UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE TECNOLOGIA
Eng. Civil e Eng. de Produção

CÁLCULO NUMÉRICO - CIVL0092/PROD0013 - 2017.2

TRABALHO 3

Desenvolva os algoritmos e implemente os programas no MATLAB/OCTAVE/Scilab/etc. para resolver os exercícios abaixo. **NÃO USE** as funções próprias do MATLAB/OCTAVE/Scilab/etc. relacionadas com a solução de sistemas de equações lineares.

Exercício 1 Escreva um algoritmo de *Eliminação de Gauss* para resolver os seguintes sistemas lineares:

A) $$\begin{bmatrix} 1{,}19 & 2{,}11 & -100 & 1 \\ 14{,}2 & -0{,}122 & 12{,}2 & -1 \\ 0 & 100 & -99{,}9 & 1 \\ 15{,}3 & 0{,}11 & -13{,}1 & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1{,}12 \\ 3{,}44 \\ 2{,}15 \\ 4{,}16 \end{Bmatrix}$$

B) $$\begin{bmatrix} 2{,}12 & -2{,}12 & 51{,}3 & 100 \\ 0{,}333 & -0{,}333 & -12{,}2 & 19{,}7 \\ 6{,}19 & 8{,}20 & -1{,}00 & -2{,}01 \\ -5{,}73 & 6{,}12 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \pi \\ \sqrt{2} \\ 0 \\ -1 \end{Bmatrix}$$

Exercício 2 Resolva os sistemas lineares (A) e (B) do Exercício 1, computando para isso a decomposição LU.

Exercício 3 Resolva os sistema linear, computando para isso a decomposição de Cholesky.

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

Exercício 4 Escreva os algoritmos dos métodos de *Jacobi* e de *Gauss-Seidel*. Utilizando os algoritmos implementados, encontre a solução dos sistemas lineares:

A) $$\begin{bmatrix} 4 & 1 & -1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5 \\ -4 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

B) $$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -0.5 & 1 & -0.25 \\ 1 & -0.5 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0{,}2 \\ -1{,}425 \\ 2 \end{Bmatrix}$$

4.a) Use os métodos de *Jacobi* e de *Gauss-Seidel*, a partir de $\mathbf{x}^{(0)} = \mathbf{0}$, com $\varepsilon = 10^{-3}$ na norma L_∞ e o máximo de 300 iterações. Compare ambos métodos.

4.b) Que acontece com os problemas se para ambos métodos empregarmos $\mathbf{x}^{(0)} = (1,0,1)^T$?

4.c) Resolver com as funções do MATLAB/OCTAVE/etc. o sistema de equações empregando um método direto e um método iterativo. Justificar a escolha e comparar com o (4.a).

Exercício 5 Considere o problema de 5 equações e 5 incógnitas dado por:

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 &= 1 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1 \\ -x_2 + (2+\varepsilon)x_3 - x_4 &= 1 \\ -x_3 + 2x_4 - x_5 &= 1 \\ x_4 - x_5 &= 1 \end{aligned}$$

5.a) Resolva o sistema usando o método de *eliminação de Gauss* com $\varepsilon = 10^{-3}$;

5.b) Obtenha o vetor incógnita x com $\varepsilon = 10^{-3}$ usando *Jacobi* com tolerância $\varepsilon = 10^{-3}$. Compare o resultado com (5.a);

5.b) Obtenha o vetor incógnita x com $\varepsilon = 10^{-3}$ usando *Gauss-Seidel* com tolerância 10^{-3}. Compare o resultado com (5.a) e (5.b).

Exercício 6 Considere os sistemas:

$$\textbf{A)} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1{,}0001 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 3 \\ 3{,}0001 \end{Bmatrix}$$

$$\textbf{B)} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0{,}9999 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 3 \\ 3{,}0001 \end{Bmatrix}$$

6.a) Encontre e discuta a solução de ambos sistemas lineares. Existe alguma matriz mal condicionada?

6.b) Seria possível melhorar a solução fazendo uso do resíduo $(\mathbf{r} = \mathbf{b} - \mathbf{A}\,\tilde{x})$ no sistema mal condicionado?

Exercício 7 Considere o problema de 10 equações e 10 incógnitas dado por:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 5 & -7 & 23 & -1 & 7 & 8 & 1 & -5 \\ 17 & 0 & -24 & -75 & 100 & -18 & 10 & -8 & 9 & -50 \\ 3 & -2 & 15 & 0 & -78 & -90 & -70 & 18 & -75 & 1 \\ 5 & 5 & -10 & 0 & -72 & -1 & 80 & -3 & 10 & -18 \\ 100 & -4 & -75 & -8 & 0 & 83 & -10 & -75 & 3 & -8 \\ 70 & 85 & -4 & -9 & 2 & 0 & 3 & -17 & -1 & -21 \\ 1 & 15 & 100 & -4 & -23 & 13 & 0 & 7 & -3 & 17 \\ 16 & 2 & -7 & 89 & -17 & 11 & -73 & 0 & -8 & -23 \\ 51 & 47 & -3 & 5 & -10 & 18 & -99 & -18 & 0 & 12 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \{\mathbf{x}\} = \begin{Bmatrix} 10 \\ -40 \\ -17 \\ 43 \\ -53 \\ 12 \\ -60 \\ 100 \\ 0 \\ 100 \end{Bmatrix}$$

7.a) Resolver o sistema empregando alguns dos algoritmos implementados no trabalho. Usar um método direto e um método iterativo. Justificar a escolha;

7.b) Resolver com as funções do MATLAB/OCTAVE/Scilab/etc. o sistema de equações empregando um método direto e um método iterativo. Justificar a escolha e comparar com o (7.a).

O trabalho deverá ser realizado em grupos de **2 alunos**, não deve superar as **15 páginas** e o formato do mesmo deve seguir o modelo dado no site:
http://www.amcaonline.org.ar/twiki/bin/view/AMCA/AmcaStyle
A nota do trabalho levará em conta: (a) desenvolvimento do tema, (b) apresentação escrita do trabalho e (c) implementações computacionais. O trabalho deveram ser de sua própria autoria e não serão avaliados os trabalhos copiados de fontes existentes na literatura ou de semestres passados. O trabalho por grupo deve ser remitido por e-mail em formato digital (*.pdf) para *bonogustavo@gmail.com* e a versão impressa deverá ser entregue unicamente no horário da disciplina de Cálculo Numérico. O trabalho em formato digital deve ser identificado como **T3_CN_NomeAluno1_NomeAluno2.pdf**. e não deve superar os **1,50 MB**.

O PRAZO DE ENTREGA do trabalho é **11 de Outubro de 2017**.