Chapitre 6

Titre : Le Plan Cartésien et son Utilité – Prévision Simple

Objectif : Utiliser le concept de plan et équation d'une ligne pour faire des prévisions simples.

6.1 Le Plan Cartésien

6.2 Equation Linéaire

6.3 Equation Quadratique

6.1 Le Plan Cartésien

Le **plan cartésien** est une surface plane définie par l'intersection deux droites numériques perpendiculaires.

Le nom vient de son inventaire René Des*cartes*.

Ce système permet entre autres de repérer des points dans le plan et de représenter une relation entre deux variables.

LA COMPOSITION D'UN PLAN CARTÉSIEN

Un plan cartésien se compose de plusieurs caractéristiques:

· Le plan cartésien est d'abord défini par 2 axes perpendiculaires: l'**axe des abscisses** (les x) qui est horizontal et l'**axe des ordonnées** (les y*)* qui est vertical.

· Les deux axes se croisent à l'**origine**, c'est-à-dire au point $(0,0)$.

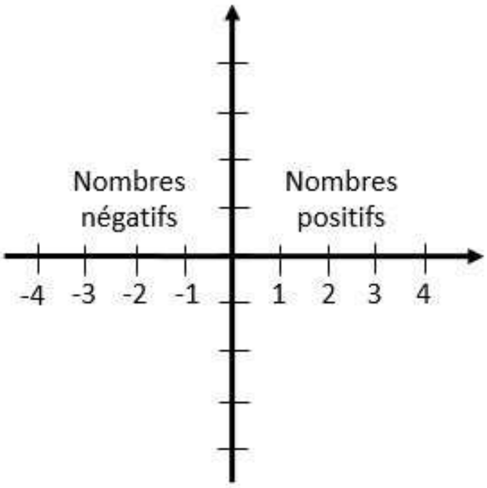
· Le plan cartésien est alors divisé en 4 sections que l'on nomme les **quadrants**.

L'AXE HORIZONTAL

L'axe horizontal d'un plan cartésien se nomme l'**axe des abscisses**, ou l'axe des x. Cet axe gradué est orienté de la gauche vers la droite dans le plan cartésien. On y indique la valeur de la variable indépendante dans une relation entre deux variables.

Sur l'axe horizontal:

1. À la droite de l'origine (du zéro), les nombres sont positifs.



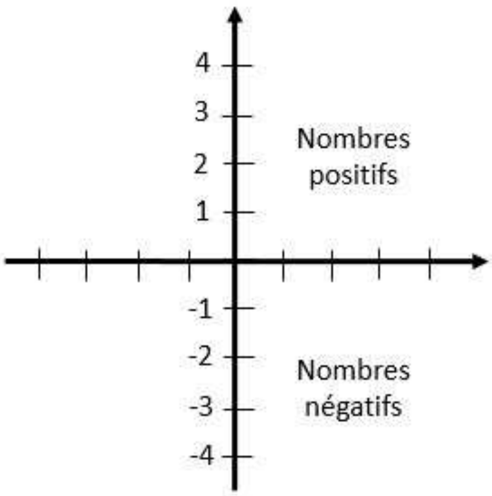
2. À la gauche de l'origine (du zéro), les nombres sont négatifs.

L'AXE VERTICAL

L'axe vertical d'un plan cartésien se nomme l'**axe des ordonnées**, ou l'axe des y. Cet axe gradué est orienté du bas vers le haut du plan cartésien. On y indique la valeur de la variable dépendante dans une relation entre deux variables.

Sur l'axe vertical:

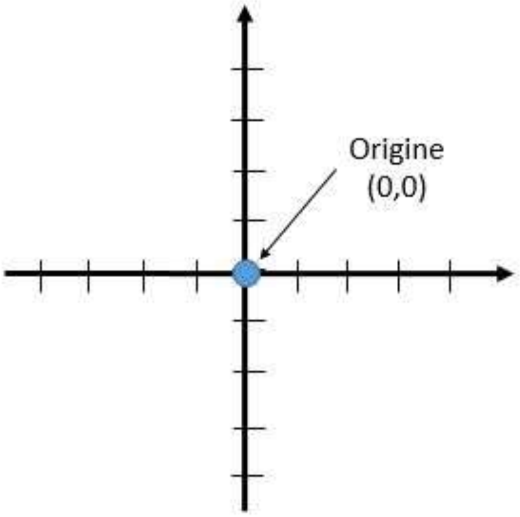
1. En haut de l'origine (du zéro), les nombres sont positifs.



2. En bas de l'origine (du zéro), les nombres sont négatifs.

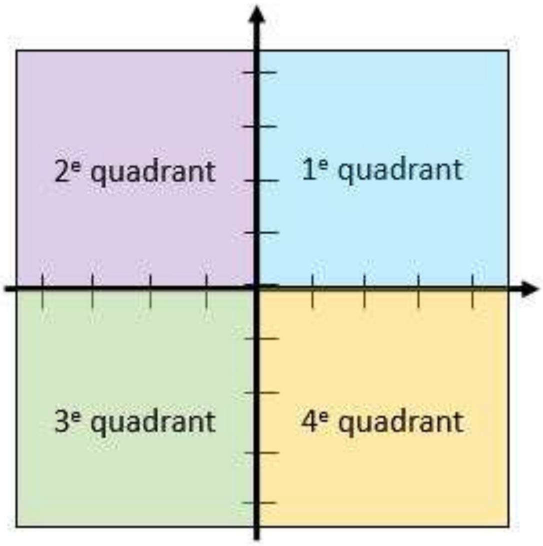
L'ORIGINE

L'**origine** du plan cartésien est l'endroit où les droites numériques perpendiculaires se croisent. Elle se note par le couple $(0,0)$.



LES QUADRANTS

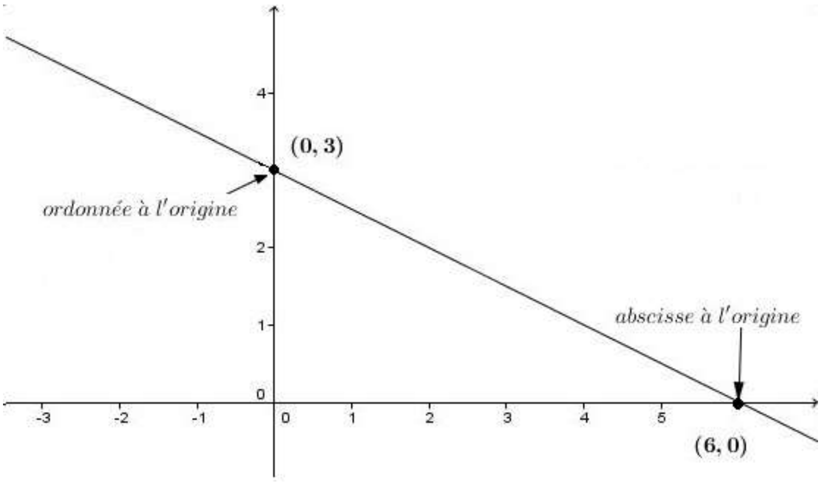
Les **quadrants** correspondent aux 4 régions délimitées par les axes. Les quatre quadrants sont numérotés dans le sens antihoraire (sens contraire de l'aiguille d'une montre) comme dans le plan cartésien suivant.



L'ABSCISSE ET L'ORDONNÉE À L'ORIGINE

L'**abscisse à l'origine** est la valeur de l'abscisse (le x) lorsque l'ordonnée (le y) vaut zéro. Autrement dit, c'est l'endroit sur le graphique où la droite croise l'axe des abscisses.

L'**ordonnée à l'origine** est la valeur de l'ordonnée (le y) lorsque l'abscisse (le x) vaut zéro. Autrement dit, c'est l'endroit sur le graphique où la droite croise l'axe des ordonnées.



LE REPÉRAGE DANS LE PLAN CARTÉSIEN

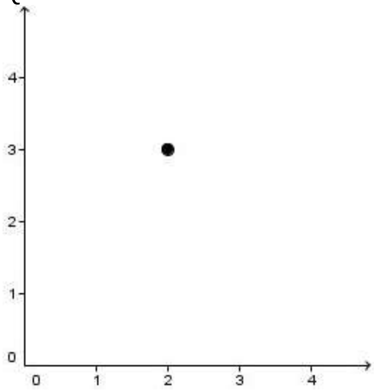
La graduation des axes du plan cartésien permet de situer des points dans l'un ou l'autre des 4 quadrants. La position d'un point est donnée par un couple de nombres, les **coordonnées** (x,y). Le premier nombre du couple correspond à la position horizontale du point (sa valeur sur l'axe des x) alors que le deuxième nombre correspond à sa position verticale (sa valeur sur l'axe des y).

Ainsi, lorsqu'on veut situer un point dans un plan cartésien on commence toujours par identifier la valeur de l'axe horizontal, la coordonnée x, suivie par la valeur de l'axe vertical, la coordonnée y. On écrit le couple entre parenthèses en le séparant par une virgule:

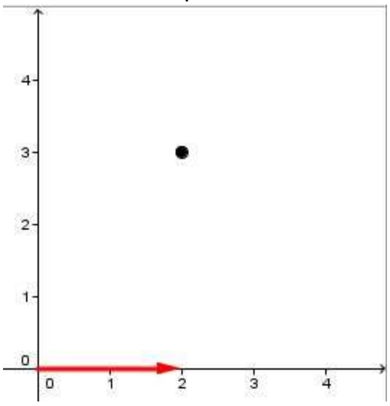
$$couple=(valeur de l'axe horizontal, valeur de l'axe vertical)=(x,y)$$

Si on veut connaître les coordonnées d'un point dans le plan cartésien, on peut procéder de la façon suivante.

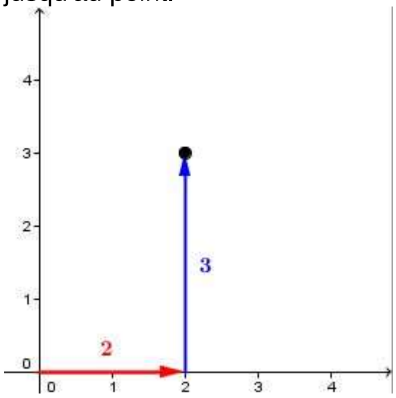
Quelle est la coordonnée de ce point?



On commence par lire la valeur de l'axe horizontal, l'axe des x. Ici on se déplace de 2 unités vers la droite.

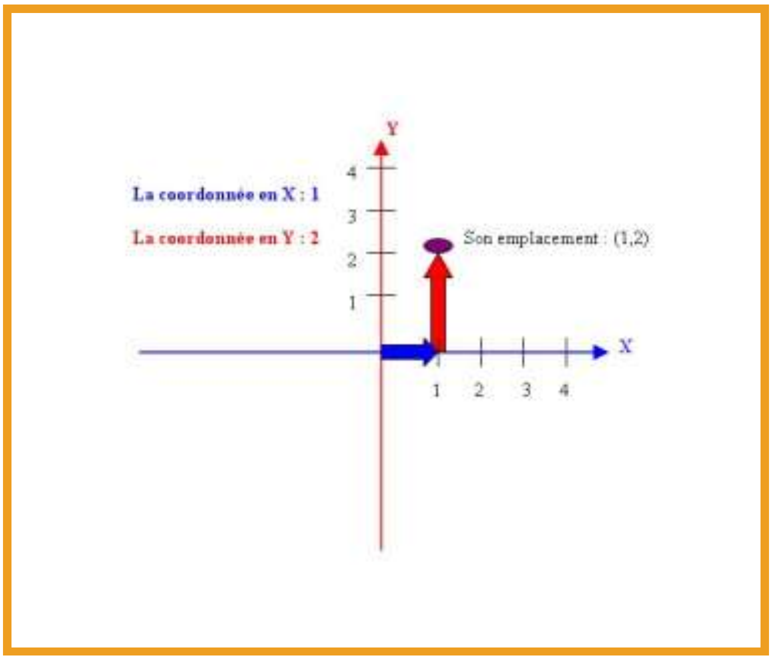


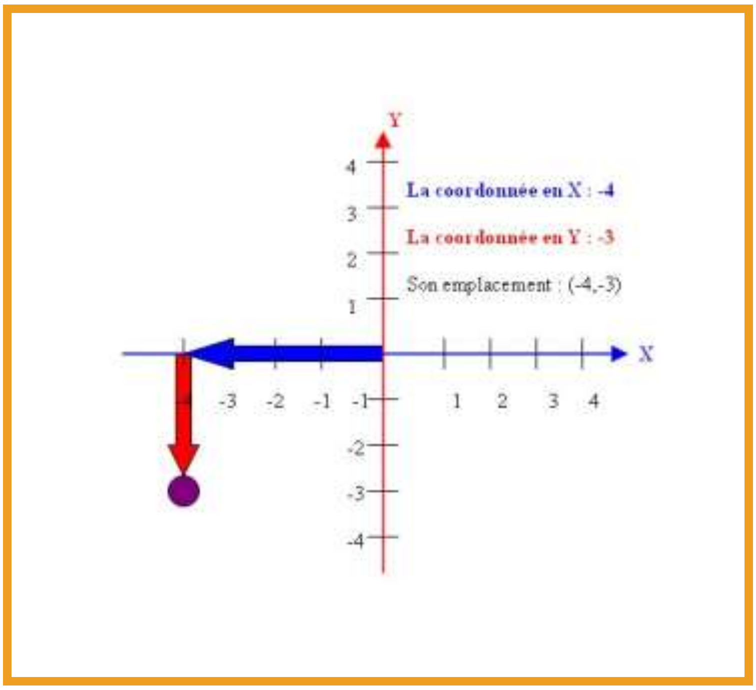
Par la suite, on lit la valeur de l'axe vertical, l'axe des y. On se déplace de 3 unités vers le haut pour se rendre jusqu'au point.



Les coordonnées de ce point sont $(2,3)$

Pour se situer dans le plan cartésien avec les 4 quadrants, on utilise la même technique que celle utiliser pour se repérer dans le quadrant 1. Cependant on doit tenir du signe positif et négatif des coordonnées


Y
X
La coordonnée en X : 1
La coordonnée en Y : 2
Son emplacement : (1,2)

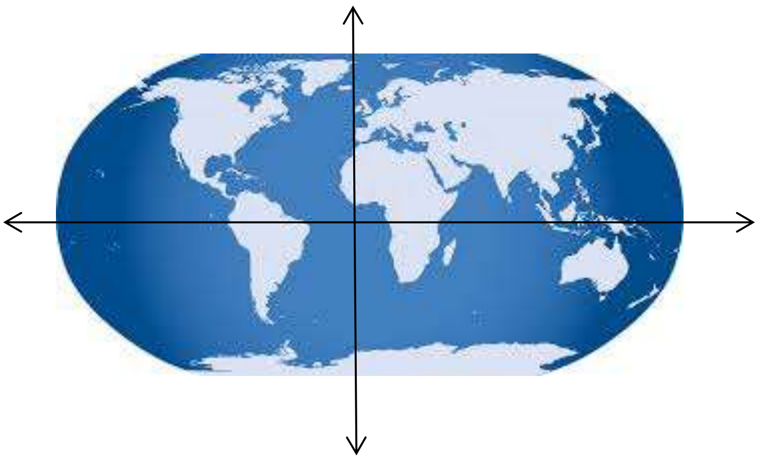

Y
X
La coordonnée en X : -4
La coordonnée en Y : -3
Son emplacement : (-4,-3)

UNE AUTRE FAÇON DE VOIR L'ABSCISSE ET L'ORDONNÉE

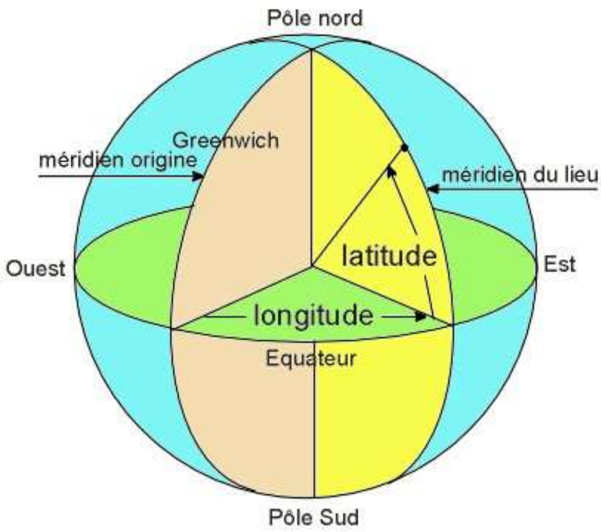
Suppose que nous voulons donner une adresse à tout endroit (point) où l'on peut se trouver sur la terre afin de pouvoir plus facilement répérer ce que cherchons.

Nous pouvons tracer des lignes verticales et horizontales et penser que le globe est un système cartésien.

C'est ce que les hommes ont fait en quelque sorte (**mais pas exactement**) et ont appelées ces lignes : **Longitudes et Latitudes**.



Pour mieux comprendre, pensez au globe comme étant plat et non rond comme la photo suivante.



6.2 Equation Linéaire : Droite

Une droite définit une relation linéaire entre 2 variables ou 2 phénomènes. Avant d'essayer de visualiser une droite dans le plan cartésien, essayons de comprendre la définition.

Les 2 phénomènes ou variables en question peuvent être la hauteur d'un enfant et le temps. Disons que les médecins veulent étudier la croissance d'un enfant (ou plusieurs enfants) de la naissance à l'âge adulte. Cette étude peut aider plus tard à deviner l'âge d'un enfant trouvé dans la rue sans certificat de naissance.

La variable temps peut être extrimée en année ou en mois. Pour notre exemple, disons que le temps est exprimé en année. Donc, les valeurs du temps sont connues : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, …. 21.

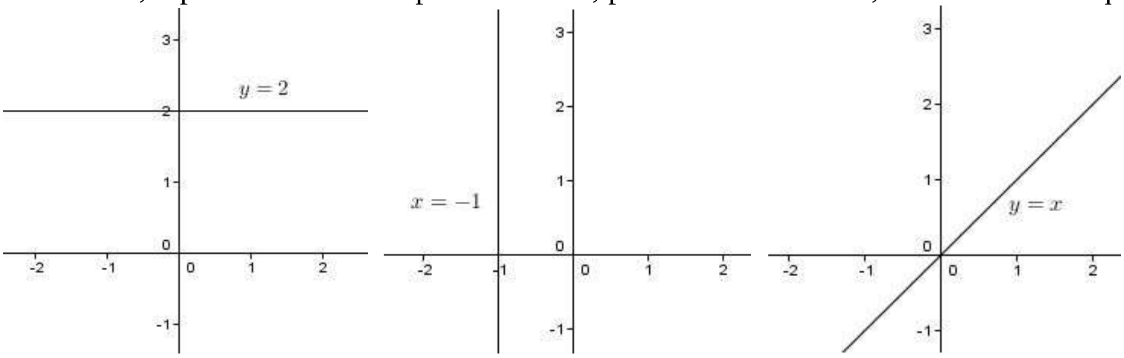
La hauteur va être mesurée chez le médecin chaque année et nous aurons des pairs : $(0, y_0)$, $(1, y_1)$, $(2, y_2)$, $(3, y_3)$, $(4, y_4)$, $(5, y_5)$, $(6, y_6)$, $(7, y_7)$, $(8, y_8)$, $(9, y_9)$, $(10, y_{10})$, $(11, y_{11})$, $(12, y_{12})$, …. $(21, y_{21})$

Référence pour la partie suivante : http://www.alloprof.qc.ca/bv/pages/m1317.aspx

Les droites et demi-plans

En géométrie, une **droite** est une ligne formée d'une infinité de points alignés.

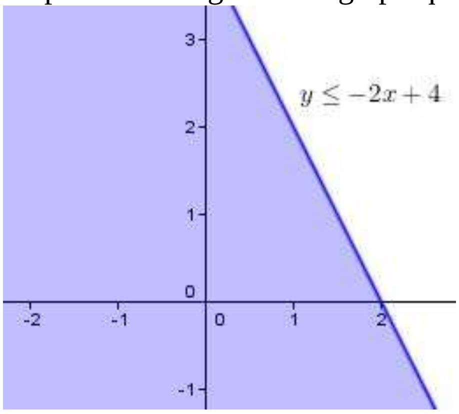
Une droite, représentée dans un plan cartésien, peut être horizontale, verticale ou oblique.



Un **demi-plan** représente quant à lui une portion d'un plan délimitée par une droite sur ce plan.

Le demi-plan représente donc une des deux sections qui est délimitée par une droite dans un plan cartésien. Il s'agit en fait de la représentation graphique de l'ensemble-solution d'une inéquation du premier degré à deux inconnues.

La partie ombragée sur le graphique ci-dessous représente un demi-plan:



À partir de ces termes, il est possible de trouver des relations entre des points et des droites dans un plan cartésien.

- La distance entre deux points dans un plan cartésien
- Le point de partage d'un segment
- La pente d'une droite
- Les formes d'équations d'une droite
- La recherche de l'équation d'une droite à partir de coordonnées et/ou de la pente
- La position relative de deux droites
- La recherche de l'équation d'une droite parallèle ou perpendiculaire à une autre
- La distance d'un point à une droite dans un plan cartésien
- La distance entre deux droites parallèles
- La représentation graphique d'une droite
- La démonstration en géométrie analytique

On te donne l'équation suivante : $34x+52y=8$

Sélectionne, parmis les équations ci-dessous, la forme fonctionnelle et la forme générale de cette équation.

1) $y=-0,3x+3,2$

2) $3x+10y+32=0$

3) $3x+5y-32=0$

4) $3x+10y-32=0$

5) $y=-0,3x+8$

6) $y=-1,875x+20$

La distance entre deux points d'un plan cartésien

La **distance entre deux points** d'un plan cartésien correspond à la longueur du plus petit segment reliant un point A

à un point B

La distance entre deux points A (x_1,y_1) et B (x_2,y_2) dans un plan cartésien, notée $d(A,B)$, correspond à la longueur du segment $\overline{AB}$

Il est possible de calculer la distance entre deux points du plan cartésien à l'aide de l'expression suivante:

La distance entre les points $A(x_1,y_1)$

et $B(x_2,y_2)$ est donnée par la formule suivante:

$d(A,B)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)}$

La distance entre A et B est la même que celle entre B et A

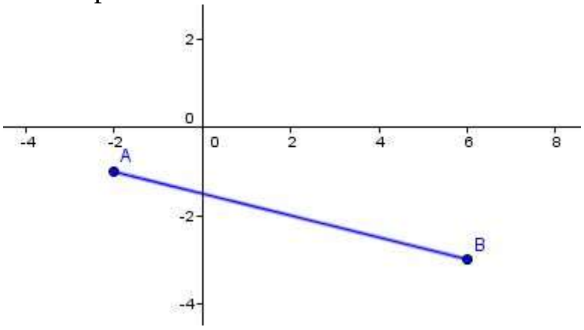
L'ordre des points dans la formule n'a donc pas d'importance.

Soient les points $A(1,2)$ et $B(4,6)$. On veut connaître la distance entre les deux points.

$d(A,B)=\sqrt{(4-1)^2+(6-2)^2}$
$d(A,B)=\sqrt{3^2+4^2}$
$d(A,B)=\sqrt{9+16}$
$d(A,B)=\sqrt{25}$
$d(A,B)=5$

La distance entre les deux points est de 5 unités.

Soit le plan cartésien suivant:



On veut connaître la distance entre les deux points Aet B.

$d(A,B)=\sqrt{(6-(-2))^2+((-3)-(-1))^2}$
$d(A,B)=\sqrt{8^2+(-2)^2}$
$d(A,B)=\sqrt{64+4}$
$d(A,B)=\sqrt{68}$
$d(A,B)\approx 8{,}25$

La distance entre les deux points est approximativement de 8,25 unités.

Déterminer le périmètre du quadrilatère ABCD, où $A=(0,0)$, $B=(3,1)$, $C=(2,2)$ et $D=(1,4)$.
Afin de répondre à cette question, il faut calculer la longueur de chaque segment de droite, puis les additionner. Les étapes suivantes seront donc effectuées:

1. Déterminer la longueur du segment $\overline{AB}$;
2. Déterminer la longueur du segment $\overline{BC}$;
3. Déterminer la longueur du segment $\overline{CD}$;
4. Déterminer la longueur du segment $\overline{DA}$;

5. Additionner les résultats ainsi obtenus.

Étape 1: Déterminer la longueur du segment AB:
$AB=\sqrt{(3-0)^2+(1-0)^2}=\sqrt{9+1}=\sqrt{10}$

Étape 2: Déterminer la longueur du segment BC:
$BC=\sqrt{(2-3)^2+(2-1)^2}=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$

Étape 3: Déterminer la longueur du segment CD:
$CD=\sqrt{(1-2)^2+(4-2)^2}=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}$

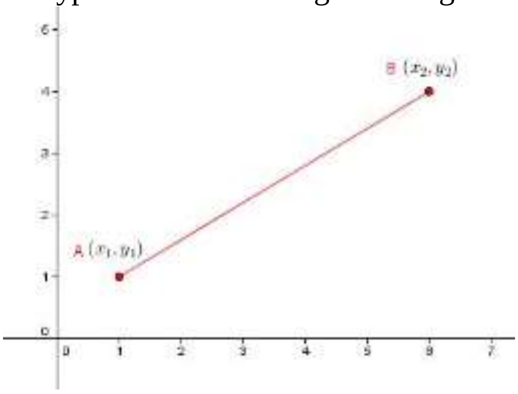
Étape 4: Déterminer la longueur du segment DA:
$DA=\sqrt{(0-1)^2+(0-4)^2}=\sqrt{1+16}=\sqrt{17}$

Étape 5: Additionner les résultats ainsi obtenus.
On effectue l'addition et on obtient un périmètre d'environ 10,94 unités.

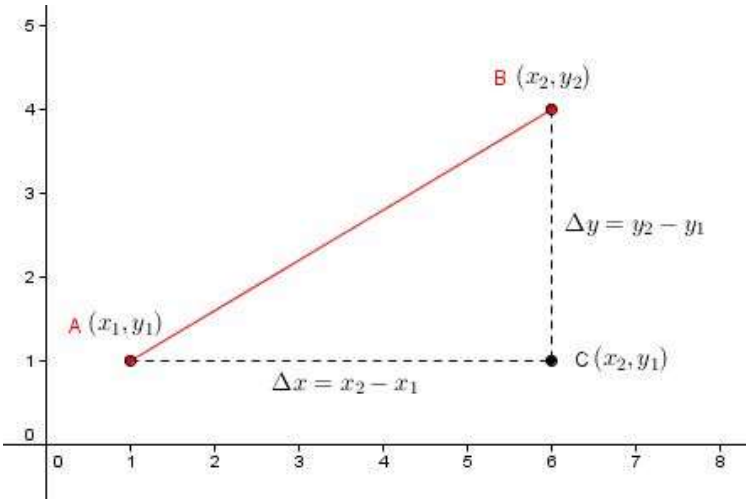
Démonstration de la formule de la distance entre deux points

Voyons comment le théorème de Pythagore nous aide à comprendre la relation que l'on peut utiliser pour trouver la distance entre deux points.

Pour déterminer la distance séparant deux points quelconques d'un plan cartésien, on utilise la relation de Pythagore. On considère donc que ces deux points, A et B, sont les extrémités d'un segment correspondant à l'hypoténuse d'un triangle rectangle.



La différence des coordonnées horizontales et verticales donne la mesure des côtés d'un triangle rectangle dont l'hypothénuse correspond à la distance entre les deux points.



Ainsi, selon le théorème de Pythagore, on peut déduire que:
$(m\overline{AB})^2=(m\overline{BC})^2+(m\overline{AC})^2$.

Comme la mesure de $\overline{AC}$ est égale à x_2-x_1 et que la mesure de $\overline{BC}$ est égale à y_2-y_1, on peut écrire que: $(m\overline{AB})^2=(y_2-y_1)^2+(x_2-x_1)^2$.

Ainsi, l'expression qui permet de calculer la distance entre A et B est: $d(A,B)=\boxed{\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}}$.

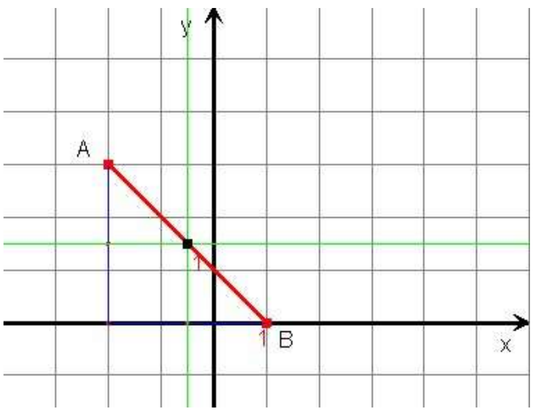
Le point milieu d'un segment

Pour trouver le point milieu d'un segment, on peut utiliser l'équation suivante :
$\text{Point milieu} =\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$ où (x_1,y_1) et (x_2,y_2) sont les coordonnées des deux extrémités d'un segment.

Quel est le point milieu du segment formé par les points $A(-2,3)$ et $B(1,0)$?

Selon la formule : $\text{Point milieu} =\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)=\left(\frac{-2+1}{2},\frac{3+0}{2}\right)=(-0,5;1,5)$

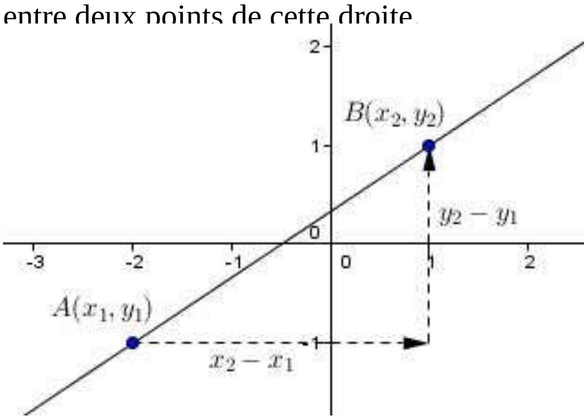
Vérifions avec le graphique :



La pente d'une droite

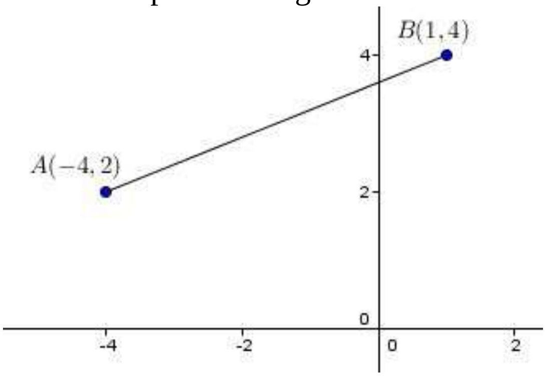
La **pente** d'un segment ou d'une droite correspond à la valeur de son inclinaison par rapport à l'axe des abscisses.

La pente d'une droite correspond au rapport de la différence des ordonnées et de la différence des abscisses entre deux points de cette droite.



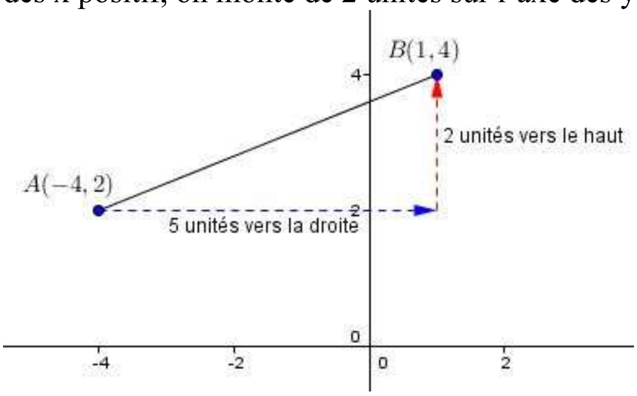
Lorsqu'on connaît deux points $A(x_1,y_1)$ et $B(x_2,y_2)$, il est possible de calculer la pente à l'aide de la formule suivante: $\text{pente}=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

Calculer la pente du segment suivant:



$\text{pente}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ $\text{pente}=\frac{4-2}{1-(-4)}$ $\text{pente}=\frac{2}{5}$

Le taux de variation est donc de 2/5. Cela signifie qu’à chaque fois que l’on se déplace de 5 unités sur l’axe des x positif, on monte de 2 unités sur l’axe des y.



On peut retrouver 4 inclinaisons différentes selon le type de pente que l'on observe.

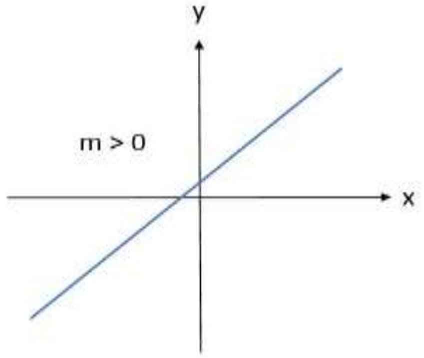
Une droite ascendante a une pente positive.

Une droite descendante a une pente négative.

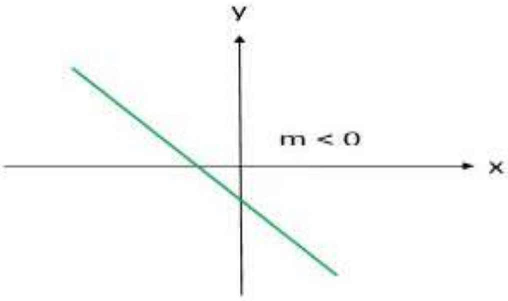
Une droite horizontale a une pente nulle.

Une droite verticale a une pente indéterminée.

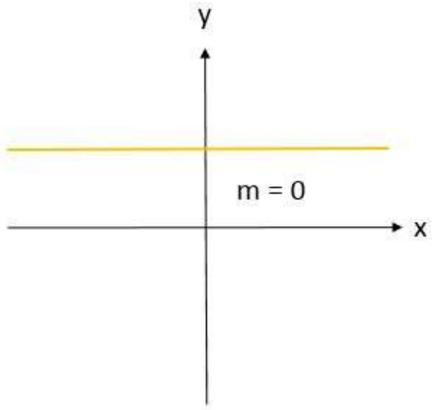
Droite ascendante = pente positive



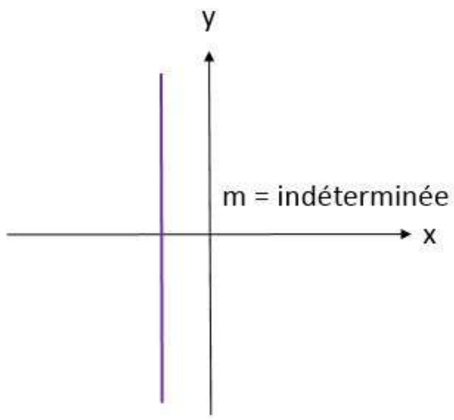
Droite descendante = pente négative



Droite horizontale = pente nulle



Droite verticale = pente indéterminée



Dans le cas d'un **segment horizontal**, la pente est de **0**, car le numérateur est égal à zéro ($y_2 - y_1 = 0$).
Dans le cas d'un **segment vertical**, la pente est **indéfinie**, car le dénominateur dans le calcul de la pente est égal à zéro ($x_2 - x_1 = 0$). Le résultat d'une division par 0 est indéfini.

Il est possible de déterminer la pente d'une droite à partir des paramètres de l'équation, lorsque celle-ci est donnée.

Forme générale $x+By+C=0$

Forme fonctionnelle $y=mx+b$

Forme symétrique $xa+yb=1$

Dans une relation entre deux variables représentée par une fonction afine, on définit la pente comme étant un taux de variation: Le taux de variation

La recherche de l'équation d'une droite à partir de coordonnées et/ou de la pente

On peut distinguer trois cas lorsqu'on cherche l'équation d'une droite:

- Trouver l'équation d'une droite à partir de la pente et d'un point
- Trouver l'équation d'une droite à partir de deux points
  - Trouver l'équation d'une droite à partir de l'abscisse et de l'ordonnée à l'origine

Trouver l'équation d'une droite à partir de la pente et d'un point

Lorsqu'on recherche l'équation d'une droite à partir de la pente et d'un point, on peut suivre les étapes suivantes:

1. Dans l'équation $y=mx+b$, remplacer le paramètre m par la pente donnée.

2. Dans cette même équation, remplacer x et y par les cordonnées (x,y) du point donné.

3. Isoler le paramètre b afin de trouver la valeur de l'ordonnée à l'origine.

4. Écrire l'équation de la droite sous la forme $y=mx+b$ avec les valeurs des paramètres m et b

Quelle est l'équation de la droite ayant une pente de $3,5$ et qui passe par le point $(-6,-28)$?

Étape 1: On écrit l'équation de la droite en remplaçant m par $3,5$.

$y=3,5x+b$

Étape 2 : À l'aide du point connu, on remplace y par -28 et x par -6.

$y=3,5x+b$
$-28=3,5(-6)+b$

Étape 3: On isole le paramètre b.

$-28=3,5(-6)+b$
$-28=-21+b$
$-28+21=b$
$-7=b$

Étape 4: On écrit l'équation sous sa forme fonctionnelle avec les paramètres $m=3,5$ et $b=-7$

$y=3,5x-7$

Trouver l'équation d'une droite à partir de deux points

Lorsqu'on recherche l'équation d'une droite à partir des coordonnées de deux points, on peut suivre les étapes suivantes:

1. Déterminer la valeur de la pente à l'aide de la formule suivante:
$m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

2. Dans l'équation $y=mx+b$, remplacer le paramètre m par la pente déterminée à l'étape 1.

3. Dans cette même équation, remplacer x et y par les coordonnées (x,y) d'un des deux points donnés (au choix).

4. Isoler le paramètre b afin de trouver la valeur de l'ordonnée à l'origine.

5. Écrire l'équation de la droite sous la forme $y=mx+b$ avec les valeurs des paramètres m et b

Quelle est l'équation de la droite qui passe par les points suivants : (3,−8) et (5,10) ?

Étape 1 : Il faut d'abord déterminer la valeur de la pente.

pente $=10−−85−3=182=9$

Étape 2 : On écrit l'équation de la droite en remplaçant le paramètre m par 9.

$y=9x+b$

Étape 3 : À l'aide d'un point connu (on choisit le point $(5,10)$, on remplace y par 10 et x par 5.

$y=9x+b$
$10=9(5)+b$

Étape 4: On isole b.

$10=9(5)+b$
$10=45+b$
$10−45=b$
$−35=b$

Étape 5: On écrit l'équation sous sa forme fonctionnelle avec les paramètres $m=9$ et $b=−35$.

$y=9x−35$

Trouver l'équation d'une droite à partir de deux points (l'abscisse et l'ordonnée à l'origine)

Lorsqu'on connaît l'abscisse et l'ordonnée à l'origine, on peut se servir de la forme symétrique pour trouver l'équation d'une droite. On peut suivre les étapes suivantes:

1. Remplacer le paramètre a par l'abcisse à l'origine.

2. Remplacer le paramètre b par l'ordonnée à l'origine.

3. On peut par la suite (ce n'est pas toujours nécessaire) transformer l'équation ainsi obtenue en équation de forme fonctionnelle ou générale.

Quelle est l'équation de la droite dont l'abscisse à l'origine est 5et dont l'ordonnée à l'origine est −4 ?

Étapes 1 et 2: On remplace le paramètre a par 5 et le paramètre b par $−4$.

$x5−y4=1$

Étape 3: On peut transformer cette équation pour qu'elle soit sous la **forme générale ou sous la forme fonctionnelle.**

1. On cherche le dénominateur commun entre 5 et 4, donc 20. Pour arriver à 20, on multiplie la première fraction par 4 et la deuxième par -5:

$x\cdot45\cdot4+y\cdot-5-4\cdot-5=1$

$4x20-5y20=2020$

2. Puisqu'on a le même dénominateur partout, on peut le simplifier (en multipliant l'équation par 20). Ce qui nous donne:

$4x-5y=20$

3. On peut transformer l'équation obtenue précédemment sous la **forme fonctionnelle** en isolant y:

$4x-5y-20=0$

$4x-20=5y$

$4x5-205=5y5$

$4x5-4=y$

La recherche de l'équation d'une droite parallèle ou perpendiculaire à une autre

On peut rechercher l'équation d'une droite à partir de l'équation d'une autre droite dans deux cas précis:

- Trouver l'équation d'une droite parallèle à une autre
- Trouver l'équation d'une droite perpendiculaire à une autre

Trouver l'équation d'une droite parallèle à une autre

Deux droites parallèles ont la même pente (voir La position relative de deux droites).

Lorsqu'on recherche l'équation d'une droite à partir des **coordonnées d'un point** et de l'**équation d'une autre droite parallèle** à celle dont on cherche l'équation, on peut suivre les étapes suivantes:

1. Déterminer la valeur de la pente de la droite parallèle, c'est-à-dire la valeur de son paramètre m

. Cette pente est également celle de la droite dont on recherche l'équation.

2. Dans l'équation $y=mx+b$, remplacer le paramètre m par la pente déterminée à l'étape 1.

3. Dans cette même équation, remplacer $x$et y par les coordonnées (x,y) du point donné.

4. Isoler le paramètre b afin de trouver la valeur de l'ordonnée à l'origine.

5. Écrire l'équation de la droite sous la forme $y=mx+b$ avec les valeurs des paramètres m et b

Quelle est l'équation de la droite parallèle à la droite $y=3x+4$ et qui passe par le point $(2,1)$?

Étape 1 : Puisque les droites sont parallèles, elles ont la même pente. La valeur du paramètre m dans $y=3x+4$ est 3.

Étape 2 : On remplace le paramètre m de l'équation $y=mx+b$ par 3.

$y=3x+b$

Étape 3 :À l'aide du point connu $(2,1)$, on remplace y par 1 et x par 2.

$y=3x+b$
$1=3(2)+b$
$1=6+b$

Étape 4 : On isole le paramètre b.

$1=6+b$
$1-6+b$
$-5=b$

Étape 5 : On écrit l'équation sous sa forme fonctionnelle avec les paramètre $m=3$ et $b=-5$.

$y=3x-5$

Trouver l'équation d'une droite perpendiculaire à une autre

Deux droites perpendiculaires ont des pentes dont le produit est égal à -1 (voir La position relative de deux droites).

Lorsqu'on recherche l'équation d'une droite à partir des **coordonnées d'un point** et de l'**équation d'une autre droite perpendiculaire** à celle dont on recherche l'équation, on peut suivre les étapes suivantes:

1. On cherche la valeur de la pente perpendiculaire à la droite en apppliquant la formule suivante:
$m_1 \times m_2=-1$

où m_1 est la pente de la droite perpendiculaire donnée et m_2 est la pente de la droite dont on cherche l'équation.

2. Dans l'équation $y=mx+b$, remplacer le paramètre m par la pente déterminée à l'étape 1.

3. Dans cette même équation, remplacer x et y par les coordonnées (x,y) du point donné.

4. Isoler le paramètre b afin de trouver la valeur de l'ordonnée à l'origine.

5. Écrire l'équation de la droite sous la forme $y=mx+b$ avec les valeurs des paramètres m et b

Quelle est l'équation de la droite perpendiculaire à la droite $y=\frac{3}{2}x+7$ qui passe par le point $(3,4)$?

Étape 1: On cherche la valeur de la pente perpendiculaire en appliquant la formule:

$m_1 \times m_2 = -1$

$\frac{3}{2} \times m_2 = -1$

$m = -1 \div \frac{3}{2}$

$m_2 = -\frac{2}{3}$

Étape 2 : On remplace le paramètre m de l'équation $y=mx+b$ par $-\frac{2}{3}$.

$y = -\frac{2}{3}x + b$

Étape 3 : À l'aide du point connu, on remplace y par 4 et x par 3.

$4 = -\frac{2}{3}(3) + b$

$4 = -2 + b$

Étape 4 : On isole le paramètre b.

$6 = b$

Étape 5 : On écrit l'équation sous sa forme fonctionnelle avec les paramètres $m = -\frac{2}{3}$ et $b=6$.

$y = -\frac{2}{3}x + 6$

La représentation graphique d'une droite

Selon la forme d'équation dont on dispose, on procède différemment pour tracer une droite dans un plan cartésien.

- Tracer une droite à partir de la forme fonctionnelle de l'équation
- Tracer une droite à partir des valeurs d'un point et de la pente
- Tracer une droite à partir de la forme symétrique de l'équation
- Tracer une droite à partir de la forme générale de l'équation

Une méthodologie relative à chaque forme d'équation est présentée ci-dessous. Toutefois, peu importe la forme d'équation considérée, il est toujours possible de tracer une droite à partir d'une table de valeurs construite à partir de l'équation.

Tracer une fonction affine dans un graphique

Tracer une droite à partir de la forme fonctionnelle de l'équation

La forme fonctionnelle de l'équation d'une droite s'écrit sous la forme de $y=mx+b$

. On peut tracer une droite dont l'équation est écrite sous cette forme en suivant les étapes suivantes:

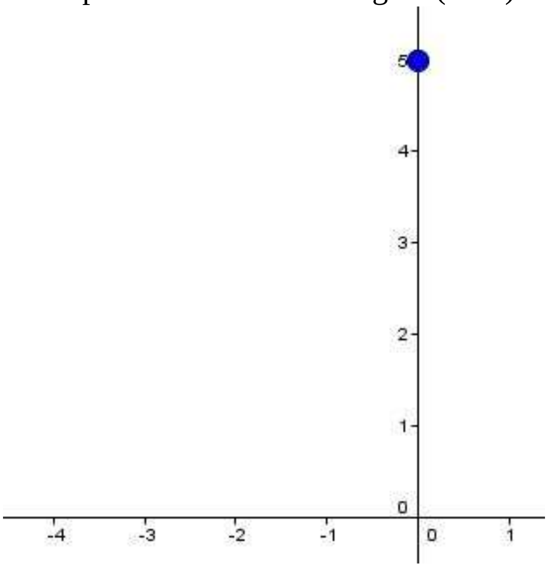
1. On place l'ordonnée à l'origine (qui correspond à la valeur du paramètre b) dans le plan cartésien.

2. À partir de l'ordonnée à l'origine, on place un autre point en utilisant la pente de la droite (qui correspond à la valeur du paramètre m).

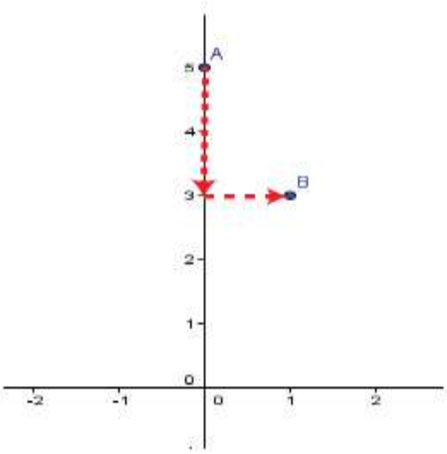
3. On trace la droite qui passe par ces deux points.

Soit l'équation $y=-2x+5$:

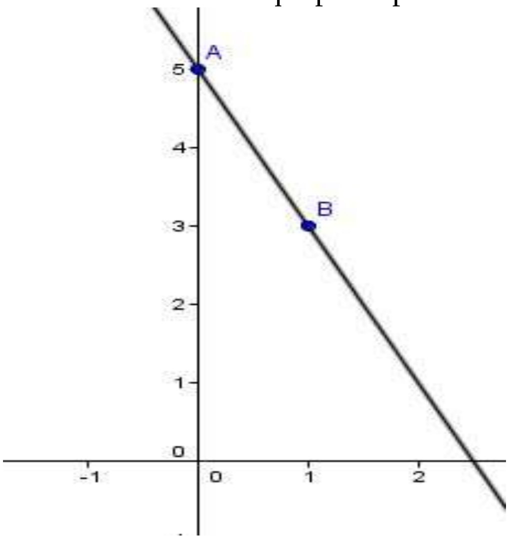
1. On place l'ordonnée à l'origine ($b=5$) dans le plan cartésien.



2. À partir de ce point, on utilise la pente ($m=-2$) afin d'en placer un second dans le plan cartésien.

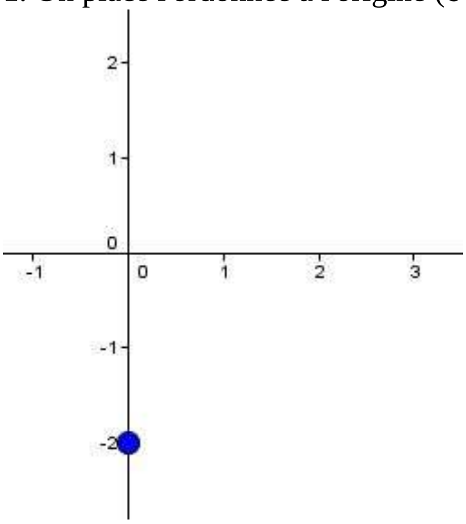


3. On trace la droite qui passe par ces deux points.

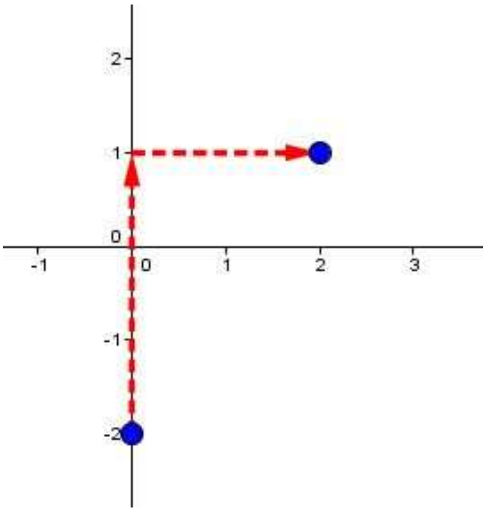


Soit l'équation $y=32x-2$:

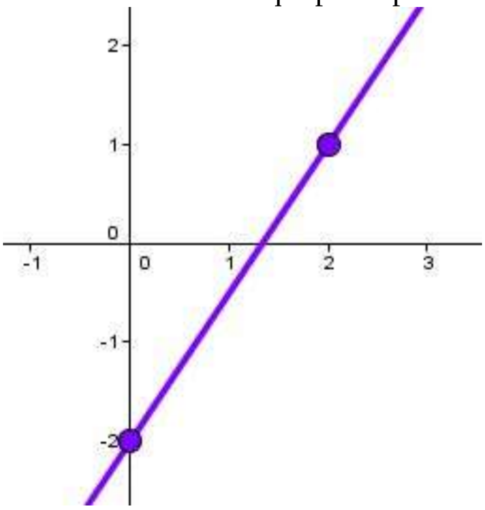
1. On place l'ordonnée à l'origine ($b=-2$) dans le plan cartésien.



2. À partir de ce point, on utilise la pente ($m=32$) afin d'en placer un second dans le plan cartésien.



3. On trace la droite qui passe par ces deux points.



Tracer une droite à partir des valeurs d'un point et de la pente

Il arrive parfois qu'on ne connaisse pas l'équation fonctionnelle de la droite. On peut tout de même représenter cette droite si les coordonnées d'un point et la valeur de la pente (paramètre m) nous sont fournies. Dans ce cas, on peut tracer une droite en suivant les étapes suivantes:

1. On place le point donné à l'aide de ses coordonnées dans le plan cartésien.

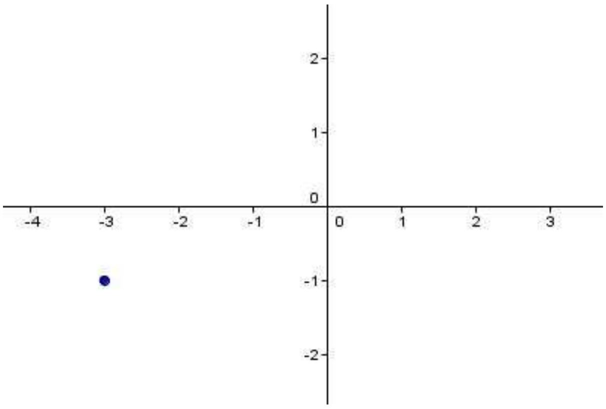
2. À l'aide de la valeur de la pente, on place d'autres points à l'aide de la méthode de l'escalier (le numérateur de la pente représente le déplacement vertical alors que le dénominateur de la pente représente le déplacement horizontal).

3. On trace la droite qui passe par ces points.

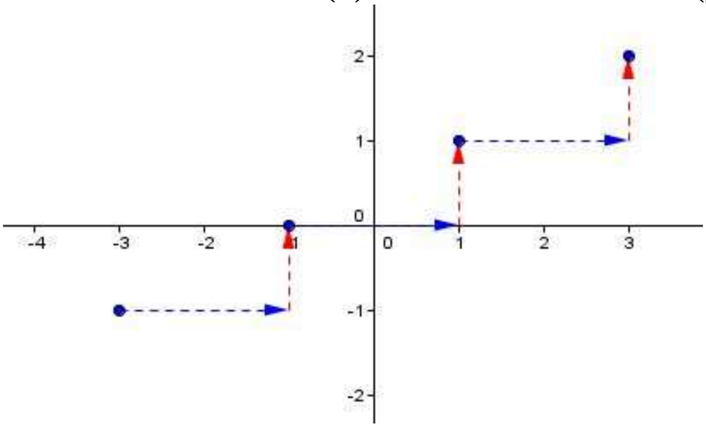
Si la pente fournie est un nombre entier, il suffit de considérer ce nombre comme le numérateur d'une fraction dont le dénominateur est 1.

Tracer une droite passant par le point (-3,-1) et dont la pente est 12

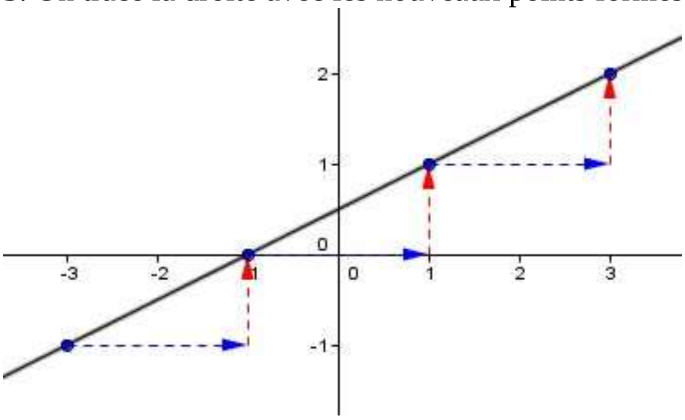
1. On place le point donné.



2. On place d'autres points à l'aide de la valeur de la pente. La pente est de 12 ce qui indique qu'on se déplace de 2 unités vers la droite (x) et de 1 unité vers le haut (y).

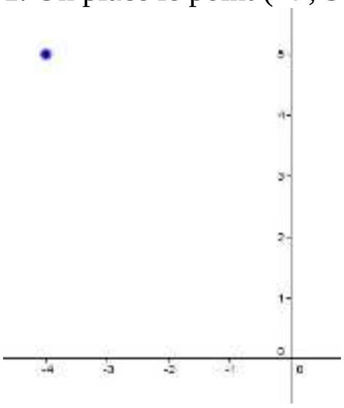


3. On trace la droite avec les nouveaux points formés.

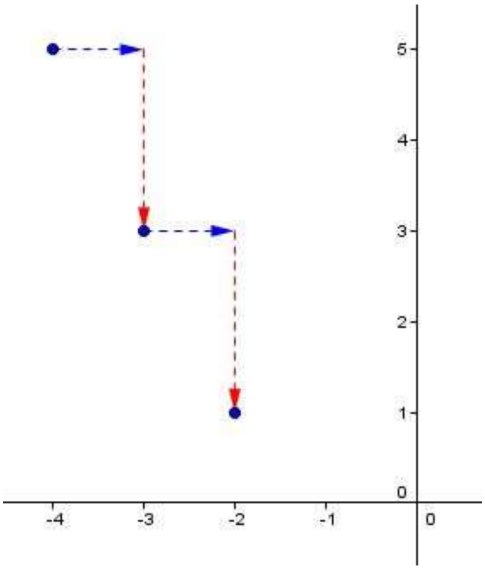


Tracer une droite passant par le point (-4,5) et dont la pente vaut -2.

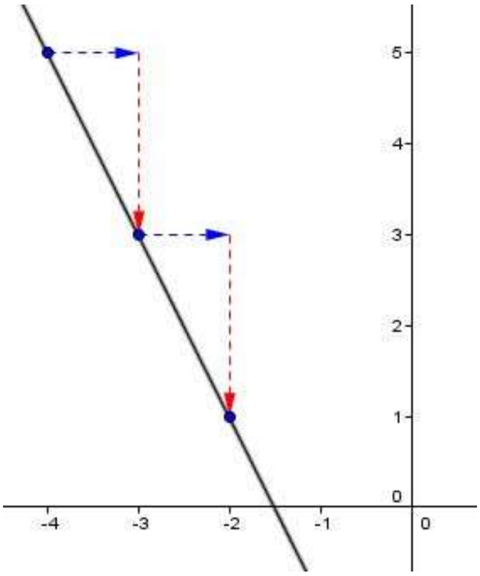
1. On place le point (-4 , 5).



2. On place d'autres points à l'aide de la valeur de la pente. La pente indique que, à chaque fois qu'on se déplace de 1 unité vers la droite (x), on se déplace de 2 unités vers le bas (y).



3. On trace la droite avec les nouveaux points formés.



Si la valeur de la pente est inconnue mais que les coordonnées de deux points sont fournies, il suffit placer les deux points dans le plan cartésien et de les relier par une droite afin de tracer le graphique.

Tracer une droite à partir de la forme symétrique de l'équation

La forme symétrique de l'équation d'une droite s'écrit sous la forme de $xa+yb=1$

. On peut tracer une droite dont l'équation est écrite sous cette forme en suivant les étapes suivantes:

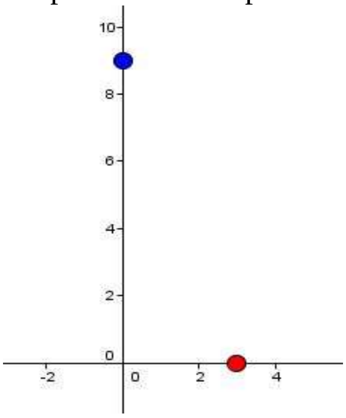
1. On place l'ordonnée à l'origine (qui correspond à la valeur du paramètre b) et l'abscisse à l'origine (qui correspond à la valeur du paramètre a) dans le plan cartésien.

2. On trace la droite qui passe par ces deux points.

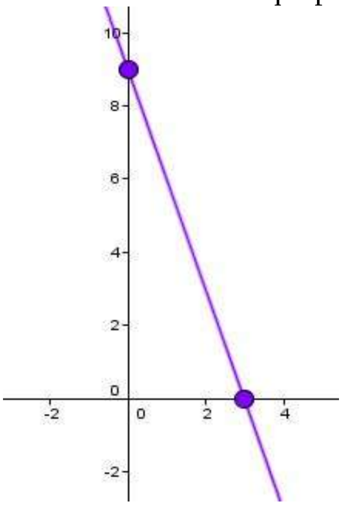
Soit l'équation $x3+y9=1$:

1. L'ordonnée à l'origine est égale à $b=9$ et l'abscisse à l'origine est égale à $a=3$

On place ces deux points dans le plan cartésien:



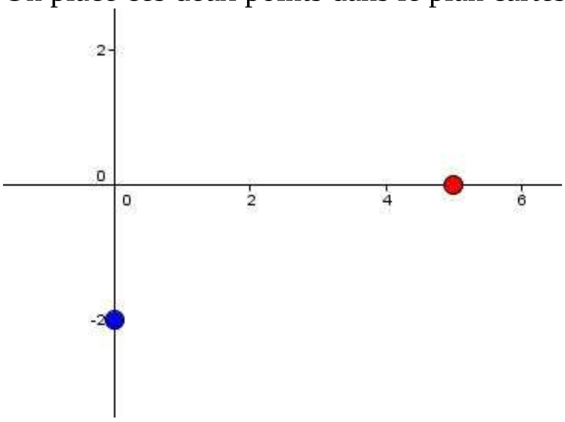
2. On trace la droite qui passe par les deux points tracés à l'étape 1.



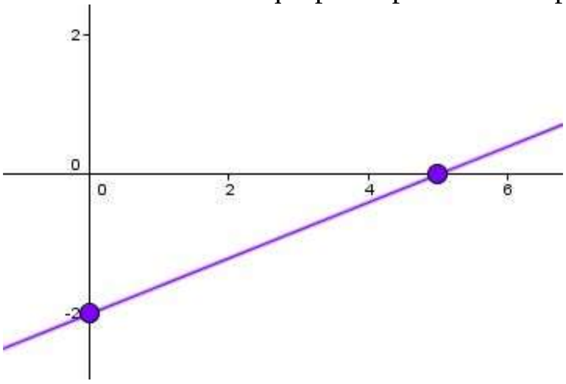
Soit l'équation $x5-y2=1$:

1. L'ordonnée à l'origine est égale à $b=-2$ et l'abscisse à l'origine est égale à $a=5$

On place ces deux points dans le plan cartésien:



2. On trace la droite qui passe par les deux points tracés à l'étape 1.



Tracer une droite à partir de la forme générale de l'équation

La forme générale de l'équation d'une droite s'écrit sous la forme de $Ax+By+C=0$

. On peut tracer une droite dont l'équation est écrite sous cette forme en suivant les étapes suivantes:

1. On détermine la valeur de l'ordonnée à l'origine de la droite en calculant la valeur de y lorsque $x=0$.

2. On détermine la valeur de l'abscisse à l'origine de la droite en calculant la valeur de x lorque $y=0$

3. On place l'ordonnée et l'abscisse à l'origine déterminées aux étapes 1 et 2 dans le plan cartésien.

4. On trace la droite qui passe par ces deux points.

Soit l'équation $4x-8y+16=0$:

1. On détermine la valeur de l'ordonnée à l'origine:

$4(0)-8y+16=0$

$-8y=-16$

$y=2$

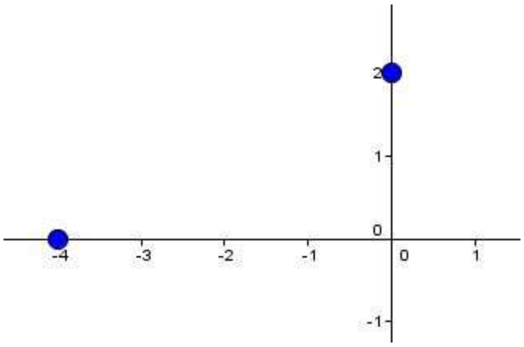
2. On détermine la valeur de l'abscisse à l'origine:

$4x-8(0)+16=0$

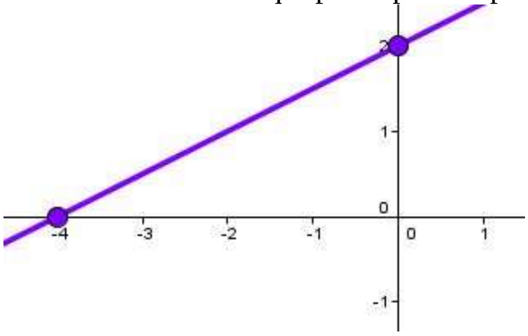
$4x=-16$

$x=-4$

3. On place ces deux coordonnées dans le plan cartésien.



4. On trace la droite qui passe par ces points.



Autres Références :

https://www.assistancescolaire.com/eleve/2nde/maths/reviser-le-cours/equations-de-droites-et-systemes-d-equations-lineaires-2_m305

https://fr.khanacademy.org/math/algebra/two-var-linear-equations/writing-slope-intercept-equations/a/slope-intercept-form-review

https://calculis.net/droite

https://www.mathforu.com/seconde/determiner-equation-droite/