Фотоупругость

Теоретические сведения

Рассмотрим малый элемент, вырезанный из прозрачной пластинки, находящийся в напряжённом состоянии. Стороны элемента параллельны главным напряжениям, и главные напряжения — σ_x и σ_y.

Т.к. колебание гармоническое, поперечные перемещения представим в виде:

$$S = a\cos pt,$$

где $p \sim$ частоте колебания, t — время.

Простое колебание в плоскости AO разложим на сумму колебаний с амплитудами в плоскостях Ox, Oy:

$$OB = \alpha\cos\alpha,\ OC = \alpha\sin\alpha.$$

Соответствующие перемещения:

$$x = a\cos\alpha\cos pt, y = a\sin\alpha\sin pt.$$

Пусть V_x, V_y — скорости света в плоскостях Ox, Oy, h — толщина пластинки. Тогда время, необходимое для прохождения пластинки:

$$t_1 = \frac{h}{V_x},\ t_2 = \frac{h}{V_y}.$$

Колебания после прохода через пластинку:

$$x_1 = a\cos\alpha\cos p(t - t_1),\ y_1 = a\sin\alpha\cos p(t - t_2).$$

(наблюдается сдвиг фаз $t_2 - t_1$)

Из опытов: разность скоростей света $\sim$ разности напряжений. С учетом того, что изменение скорости света мало:

$$t_2 - t_1 = \frac{h}{V_x} - \frac{h}{V_y} \approx \frac{h(V_x - V_y)}{V^2} = k(\sigma_x - \sigma_y)^2,$$

где V — скорость света при напряжении, равном 0.

Измерение сдвига фаз выполняется, подвергнув колебания интерференции в той же плоскости. Для этого сзади пластинки помещается второй поляризатор (анализатор).

Амплитуды составляющих колебаний, прошедших через анализатор:

$$OB_1 = OB\sin\alpha = \frac{a}{2}\sin 2\alpha,\ OC_1 = OC\cos\alpha = \frac{a}{2}\sin 2\alpha.$$

Равнодействующее колебание:

$$\frac{a}{2}\sin 2\alpha\left[\cos p(t - t_1) - \cos p(t - t_2)\right] = a\sin 2\alpha\sin\left(p\frac{t_1 - t_2}{2}\right)\sin p\left(t - \frac{t_1 - t_2}{2}\right)$$

Следовательно, интенсивность является функцией сдвига фаз (и функцией разности главных напряжений).

Если $\sigma_x = \sigma_y$, то $t_1 = t_2$ и амплитуда равнодействующего колебания равна 0, т.е. свет через пластинку не проходит; на экране за анализатором получится тёмное пятно. Затемнения получаются также, если $p\frac{t_1 - t_2}{2} = n\pi,\ n$ — целое. Наибольшая интенсивность будет при $p\frac{t_1 - t_2}{2} = n\pi + \frac{\pi}{2}$.

Нагруженние осуществляется гирей 10 кг, т.е. на образец действует сила 100 кг. В центральной части полосы — состояние чистого изгиба, когда только $\sigma_x \neq 0$ и

$$\sigma_x = 2P(a_2 - a_1)\frac{y}{bh^3},$$

где P — полное усилие, h и b — ширина и толщина пластинки, a_1 и a_2 — расстояния между верхними и нижними опорами.

Максимальное напряжение на границе $y = \pm\frac{h}{2}$:

$$\sigma_x = \frac{3}{2}P(a_2 - a_1)\frac{1}{bh^2}.$$

Далее проводится рабочее испытание. Осуществляется изгиб той же полосы силой, приложенной в центре. Тогда

$$\sigma_x = 6P\left(\frac{a_2}{2} - x\right)\frac{1}{bh^2}.$$

Максимальные напряжения:

$$\sigma_x = 3P\left(\frac{a_2}{2} - x\right)\frac{1}{bh^2}.$$

Экспериментальные данные

$a_1 = 140$ мм, $a_2 = 215$ мм, $h = 29.8$ мм, $b = 5.7$ мм, $P = 10 \cdot mg$.

1-й опыт (тарировочный)

m, г	Δy**, мм**
2000	8
2400	6
1500	11
1100	14

2-й опыт (основной)

x, мм	$\sigma_x, \Delta\sigma$
0	13/2
5	11/2
20	9/2
35	7/2
45	5/2
60	3/2
70	1/2

Расчёт

Цена полосы: $\Delta\sigma = 3P(a_2 - a_1)\dfrac{\Delta y}{bh^3} = 30mg(a_2 - a_1)\dfrac{\Delta y}{bh^3}$.

Из данных тарировочного опыта: $\overline{\Delta\sigma} = 2.28$ Н/мм^2. Погрешность: 0.1 Н/мм^2, среднеквадратичная: 0.13 Н/мм^2.

m, г	**Δy, мм**	**$\Delta\sigma$, Н/мм^2**
2000	8	2.34
2400	6	2.10
1500	11	2.41
1100	14	2.25

Из данных основного опыта находим экспериментальную зависимость $\sigma_x(x)$.

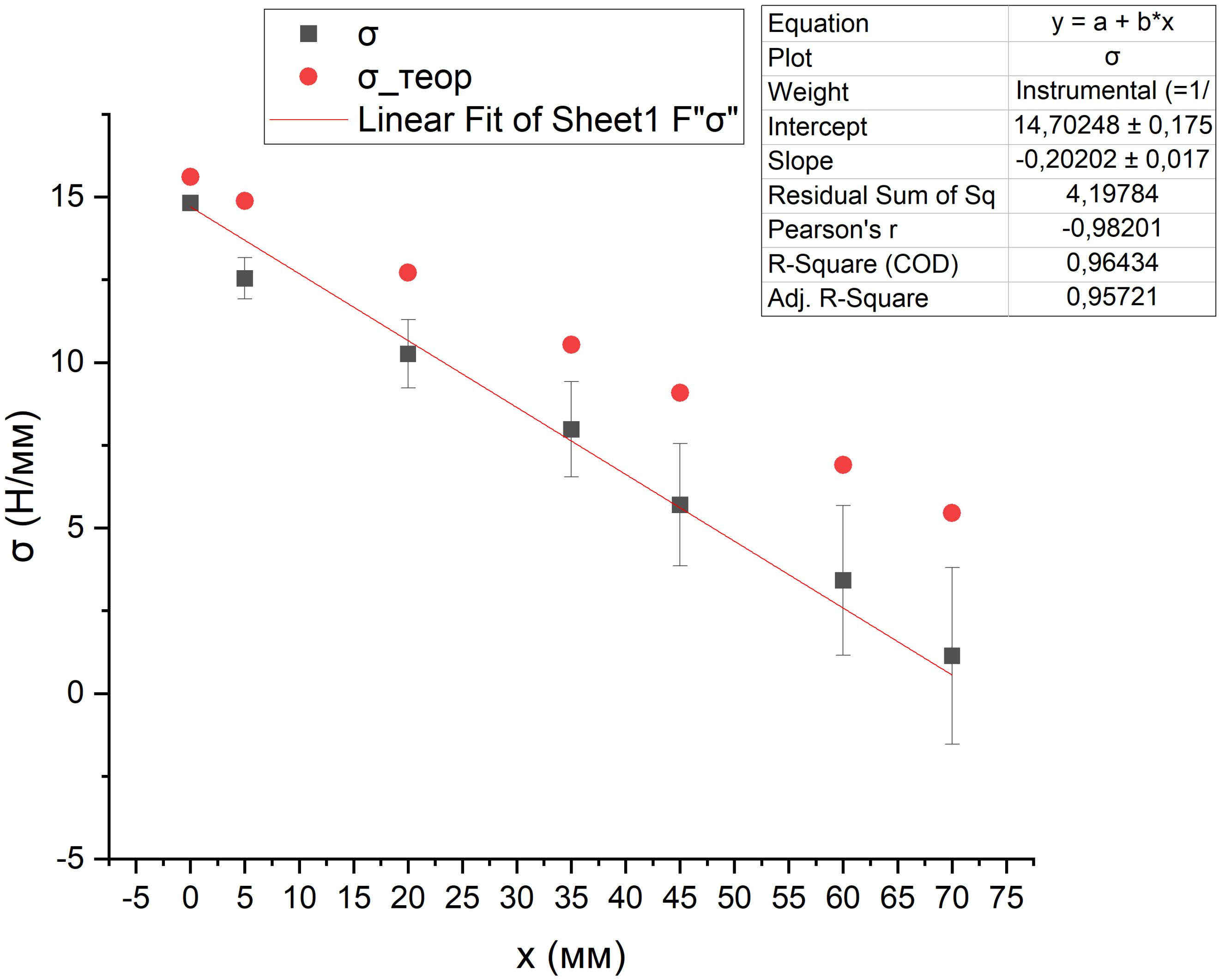
Вычисляем теоретическую зависимость $\sigma_x(x)$.

(при $m = 2900$ г)

$$\sigma_x(x) = \frac{3Pa_2}{2bh^2} - \frac{3P}{bh^2}x \qquad \Rightarrow \qquad \sigma_x(x) = 15.61 - 0.145x$$

x, мм	**Эксперимент: σ_x , Н/мм^2**	**Теория: σ_x , Н/мм^2**
0	14.8	18.12
5	12.52	17.27
20	10.25	14.72
35	7.97	12.17
45	5.69	10.47
60	3.42	7.92
70	1.14	6.22

Сопоставляем на графике теоретическое и экспериментальное значения.


σ
σ_теор
Linear Fit of Sheet1 F"σ"
Equation y = a + b*x
Plot σ
Weight Instrumental (=1/
Intercept 14,70248 ± 0,175
Slope -0,20202 ± 0,017
Residual Sum of Sq 4,19784
Pearson's r -0,98201
R-Square (COD) 0,96434
Adj. R-Square 0,95721
σ (Н/мм)
x (мм)
-5 0 5 10 15
-5 0 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 65 70 75