# ■M1■

# Les droites du plan

Le plan est muni d'un repère orthogonal.

#### **▶** Vocabulaire

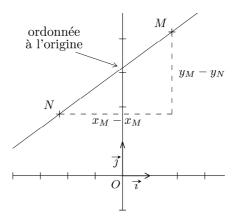
Soit (d) une droite sécante à l'axe des ordonnées.

Quels que soient les points M et N de la droite, le nombre  $m = \frac{y_M - y_N}{x_M - x_N}$  est

constant. Ce nombre est appelé **coefficient directeur** (ou **pente**) de la droite (d).

**A retenir :** coef. dir. = 
$$m = \frac{y_{\text{M}} - y_{\text{N}}}{x_{\text{M}} - x_{\text{N}}} = \frac{\text{différence des ordonnées}}{\text{différence des abscisses}}$$

L'ordonnée du point d'intersection de la droite (d) et de l'axe des ordonnées est appelée **ordonnée à l'origine** de la droite (d).



**Remarques :** Une droite parallèle à l'axe des ordonnées n'a ni coefficient directeur, ni ordonnée à l'origine.

Deux droites sécantes à l'axe des ordonnées sont parallèles entre elles si et seulement si elles ont même coefficient directeur.

#### **▶** Equation d'une droite

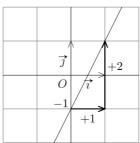
Une droite (d) sécante à l'axe des ordonnées a pour équation y = mx + p, où m est le coefficient directeur et p l'ordonnée à l'origine de la droite (d). Une droite parallèle à l'axe des ordonnées a une équation de la forme x = a, où a est l'abscisse commune de tous les points de la droite.

## ► Méthodes de construction d'une droite

#### Exemple 1

Tracer la droite d'équation y = 2x - 1.

On place d'abord l'ordonnée à l'origine qui vaut -1 ici, puis ensuite le coefficient directeur.



#### Exemple 2

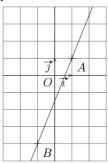
Tracer la droite d'équation y = 2.5x - 1.5.

On calcule les coordonnées de deux points :

si x = 1, alors y = 1; on place A(1; 1);

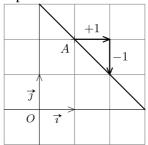
si x = -1, alors y = -4; on place B(-1; -4).

Enfin, on trace la droite (AB).



#### Exemple 3

Tracer la droite passant par A(1 ; 2) et de coefficient directeur m = -1. On place le point A, puis on place le coefficient directeur.



## **►** Enoncés des exercices **▲**

#### Exercice 1: L'essentiel est-il connu?

## ■ Exercice 1 : QCM ......(10 min)

- 1. Le coefficient directeur de la droite d'équation y = 2x + 5 est :
  - a) 2*x*
  - b) 5
  - c) 2
  - d) *x*
- **2.** Le coefficient directeur de la droite d'équation y = -3x + 2 est :

  - b) -3x
  - c)-3
  - d) 3
- 3. L'ordonnée à l'origine de la droite d'équation y = 2x 1 est :
  - a) 1
  - b) 2
  - c)-1
  - d) 2x
- **4.** Pour calculer le coefficient directeur m de la droite (AB), on utilise la formule:

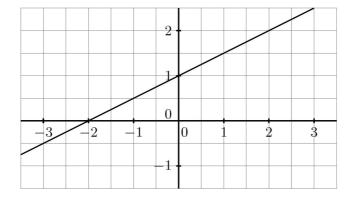
a) 
$$m = \frac{y_{A} - y_{B}}{x_{A} - x_{B}}$$

c) 
$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$
  
d)  $m = \frac{x_B - x_A}{y_B - y_A}$ 

b) 
$$m = \frac{x_{A} - x_{B}}{y_{A} - y_{B}}$$

d) 
$$m = \frac{x_{\rm B} - x_{\rm A}}{y_{\rm R} - y_{\rm A}}$$

**5.** On a tracé ci-dessous la droite d:



- a) L'équation de d est y = 2x + 1
- b) L'équation de d est  $y = \frac{1}{2}x + 1$
- c) L'équation de d est y = x + 2
- d) L'équation de d est  $y = x + \frac{1}{2}$

#### Exercices 2 et 3 : Le vocabulaire est-il connu ?

■ Exercice 2......(15 min)

Pour chacune des droites suivantes, déterminer le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine :

a) 
$$d_1: y = 4x - 2$$

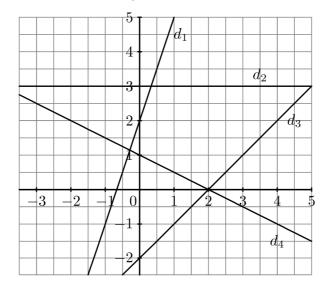
e) 
$$d_5: y = x + 3$$

b) 
$$d_2: y = -3x$$

f) 
$$d_6: y = \frac{2-x}{3}$$

c) 
$$d_3 : y = -2$$
  
d)  $d_4 : y = 4 - 2x$ 

Pour chacune des droites représentées ci-dessous, déterminer le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine :



#### Exercice 4 : Savoir vérifier si un point appartient à une droite

**■■** Exercice 4......(25 min)

Dans chacun des cas suivants, déterminer par le calcul, si le point E appartient à la droite d:

a) E(5; -3) et 
$$d: y = -2x + 7$$

b) 
$$E(-2; 5)$$
 et  $d: y = 8 - 1.5x$ 

a) E(5; -3) et 
$$d: y = -2x + 7$$
  
b) E(-2; 5) et  $d: y = 8 - 1.5x$   
e) E(6; -1) et  $d: y = -\frac{2}{3}x + 1$   
c) E(5; 8) et  $d: y = \frac{3x + 1}{2}$   
f) E(3,5; 6) et  $d: y = 6$ 

c) E(5; 8) et 
$$d: y = \frac{3x+1}{2}$$

f) E(3,5; 6) et 
$$d: y = 6$$

d) E(7; 2) et d: y = 7

#### Exercices 5 et 6 : Savoir déterminer l'équation d'une droite

**■■** Exercice 5 ......(30 min)

Calculer l'équation de la droite (AB) dans chacun des cas suivants :

a) A(3; 5) et B(5; 11)

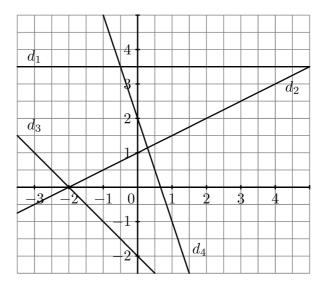
b) A(-1; 13) et B(9; -7)

c) A(2; -4) et B(-9; -4)

d) A(1; 3, 5) et B(1; 2)

**■■** Exercice 6......(30 min)

Déterminer l'équation de chacune des droites tracées ci-dessous :



#### Exercices 7 à 9 : Savoir tracer des droites

## **■■** Exercice 7......(35 min)

Tracer dans un repère les droites suivantes :

a) 
$$d_1: y = 4x - 2$$

e) 
$$d_5$$
:  $y = x + 3$ 

b) 
$$d_2: y = -3x$$

f) 
$$d_6: y = 2 - x$$

c) 
$$d_3: y = -2$$

d) 
$$d_4: y = 4 - 2x$$

#### 

Même exercice avec :

a) 
$$d_1$$
:  $y = 1.5x - 2.5$ 

e) 
$$d_5: y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

b) 
$$d_2: y = -\frac{3}{2}x$$

f) 
$$d_6: y = 2 - \frac{4}{3}x$$

c) 
$$d_3: y = -2.5$$

d) 
$$d_4: y = \frac{3-x}{2}$$

### ■■ Exercice 9 ......(35 min)

Tracer dans un repère les droites suivantes, passant par le point indiqué et de coefficient directeur m:

a) 
$$A(1; 1)$$
 et  $m = 2$ 

e) 
$$E(-2; -3)$$
 et  $m = 2.5$ 

b) B(0; 3) et 
$$m = -1$$

f) F(0; 0) et 
$$m = -\frac{1}{3}$$

c) C(-1; -2) et 
$$m = \frac{1}{2}$$

d) 
$$D(-2; 0)$$
 et  $m = -1.5$ 

## **▼** Corrigés des exercices **¬**

Corrigé 1 .....

- 1. Le coefficient directeur de la droite d'équation y = 2x + 5 est 2. La bonne réponse est la réponse c).
- **2.** Le coefficient directeur de la droite d'équation y = -3x + 2 est -3.

9

#### La bonne réponse est la réponse c).

- 3. L'ordonnée à l'origine de la droite d'équation y = 2x 1 est -1. La bonne réponse est la réponse c).
- **4.** Pour calculer le coefficient directeur m de la droite (AB), on utilise la formule  $m = \frac{y_A y_B}{x_A x_B}$  ou  $m = \frac{y_B y_A}{x_B x_A}$ .

En effet : 
$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-(y_A - y_B)}{-(x_A - x_B)} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$

Les bonnes réponses sont les réponses a) et c).

**5.** L'ordonnée à l'origine est 1 et le coefficient directeur est  $\frac{1}{2}$ .

Ainsi, l'équation de la droite est  $y = \frac{1}{2}x + 1$ .

La bonne réponse est la réponse b).

Corrigé 2 .....

Droite	Coefficient directeur	Ordonnée à l'origine
$d_1: y = 4x - 2$	4	-2
$d_2: y = -3x$	-3	0
$d_3: y = -2$	0	- 2
$d_4: y = 4 - 2x = -2x + 4$	-2	4
$d_5: y = x + 3$	1	3
$d_6: y = \frac{2-x}{3} = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

## Corrigé 3 .....

#### Méthode

L'ordonnée à l'origine est l'ordonnée du point d'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées.

Pour le coefficient directeur, on choisit deux points A et B de la droite dont on peut facilement lire les coordonnées, puis on utilise la formule  $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ .

Droite	Coefficient directeur	Ordonnée à l'origine
$d_1$	3	2
$d_2$	0	3
$d_3$	1	-2
$d_4$	$-\frac{1}{2}$	1

## Corrigé 4 .....

Si E appartient à la droite d'équation y = ax + b, alors on a :  $y_E = ax_E + b$ .

a) 
$$-2x_E + 7 = -2 \times 5 + 7 = -3 = y_E$$
 donc E appartient à  $d: y = -2x + 7$ .

b) 
$$8 - 1.5x_E = 8 - 1.5 \times (-2) = 11 \neq y_E$$
 donc E n'appartient pas à  $d : y = 8 - 1.5x$ .

c) 
$$\frac{3x_{\rm E} + 1}{2} = \frac{3 \times 5 + 1}{2} = 8 = y_{\rm E}$$
 donc E appartient à  $d: y = \frac{3x + 1}{2}$ .

d)  $y_E \ne 7$  donc E n'appartient pas à d: y = 7.

e) 
$$-\frac{2}{3}x_{\rm E} + 1 = -\frac{2}{3} \times 6 + 1 = -3 \neq y_{\rm E}$$
 donc E n'appartient pas à  $d: y = -\frac{2}{3}x + 1$ .

f)  $y_E = 6$  donc E appartient à d : y = 6.

## Corrigé 5 .....

a) Le coefficient directeur est 
$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{11 - 5}{5 - 3} = \frac{6}{2} = 3$$
.

Donc (AB) a une équation de la forme y = 3x + p où p est l'ordonnée à l'origine.

Or,  $\stackrel{\smile}{A}$  appartient à (AB) donc ses coordonnées vérifient l'équation, soit :

 $y_A = 3x_A + p$ , ce qui donne :  $5 = 3 \times 3 + p$ . On obtient donc p = -4. Finalement, l'équation de (AB) est : y = 3x - 4.

b) Le coefficient directeur est 
$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-7 - 13}{9 - (-1)} = \frac{-20}{10} = -2$$
.

Donc (AB) a une équation de la forme y = -2x + p où p est l'ordonnée à l'origine.

Or, A appartient à (AB) donc ses coordonnées vérifient l'équation, soit :  $y_A = -2x_A + p$ , ce qui donne :  $13 = -2 \times (-1) + p$ . On obtient donc p = 11. Finalement, l'équation de (AB) est : y = -2x + 11.

c) On remarque que  $y_A = y_B = -4$ .

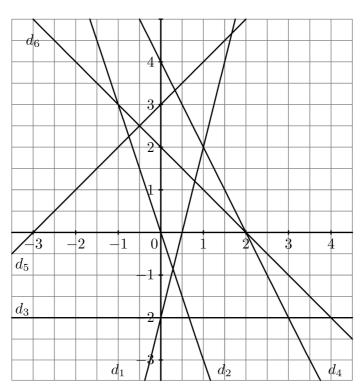
L'équation de la droite (AB) est donc : y = -4.

d) On remarque que  $x_A = x_B = 1$ . L'équation de la droite (AB) est donc : x = 1.

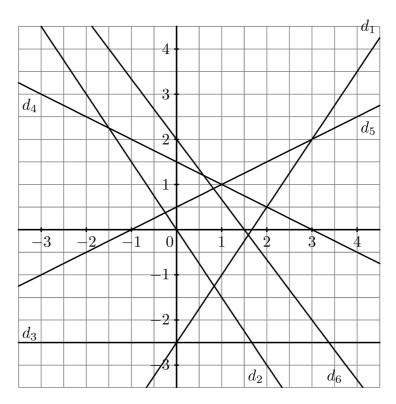
Corrigé 6 .....

 $d_1: y = 3.5$ ;  $d_2: y = \frac{1}{2}x + 1$ ;  $d_3: y = -x - 2$  et  $d_4: y = 2 - 3x$  (voir corrigé 3).

Corrigé 7 .....



Corrigé 8 .....



Corrigé 9 .....

