# Visualizar la variabilidad: una propuesta didáctica para el desarrollo del pensamiento estadístico con ANOVA

**Elena Vázquez¹, Rosa Alcover², Vicente Chirivella²**

¹Centro de Gestión de la Calidad y del Cambio, Universitat Politècnica de València, España  
2Departamento de Estadística e Investigación Operativa Aplicadas y Calidad, Universitat Politècnica de València, España

## Author keywords

Variabilidad; Estadística; Pensamiento estadístico; Aprendizaje; Educación superior; ANOVA; Visualización; Herramientas interactivas; Lenguaje R

## Abstract

La variabilidad es un concepto central en Estadística y una piedra angular para el desarrollo del pensamiento estadístico. Sin embargo, su comprensión resulta especialmente difícil para muchos estudiantes, que tienden a centrarse únicamente en medidas de centralización (media, mediana, etc). Esta dificultad se debe a múltiples factores tales como la tradición determinista de la enseñanza matemática, la naturaleza abstracta del concepto de variabilidad, y la falta de experiencias directas y adecuadas con datos reales y procesos aleatorios.  
  
En este trabajo se analiza la importancia de la variabilidad en la Estadística, se revisan algunas de las razones didácticas que explican su difícil asimilación en el aula y se propone una aproximación basada en herramientas visuales e interactivas construidas con R, orientadas a hacer visible la existencia y comportamiento de la variabilidad en los datos y facilitar su análisis.  
  
Como caso de aplicación, se plantea una propuesta didáctica centrada en el Análisis de la Varianza (ANOVA), utilizando visualizaciones dinámicas para ilustrar la descomposición de la variabilidad total en variabilidad explicada por el factor y variabilidad residual. Esta propuesta se contextualiza en la asignatura Modelos Estadísticos para la Toma de Decisiones II del Grado en Ciencia de Datos de la Universitat Politècnica de València, y tiene como objetivo reforzar la comprensión conceptual del ANOVA, promover el razonamiento estadístico y facilitar la toma de decisiones basada en datos.

## Introducción

La variabilidad es el núcleo conceptual de la estadística y constituye la base sobre la que se edifica el pensamiento estadístico (Garfield & Ben-Zvi, 2008). A diferencia de otras disciplinas con un enfoque más determinista, la estadística se ocupa de fenómenos aleatorios, donde no hay una única respuesta, sino una distribución de posibles resultados. En este contexto, comprender cómo varían los datos es clave para comprender e interpretar los fenómenos aleatorios, evaluar la incertidumbre y aplicar métodos inferenciales de manera adecuada. Sin embargo, numerosos estudios (Castro Sotos et al., 2007; Cooper & Shore, 2008) muestran que los estudiantes y docentes tienden a centrarse en en las medidas de tendencia central, descuidando el análisis de la dispersión de los dato, percibiendo la variabilidad como un aspecto secundario o meramente técnico. Esta visión limitada reduce el alcance del pensamiento estadístico y obstaculiza la comprensión profunda de la incertidumbre inherente a los datos reales.

Esta tendencia responde a causas tanto cognitivas como pedagógicas: la enseñanza matemática tradicional en la enseñanza secundaria y bachillerato, e incluso en la educación superior, prioriza la exactitud sobre la incertidumbre, y los estudiantes rara vez experimentan directamente los procesos que generan variabilidad. Por ello, desarrollar el pensamiento estadístico implica replantear la enseñanza de la inferencia, poniendo el énfasis en la variación, la modelización y la explicación de los datos.

El Análisis de la Varianza (ANOVA), introducido por Fisher en 1925, ofrece un marco privilegiado para visualizar y cuantificar la variabilidad. Sin embargo, en la práctica docente, su enseñanza suele centrarse en el cálculo del estadístico F o en la lectura mecánica de las tablas ANOVA, sin conectar adecuadamente los resultados con la lógica conceptual del modelo lineal general (Montgomery, 1991).

En este contexto surge *ANOVAlab*, una herramienta interactiva desarrollada con *R Shiny* que permite a los estudiantes visualizar la descomposición de la variabilidad y explorar los efectos de los factores en modelos experimentales. La propuesta pretende superar el enfoque mecanicista del ANOVA y situar al estudiante en el centro del proceso de enseñanza - aprendizaje, utilizando la simulación y la visualización como mediadores.

## Variabilidad, incertidumbre y su importancia en Estadística

La variabilidad constituye el núcleo del pensamiento estadístico y la base sobre la que se edifican todos los métodos de análisis e inferencia. En sentido general, puede definirse como las diferencias observadas entre los valores de una variable o fenómeno: los datos cambian, fluctúan y rara vez son idénticos. Esta característica, lejos de ser un inconveniente, es la razón de ser de la Estadística. Tal como señalan Wild y Pfannkuch (1999), el pensamiento estadístico implica “razonar en presencia de variabilidad e incertidumbre”. En otras palabras, el objetivo de la Estadística no es eliminar la variación, sino comprenderla, describirla y explicarla.

Desde una perspectiva conceptual, la variabilidad y la incertidumbre están estrechamente ligadas. La variabilidad pertenece al mundo empírico: se observa en los datos y refleja la heterogeneidad natural de los fenómenos. La incertidumbre, en cambio, se asocia a nuestro conocimiento sobre esa variabilidad; surge de la limitación de las observaciones, del muestreo o de los modelos que usamos para representar la realidad (Garfield & Ben-Zvi, 2008). De forma intuitiva, puede afirmarse que la variabilidad es una propiedad del mundo, mientras que la incertidumbre es una propiedad de nuestro conocimiento sobre él. La primera puede medirse y representarse; la segunda, estimarse y comunicarse. Así, la incertidumbre inferencial nace de la variabilidad muestral: cuanto más dispersos sean los datos o más pequeña sea la muestra, mayor será la incertidumbre de nuestras conclusiones (Montgomery, 1991; Forte, 2022).

La importancia de la variabilidad en la Estadística es, por tanto, doble. En primer lugar, porque constituye el fundamento del razonamiento inferencial: la inferencia estadística no sería necesaria si todos los fenómenos fuesen invariantes. Y, en segundo lugar, porque el análisis de la variabilidad permite identificar causas y relaciones entre factores, lo que hace posible explicar y predecir comportamientos. Como recuerda Forte (2022), convivir con la incertidumbre exige entender la variabilidad y reconocer su omnipresencia en la vida cotidiana. En esta línea, visualizar la variabilidad —como propone ANOVAlab— ayuda a los estudiantes a percibirla no como un obstáculo, sino como una fuente de conocimiento.

No obstante, múltiples investigaciones han puesto de manifiesto las dificultades que enfrentan los estudiantes para comprender este concepto fundamental. Castro Sotos et al. (2007) y Cooper y Shore (2008) identifican concepciones erróneas recurrentes: la confusión entre variación y error, la tendencia a interpretar la dispersión como algo negativo o la falta de conexión entre la variabilidad de los datos y la incertidumbre de las conclusiones. Garfield y Ben-Zvi (2008) subrayan que la enseñanza tradicional, centrada en fórmulas y cálculos, limita la comprensión conceptual y no fomenta el razonamiento sobre la variación. De ahí la necesidad de recursos didácticos visuales e interactivos que permitan experimentar la variabilidad de manera tangible, favoreciendo un aprendizaje significativo y el desarrollo del pensamiento estadístico.

El pensamiento estadístico implica comprender que los datos varían y que dicha variación puede explicarse mediante modelos (Wild & Pfannkuch, 1999).

## Marco teórico y fundamentos metodológicos

Entre los modelos estadísticos más relevantes para representar y analizar la variabilidad destaca el Análisis de la Varianza (ANOVA), que descompone la variabilidad total en componentes explicada y residual, permitiendo determinar qué parte de la variación observada se debe a los factores estudiados y cuál al azar o al error experimental. Este modelo, clásico en el ámbito del diseño experimental y la inferencia estadística, constituye el núcleo de la propuesta didáctica desarrollada en este trabajo.

El ANOVA se enmarca en el modelo lineal general (MLG), un esquema unificador que permite expresar y analizar la relación entre una variable respuesta y uno o más factores explicativos. El objetivo del ANOVA es determinar si las diferencias observadas entre las medias de distintos grupos son estadísticamente significativas, es decir, si la variabilidad entre grupos supera la variabilidad dentro de los grupos más allá de lo esperable por azar.

El modelo de un factor se formula como:

donde representa la observación del grupo ; es la media global o efecto medio; es el efecto del factor (la desviación de la media del grupo respecto a la media global) y es el término de error aleatorio, que recoge la variabilidad no explicada. Este modelo asume que los errores son independientes y distribuidos normalmente con varianza constante.

La variabilidad total de los datos se cuantifica mediante la Suma de Cuadrados Total (SCT), que mide la dispersión de todas las observaciones alrededor de la media global y se define como:

donde es la media general de todas las observaciones.

Esta variabilidad total puede descomponerse en dos componentes principales:

donde:

* SCF (Suma de Cuadrados del Factor) cuantifica la variabilidad explicada por las diferencias entre las medias de los grupos, y se calcula como:

siendo el tamaño del grupo y la media del grupo .

Este término refleja el efecto sistemático del factor: cuantos mayores sean las diferencias entre las medias de los grupos, mayor será la variabilidad explicada.

* SCR (Suma de Cuadrados Residual) representa la variabilidad no explicada o aleatoria, asociada al error experimental y a otras causas no controladas, y se obtiene como:

Este término recoge la dispersión de las observaciones dentro de cada grupo y constituye la base del error experimental.

La comparación entre ambas fuentes de variación mediante el estadístico *F de Fisher* permite contrastar la hipótesis nula de igualdad de medias. Si el cociente (donde CMF = SCF / gl\_factor y CMR = SCR / gl\_residual) es suficientemente grande, se concluye que las diferencias entre los grupos no pueden atribuirse al azar, sino al efecto del factor.

En el caso de dos factores, el modelo se amplía a:

donde y son los efectos principales de los factores A y B, y representa su efecto de interacción, es decir, la parte de la variación que se explica por la combinación de ambos factores.

La Suma de Cuadrados Total se descompone en los siguientes componentes:

donde:

* SCA es la variabilidad explicada por el factor A, calculada como
* SCB es variabilidad explicada por el factor B, calculada como
* SCAB representa la variabilidad explicada por la interacción entre los factores A y B, obtenida como
* SCR representa variabilidad residual o aleatoria, calculada como

Cada una de estas sumas de cuadrados cuantifica una fuente específica de variabilidad, y la incertidumbre en la inferencia está directamente asociada a la magnitud de la variabilidad residual: cuanto mayor es el error experimental (SCR), mayor es la incertidumbre en la inferencia sobre los efectos.

En términos metodológicos (Montgomery, 1991; Garfield & Ben-Zvi, 2008), el ANOVA traduce la observación empírica de la variación en una estructura cuantificable, donde la relación entre la variabilidad explicada y la residual determina el grado de certeza de las conclusiones.

De forma más intuitiva, el ANOVA puede entenderse como una forma de “mirar dentro” de la *variabilidad total* para descubrir de dónde procede. Cada conjunto de datos combina un componente sistemático (efecto de los factores controlados) y un componente aleatorio (errores o causas no controladas). El propósito del ANOVA es separar esas dos fuentes de variación y cuantificar su peso relativo. Cuando las diferencias entre las medias de los grupos son mayores que la variabilidad interna dentro de cada grupo, concluimos que los factores tienen un efecto real sobre la respuesta; si no, las diferencias se atribuyen al azar.

Así, el ANOVA no solo contrasta hipótesis, sino que enseña a pensar estadísticamente sobre la variación y la incertidumbre. Como señala Forte (2022), comprender la estadística implica aprender a convivir con el azar y a interpretarlo con rigor. La herramienta *ANOVAlab* se inspira en esa idea: a través de simulaciones y visualizaciones dinámicas, permite a los estudiantes ver cómo la variabilidad se reparte entre las fuentes explicadas y residuales, y cómo esta estructura afecta a la confianza de las inferencias. De este modo, la experiencia con *ANOVAlab* refuerza la comprensión conceptual del ANOVA y promueve un aprendizaje significativo que une teoría, visualización y toma de decisiones fundamentada. En este contexto, la incertidumbre no desaparece, sino que se hace visible: el estudiante puede observar cómo el valor del estadístico F o la significación del modelo cambian al modificar la dispersión de los datos o el número de observaciones.

## Diseño y desarrollo de *ANOVAlab*

*ANOVAlab* es un prototipo de aplicación modular en *R Shiny* que permite simular, visualizar y analizar la variabilidad en la realización de ANOVA para uno y dos factores. La estructura del proyecto se organiza en tres componentes principales:

- Un generador de datos que permite al usuario crear conjuntos de datos simulados, controlando el número de grupos, el tamaño muestral, las medias y las varianzas.

|  |  |
| --- | --- |
| Interfaz de usuario gráfica, Texto, Aplicación, Correo electrónico  El contenido generado por IA puede ser incorrecto. | Interfaz de usuario gráfica, Texto, Aplicación, Correo electrónico  El contenido generado por IA puede ser incorrecto. |
| *Figura 1. Interfaz (selector de parámetros de entrada) para el ANOVA de 1 y 2 factores. Fuente: elaboración propia con ANOVAlab (2025).* | |

- Una parte relativa al ANOVA de un factor muestra la descomposición de la variabilidad total en sumas de cuadrados explicadas y residuales. Incluye la tabla resumen del ANOVA (*Figura 3*) y diferentes representaciones gráficas como gráficos de violines (*Figura 2*) y representaciones geométricas de la descomposición de la variabilidad (*Figura 3* y *Figura 4*).

|  |
| --- |
| *Gráfico, Gráfico radial, Gráfico de embudo  El contenido generado por IA puede ser incorrecto.* |
| *Figura 2. Distribución por grupos mediante gráfico de violines. Fuente: elaboración propia con ANOVAlab (2025).* |

|  |
| --- |
| Escala de tiempo  El contenido generado por IA puede ser incorrecto. |
| *Figura 3. Tabla ANOVA y representación de la descomposición de sumas de cuadrados. Fuente: elaboración propia con ANOVAlab (2025).* |

|  |
| --- |
| Gráfico  El contenido generado por IA puede ser incorrecto. |
| *Figura 4. Tabla ANOVA y representación de la descomposición de sumas de cuadrados. Fuente: elaboración propia con ANOVAlab (2025).* |

Las figuras 3 y 4 ilustran la descomposición geométrica de la variabilidad total (SCT) en sus dos componentes fundamentales: la variabilidad entre grupos (SCE) y la variabilidad residual dentro de los grupos (SCR).

En la parte inferior de la *Figura 3* se muestra un gráfico de barras apiladas que representa visualmente la descomposiciónde la variabilidad total. Cada barra refleja la proporción de variabilidad explicada por el factor (SCE, en color rojo) y la variabilidad residual (SCR, en color azul). Esta representación facilita al estudiante ver cómo la variabilidad total se reparte entre la parte explicada y la no explicada, reforzando la relación algebraica SCT = SCE + SCR. De este modo, la herramienta convierte los cálculos abstractos del ANOVA en una visualización concreta de la variabilidad y la incertidumbre, favoreciendo la comprensión conceptual del modelo.

En la *Figura 4* cada punto corresponde a una observación individual dentro de uno de los tres grupos (G1, G2 y G3), representados con colores distintos. Los segmentos verticales conectan cada observación con su media de grupo (líneas cortas de color) y las medias de grupo con la media global (μ), indicada por la línea discontinua horizontal. Los segmentos desde cada punto hasta la media del grupo representan la SCR, mientras que los segmentos desde las medias de grupo hasta la media global representan la SCE, que cuantifica la variabilidad explicada por el factor. El panel de control de *ANOVAlab* permite resaltar visualmente los componentes SCE y SCR, de forma separada o simultánea, facilitando la comprensión visual de la relación.

Simultáneamente puede observarse como cambian las SC, CM, estadístico F y p-valor en la tabla resumen del ANOVA.

- Otra parte relativa al ANOVA de dos factores amplía el análisis a efectos simples e interacciones. Incluye la tabla resumen del ANOVA y varias representaciones gráficas.

La *Figura 5* presenta la tabla de resumen y la representación gráfica de la descomposición de la variabilidad en el ANOVA de dos factores. En la parte superior se muestra la tabla resumen del ANOVA de 2 factores. En la parte inferior, se presenta un gráfico de barras apiladas que visualiza la descomposición de la variabilidad total en sus componentes, representando cada fuente de variabilidad con un color diferente. Esta representación permite comparar la variabilidad explicada por los factores (SCA y SCB) supera respecto de la variabilidad residual, indicando la existencia o no de efectos principales significativos, mientras que la barra correspondiente a la interacción (SCAB) representa el posible efecto de la interacción.

|  |
| --- |
| Escala de tiempo  El contenido generado por IA puede ser incorrecto. |
| *Figura 5. Tabla resumen y descomposición de la variabilidad en el ANOVA de dos factores. Fuente: elaboración propia con ANOVAlab (2025).* |

Por último, la *Figura 6* muestra el gráfico de interacción. En el eje horizontal (A) se representan los niveles o variantes del factor A, mientras que las líneas de colores corresponden a los distintos niveles o variantes del factor B. En el eje vertical se indican las medias de la variable respuesta para cada combinación de niveles. Este tipo de gráfico permite visualizar simultáneamente los efectos de los factores y las interacciones entre ellos. Cuando las líneas son aproximadamente paralelas puede interpretarse que no existe interacción significativa entre A y B, las diferencias entre niveles de A son similares para todos los niveles de B. En cambio, líneas que se cruzan o divergen indicarían la presencia de interacción. Este tipo de representación facilita la comprensión conceptual del término en el modelo lineal del ANOVA para 2 factores, al mostrar gráficamente cómo el efecto de un factor puede depender del nivel del otro.

|  |
| --- |
| Gráfico, Gráfico de líneas  El contenido generado por IA puede ser incorrecto. |
| *Figura 6. Gráfico de interacción para ANOVA de dos factores. Fuente: elaboración propia con ANOVAlab (2025).* |

Cada módulo se apoya en los paquetes de R *ggplot2*, *plotly* y *dplyr*, ofreciendo interactividad en tiempo real. La herramienta se distribuye bajo licencia MIT (*Massachusetts Institute of Technology*), lo que permite su uso y adaptación libre en contextos educativos.

## Implementación didáctica y plan de evaluación

*ANOVAlab* se integra en el programa de *Modelos Estadísticos para la Toma de Decisiones II*, asignatura obligatoria del Grado en Ciencia de Datos (ETSINF-UPV). La implementación docente se estructura en tres fases:

1. Exploración inicial: los estudiantes manipulan parámetros del modelo y observan cómo cambia la variabilidad total, explicada y residual.
2. Aplicación analítica: se utilizan experimentos reales para aplicar el ANOVA de uno y dos factores, interpretando resultados y comparándolos con los obtenidos en R.
3. Reflexión final: se discuten los resultados, la interpretación de la interacción y los supuestos del modelo (normalidad y homocedasticidad).

Aunque la evaluación empírica aún no se ha llevado a cabo, se está pensando en diseñar un plan que combina instrumentos cuantitativos (pretest–postest) y cualitativos (entrevistas, análisis de discurso).

## Resultados esperados y aportaciones

Los resultados esperados de esta propuesta se articulan en torno a tres dimensiones:

* **Conceptual:** fortalecimiento de la comprensión de la descomposición de la variabilidad y del test F.
* **Procedimental:** mejora en la interpretación de las tablas ANOVA y la detección de interacciones.
* **Actitudinal:** aumento del interés y la motivación hacia la estadística aplicada y el uso de herramientas reproducibles como R.

La principal aportación de ANOVAlab reside en su capacidad para hacer visible la variabilidad. Al conectar la teoría con la práctica, la herramienta transforma el aprendizaje del ANOVA en una experiencia exploratoria. Esto favorece el desarrollo de la alfabetización estadística y el razonamiento basado en datos.

## Conclusiones y líneas futuras

*ANOVAlab* constituye una contribución innovadora a la enseñanza del ANOVA en la educación superior. Combina la potencia analítica de R con un enfoque visual y pedagógico centrado en la comprensión conceptual. Al permitir que los estudiantes manipulen parámetros, observen la variación y experimenten con modelos, refuerza el vínculo entre teoría y práctica.

Como líneas futuras, se plantea:

* Incorporar nuevos módulos.
* Integrar evaluaciones automáticas con retroalimentación personalizada.
* Adaptar la interfaz a otros idiomas y contextos educativos.
* Realizar un estudio empírico sobre el impacto del uso de ANOVAlab en el desarrollo del pensamiento estadístico. En un futuro se espera medir el grado de comprensión de la variabilidad, la capacidad de justificar el uso del ANOVA y la actitud hacia el uso de R en contextos aplicados (Zhang & Maas, 2019).

## Referencias

Ausubel, D. P. (1963). *The Psychology of Meaningful Verbal Learning*. Grune & Stratton.

Castro Sotos, A. E., Vanhoof, S., Van den Noortgate, W., & Onghena, P. (2007). Students’ misconceptions of statistical inference: A review of the empirical evidence. *Educational Research Review*. https://doi.org/10.1016/j.edurev.2007.04.001

Cooper, L. L., & Shore, F. S. (2008). Students’ misconceptions in interpreting center and variability of data via histograms and stem-and-leaf plots. *Journal of Statistics Education*. https://doi.org/10.1080/10691898.2008.11889559

Forbes, S., Chapman, J. A., Harraway, J., Stirling, D., & Wild, C. (2014). Use of data visualisation in the teaching of statistics: A New Zealand perspective.

Forte, A. (2022). *Cómo sobrevivir a la incertidumbre*. Next Door Publishers.

Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2008). *Developing Students’ Statistical Reasoning: Connecting Research and Teaching Practice*. Springer.

Loy, A. (2020). Bringing visual inference to the classroom. https://doi.org/10.1080/26939169.2021.1920866

Montgomery, D. (1991). *Diseño y análisis de experimentos*. Grupo Ed. Iberoamericana.

Resnick, M. (1996). *Distributed constructionism*. In *Proceedings of the International Conference on Learning Sciences* (pp. 280–284).

Tucker, M. C., Shaw, S. T., Son, J. Y., & Stigler, J. W. (2022). Teaching Statistics and Data Analysis with R. *Journal of Statistics and Data Science Education*. https://doi.org/10.1080/26939169.2022.2089410

Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223–265.

Zhang, X., & Maas, Z. (2019). Using R as a simulation tool in teaching introductory statistics. *Journal on Mathematics Education*. https://doi.org/10.29333/iejme/5773