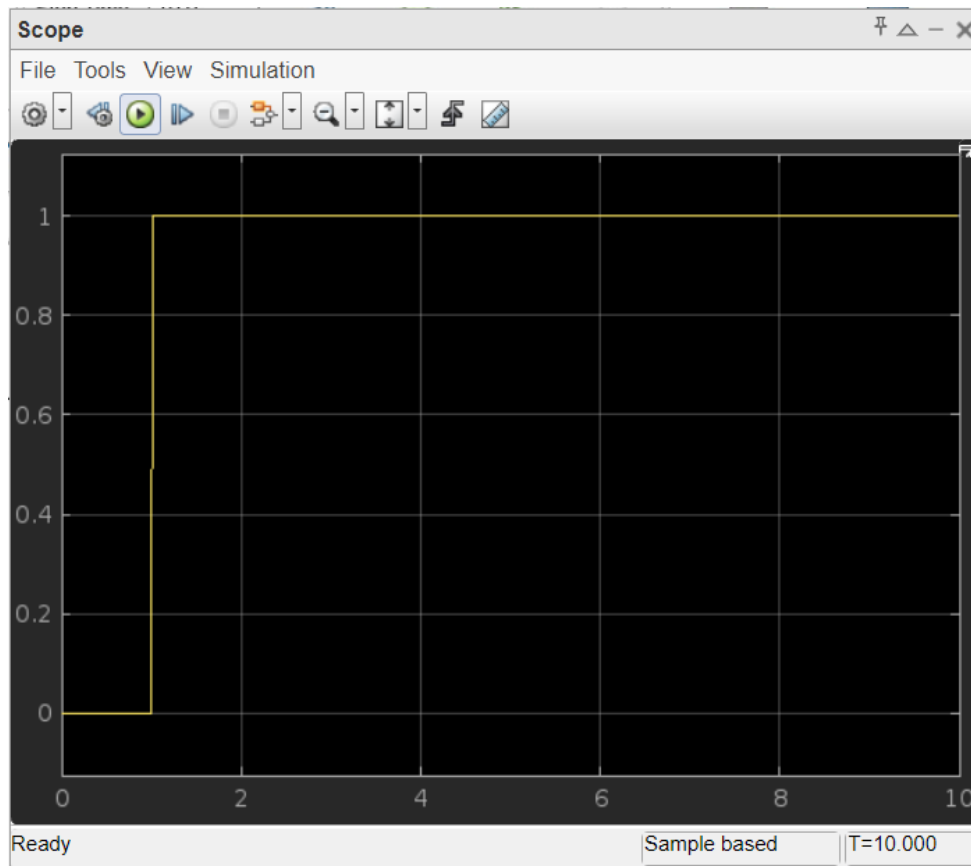
Para um sistema de segunda ordem, a função de transferência é tipicamente da forma:

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

onde  $\omega_n$  é a frequência natural não amortecida e  $\zeta$  é o fator de amortecimento. No caso de filtros em cascata, as funções de transferência dos dois filtros são multiplicadas, o que afeta o fator de amortecimento geral e a frequência natural do sistema composto.

O tempo de acomodação até a resposta se estabilizar, o tempo de subida até a primeira ocorrência do pico máximo e a magnitude do overshoot são indicadores importantes da resposta do sistema e podem ser usados para determinar os parâmetros dos filtros. Ajustar estes parâme-

tros permite controlar a banda passante e o amortecimento do sistema para satisfazer requisitos específicos de desempenho.



**Figura 5:** *Resposta ao degrau do sistema*

## 4 Considerações finais

Os filtros ativos passa-baixa de segunda ordem desempenham um papel crucial na eletrônica e no processamento de sinais, sendo empregados para atenuar as componentes de alta frequência de um sinal, permitindo a passagem das frequências mais baixas. Quando esses filtros são montados em cascata, isto é, conectados em série um após o outro, seus efeitos são combinados, resultando em uma atenuação mais significativa das altas frequências e em uma resposta de fase mais complexa. Ao analisar os filtros ativos passa-baixa de segunda ordem montados em cascata, podemos chegar a várias conclusões: A atenuação dos sinais acima da frequência de corte é mais pronunciada em cascata do que com um único filtro, devido ao acréscimo de declives na curva de magnitude de cada estágio, a resposta de fase dos filtros em cascata é a soma das respostas de fase de cada filtro individual, o que resulta em uma defasagem maior do sinal de saída em relação ao de entrada, especialmente próximo e acima da frequência de corte, embora a qualidade da filtragem seja melhorada em termos de seletividade, o overshoot na resposta ao degrau e as oscilações na resposta transitória podem ser mais acentuados devido à ressonância combinada dos estágios do filtro, o design dos filtros em cascata requer uma atenção cuidadosa aos parâmetros de cada estágio, como a frequência de corte e o fator de qualidade ( $Q$ ), para garantir o desempenho desejado sem introduzir instabilidade ou oscilações indesejadas, esses filtros são utilizados em diversas aplicações, desde o processamento de áudio até comunicações e instrumentação eletrônica, pela capacidade de remover ruídos e melhorar a relação sinal-ruído em sistemas que demandam tratamento preciso de sinais de baixa frequência. Em resumo, os filtros passa-baixa de segunda ordem montados em cascata representam uma ferramenta poderosa para o controle de frequência em uma variedade de aplicações, embora seu design e implementação exijam considerações detalhadas para garantir o desempenho ideal e evitar problemas de estabilidade.

## 4.1 CÓDIGO DO MATLAB

```

1      % Define the parameters for G1(s)
R1 = 21; % Replace with the actual value of R1
R2 = 60; % Replace with the actual value of R2
C1 = 22e-6; % Replace with the actual value of C1 (assumed to be in Farads)
C2 = 28e-6; % Replace with the actual value of C2 (assumed to be in Farads)

6      % Define the parameters for G2(s)
R3 = 21; % Replace with the actual value of R3
R4 = 60; % Replace with the actual value of R4
C3 = 22e-6; % Replace with the actual value of C3 (assumed to be in Farads)
11     C4 = 28e-6; % Replace with the actual value of C4 (assumed to be in Farads)

s = tf('s');

16     %parametros para G1
k1= (1/(R1*R2*C1*C2));
a1= (1/C2)*((1/R1) + (1/R2));
a0=1/(R1*R2*C1*C2);

21     %parametros para G2
k2= (1/(R3*R4*C3*C4));
b1=(1/C4)*((1/R3) + (1/R4));
b0= 1/(R3*R4*C3*C4);

26     G1 = (1/(R1*R2*C1*C2)) / (s^2 + (1/C2)*((1/R1) + (1/R2))*s + 1/(R1*R2*C1*C2));

G2 = (1/(R3*R4*C3*C4)) / (s^2 + (1/C4)*((1/R3) + (1/R4))*s + 1/(R3*R4*C3*C4));

31     L = G1 * G2;

T = feedback(L,1);
bode(T)

```