

## ОПТИЧЕСКИЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ

Во многих случаях пластинки, на которые действуют лежащие в их плоскости внешние силы, имеют такой вид, что аналитическое исследование распределения напряжений становится затруднительным, и приходится прибегать к исследованию опытным численным путем. Весьма пригодным для этой цели оказался оптический метод.

Давид Брюстер первым открыл, что когда кусок стекла находится в напряженном состоянии и освещается поляризованным светом, то он представляет собой окрашенную в яркие цвета фигуру, зависящую от величины напряжений. Он предложил пользоваться этими цветными фигурами для определения напряжений в инженерных сооружениях при помощи изготовления модели сооружения из стекла и исследования в поляризованном свете в различных условиях нагрузки.

В последующем изложении мы рассматриваем луч обыкновенного света, состоящий из световых колебаний по всем направлениям в плоскости, перпендикулярной к направлению луча. Пропуская луч через поляризатор, мы получим луч поляризованного света, у которого преобладают световые колебания в одном определенном направлении. Такого рода свет и применяется при исследовании напряженного состояния в пластинках.

На фиг. 1  $abcd$  представляет собой малый элемент, вырезанный из прозрачной пластинки, находящийся в напряженном состоянии. Предположим, что стороны элемента параллельны главным направлениям, и что напряжения  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  являются главными напряжениями.

Точка  $O$  является точкой пересечения с пластинкой пучка поляризованного света, перпендикулярного к пластинке. Предположим, что мы имеем монохроматический свет с колебанием в плоскости  $OA$ , и что отрезок  $OA$  представляет амплитуду этого колебания.

Колебание считаем простым гармоническим, так что поперечные перемещения могут быть представлены выражением

$$S = \alpha \cos pt \quad (1)$$

где  $p$  - пропорционально частоте колебания, зависящей от окраски цвета, а  $t$  - время.

Простое колебание в плоскости  $AO$  разложим на два составляющих колебания с амплитудами в плоскостях  $Ox$  и  $Oy$  соответственно:

$$OB = \alpha \cos \alpha \quad \text{и} \quad OC = \alpha \sin \alpha.$$



Соответствующие перемещения будут равны:

$$\left. \begin{aligned} x &= a \cos \alpha \cos pt \\ y &= a \sin \alpha \cos pt \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Если главные перемещения  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  — различной величины, то оптические свойства материала становятся различными в этих двух взаимоперпендикулярных направлениях.

Пусть  $V_x$  и  $V_y$  обозначают скорости света в плоскостях  $Ox$  и  $Oy$  соответственно. Если  $h$  — толщина пластинки, то промежутки времени, необходимые для прохождения пластинки этими двумя составляющими колебания равняются

$$t_1 = \frac{h}{V_x} \quad \text{и} \quad t_2 = \frac{h}{V_y} \quad (3)$$

Колебания [2] после прохода через пластинку можно выразить следующими уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= a \cos \alpha \cos p(t - t_1) \\ y_1 &= a \sin \alpha \cos p(t - t_2) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Мы видим, что эти колебания вследствие разности скоростей имеют сдвиг фаз, равный  $P(t_2 - t_1)$ .

Опыты показывают, что разность рассматриваемых скоростей света пропорциональна разности главных напряжений. Тогда, приняв во внимание то обстоятельство, что изменение скорости света очень мало, и обозначив через  $V$  скорость света при напряжении, равном нулю, мы получим следующее приближенное выражение:

$$t_2 - t_1 = \frac{h}{V_y} - \frac{h}{V_x} \approx \frac{h(V_x - V_y)}{V^2} = k(\sigma_x - \sigma_y) \quad (5)$$

где  $k$  — коэффициент, зависящий от физических особенностей материала пластинки и от толщины последней  $h$ .

Мы видим, что разность между двумя главными напряжениями найдется, если измерить сдвиг фаз двух колебаний (4).

Это измерение можем выполнить, подвергнув колебания интерференции в той же плоскости. С этой целью зади пластинки помещается второй поляризатор, названный анализатором, в таком положении, что он пропускает колебания только в плоскости  $mn$ , перпендикулярной к плоскости  $OA$ .

Составляющие колебаний (4), которые прошли через анализатор, имеют следующие амплитуды:

$$OB_1 = OB \sin \alpha = \frac{a}{2} \sin 2\alpha, \quad (6)$$

$$OC_1 = OC \cos \alpha = \frac{a}{2} \sin 2\alpha.$$

Равнодействующее колебание в плоскости  $mn$  поэтому выразится таким уравнением:

$$\begin{aligned} & \frac{a}{2} \sin 2\alpha [\cos p(t - t_1) - \cos p(t - t_2)] = \\ & = a \sin 2\alpha \sin\left(p \frac{t_1 - t_2}{2}\right) \sin p\left(t - \frac{t_1 + t_2}{2}\right). \end{aligned} \quad (7)$$

Это простое гармоническое колебание, амплитуда которого пропорциональна

$$\sin\left(p \frac{t_1 - t_2}{2}\right).$$

Следовательно, интенсивность света является функцией сдвига фаз  $P(t_2 - t_1)$  или, на основании выражения (5), функцией разности главных напряжений.

Если напряжения  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  равны, то промежутки времени  $t_1$  и  $t_2$  равны, и амплитуда равнодействующего колебания (6) равна нулю, т.е. в точке  $O$  свет через пластинку не проходит, и мы получаем темное пятно на экране, помещенном за анализатором.

Затемнения получаются также во всех случаях, когда разности напряжений таковы, что

$$p \frac{t_1 - t_2}{2} = n\pi \quad (8)$$

где  $n$  - целое число.

Наибольшая интенсивность света получится, когда разность напряжения такова, что

$$p \frac{t_1 - t_2}{2} = n\pi + \frac{\pi}{2}$$

Представим, что вместо элемента  $abcd$  (фиг. 1) мы имеем пластинку прозрачного материала, подвергающегося простому растяжению. При постепенном увеличении растягивающего напряжения мы будем получать темное изображение пластинки на экране каждый раз, когда будет выполняться условие (7).

Таким образом, мы можем установить опытным путем для данного материала, при данной толщине пластинки, напряжение, соответствующее промежутку времени между двумя последовательными темными изображениями образца, и называемое ценой полосы.



Например, для пластинки одного из сортов фенолита толщиной в 1 мм было найдено, что это напряжение равно  $113,2 \text{ кг/см}^2$ . Следовательно, для пластинки толщиной в 6 мм соответствующее напряжение будет равно  $113,2 \cdot 6 = 18,9 \text{ кг/см}^2$ .

Зная это, мы можем определить полное напряжение в полоске, испытывающей осевое растяжение, отсчитав число промежутков между последовательными темными изображениями, появляющимися при постепенном увеличении нагрузки образца.

Если мы возьмем полоску, испытывающую чистый изгиб, то параллельность темных полосок указывает, что в части пол.сы, отстоящей на значительном расстоянии от точек приложения грузов, распределение напряжений одинаково для всех вертикальных поперечных сечений полоски.

Сосчитав число полосок, мы можем определить величину напряжений, так как разность напряжений между двумя последовательными полосками будет такой же, как разность напряжений между двумя последовательными темными изображениями при простом растяжении.

Наблюдая за пластинкой тогда, когда груз постепенно нарастает, мы можем видеть, как число темных полосок увеличивается с увеличением груза. Новые полоски всегда появляются сверху и внизу полосы и постепенно двигаются по направлению к нейтральной плоскости, так что полоски становятся все более и более тесно расположенными.

Напряжение в любой точке получится при помощи подсчета числа полосок, которые прошли через точку. Подсчет можно очень сильно упростить путем киносъемки полосы при постоянном возрастании нагрузки.

Этот способ подсчета числа темных полосок, прошедших через выбранную точку, применим и при любом плоском напряженном состоянии.

Как можно видеть из нашего предыдущего рассмотрения, число полосок дает, вообще говоря, разность  $\sigma_x - \sigma_y$  между двумя главными напряжениями в данной точке. Для полного определения напряжений в этой точке остается найти направление главных напряжений и их сумму.

Уравнение (6) показывает, что амплитуда колебания света, прошедшего через анализатор, пропорциональна  $\sin 2\alpha$ , где  $\alpha$  - угол между плоскостью поляризации и плоскостью одного из главных напряжений (фиг.2). если обе эти плоскости совпадают, то  $\sin 2\alpha$  равен нулю, и мы получим темное пятно на экране.

Следовательно, итчая напряженную прозрачную модель в поляризованном свете, мы наблюдаем не только темные полоски, рассмотренные ранее, но также и темные линии, соединяющие точки, где одно из главных направлений напряжения совпадает с плоскостью поляризации.

Вращая оба анализатора и отмечая темные линии на изображении напряженной пластинки при различных направлениях плоскости поляризации, мы получим систему изоглиных линий, которые соединяют между собой точки одинаковыми направлениями главных напряжений.



Имея эти линии, мы можем провести линии, касательные в каждой точке к главным осям напряжений. Эти последние называются траекториями главных напряжений. Итак, опытным путем могут быть получены и направления главных напряжений в каждой точке пластинки.

Измерением изменения толщины пластинки под действием напряжений  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  мы можем из опыта получить также сумму главных напряжений.

Если нам известно значение коэффициента Пуассона для материала пластинки, то мы можем воспользоваться следующим выражением для определения уменьшения толщины пластинки:

$$\delta h = \frac{h\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y) \quad (9)$$

Из этого уравнения мы можем найти сумму главных напряжений  $(\sigma_x + \sigma_y)$ .

При изложенных выше исследованиях предполагалось применение монохроматического света. Допустим, что вместо одноцветного света мы имеем дело с пучком белого света, состоящим из лучей разных цветов, различной частоты. Предыдущие рассуждения применены к каждому из этих цветов. Вследствие интерференции, описанной выше, при любой данной разности напряжений некоторые из цветов исчезнут, а остальные останутся без изменения, так что свет, выходящий из анализатора, будет окрашен.

#### Подготовка установки (Оптическая установка института машиноведения РАН-ОУИИМаш)

Необходимо включить питание, поставить красный фильтр, собрать нагрузочное устройство с соответствующей моделью и, не нагружая, подготовить установку к работе вращения поляризатора до того положения, пока на экране не наступит максимальное потемнение. Следует иметь в виду возможность проявления на контурных точках каких-либо дефектов. Поэтому всюду полное затемнение может и не достигаться.

#### Эксперимент с изгибом полосы

Первоначально рассматривается задача о чистом изгибе полосы (фиг. 3). Нагружение осуществляется гирей в 10 кг. Поскольку передаточное число 10, то непосредственно на образец воздействует сила 100 кг. В центральной части полосы, исключая зоны вблизи опор, реализуется состояние чистого изгиба, когда только одна компонента напряжений  $\sigma_x$  отлична от нуля и определяется

по формуле

$$\sigma_x = 3P(a_2 - a_1) \frac{y}{bh^3} \quad (10)$$

где  $P$  - полное усилие,  $h$  - ширина пластинки,  $b$  - толщина пластинки,  $a_1$  - расстояние между верхними опорами,  $a_2$  - расстояние между нижними опорами.

Формула (10) позволяет определить максимальное напряжение на границе  $y = \pm \frac{h}{2}$ :

$$\sigma_x = \frac{3}{2} P(a_2 - a_1) \frac{1}{bh^2} \quad (11)$$

При проведении эксперимента следует учесть одно обстоятельство. Напряженное состояние в пластике таково, что направление главных осей практически всюду (исключая окрестность опор) одно и то же (вдоль и поперек пластинки), то нежелательно располагать плоскости поляризации, совпадающими с ними. Должный выбор осуществляется опытным путем.

При просвечивании на экране возникнут практически параллельные полосы (между внутренними опорами). Картину нужно перенести на кальку. Первоначально определяется полоса с нулевым порядком. Ее можно определить по ходу разгрузки - ее точки все время будут оставаться темными. Далее определяются порядки крайних (верхней и нижней) полос, причем если полоса не расположена точно на кромке, то вводится дробное значение порядка.

Обращаясь к формуле (5) ( $\sigma_y = 0$ ) и зная напряжение по формуле (6) находим значение постоянной  $C$ .

Проведенное испытание является тарировочным.

Далее осуществляется рабочее испытание. На той же установке осуществляется изгиб той же полосы силой, приложенной в центре (фиг.4).

В этом случае согласно технической теории изгиба балок также полагается, что одна компонента  $\sigma_x$  отлична от нуля, и она находится по формуле

$$\sigma_x = 6P \left( \frac{a_2}{2} - x \right) \frac{y}{bh^3} \quad (12)$$

Максимальные напряжения реализуются на контуре, и они равны

$$\sigma_x = 3P \left( \frac{a_2}{2} - x \right) \frac{1}{bh^2} \quad (13)$$

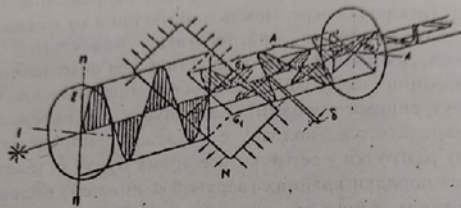
Приведенные формулы справедливы на некотором удалении от точек опор. Формула (12) позволяет построить график (эпюру) распределения изгибных напряжений на контуре. Очевидно, что зависимость есть прямая линия.

При просвечивании возникнет картина полос, которую нужно перевести на кальку. При определении порядка полос следует начинать с полосы

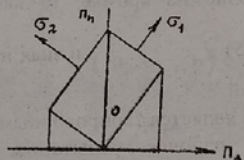
нулевого порядка и далее определить все остальные, исключая области, непосредственно примыкающие к опорам.

Результаты следует представить в виде дискретной (целочисленной) зависимости порядка полос в граничных точках полосы по длине. Умножая же полученные значения порядка на определенную из тарировочного опыта значение постоянной  $C''$ , приходим к распределению изгибных напряжений по наружным волокнам.

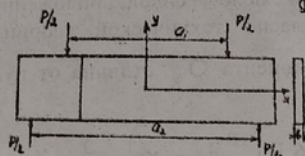
Необходимо на одном графике сопоставить результаты расчетов и эксперимента и оценить погрешность для  $\lambda = \frac{h}{4}$ ,  $\lambda = \frac{h}{2}$ .



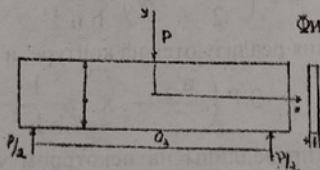
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

## ЛИТЕРАТУРА

1. С. П. Тимошенко. Теория упругости.