

ИЗГИБ БАЛКИ

Цель лабораторной работы:

1. Ознакомление с теорией изгиба статически определенных и статически неопределенных балок, в частности, с теорией Костиляно.
2. Экспериментальное подтверждение методов расчета статически неопределенных балок.

Для выполнения работы необходимо знать теорию изгиба балок, теорию Костиляно. Все это можно найти в работе [1].

Согласно полученному выше уравнению изогнутой балки

$$EJy'' = M. \quad (1)$$

для определения перемещения y и y' необходимо определить зависимость $M=M(x)$ и решить уравнение (1) при заданных граничных условиях. Например, для консольно закрепленной балки, изображенной на рис. 1, нетрудно определить, что $M(x)=-P(x)$, а граничными условиями для этой балки будут отсутствие перемещения и угла поворота сечения с заделки: $x=0, y=0, y'=0$.

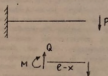


Рис. 1



Рис. 2

Балка, изображенная на рис. 2, статически неопределимая балка. Если убрать правую опору и заменить ее силой N (рис. 3),



Рис. 3

то можно найти момент $M(x)$:

$$\frac{l}{2} \leq x \leq l, \quad M(x) = N(l-x), \quad 0 \leq x \leq \frac{l}{2},$$

$$M(x) = N(l-x) - P\left(\frac{l}{2} - x\right).$$

Граничными условиями для данной задачи будут

$$x=0, y=0, y'=0, x=\ell, y=0,$$

а также условия непрерывности перемещения и угла поворота в точке $x = \frac{\ell}{2}$.

Полученное решение определяет величину силы в правой опоре и зависимость перемещения y от x .

Теорема Кастилиано

Эффективным методом решения статически неопределимых задач является теорема Кастилиано [1]. Очевидно, что если на балку действуют внешние силы, изображенные на рис. 4,

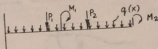


Рис. 4

(P_1, P_2 - сосредоточенные силы, M_1, M_2 - сосредоточенные изгибающие моменты, $q(x)=q(x)$ - распределенная нагрузка), то накопленная энергия балки будет зависеть от этих сил.

$$I = I(P_1, P_2, M_1, M_2, q)$$

Согласно теореме Кастилиано, перемещение y_p в точке приложения силы P по направлению действия этой силы равняется производной от энергии по этой силе

$$y_p = \frac{\partial I}{\partial P} \quad (2)$$

Энергия I при изгибе определяется по формуле [1]:

$$I = \int_0^l \frac{M^2(x)}{2EI} dx \quad (3)$$

Для решения, например, задачи, изображенной на рис. 3, необходимо значение $M(x)$ (1) подставить в формулу (3) и согласно теореме Кастилиано (2) продифференцировать энергию I по N .

Так как в точке приложения силы N перемещение отсутствует,

$$\frac{\partial I}{\partial N} = 0 \quad (4)$$

Из уравнения (4) определяется сила в опоре N , далее задачу можно рассматривать как статически определимую.

Эксперимент

Совместно с преподавателем определить нагрузку на консольно закрепленную балку, способ закрепления правого конца балки.

Раскрыть теоретически статическую неопределенность рассматриваемой задачи, т.е. определить реакции в опорах.

Экспериментально подобрать силу, и, возможно, момент в правой опоре и сравнить с найденным теоретическим значением.

Провести тензометрирование в заданных точках балки, т.е. найти экспериментально напряжения в этих точках и сравнить с теоретическими.